كتاب المخروطات لابلونيوس في علم الهندسة

بافطقيم عدد ٢٢

I

آيا صوفية

٢٧٦٢

هذا الكتاب النفيس قد اخرج
من خزانة [crossed out] النظامية في بغداد
الكائنة في المدرسة النظامية التي
كان الامام الغزالي مدرسا هنالك
وبالجملة انه هذا كتاب نفيس قلما يوجد
مثله وقد كتب في حدود سنة ٤١٠
اللهم احفظه من ايدي الخائنين
ومكر الاغبياء واجعله ثابتا
ومحفوظا في هذه الخزانة الجليلة

١٣٢٦ المجرده ربيعي

١٥ رمضان

2762
Ayasofya

كتاب ابلونيوس في المخروطات في علم الهندسة

ترجمه

1 مخروطات

٢٧٦٢

قد وقف هذه النسخة الجليلة سلطاننا الأعظم والخاقان المعظم
مالك البرين والبحرين خادم الحرمين الشريفين السلطان ابن السلطان
السلطان الغازي محمود خان وقفا صحيحا شرعيا حرره الفقير أحمد شيخ زاده
المفتش بأوقاف الحرمين الشريفين
غفر لهما

Mikrofilm Arşiv
No. 1902

بسم الله الرحمن الرحيم

ان علم قطوع المخروطات في اشرف المنازل واعلى المراتب من علم الهندسة وكان القدماء من اصحاب التعاليم يلقبونها
الاشكال العجيبة لدقتها وغموضها وبعدها عن الاوهام وصعوبة معرفتها على ذوي الافهام ولم يكن في القدماء من عني باستنباط
جميع المعاني المتعلقة بها وسائر الاحكام التابعة لها غير ابلونيوس الجليل الذي من اهل برغامس وهو ممن اشتهر فضله وقدره
وعلا شانه وذكره غريب الابداع بديع الاختراع لم يتقدمه احد في فضيلة علمه ولا سبقه احد في رويته وفهمه وله هذا العجيب
الذكر العظيم الخطر وهو المشهور بكتاب المخروطات واتفق لنقله الى اللسان العربي من لم يكن له قوة تامة بمعرفة تأليف
كتابه وترتيب براهين اشكاله ومعانيه والذي وقع الينا النسخ المنسوبة الى اصلاح بني موسى المنجم وزعموا ان ابا
الحسن ثابت بن قرة عاونهم على اصلاحه وعندنا ان الامر بخلافه فان ابا الحسن ثابتا مع فضله وعلو رتبته وتقدمه بمعرفة
فنون العلوم ما خفي عليه الاختلال الواقع في كثير من اشكاله وفي فساد ترتيب براهينها وتطويل ما قد استغني عنه مما لا يخفى على المتصفح
لها والناظر فيها ثم انهم وضعوا اشكالا نسبوها الى انها مقدمات يحتاج اليها في فهم هذا الكتاب ويعارف خطائهم وقلة معرفتهم
باستخراج الاشكال الهندسية وطرق براهينها من نظر فيها تامل تبين له فساد ما اوردوه فلما عرفنا ووقفنا على فساد براهين
هذه الاشكال واختلال ترتيبها وكثرة تطويلها مع الحاجة الى مقدمات في تسهيل فهم كثير من اشكالها قصدنا الى اثبات المقدمات
في مواضعها واستعملنا الايجاز والاختصار في براهينها وترتيبها ونظمها وتاليفها على الجهة التي عرفنا انها كانت طريقة ابلونيوس
في اثباتها ليسهل على الناظر فيها ويقرب تحليه ولا يشكل فهمه من التطويل والتكرار الذي فيه وبه نستعين وهو حسبنا ونعم الوكيل

كتاب ابلونيوس في المخروطات

قال ابلونيوس ان نوقراطيس المهندس كان سالني في الوقت الذي كان عندنا قبلا بالاسكندرية
ان اعمل كتابا في المخروطات فاستعجلته بانشائه وجعلت الكتاب ثماني مقالات وكان نوقراطيس عجلني في عمل المقالات
لمبادرته كانت الى الخروج فلم يتهيا لي ان اهذبها بل صنفتها على حسب ما امكن وذلك مع العجلة عملت على الرجوع فيها لتهذيبها
واذ قد امكنني الوقت لما اريد من اصلاحها فاني فاعل ذلك مهذبها اولا فاولا ومنتجها للملتمسين عليها وقد كان في المقالتين الاوليين
من كتابنا هذا ما صار الى بعض خلطائنا قبل اصلاح هذا الكتاب فمن وقعت اليه هاتان المقالتان فلا ينكرن ذلك والاربع المقالات
الاول من كتابنا هذا كالمدخل والاصول في المقالة الاولى منهن الاربع علم حدوث الثلاثة القطوع وحدوث القطوع المتقابلة
وما يعرض في جميع هذه القطوع من الاعراض الاول وقولنا

وذلك انه واجمع مما قال فيه غيرنا وفي المقالة الثانية
علم ما يعرض في اقطار القطوع وسهامها والخطوط التي لا تقع
على القطوع وغير ذلك مما ينتفع به منفعة عامة اضطرارية
في تحديد القطوع وستعلم من هذه المقالة اي شيء نسميه
اقطارها واي شيء نسميه سهامها وفي المقالة الثالثة علم
اشكال كثيرة عجيبة نافعة في تركيب اشكال وتفصيلها
واكثرها مستغربة لما عرفناها علمنا ان اقليدس لم يات
بتمام ما يحتاج اليه في تركيب ثلاثة خطوط واربعة ولكن جزء
منه لان تركيب ذلك لا يمكن بغير الاشياء التي استنبطناها
واما المقالة الرابعة فانا بينا فيها على كم جهة تلقى قطوع
المخروطات بعضها بعضا وتلقى الخط المحيط بالدائرة والقوس من
الدائرة واشياء اخر سوى ذلك ولم يبين احد ممن قبلنا على كم نقطة
تلقى قطع المخروط وقوس الدائرة واما الاربع المقالات
الباقية فانها اشد استقصاء واغزر وفي الاولى منها علم اقصر
الخطوط التي تقع في القطوع واطولها وفي الثانية منها علم
قطوع المخروطات المتساوية والمتشابهة وفي الثالثة منها
علم اشكال على قسمة وفي الرابعة منها مسائل تقع في المخروطات

الحدود

اذا وصل فيما بين نقطة ما وبين خط محيط بدائرة خط مستقيم
ولم يكن الدائرة والنقطة في سطح واحد واخرج الخط المستقيم

في الجهتين وأثبتت النقطة حتى لا تزول وأدير الخط المستقيم على
الخط المحيط بالدائرة حتى يرجع إلى الموضع الذي منه بدأ فإني أسمي
كل واحد من السطحين اللذين يرسمهما الخط المدار بمروره وكل
واحد منهما مقابل لصاحبه وقابل للزيادة بلا نهاية إذا كان
خروج الخط المستقيم بلا نهاية سطحاً مخروطاً وأسمي النقطة
الثابتة رأساً لكل واحد من السطحين المخروطين وأسمي الخط
المستقيم الذي يمر بهذه النقطة وبمركز الدائرة سهم السطح
المخروط وأسمي الشكل الذي يحيط به الدائرة وما بين نقطة
الرأس وبين الدائرة من السطح المخروط مخروطاً وأسمي النقطة
التي هي رأس السطح المخروط رأساً للمخروط أيضاً وأسمي الخط
المستقيم الذي يخرج من رأس المخروط إلى مركز الدائرة سهم
المخروط وأسمي الدائرة قاعدة المخروط وأسمي المخروط قائم
الزاوية إذا كان سهمه قائماً على قاعدته على زوايا قائمة
وأسميه مائلاً إذا لم يكن سهمه قائماً على قاعدته على زوايا قائمة
وكل خط منحن يكون في سطح واحد مستو ويخرج من نقطة
منه في سطحه خط ما مستقيم يقطع كل الخطوط التي تخرج في
الخط المنحني ويسمى أطرافها إليه ويكون موازية لخط ما
موضوع بعينه فإني أسمي ذلك الخط المستقيم قطراً لذلك
الخط المنحني وأسمي طرف ذلك الخط المستقيم الذي عند الخط
المنحني رأساً للخط المنحني وأسمي الخطوط الموازية التي وصفنا
خطوط الترتيب لذلك القطر وكذلك أيضاً إذا كان خطان
منحنيان في سطح واحد فإني أسمي ما كان واقعاً فيما بين الخطين

المنحنيين من الخط المستقيم الذي يقطع جميع الخطوط المستقيمة
الخارجة في كل واحد من الخطين المنحنيين الموازية لخط ما موضوع
بعينه قطراً مجانباً وأسمي طرفي القطر المجانب اللذين على الخطين
المنحنيين رأسين للخطين المنحنيين وأسمي الخط المستقيم الذي يقع
بين الخطين المنحنيين ويقوم على القطر المجانب ويقطع جميع
الخطوط المستقيمة الموازية للقطر المجانب إذا أخرجت فيما
بين الخطين المنحنيين موضوعين بعينهما قطراً قائماً وأسمي هذه
الخطوط الموازية خطوط الترتيب لذلك القطر القائم وإذا
كان خطان مستقيمان وكانا قطرين لخط منحن أو لخطين منحنيين
وكان كل واحد منهما قاطعاً للخطوط الموازية للآخر موضوعين
بعينه فإني أسميهما قطرين مزدوجين وأسمي الخط المستقيم إذا
كان قطراً للخط المنحني أو للخطين المنحنيين وكان قاطعاً للخطوط
الموازية التي هي خطوط الترتيب له على زوايا قائمة سهماً
للخط المنحني أو للخطين المنحنيين وأسمي القطرين إذا كانا مزدوجين
وكان يقطع كل واحد منهما الآخر على زوايا قائمة سهمين مزدوجين
للخط المنحني أو للخطين المنحنيين

المقدمات

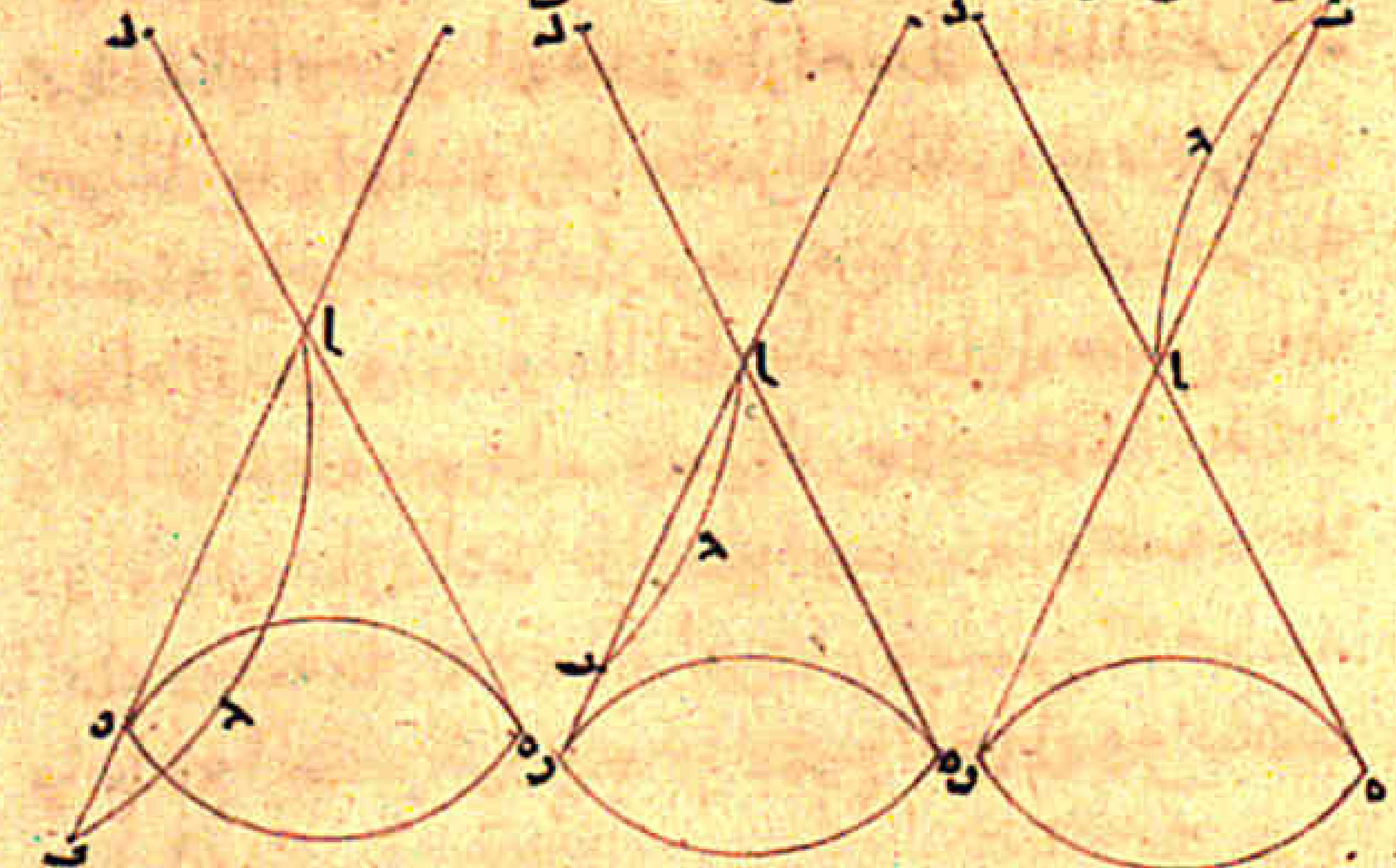
ومما ينبغي أن يقدم معونة على
فهم ما في هذا الكتاب ما أصف
إذا اتصل مخروط بسطح مستو لا يمر بنقطة رأسه فإن الفصل

المشترك سطح يخط به خط مستقيم وإذا قطع مخروط بسطحين متوازيين
يمر أحدهما برأسه ويمر كل القاعدة ويفصله على مثلث والآخر لا
يمر برأسه ويفصله بسطح يخط به خط مستقيم وكان أحد السطحين
المتوازيين يقوم على الآخر على زوايا قائمة فإن الخط المستقيم
الذي هو الفصل المشترك للسطحين المتوازيين لا يخلو من أحد الثلث
إما أن يكون يقطع أحد ضلعي المثلث ويوازي الضلع الآخر وإما
أن يكون يقطع أحد ضلعي المثلث ولا يوازي الآخر ويكون إذا أ
خرج هو والضلع الآخر على استقامة التقيا في الجهة التي فيها رأس
المخروط وإما أن يكون يقطع أحد ضلعي المثلث ولا يوازي الضلع
الآخر بل يلقاه لما وراء المخروط وإما خارجا عنه إذا أخرجا
على استقامة في الجهة التي ليس فيها رأس المخروط فإن كان الخط
المستقيم الذي هو الفصل المشترك للسطحين المتوازيين يوازي أحد
ضلعي المثلث فإن السطح الذي انقطع عليه المخروط ويخط به
خط مستقيم يسمى القطع المكافئ وإن كان لا يوازي ضلع المثلث
بل يلقاه إذا أخرجا على استقامة في الجهة التي فيها رأس المخروط
فإن السطح الذي انقطع عليه المخروط ويخط به خط مستقيم يسمى القطع
الزائد وإن كان لا يوازي ضلع المثلث بل يلقاه في الجهة الأخرى
التي ليس فيها رأس المخروط فإن السطح الذي انقطع عليه المخروط
فإن السطح الذي انقطع عليه المخروط إن لم يكن دائرة فهو يسمى
القطع الناقص وإذا كان قطعان زائدان لهما قطر مشترك ومرتبة
أحدهما التي تحدبه الآخر فإنهما يسميان قطعين متقابلين ويسمى
بين القطعين المتقابلين نقطة جميع الخطوط التي يمر بها من أقطار

للقطعين المتقابلين وهذه النقطة تسمى مركز القطعين المتقابلين
ونقول إن القطع الناقص نقطة جميع الخطوط التي يمر بها من أقطار
له وهذه النقطة هي مركز القطع وإذا أخرج من مركز القطع الناقص
أقطار فما انتهى طرفاه من تلك الأقطار إلى محيط القطع ولم يجاوزه
ولم يقصر عنه فلنسم الأقطار المجانبة للقطع الناقص وما كان
منها ابتداؤه من نقطة من محيط القطع وطرفه الآخر مقصرا عن
محيط القطع أو مجاوزا له فلنسم قطرا مرسلا وأما القطر الذي
يسمى المجانب فإنه إنما يكون في القطعين المتقابلين وهو يمر بينهما
وسنبينه في آخر الشكل السادس عشر من هذه المقالة وليس للقطع
المكافئ إلا سهم واحد وأما القطع الناقص فإن له سهمين في داخله
وأما الزائد فله سهم مجانب وهو الذي يقطع خطوط الترتيب على
زوايا قائمة كان ذلك داخل القطع أو خارجه أو بعضه داخل
القطع وبعضه خارجه وله سهم آخر قائم وسنبين ذلك فيما بعد
وإنما يقع السهام المزدوجة في القطوع المتقابلة وفي الناقصة
فقط ○

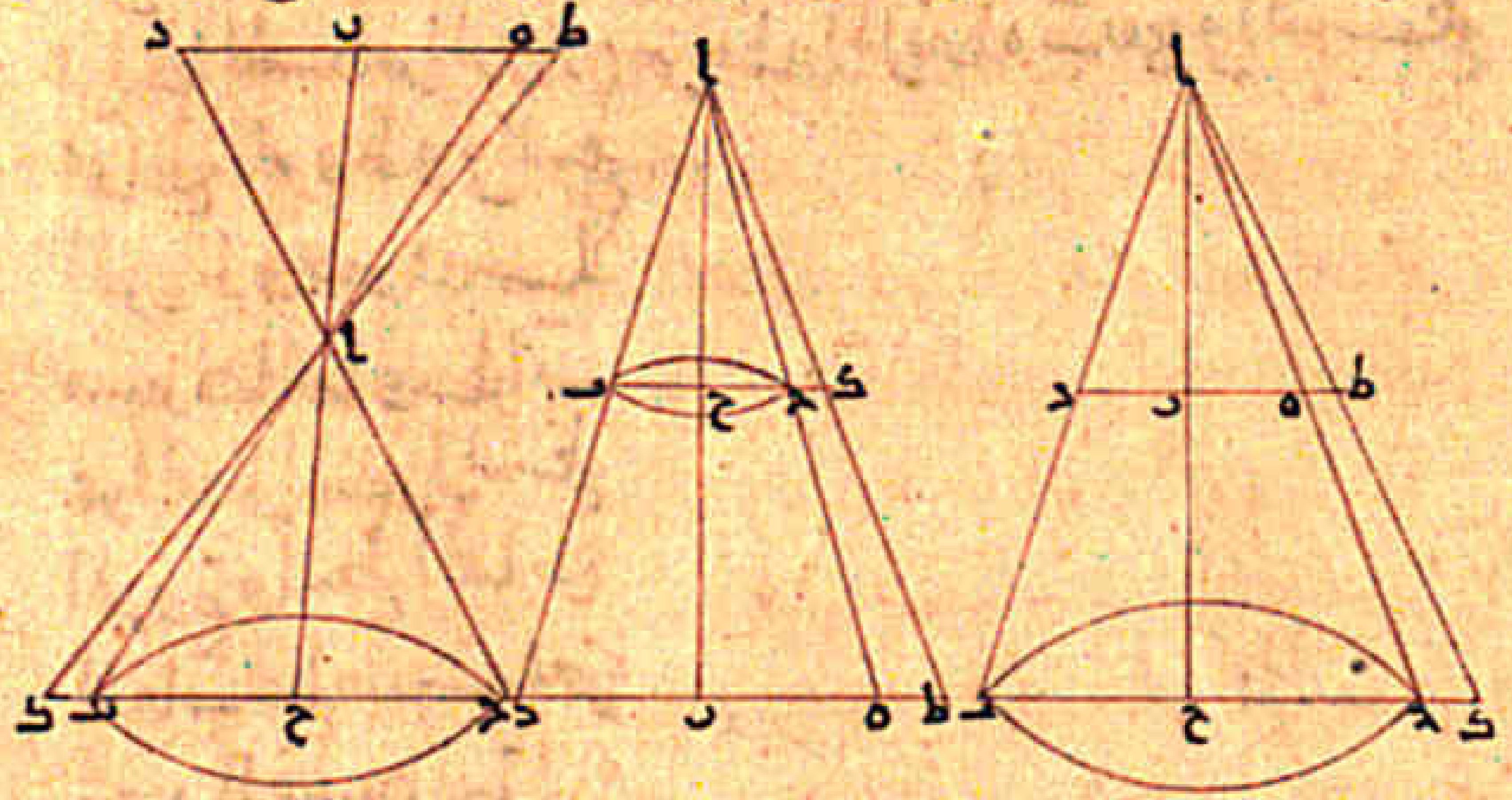
ا الخطوط المستقيمة التي تخرج من رأس المخروط إلى النقط التي في
سطحه حيث كانت النقط فهي في سطحه أيضا ومثال ذلك أن مخروطا
رأسه نقطة آ وقد تعلمت عليه نقطة على سطحه كيف ما وقعت
عليها ب ونصل بنقطة آ بنقطة ب بخط آ د ب فأقول إن خط
آ د ب على سطح المخروط فإن لم يكن كذلك وأمكن أن يكون
في غير سطح المخروط فلنجعل الخط الذي يرسم سطح المخروط خط
د ه و الدائرة التي عليها كان مدار خط د ه دائرة ه ز فإذا أسقطه

آ ودائره ه ب وادير خط د ه على دائره ه ب فانه سيقع على نقطة ب
فيكون عند ذلك خطان مستقيمان اطرافهما واحده فهما منطبقان
وذلك ما لا يمكن فليس خط ا ج ب في غير سطح المخروط وكذلك
يتبين ايضا ان الخطوط التي تخرج من نقطة آ الى نقطة داخله في
المخروط فانها تكون في داخل المخروط وانها لو اخرجت الى نقطة
خارجه من المخروط لكانت تقع خارجا من المخروط وذلك ما اردنا ان نبين



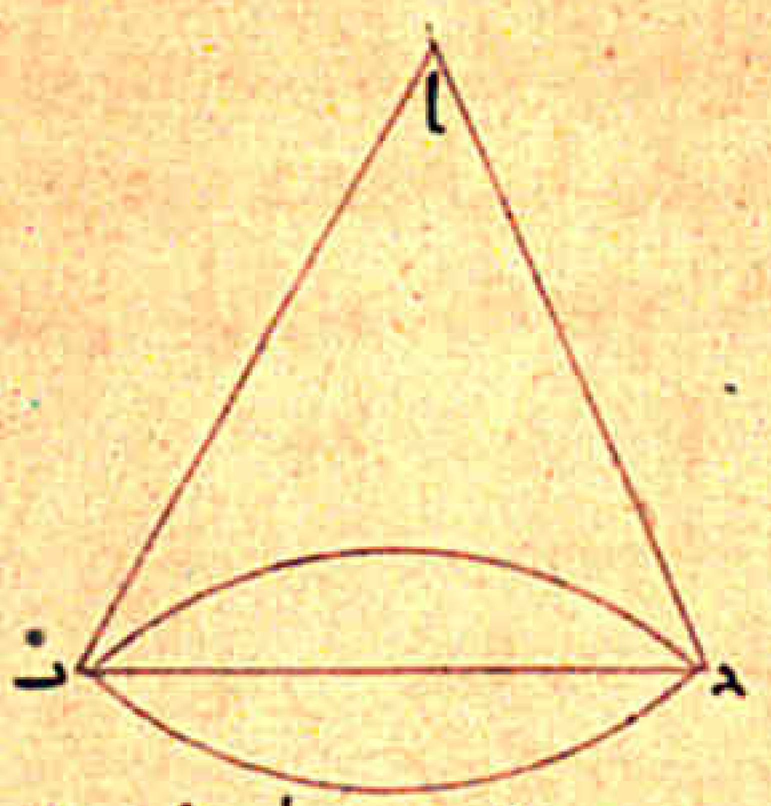
ج اذا خط مستقيم خرج من نقطتين في اي سطح كان من سطوح الاشكال
المخروطه ولا تكون في استقامة راس المخروط فان ذلك الخط يقع
في داخل المخروط والخط المتصل به على استقامه يقع خارجا من سطح
المخروط فليكن سطح مخروط راسه نقطه آ ولتكن الدائره التي عليها
كان مدار الخط الذي يرسم السطح المخروط دائره ب ج د ونتعلم
على السطح المخروط نقطتي د ه ويكون الخط المخرج من نقطه د
الى نقطه ه لا يمر بنقطه آ فاقول ان خط د ه يقع داخل سطح

المخروط والخط المتصل به على استقامه يقع خارجا عن سطح المخروط
فليصل خطي ا ه ا د ويخرجا على استقامه فيقعان على محيط الدائره
فليقعا على نقطتي ب د ونصل نقطه ب بنقطه ج فيكون عند ذلك
خط ب د داخلا في المخروط لانه في داخل الدائره ونتعلم على
خط د ه نقطه ز كيفما وقعت ونصل نقطه آ بنقطه ز بخط
ونخرجه على استقامه فيقع على خط ب د لان مثلث ا ب د في
سطح واحد فليقع على نقطه ح فلان نقطه ح داخله في المخروط



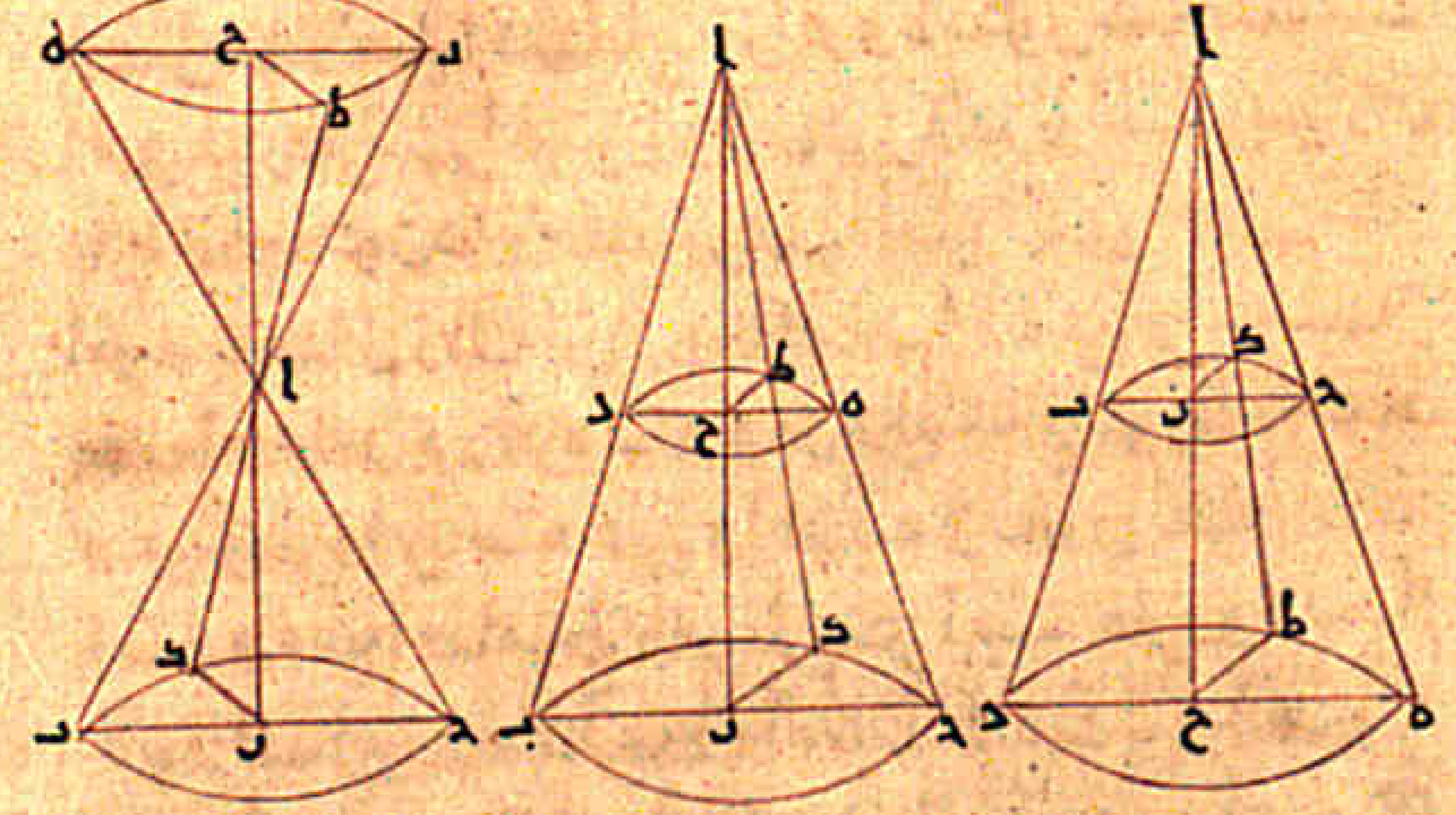
يكون خط ا ح داخلا في المخروط ولذلك يكون نقطه ز ايضا في داخل
المخروط وعلى مثل ذلك يتبين ان جميع النقط التي تكون على خط
د ه تقع داخلا في المخروط فخط د ه داخل في سطح المخروط ونخرج
خط د ه على استقامه الى نقطه ط فاقول انه يقع خارجا من سطح
المخروط فان لم يكن كذلك وامكن ان تقع نقطه ط في داخل المخروط
او في سطحه فليصل خط ا ط ونخرجه على استقامه فيقع على محيط
الدائره او في داخلها وذلك ما لا يمكن لانه يقع على خط ب د اذا

اخرج على استقامته على مثل نقطة ك محيط ه ط خارج عن سطح المخروط =
فخط د ه اذا وقع داخل المخروط والخط المتصل به على استقامته
خارج عن المخروط وذلك ما اردنا ان نبين
ج كل مخروط يقطع بسطح يجوز على راسه فان ذلك القطع مثلث مستقيم صوابه سهمه
الخطوط فليكن مخروط راسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج د وليقطعه
سطح يجوز على نقطة ا ويقطع سطح المخروط على خطي اب اج والقاعدة
على خط ب ج فاقول ان سطح اب ج مثلث مستقيم الخطوط برهانه
ان الخط المستقيم الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة ب يقع في السطح
القاطع للمخروط وفي السطح
المخروط وفيهما فصل
مشترك لهما وخط اب
هو الفصل المشترك لسطح
المخروط والسطح القاطع
له فاب خط مستقيم =
وكذلك يتبين ايضا ان



اج خط مستقيم وخط ب ج مستقيم فاب ج سطح مثلث فكل
مخروط يقطع بسطح يجوز على راس المخروط فان ذلك القطع مثلث صوابه سهم
مستقيم الخطوط وذلك ما اردنا ان نبين
د كل سطح من السطوح المخروطة اذا قطع بسطح مواز للدائرة التي عليها
كان يمر الخط المحرك للسطح المخروط فان السطح الحادث في =
المخروط دائرة مركزها على سهم المخروط والشكل الذي فيما بين تلك
الدائرة وراس المخروط هو ايضا مخروط فليكن سطح مخروط على

راسه نقطة ا والدائرة التي يكون مدار الخط الذي يرسم المخروط =
عليها دائرة ب ج د وليقطع بسطح مواز لدائرة ب ج د ويحدث في =
سطح المخروط قطع د ه فاقول ان خط د ه دائرة مركزها على سهم
المخروط فليكن مركز دائرة ب ج د نقطة ز ونصل ا ز فخط ا ز سهم
للمخروط ويقطع السطح الذي يقطع المخروط فليقطعه على نقطة
ح ونخرج سطحا ما يجوز على خط ا ز فيكون فصله للمخروط مثلثا
عليه اب ج فلان نقط د ح ه في السطح القاطع وفي سطح
اب ج يكون د ح ه خطا مستقيما ونعلم نقطة ط على خط
د ه المحيط ونصل ا ط ونخرجه على استقامته فيقع على محيط دائرة
ب ج د على نقطة ك ونصل ح ط ز ك فلان سطحي د ه ب ج د المتوازيين
يقطعهما سطح اب ج يكون فصلاهما المشتركان متوازيين فخط



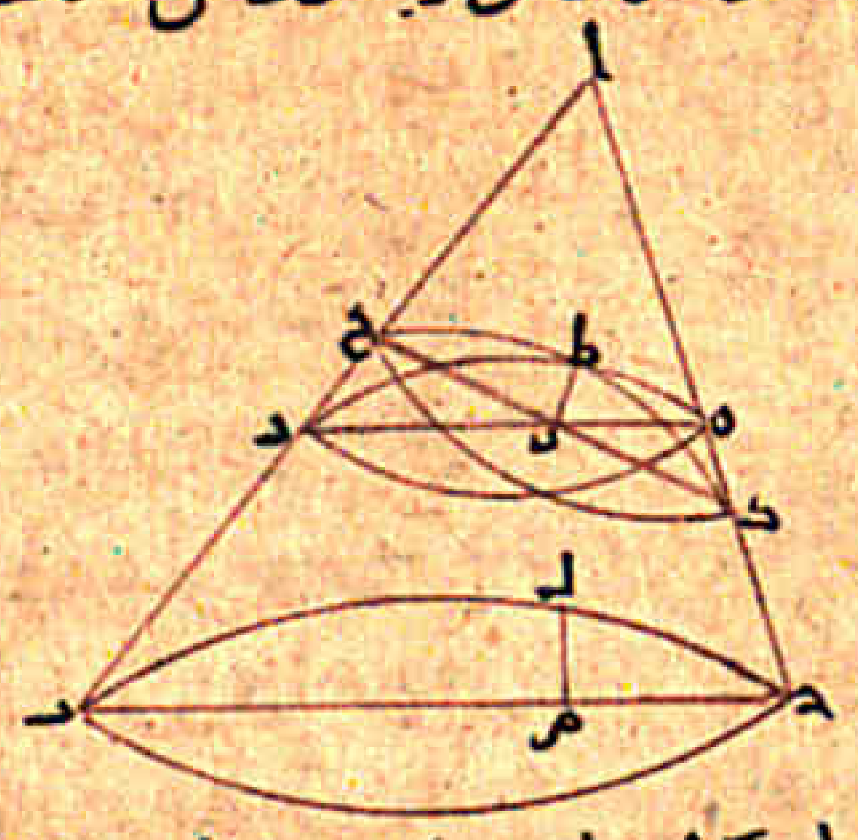
د ه مواز لخط ب ج ولذلك ايضا يكون خط ح ط موازيا لخط ك ز
فنسبة ز ا الى ا ح كنسبة ز ب الى ح د وكنسبة ز ج الى ح ه

ح

وكنسبة ز ک الى ح ط وخطوط ب ز ز ک ز د المثلثة مساوية
لخطوط د ح ح ط ح ه المثلثة ايضا متساوية وكذلك تبين ان كل
الخطوط التي تخرج من نقطة ح الى خط د ط ه الذي في سطح المخروط
مساوية لخط د ح فخط د ط ه دائرة مركزها على سهم المخروط وتبين
ان الشكل الذي يحيط به دائرة د ه وقطعة سطح المخروط التي هي
بين هذه الدائرة ونقطة ا هو مخروط ايضا وتبين مع ذلك ان
الفصل المشترك للسطح القاطع للمخروط الذي تبين انه دائرة وللمثلث
الذي يخرج على سهم المخروط هو قطر لتلك الدائرة وذلك ما اردنا ان نبين
ه كل مخروط مختلف الاضلاع يقطع بسطح يخرج على سهمه ويكون قائما
على قاعدته على زوايا قائمة ثم يقطع ايضا بسطح قائم على السطح
الذي يخرج على سهم المخروط الذي هو مثلث على زوايا قائمة
فيفصل شكلا مثلثا فيما يلي راس المخروط ويكون شبيها بالمثلث
الذي يخرج على سهم المخروط ولا يكون قاعدتا المثلثين متوازيتين
فان القطع يكون دائرة فلنسم هذا القطع القطع المخالف في
الوضع ومثال ذلك ان مخروطا مختلف الاضلاع راسه
نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج د وقد قطع بسطح يخرج على سهمه
ويقوم على دائرة ب ج د على زوايا قائمة ويكون القطع مثلث
ا ب د وقطع ايضا بسطح قائم على سطح ا ب د على زوايا
قائمة فيفصل منه مما يلي نقطة ا مثلثا عليه ک ا ح شبيها
بمثلث ا ب د ومخالفا الوضع اعني بذلك ان تكون زاوية
ا ک ح مساوية لزاوية ا ب د وحدث قطعا في سطح المخروط
عليه ح ط ک فاقول ان خط ح ط ک دائرة وبرهان ذلك انا

7

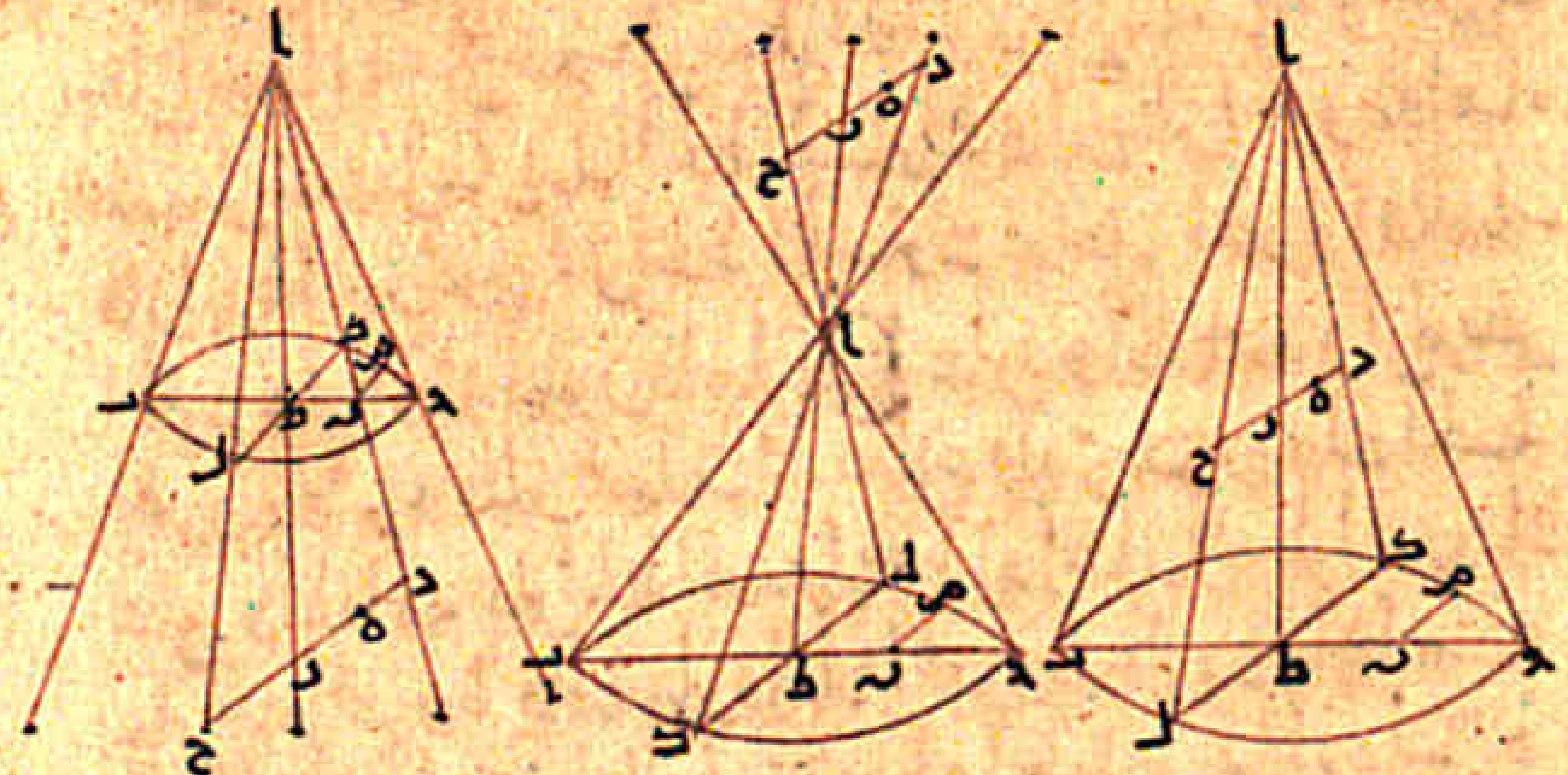
نعلم على خطي ح ط ک ب ل د نقطتين عليهما ط ل ونخرج من
كل واحدة من نقطتي ط ل عمودا على سطح المثلث الذي يخرج على
سهم المخروط فيقع كل واحد منهما على الفصل المشترك للسطحين
فليقعا عليه ط ر ل م فخط ط ر موازي لخط ل م ونخرج من نقطة
ر خطا موازيا لخط ب د عليه د ر ه وقد كان خط ر ط موازيا
لخط ل م فالسطح الذي يخرج على نقطتي ر ط د ر ه موازي لقاعدة
المخروط فهو اذا دائرة لا محالة وقطرها خط د ر ه فالذي يكون من
ضرب د ر في ر ه مساوي للذي يكون من ضرب ر ط في نفسه



ولان خط ه د موازي لخط
ب د يكون زاوية ا د ه
مساوية لزاوية ا ب د
وزاوية ا ک ح قد
كانت مساوية لزاوية
ا ب د فزاوية ا ک ح
مساوية لزاوية
ا د ه والزوايا التي عند نقطة ر ايضا متساوية فمثلث د ر ح
شبيه بمثلث ک ر ه فنسبة خط ه ر الى خط ر ک كنسبة خط
ح ر الى خط ر د فالذي يكون من ضرب خط ه ر في خط ر د مساوي
للذي يكون من ضرب خط ک ر في خط ر ح والذي يكون من ضرب
خط ه ر في خط ر د قد تبين انه مساوي لمربع ر ط فالذي يكون
من ضرب خط ک ر في خط ر ح مساوي لمربع ر ط وعلى هذا
المثال تبين ان الاعمدة التي تخرج من اي موضع كان من خط

خ ط ك الى خط ح ك يقوى على السطح الذي يحدث من قسمي خط ح ك
عند مسقط العمود احدهما في الآخر فيكون القطع لذلك دائرة
وقطرها خط ح ك وذلك ما اردنا ان نبين ه
و كل مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه ثم يخرج من اي موضع كان
من دائرة قاعدته عمود الى قاعدة المثلث ويعلم نقطة
على سطح ذلك المخروط على غير ضلع المثلث الحادث من السطح
المخرج على سهمه ثم يخرج من تلك النقطة خط موازي للخط الذي
اخرج الى قاعدة ذلك المثلث على زوايا قائمة فان الخط
المخرج من تلك النقطة يقع على سطح المثلث واذا اخرج الى
الناحية الاخرى حتى يقع على سطح المخروط قسمه سطح المثلث
بنصفين ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دائرة
ب ج د قد قطع بسطح يجوز على سهمه عليه ا ب ج ولنخرج من
نقطة على قوس ب ج د وهي نقطة م عمود الى قاعدة المثلث
عليه م ز ونعلم نقطة من سطح المخروط وهي نقطة ح ولنخرج خط
موازي لخط م ز عليه ح ه فاقول ان خط ح ه اذا اخرج لقي
سطح المثلث وان اخرج الى الناحية الاخرى حتى يقع على سطح
المخروط انقسم بنصفين بسطح مثلث ا ب ج برهان ذلك انا
نصل ا ح ونخرجه الى محيط دائرة ب ج د التي هي قاعدة المخروط
فليقع على نقطة ك ونخرج من نقطة ك عمودا على خط ب ج
عليه ك ط ل فخط ك ط موازي لخط م ز ولخط ح ه ايضا
ونخرج من نقطة ا الى ط خطا عليه ا ط فلان في مثلث ا ط ك
خط ح ه وهو موازي لخط ط ك يكون نقطة ح اذا اخرج وقع

على خط ا ط وا ط في مثلث ا ب ج فخط ح ه يقع على سطح مثلث
ا ب ج من اجل انه يقع على خط ا ط فليقع على نقطة ه ونخرج
خط ح ه على استقامة حتى يقع على سطح المخروط فليقع على نقطة
ج فاقول ان خط ح ه مساوي لخط ه ج فلان نقط ا ج ل في سطح
المخروط وفي السطح الذي يمر بخط ا ط ح ك ل الذي يفصل المخروط
فحدث فيه مثلثا تكون نقط ا ج ل على الفصل المشترك للمخروط
والمثلث فيمر بها على خط مستقيم ولانه قد خرج في مثلث



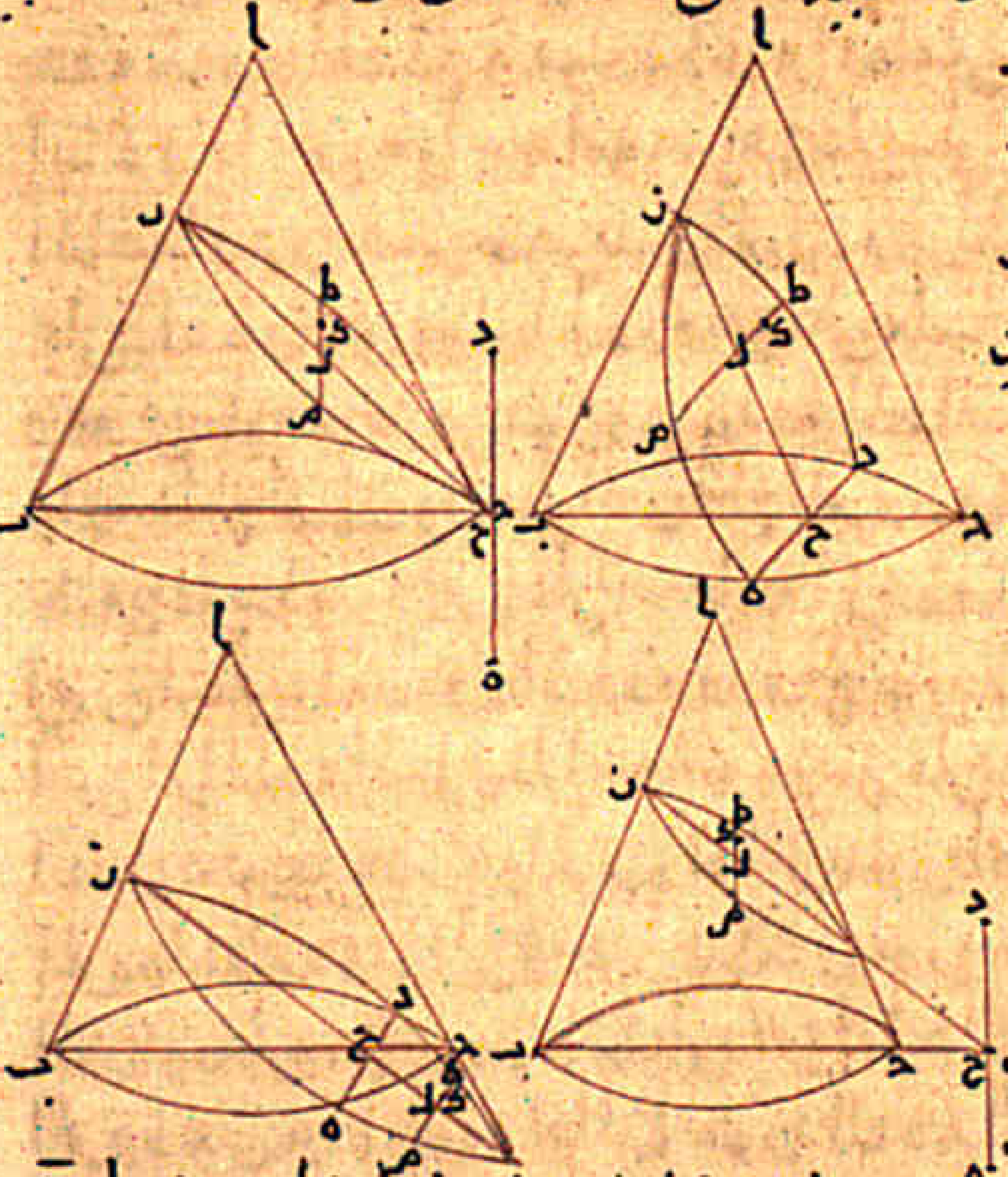
ا ك ل خط ح ه ج موازيا لخط ك ط ل الذي هو قاعدته واخرج من نقطة
ا خط ا ه ط يكون نسبة ك ط الى ط ل كنسبة ح ه الى ه ج ولكن خط
ك ط مساوي لخط ط ل لانهما عمودان في دائرة ب ج د على قطرها
فخط ح ه مساوي لخط ه ج وذلك ما اردنا ان نبين ه
ز كل مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه ويقطع ايضا بسطح يقطع
السطح الذي فيه قاعدة ذلك المخروط على خط يكون على زوايا
قائمة اما على قاعدة المثلث الذي جاز على سهم المخروط واما

الفصل المشترك للمثلث والسطح القاطع خط [illegible]

على الخط الذي يتصل به على استقامة من خارج المخروط فإن
الخطوط التي تخرج من مواضع من القطع الذي حدث في سطح
المخروط وتكون موازية للخط الذي كان على زاوية قائمة
على قاعدة المثلث الذي جاز على سهم المخروط أو على الخط
المتصل به على استقامة تقع على الخط المشترك الذي عليه
تقاطع سطح المثلث الذي جاز على سهم المخروط والسطح الآخر
الذي قطع المخروط وتكون هذه الخطوط التي ذكرنا إذا أخرجت
على استقامة حتى تقع على سطح المخروط من الناحية الأخرى
تنفصل بنصفين على هذا الخط المشترك وإن كان المخروط قائما
فإن الخط الذي يخرج إلى الخط المشترك لقاعدة المخروط وللمثلث
المخرج على سهمه يكون قائما على) على زاوية قائمة وإن لم يكن
المخروط قائما وكان يخالف له أضلاع فليس يكون ذلك الخط
على زاوية قائمة على الخط المشترك إلا إذا كان السطح الذي جاز
على سهم المخروط قائما على قاعدة المخروط على زاوية قائمة
ومثال ذلك أن مخروطا رأسه نقطة آ وقاعدته دائرة ب ج د
وقد قطع بسطح يمر على سهمه وحدث فيه مثلث ا ب د وقطع
أيضا بسطح آخر يقطع السطح الذي فيه دائرة ب ج د وهي قاعدة
المخروط على خط د ه الذي هو على زاوية قائمة إما على خط ب د
وإما على الخط المتصل به على استقامة وحدث من ذلك السطح
قطع ط ز م وصار الخط المشترك الذي عليه تقاطع السطحان
سطح المثلث والسطح الآخر الذي قطع المخروط خط ز ح ونتعلم
على قطع ط ز م نقطة ط ونخرج من نقطة ط خطا موازيا لخط د ه

عليه ط ك فأقول إن خط ط ك يلقى خط ز ح وإذا أخرج إلى
الناحية الأخرى على استقامة حتى يقع على قطع ط ز م انقسم
بنصفين بخط ز ح فلأن مخروطا رأسه نقطة آ وقاعدته دائرة
ب ج د قطع بسطح يمر على سهمه فحدث فيه مثلث ا ب د
ونتعلم نقطة على السطح المخروط على غير ضلع المثلث عليها
ط وكان خط د ه عمودا على خط ب د يكون الخط الذي يخرج من
نقطة ط موازيا لخط د ه وهو خط ط ك واقعا على سطح مثلث
ا ب د وإذا أخرج على استقامة حتى يقع على سطح المخروط من
الناحية الأخرى ينقسم بنصفين بسطح المثلث فلأن الخط الذي يجوز
على نقطة ط ويكون موازيا لخط د ه يقع على مثلث ا ب د ويكون
وهو في سطح قطع ط ز م يكون وقوعه على الخط المشترك الذي
عليه تقاطع المثلث والسطح الذي يقطع المخروط وهو خط ز ح
فليقع على نقطة ك وليخرج على استقامة إلى نقطة م فالخط
الذي جاز على نقطة ط موازيا لخط د ه قد وقع على خط ز ح وإذا
أخرج إلى الناحية الأخرى على استقامة حتى يقع على قطع ط ز م
انفصل بنصفين على خط ز ح والمخروط إما أن يكون قائما على قاعدته
على زاوية قائمة وإما أن لا يكون كذلك ويكون مثلث ا ب د
الذي يجوز على سهم المخروط قائما على دائرة ا ب د التي هي قاعدة
المخروط على زاوية قائمة وإما أن لا يكون ذلك كذلك فليكن
أولا المخروط قائما على قاعدته على زاوية قائمة فيكون لذلك
مثلث ا ب د قائما على دائرة ب ج د على زاوية قائمة فلأن سطح
ا ب د قائم على سطح ب ج د على زاوية قائمة وقد أخرج خط د ه على

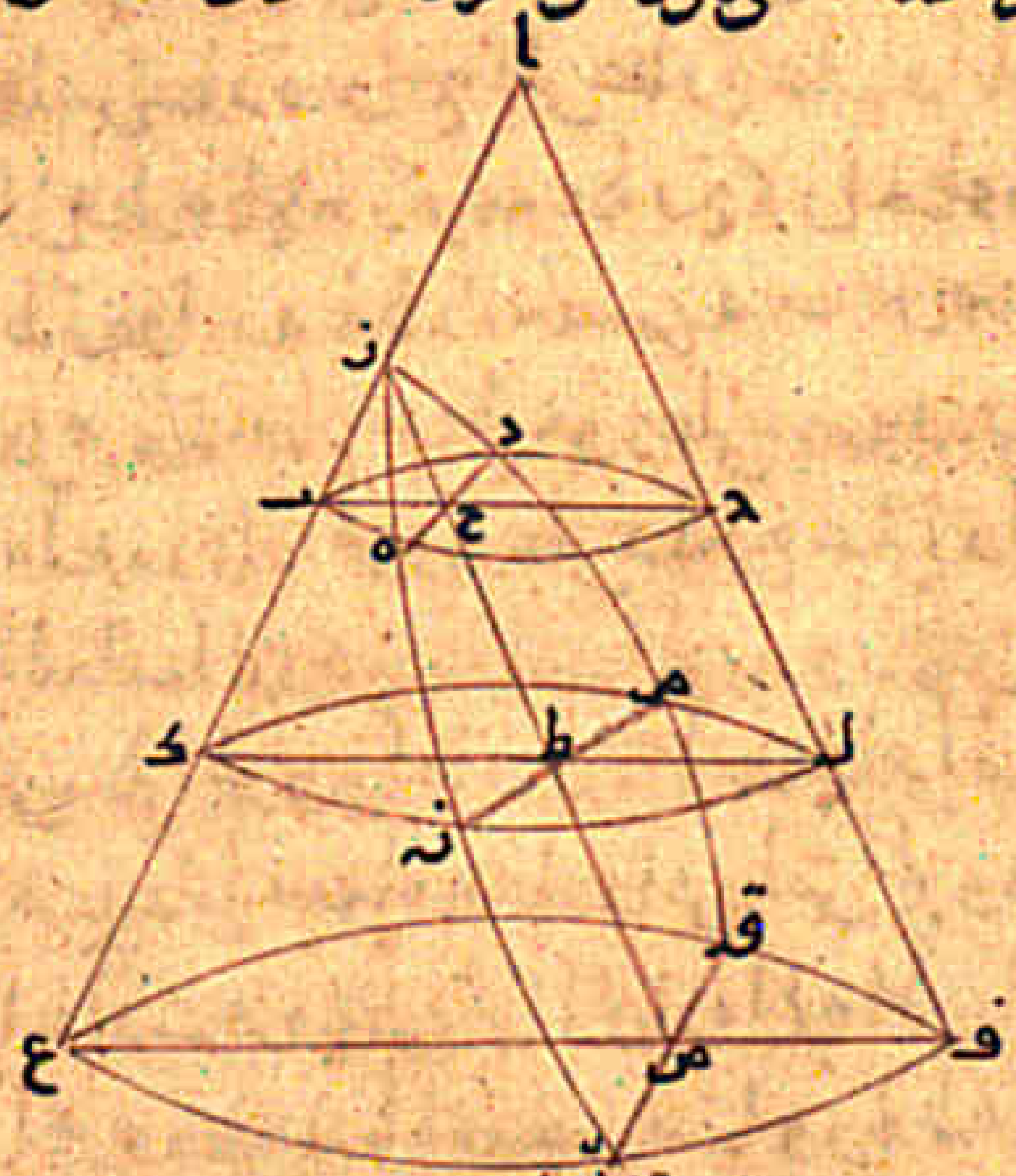
زوايا قائمة على الخط الذي عليه تقاطع أحد السطحين الآخر وهو
خط ب د يكون لذلك خط ز ه واقعا على زوايا قائمة على سطح
ا ب د وعلى كل خط يخرج من طرفه ويكون في سطح ا ب د ولذلك
يكون أيضا قائما على خط ب ج بين لا يكون المخروط قائما على
زوايا قائمة على قاعدته فإن كان المثلث الذي يجوز على سهمه
قائما على زوايا قائمة على قاعدته أعني على دائرة ب ج د فعلى



ذلك المثال
تبين أن خط
ز ه قائم على
خط ب ج على
على زوايا
قائمة ثم
لا يكون أيضا
مثلث ا ب ج
الذي يجوز
على سهم
المخروط
قائما على
قاعدته على
التي هي دائرة ب ج د على زوايا قائمة فأقول إنه لا يكون خط ز ه
حينئذ قائما على خط ب ج على زوايا قائمة فإن أمكن ذلك فليكن
خط ز ه على ب ج على زوايا قائمة وهو أيضا على خط ب د على زوايا قائمة

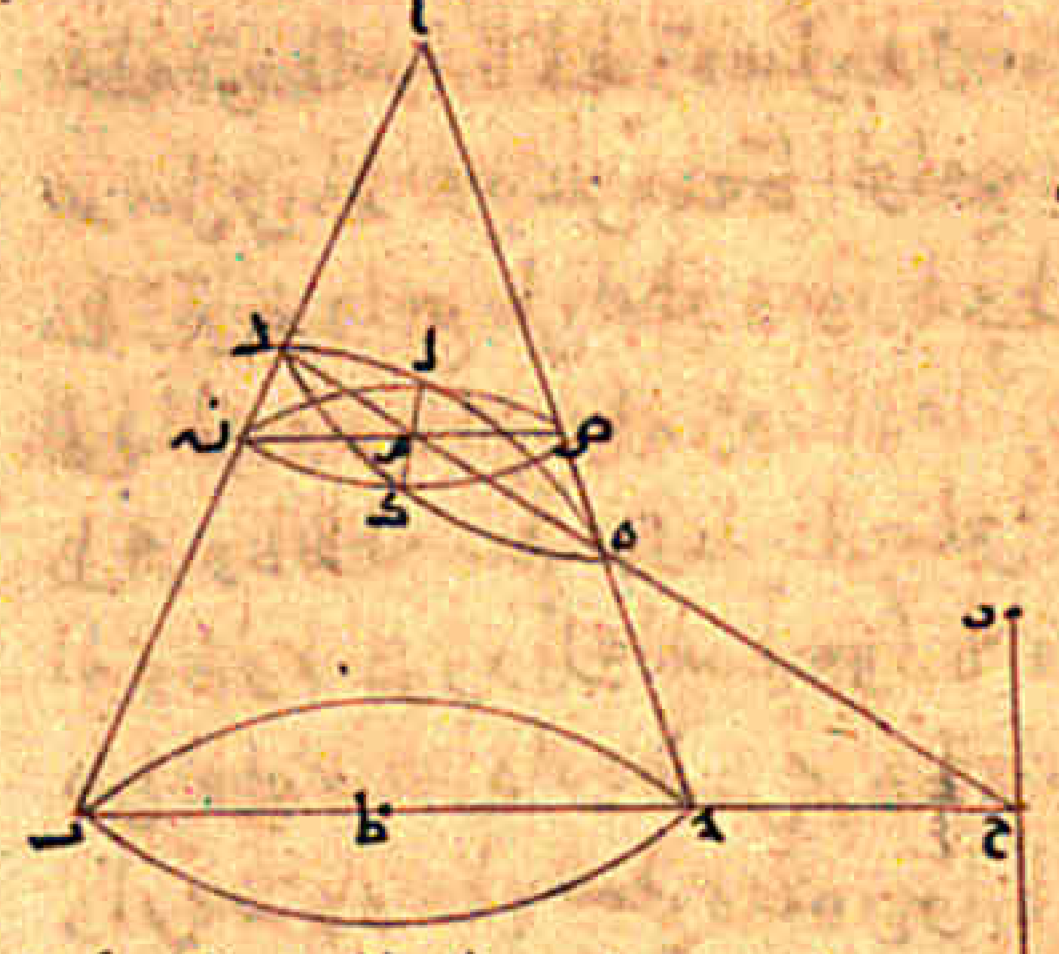
فيكون خط ز ه قائما على كل واحد من خطي ب د ب ج على زوايا قائمة
وعلى السطح الذي يجوز على نقط ب د ب ج ولكن السطح الذي يجوز
على نقط ب ج ب د هو سطح ا ب د فخط ز ه إذا واقع على سطح ا ب د
على زوايا قائمة فكل السطوح الخارجة عليه واقعة على
سطح المثلث الذي هو ا ب د على زوايا قائمة وواحد من تلك
السطوح الخارجة على خط ز ه سطح دائرة ب ج د فيكون سطح ا ب د
واقعا على سطح دائرة ب ج د على زوايا قائمة ولم يكن كذلك
فليس خط ز ه بواقع على خط ب ج على زوايا قائمة وتبين من ذلك
أن قطر قطع ط ز م هو خط ز ح لأن الخطوط التي تخرج في قطع
ط ز م موازية لخط ز ه تنقسم بنصفين بنصفين وذلك ما أردنا أن نبين ه
ح كل مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه ويقطع أيضا بسطح يقطع
قاعدة ذلك المخروط على خط يخرج على زوايا قائمة على قاعدة
المثلث الذي يجوز على سهم المخروط ويكون قطر القطع الذي يحدث
في سطح المخروط إما موازيا لأحد ضلعي المثلث وإما يلقاه إذا
أخرج على استقامة خارجا عن رأس المخروط فإن المخروط والقطع
الحادث فيه يمكن فيهما الزيادة إلى ما لا نهاية له مما يلي قاعدة
المخروط ويمكننا أن نخرج خطا مساويا لخط معروض من قطر القطع
مما يلي رأسه وأن نخرج من ذلك الموضع خطا على القطع موازيا
للخط الذي وقع في قاعدة المخروط فليكن مخروط رأسه نقطة ا
وقاعدته دائرة ب ج د ويقطع بسطح يجوز على سهمه فهو سطح
مثلث ا ب ج ويقطع أيضا بسطح يقطع دائرة ب ج د التي هي
قاعدة المخروط على خط د ه القائم على قاعدة المثلث على زوايا قائمة

ويحدث قطع في سطح المخروط عليه د ز ه محيط بخ اذا ما جعلناها
موازيا للخط ا ح وأما ان يكون تلقاه اذا اخرجا على استقامة
خارجا عن راس المخروط الذي هو نقطة ا فانه اذا اخرج سطح
المخروط والسطح الذي يقطعه مستمرا الى ما لا نهاية له وسهم ح
قطع د ز ه على مثل ذلك فليخرجا على استقامة فمن هو ان خط ط ب
ا د بح سيخرج منهما الى غير نهاية ولان خط بح لما موازيا للخط ا ح
واما تلقاه خارجا من نقطة ا التي هي راس المخروط فيكون خطا بح
ا د اذا اخرجا الى ما
لا يلتقيان خرج لا يلتقيان
ابدا فليخرجا ونعلم
على خط بح المخرج
نقطة عليها ط ونخرج
عليها خطا موازيا
لخط ب د عليه
ك ط ل وخطا آخر
موازيا للخط د ه عليه
ط م ز فالسطح

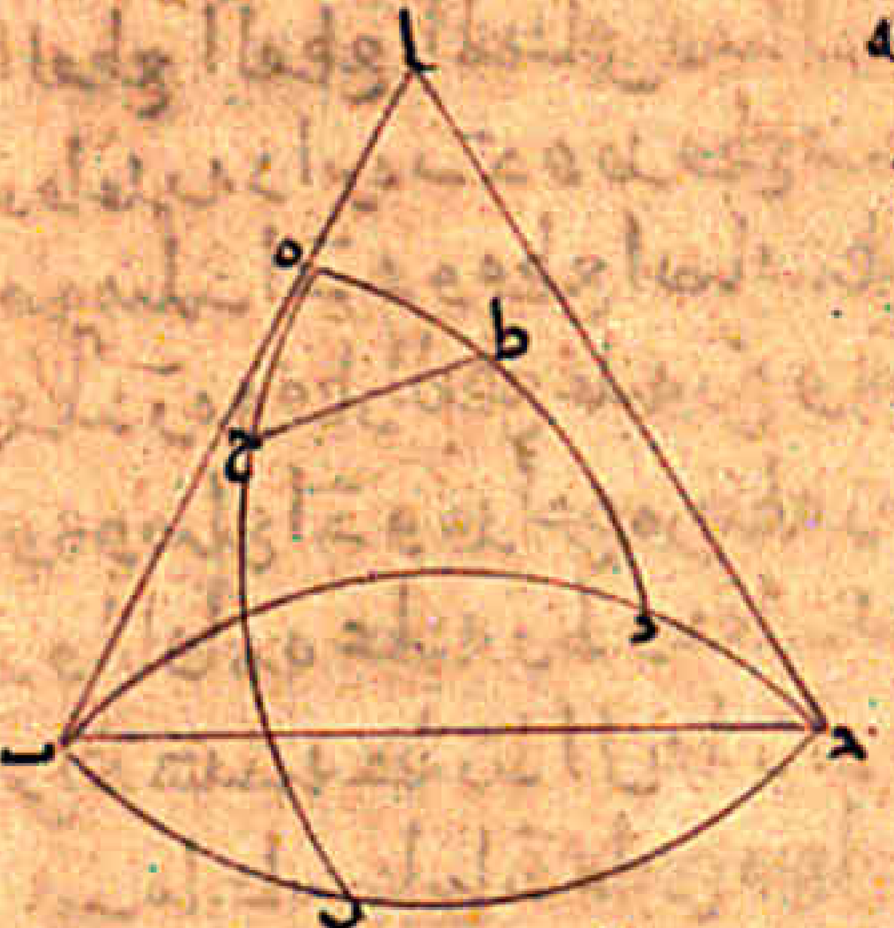


الذي يخرج على نقط ك ل م ز هو موازي للسطح الذي على نقط ب د ز ه
فسطح ك ل م ز دائرة ولان نقط د ه م ز في السطح الذي يقطع
المخروط وفي سطح المخروط يكون على الفصل المشترك للسطحين فقد
امتد قطع د ز ه الى نقطتي م ز فاذا ما زاد سطح المخروط والسطح
الذي يقطعه الى سطح دائرة ك ل م ز فقد امتد قطع د ز ه الى نقطتي

م ز وكذلك ايضا تبين انه ان اخرج سطح المخروط والسطح الذي
يقطعه الى ما لا نهاية له فسيزيد قطع م ز د ز ه الى ما لا نهاية له
وتبين انه ممكنا ان ناخذ مقدار كل خط يزيد من خط د ط مما يلي نقطة
ب لانا ان نحن صيرنا الخط الذي يزيد احدى خط ن س واخرجنا على
نقطة س خطا موازيا للخط د ز ه مثل خط س ق فسيقع على القطع كما
قد تبين في الخط المخرج على نقطة ط الواقع على نقطتي م ز فقد تبين ان
خط ن س ق واقع على القطع وموازيا للخط د ه وان خط ن س مساوي
للخط المعد وضعه مما يلي نقطة ب وذلك ما اردنا ان نبين ط
ان كل مخروط يقطع بسطح غير على كل ضلعي المثلث الذي يخرج على سهم
المخروط ولا يكون ذلك السطح موازيا لقاعدة المخروط ولا مخالفا
فان القطع لا يكون دائرة فليكن مخروط راسه نقطة ا وقاعدته
دائرة ب د ويقطع بسطح لا يكون موازيا لقاعدته ولا مخالفا
ويحدث قطع في سطح المخروط عليه د ك ه فاقول ان خط د ك ه
ليس بدائرة فان امكن ذلك فليكن دائرة وليقع هذا السطح القاطع
للمخروط على سطح القاعدة ويكون موضع قطعهما المشترك خط
بح ومركز دائرة ب د نقطة ط ونخرج عمودا من نقطة ط الى خط
بح عليه ح ط وليخرج على نقطتي ح ط وعلى سهم المخروط سطح يحدث
في سطح المخروط خطي ا ب ا د فلان نقط د ه ح في سطح د ك ه وهي
ايضا في سطح ا ب د تكون نقط د ه ح على الفصل المشترك للسطحين
فنقط ه ح د اذا على خط مستقيم ولنعلم على خط د ك ه نقطة
عليها ك ونخرج خط ك م ل موازيا للخط بح فيكون عند ذلك خط
ك م مساويا للخط م ل فخط د ه قطر للدائرة د ك ل ه ونخرج ايضا

على نقطة م خطاه ... ادنا الخط ب د عليه ز م ص فخط ز م ص موازي لخط
ب د وخط ك ل موازي لخط ز ح فيكون لذلك السطح الذي يكون على نقط
ص ك م موازيا للسطح الذي يكون على نقط ب ز ح أعني القاعدة ويكون
القطع دائرة فليكن ن ك ص ولان خط ز ح قائم على خط ب ح على

زوايا قائمة يكون خط
ك م أيضا قائما على خط
ن ص على زوايا قائمة
فالذي يكون من ضرب
خط ن م في م ص مساوي
لمربع ك م ولكن الذي
يكون من ضرب خط د م
في م ه مساويا لمربع
ك م ولكن الذي يكون من ضرب خط د م في م ه مساويا لمربع ك م لأن
خط د ك ه ل قد فرض أنه دائرة وقطرها خط د ه فالذي يكون من ضرب
خط م ن في م ص مساوي للذي يكون من ضرب خط د م في م ه فنسبة
ن م إلى م د كنسبة ه م إلى م ص فمثلث د ن م شبيه بمثلث ص م ه
وزاوية د ن م مساوية لزاوية م ه ص ولكن زاوية د ن م مساوية
لزاوية ا ب ج لأن خط ز ص موازي لخط ب د وزاوية ا ب ج مساوية لزاوية
م ه ص فالقطع مخالف إذا وإن لم يكن كذلك فليس خط د ك ه
دائرة وذلك ما أردنا أن نبين

و كل قطع في مخروط يعلم على سطحه نقطتان فإن الخط الذي يصل بينهما يقع
داخل القطع والخط المتصل به على استقامة يقع خارجا من القطع

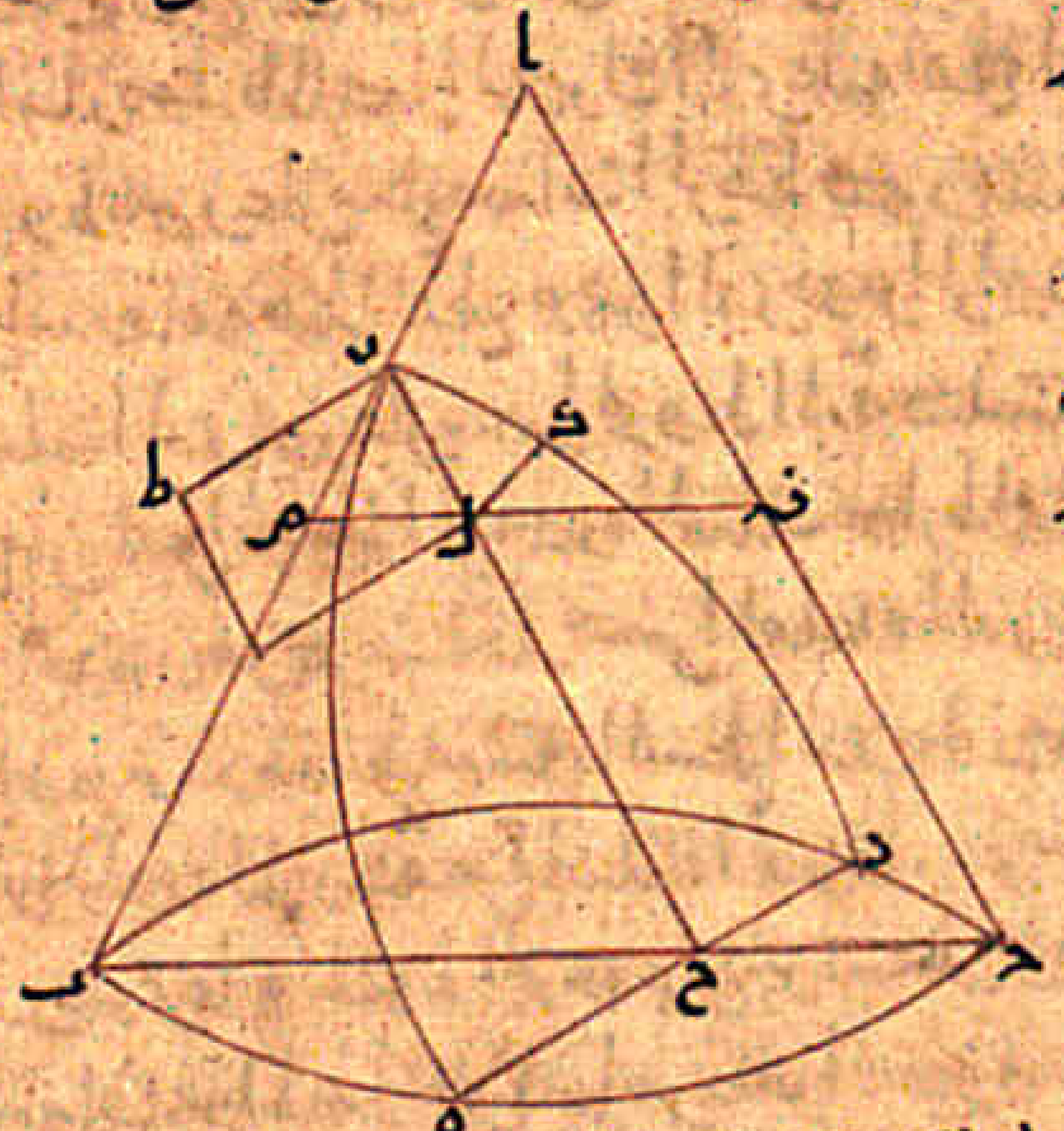
فليكن مخروط رأسه نقطة ا وقاعدته دائرة ب ج د وليقطع بسطح يجوز
على سهمه وليحدث قطعه مثلث ا ب د وليقطع أيضا بسطح آخر فليحدث
قطعه وسطح المخروط خط د ه ز وليعلم على خط د ه ز نقطتين عليهما
ح ط فأقول أن الخط الذي يصل أحدهما بالآخر يقع داخلا في قطع
د ه ز والخط المتصل به على استقامة يقع خارجا من القطع فلأن

مخروطا رأسه نقطة ا وقاعدته
دائرة ب ج د قد قطع بسطح
يجوز على سهمه وتعلم على
سطحه نقطتا ح ط اللتان
ليستا على ضلع المثلث الذي
خرج على سهم المخروط فالخط
الذي يصل ح بنقطة ط ليس
يحاذي نقطة ا فالخط الذي
يصل ما بين نقطتي ح ط إذا يقع داخلا في المخروط والخط المتصل به
على استقامة يقع خارجا منه وكذلك يعرض في قطع د ز ه
وذلك ما أردنا أن نبين

ز كل مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه ويقطع أيضا بسطح آخر يقطع
قاعدته على خط مستقيم يجوز على قاعدة المثلث الذي يخرج على
سهم المخروط على زوايا قائمة ويكون قطر ذلك القطع موازيا
لأحد ضلعي المثلث الذي خرج على سهم المخروط فإن الخطوط التي
تخرج إلى قطر القطع من أي المواضع كانت من خط القطع ويكون
موازية للخط المشترك الذي عليه يقطع سطح القطع القاعدة

المخروط تهوي على سطح يكون من ضرب الخط الذي يكون من موضع
مسها اياها على قطر القطع الى راس القطع في خط اخر يكون نسبته
الى الخط الذي يكون من راس القطع الى راس المخروط كنسبة مربع
قاعدة المثلث الذي يخرج على سهم المخروط الى السطح الذي يكون من
ضرب احد ضلعي ذلك المثلث الباقيين في الاخر ولنسم هذا
القطع القطع المكافي ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا
وقاعدته دائرة ب ج ه وقد قطع بسطح يمر على سهم المخروط واحدث
فيه مثلث ا ب ج وقطع ايضا بسطح اخر يقطع قاعدة المخروط على
خط د ه وقطر القطع عليه ز ح وهو موازٍ لاحد ضلعي المثلث
وهو ضلع ا ج وقد اخرج من نقطة ز خط قائم على خط ز ح على
زوايا قائمة عليه ز ط وجعلت نسبة مربع ب ج الى سطح ب ا
في ا ج كنسبة خط ز ط الى خط ز ا وقد تعلمت نقطة على خط القطع
حيث ما كانت عليها ك واخرج منها خط موازٍ لخط د ه عليه ك ل
فاقول ان مربع ك ل مساوٍ للذي يكون من ضرب خط ط ز في
ز ل وبرهان ذلك انا نخرج على نقطة ل خطا موازيا لخط ب ج عليه
م ن وقد اخرج خط ك ل موازيا لخط د ه فالسطح الذي يمر على
نقطتي ك ل م ن موازٍ للسطح الذي يكون على نقطتي ب ج د ه فيصير
السطح الذي يكون على نقط ك ل م ن للمخروط دائرة قطرها
خط م ن وخط ك ل واقع على قطر م ن على زوايا قائمة لان
خط د ه قائم على خط ب ج على زوايا قائمة والذي يكون من ضرب
ك ل في نفسه مساوٍ لسطح م ل في ل ن ونسبة مربع ب ج الى
سطح ب ا في ا ج كنسبة خط ط ز الى خط ز ا ونسبة مربع ب ج الى

13

سطح ب ا في ا ج مركبة من نسبة ب ج الى ج ا ومن نسبة ب ج الى ب ا
ولكن نسبة ب ج الى ج ا كنسبة م ن الى ز ا او كنسبة ل م الى ل ز
ونسبة ج ب الى ب ا كنسبة ن م الى م ا او كنسبة ل م الى م ز
وكنسبة ن ل الى ز ا والنسبة المركبة فنسبة ط ز الى ز ا
مركبة من نسبة م ل الى ل ز ومن نسبة ن ل الى ز ا والنسبة
والنسبة المركبة من م ل الى ل ز ومن ل ن الى ز ا هي نسبة
سطح م ل في ل ن
الى سطح ل ز في
ز ا فنسبة
ط ز الى ز ا كنسبة
سطح م ل في ل ن
الى سطح ل ز في
ز ا ونسبة
ط ز الى ز ا اذا
جعل ضرباه خط ز ل
ارتفاعا مشتركا



فهما كانت نسبة سطح ط ز في ز ل الى سطح ل ز في ز ا فنسبة سطح م ل
في ل ن الى سطح ل ز في ز ا كنسبة سطح ط ز في ز ل الى سطح ل ز في ز ا
فسطح م ل في ل ن مساوٍ لسطح ط ز في ز ل ولكن سطح م ل في ل ن
مساوٍ لمربع ك ل فمربع ك ل مساوٍ لسطح ط ز في ز ل فلنسم
هذا القطع القطع المكافي ونسمي خط ط ز الخط الذي تهوي عليه الخطوط
المخرجة الى قطر ز ح على الترتيب الخط القائم ٥

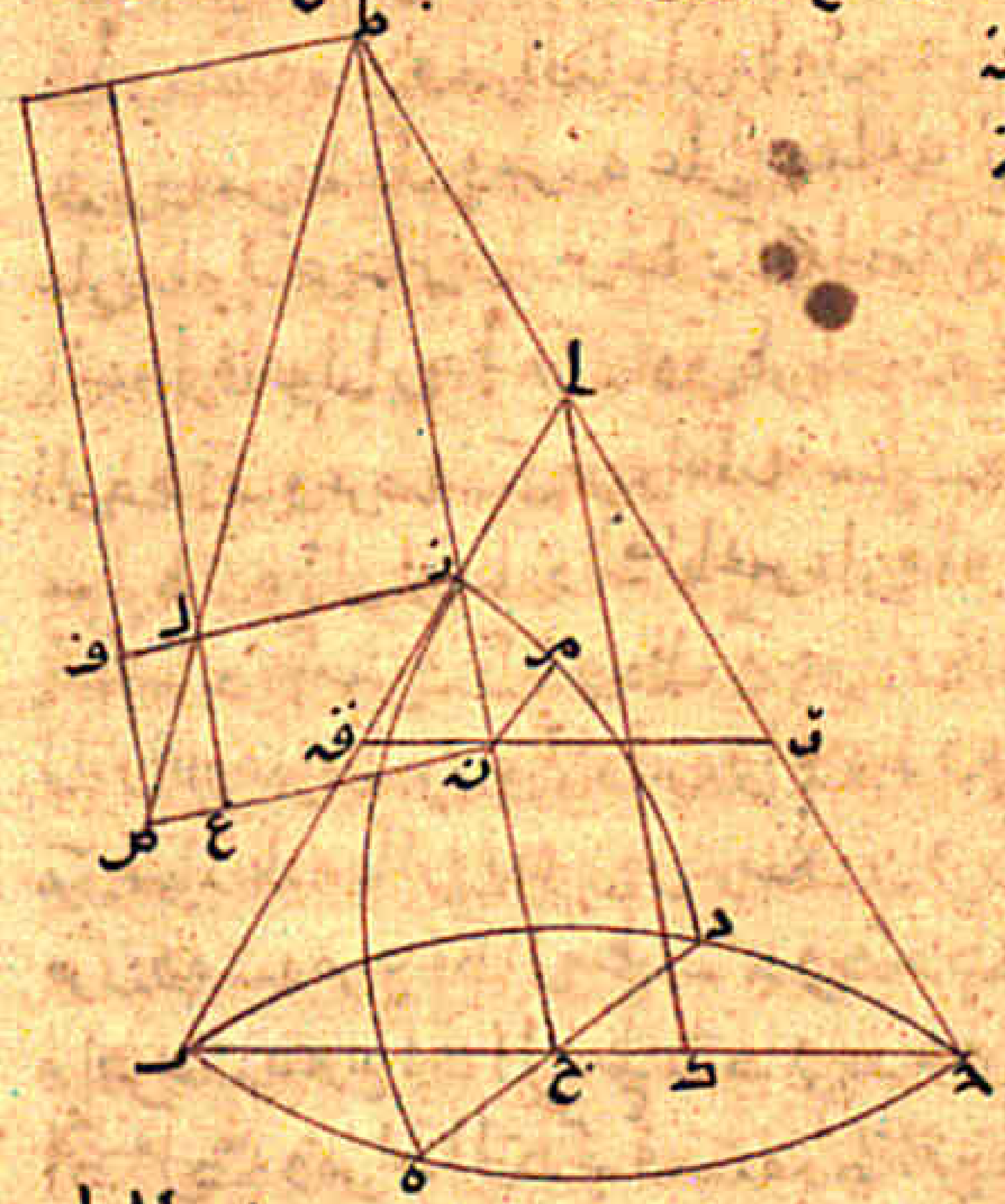
فنسبة ط ز الى ز ا مركبة من نسبة ب ج الى ج ا ومن نسبة ج ب الى ب ا اولى

اذا مخروط يقطع بسطح يجوز على سهمه ويقطع ايضا بسطح آخر يقطع
قاعدته على خط مستقيم يجوز على قاعدة المثلث الذي يخرج
على سهم المخروط على زوايا قائمة ويكون قطر ذلك القطع
اذا اخرج على استقامة يلقى احد ضلعي المثلث المخرج على سهم
المخروط اذا اخرج على استقامة خارجا عن راس المخروط فان
الخط الذي يخرج من اي المواضع كان من خط القطع الى قطر القطع
اذا كان موازيا للفصل المشترك الذي عليه يقطع السطح لقاعدة
المخروط يقوى على سطح مضاف الى خط تكون نسبته الى الخط المخرج
على استقامة قطر القطع وهو الذي يوتر الزاوية الخارجة من
المثلث الذي يجوز على سهم المخروط اليه كنسبة مربع الخط الذي
يخرج من راس المخروط الى قاعدة المثلث موازيا لقطر القطع الى السطح
الذي يكون من ضرب احد قسمي القاعدة الذي يفصله الخط المخرج
في الآخر بزيادة سطح شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب الخط الذي
يوتر الزاوية الخارجة من المثلث الذي يجوز على سهم المخروط في الخط
الذي يقوى عليه الخطوط المخرجة على الترتيب على ان يكون عرض السطح
المضاف هو الخط الذي فيما بين راس القطع ومسقط خط الترتيب
من قطر القطع ويسمى هذا القطع القطع الزائد ومثال ذلك
ان مخروطا راسه نقطة آ وقاعدته دائرة ب ج د وقد قطع بسطح
آخر يقطع قاعدة المخروط على خط د ه وقطر القطع عليه ز ح واذا
اخرج على استقامة يلقى ضلع المثلث الذي عليه ا ج اذا اخرج
على استقامة على نقطة ط وخرج من نقطة آ خطا موازيا لقطر
القطع يقع على قاعدة مثلث ا ب ج عليه ا ك وخرج من نقطة ز

خطا قائما على خط ز ح على زوايا قائمة عليه ز ل وجعل نسبة
مربع ا ك الى السطح ب ك في ك ج كنسبة خط ز ط الى خط ز ل ثم نعلم
نقطة على خط القطع حيث وقعت عليها م ونخرج على نقطة م خطا موازيا
لخط د ه عليه م ن ونخرج ايضا على نقطة ن خطا موازيا لخط ز ل عليه
ن س ونصل خط ط ل ونخرجه على استقامة الى نقطة ص ونخرج
على نقطتي ل س خطين موازيين لخط ز ن عليهما ل ع س ف ونتمم خطوط
الشكل فاقول ان خط م ن يقوى على سطح ن ص الذي هو مضاف
الى خط ز ل وعرضه ز ن ويزيد عليه سطح ل ص الذي هو شبيه
بسطح ط ز في ز ل برهان ذلك انا نخرج على نقطة ن خطا موازيا
لخط ب ج ولكن ف ن ر وخط ن م موازي لخط د ه فالسطح
الذي يجوز على نقط م ن ف ر دائرة في المخروط وقطرها ف ن ر وخط
م ن عمود عليه فالذي يكون من ضرب ف ن في ن ر مساو لمربع
م ن ونسبة مربع ا ك الى السطح ب ك في ك ج كنسبة ز ط الى ز ل
ولكن نسبة مربع ا ك الى السطح ب ك في ك ج مركبة من نسبة
ا ك الى ك ج ومن ا ك الى ك ب فنسبة ز ط الى ز ل مركبة من نسبة
ا ك الى ك ج ومن نسبة ا ك الى ك ب فنسبة ط ز الى ز ل مركبة
من نسبة ا ك الى ك ج ومن نسبة ا ك الى ك ب ونسبة ا ك الى ك ج
كنسبة ط ح الى ح ج وكنسبة ط ن الى ن ر ونسبة ا ك الى ك ب
كنسبة ز ح الى ح ب وكنسبة ز ن الى ن ف فنسبة ط ز الى ز ل
مركبة من نسبة ط ن الى ن ر ومن نسبة ز ن الى ن ف والنسبة
المركبة من ط ن الى ن ر ومن ز ن الى ن ف هي نسبة سطح ط ن في
ن ر الى سطح ز ن في ن ف فنسبة سطح ط ن في ن ر الى ز ن في

سطح

ن ق كنسبة سطح ط ز الى ز ل وكنسبة ط ن الى ن ص ونسبة
ط ن الى ن ق اذا اخذ خط ز ن ارتفاعا مشتركا لهما كنسبة
سطح ط ن في ن ز الى سطح ز ن في ن ص فنسبة سطح ط ن في ن ز

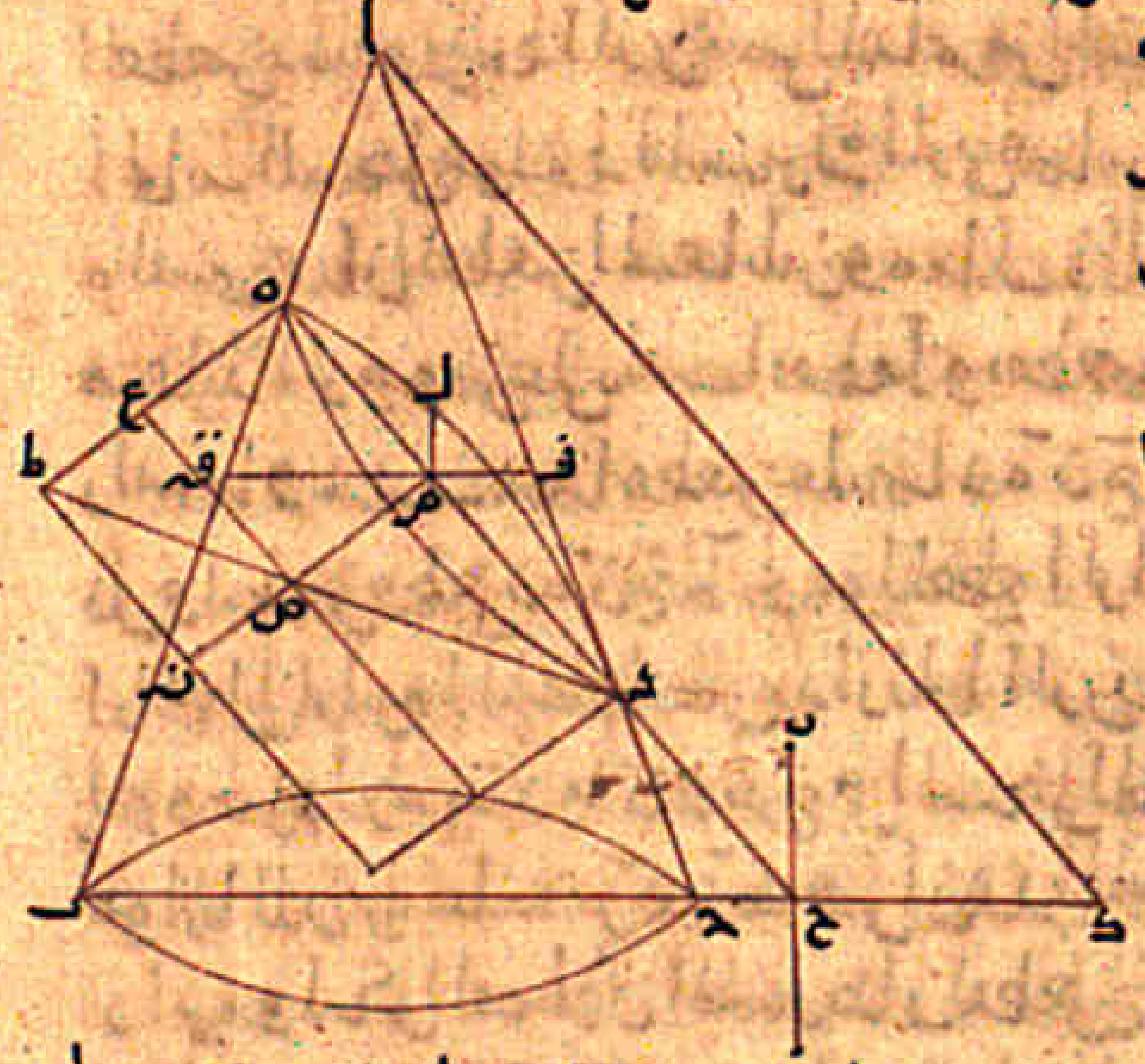


الى سطح ز ن في ن ق
كنسبة سطح ط ن
في ن ز الى سطح
ن ص في ن ز والذي
يكون من ضرب
ز ن في ن ق مساو
للذي يكون من
ضرب ص ن في ن ز
وقد كان تبين ان
مربع م ن مساو
لسطح ز ن في ن ق
فمربع م ن مساو
لسطح ص ن في ن ز والذي يكون من ضرب ص ن في ن ز هو سطح ص ز المتوازي
الاضلاع فقد تبين ان خط م ن يقوى على سطح ص ز الذي هو مضاف
الى خط ز ل وعرضه ز ن ويزيد عليه سطح ل ص الذي هو شبيه
بسطح ط ز في ز ل فلنسم هذا القطع القطع الزائد ولنسم خط
ز ل الخط الذي يقوى عليه الخطوط التي تخرج الى القطر على الترتيب
ولنسم ايضا القائم ولنسم خط ز ط المجانب
اذا قطع مخروط سطح مر على سهمه وقطع ايضا سطح اخر مستو ح

على كلا ضلعي المثلث المخرج على سهم المخروط ولا يكون موازيا
لقاعدة المخروط ولا مخالفا لها ويكون للسطح الذي فيه قاعدة
المخروط والسطح الذي يقطع المخروط اذا اخرجا تقاطع على خط يكون
عمودا اما قائما اما على قاعدة المثلث المخرج على سهم المخروط واما
على الخط المتصل بالقاعدة على استقامة فان الخط الذي يخرج من اي
موضع كان من خط القطع الى قطره اذا كان موازيا للخط الذي عليه
تقاطع السطحان يقوى على سطح مضاف الى خط يكون نسبته
الى قطر القطع كنسبة مربع الخط الذي يخرج من راس المخروط
موازيا لقطر القطع ويلقى قاعدة المثلث الذي هو على سهم
المخروط اذا اخرجت القاعدة على استقامة الى الذي يكون من ضرب
وتر الزاوية التي عند راس المخروط ويحيط بها الخط الذي يخرج من
راس المخروط موازيا لقطر القطع واحد ضلعي المثلث الذي يمر على
سهم المخروط في وتر الزاوية التي عند راس المخروط ويحيط بها
الخط الذي يخرج من راس المخروط موازيا لقطر القطع والضلع
الآخر من المثلث الذي يقطع المخروط على سهمه ويكون عرض ذلك
السطح الخط الذي يكون من موضع مسقط الخط المخرج من القطع
على قطر القطع الى راس القطع وينقص ايضا سطحا شبيها بالسطح
الذي يكون من ضرب قطر القطع في الخط الذي يقوى عليه الخطوط
المخرجة الى قطر القطع على الترتيب ولنسم هذا القطع القطع
الناقص ومثال ذلك ان مخروطا راسه نقطة ا وقاعدته دائرة
ب ج د قد قطع بسطح مر على سهمه وهو مثلث ا ب ج وقطع ايضا
بسطح اخر مر على كلا ضلعي المثلث المخرج على سهم المخروط وليس

موازي لقاعدة المخروط ولا مخالف لها واحدث قطعا في المخروط عليه
د ه الفصل المشترك للسطح المخرج ولسطح قاعدة المخروط هو خط
زح الذي يقطع خط ب ج اذا اخرج على استقامة على زوايا قائمة
من خط زه عليه ه ط فيخرج من نقطة ا وقطر القطع خط د ه ونخرج
من نقطة ه خطا على زوايا قائمة من خط د ه عليه ه ط ونخرج من
نقطة ا خطا موازيا لقطر د ه عليه ا ك ونجعل نسبة خط د ه الى
خط ه ط كنسبة مربع ا ك الى سطح ب ك في ك ج ونعلم نقطة
على القطع حيثما وقعت عليها ل ونخرج من نقطة ل خطا موازيا
لخط زح عليه ل م فاقول ان خط ل م يقوى على سطح مضاف الى
خط ه ط وعرضه خط ه م وينقص سطحا شبيها بالسطح الذي يكون
من ضرب خط د ه في خط ه ط فلنصل نقطة د بنقطة ط بخط د ط
ونخرج من نقطة م خطا موازيا لخط ه ط عليه م ص ن ونخرج على
نقطتي ط ن خطين موازيين لخط ه م عليهما ط ن ص ع وعلى نقطة
م خطا موازيا لخط ب ج عليه ف م ق فلان خط ف ق موازي
لخط ب ج وخط ل م موازي لخط زح فالسطح الذي يكون على نقطتي
ل م ف ق موازي للسطح الذي على نقط زح ب ج اعني سطح قاعدة
المخروط فالسطح الذي يخرج على نقط ل م ف ق يكون دائرة
وقطرها خط ف ق ويكون خط ل م عمودا عليه فالذي يكون
من ضرب خط ف م في خط م ق مساوي لمربع ل م ولان نسبة
مربع ا ك الى سطح ب ك في ك ج هي كنسبة خط د ه الى خط ه ط
ونسبة مربع ا ك الى سطح ب ك في ك ج هي مركبة من نسبة
ا ك الى ك ب ومن نسبة ا ك الى ك ج ونسبة ا ك الى ك ب كنسبة

ه ح الى ح ب وكنسبة ه م الى م ق ونسبة ا ك الى ك ج كنسبة
د ح الى ح ج وكنسبة د م الى م ف فنسبة د ه الى ه ط مركبة من
نسبة ه م الى م ق ومن نسبة د م الى م ف والنسبة المركبة من
ه م الى م ق ومن د م الى م ف هي نسبة سطح ه م في م د الى سطح ف م
في م ق فنسبة سطح ه م في م د الى سطح ف م في م ق كنسبة د ه
الى ه ط وكنسبة
د م الى م ص ولكن
نسبة د م الى
م ص اذا جعلنا
خط م ه ارتفاعا
مشتركا كنسبة
سطح د م في م ه
الى سطح ص م في
م ه فنسبة سطح
د م في م ه الى



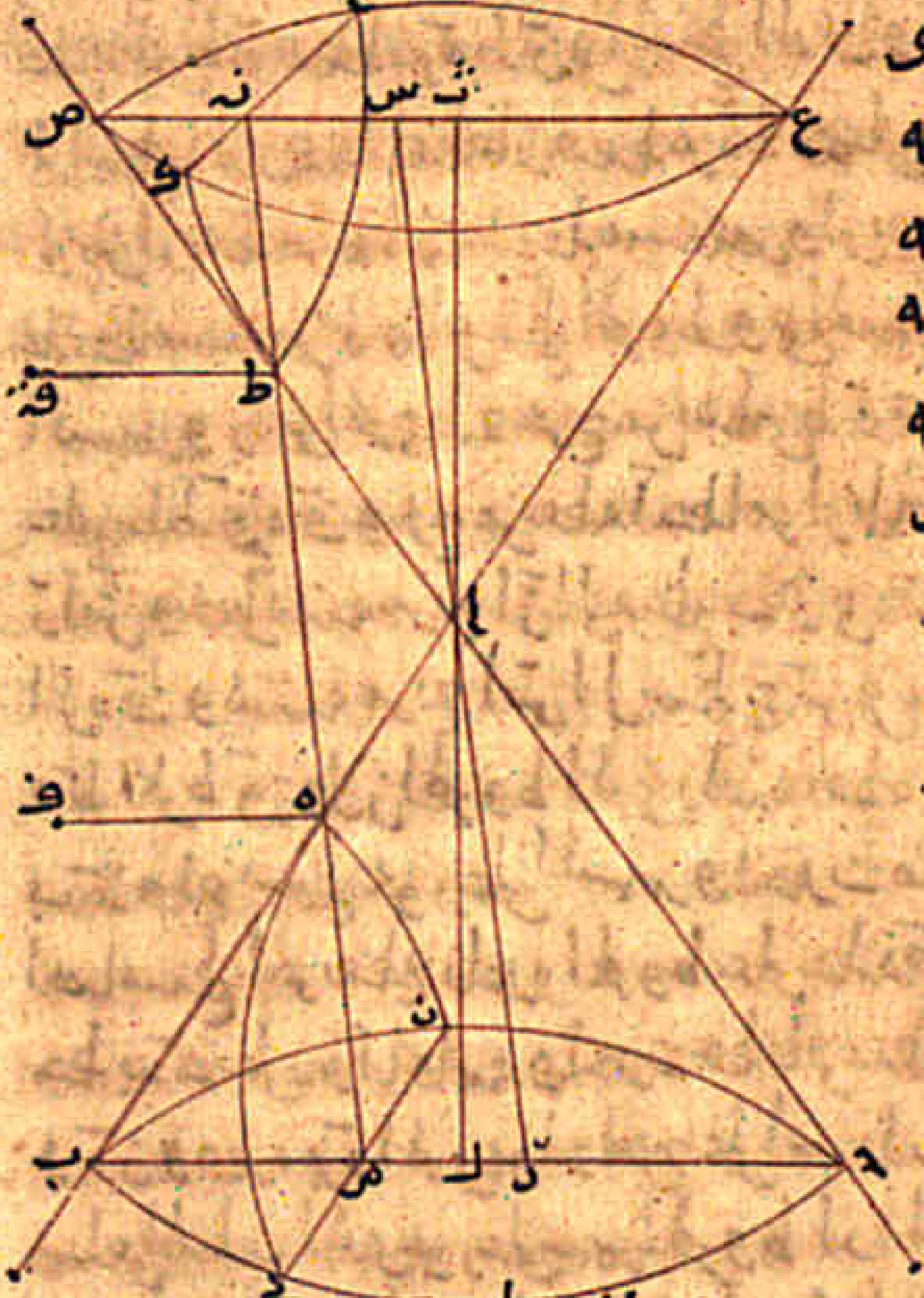
سطح ف م في م ق كنسبة سطح د م في م ه الى سطح ص م في م ه فسطح
ف م في م ق مساوي لسطح ص م في م ه وقد تبين ان سطح ف م في
م ق مساوي لمربع ل م فسطح ص م في م ه مساوي لمربع ل م فخط
ل م يقوى على سطح مضاف الى خط ط ه وعرضه خط م ه ناقص سطح
ع ن الذي هو شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب د ه في ه ط فلنسم
هذا القطع القطع الناقص ونسمي خط ه ط الخط الذي يقوى عليه
الخطوط المخرجة الى قطر القطع ونسمي القائم ونسمي خط ه د المجانب

وحكم الدائرة في خطوط الترتيب التي فيها حكم القطع الناقص
إلا أن خطها القائم مساوٍ لقطرها ○

يد إذا قطعت الأشكال المخروطة المتقابلة المتماسة الرؤوس
بسطح لا يمر على رأسها فإن القطع في كل واحد منهما هو القطع
الزائد وقطرهما جميعا واحد والخط الذي يسمى القائم من أحد
القطعين مساوٍ للخط الذي يسمى القائم من القطع الآخر والقطر
المجانب للشكل هو الخط المشترك الذي فيما بين رأسي القطعين
ولنسمّ هذين القطعين المتقابلين ومثال ذلك أن يكون خطا ب
متقابلا الرؤوس على رأسهما نقطة آ ويقطعهما سطح لا يمر على
رأسيهما ويحدث فيهما قطعين عليهما د ه ز ح ط ك فأقول أن
كل واحد من قطعي د ه ز ح ط ك هو القطع الزائد برهان ذلك
أنا نجعل الدائرة التي عليها كان مدار الخط الذي رسم الشكلين
المخروطين دائرة ب ح د ن ونخرج في الشكل المقابل لها سطحا
موازيا للدائرة عليه م ح ع ك فمن أجل أن هذا السطح في المخروط
دائرة ولتكن الفصلان المشتركان لقطعي ح ط ك ز ه د
وللدائرتين خطا ز ح ك وهما متوازيان ولتكن سهم المخروطين
خط ل آ ت ومركزا الدائرتين نقطتا ل ت ونخرج من نقطة ل
عمودا على خط ز د عليه ل م ونمده إلى محيط الدائرة إلى
نقطتي ب د ونخرج سطحا على نقطتي ب د وسهم المخروط
فيحدث في الدائرتين فصلين مشتركين متوازيين عليهما ن ب
م ع ويحدث في الشكلين خطي آ ع د آ م ويكون خط
م ع قائما على خط ح ك على زوايا قائمة لأن خط ب د نظيره

على خط ز د على زوايا قائمة وكل واحد منهما موازٍ لنظيره
ولأن السطح المخرج على السهم وقع من القطعين على نقطتي م ن
السهم ويوجد أحد القطعين من أجل أن السطح يقطع القطعين فليقطعهما
على نقطتي ط ه فيصير قطرهما ط ن ه والسطح الذي يمر على السهم في
السطح الذي فيه القطعان فيصير قطرهما ط ن ه على خط مستقيم
ومن أجل أن نقط م ط آ د على خط مستقيم وأن نقط ب ه آ ع أيضا
على خط مستقيم لأنها في سطح المخروط وفي السطح الذي يمر على
السهم ورأس المخروط ونخرج من نقطتي ط ه عمودين على خط ط ه
عليهما ط ق ه ف ونخرج من نقطة آ خطا موازيا لخط م ه ط عليه
آ س ونجعل نسبة مربع آ س إلى سطح ب س في س د كنسبة ط ه
إلى ه ف ونسبة مربع آ س إلى سطح ع س في س م كنسبة
ه ط إلى ط ق فلأن المخروط الذي رأسه نقطة آ وقاعدته دائرة
ب د قطع بسطح يمر على السهم وأحدث مثلث آ ب د وقطع
أيضا بسطح آخر يقطع قاعدة المخروط على خط ز م الذي هو قائم على
خط ب د على زوايا قائمة وأحدث قطعا في سطح المخروط عليه
د ه ن وقطره م ه الذي هو إذا أخرج على استقامة وقع على أحد
ضلعي المثلث الذي يمر على سهم المخروط إذا أخرج على استقامته
خارجا عن رأسه وأخرج خط من نقطة آ موازيا للقطر الذي هو خط
ه م عليه آ س ومن نقطة ه خط قائما على خط ه م عليه ه ف على
زوايا قائمة ونسبة مربع آ س إلى سطح ب س في س د كنسبة ه ط
إلى ه ف يكون لذلك قطع د ه ن هو القطع الزائد وخط ه ف هو الخط
الذي يسمى القائم والقطر المجانب في هذا القطع هو خط ط ه وكذلك

بيّن أن قطع ح ط ك قطع زائد وقطره ط ن وخط ط ق هو
الذي يسمى القائم والقطر المجانب وهذا القطع إنما هو خط
ط ه فأقول إن خط ط ق مساوي لخط ه ف وبرهان ذلك أن

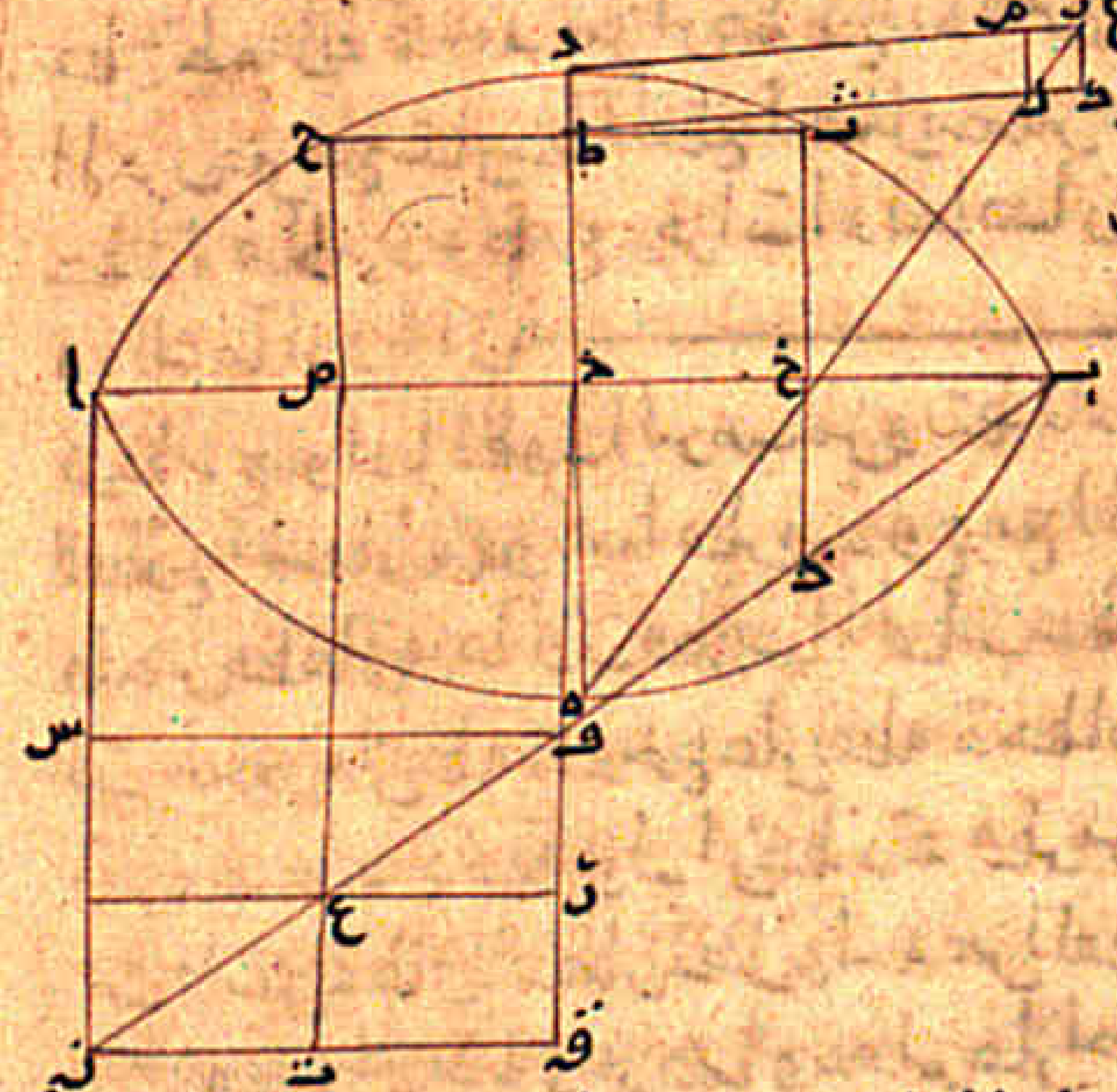


خط ب د موازي
لخط ص ع فنسبة
ا ن إلى ن ه كنسبة
ا س إلى س ص ونسبة
ا ن إلى ن ب كنسبة
ا س إلى س ع ولكن
نسبة ا ن إلى ن د
مثناة بنسبة
ا ن إلى ن ب هي نسبة
مربع ا ن إلى
سطح ب ن في
ن د ونسبة
ا س إلى س ص
مثناة بنسبة
ا س إلى س ع كنسبة مربع ا س إلى سطح ص س في س ع فنسبة
مربع ا ن إلى سطح ب ن في ن د كنسبة مربع ا س إلى سطح ص س في س ع
ولكن نسبة مربع ا ن إلى سطح ب ن في ن د كنسبة ه ط إلى ه ف
ونسبة مربع ا س إلى سطح ص س في س ع كنسبة ه ط إلى ط ق
فنسبة ط ه إلى ه ف كنسبة ه ط إلى ط ق فخط ه ف مساوي

لخط ط ق وذلك ما أردنا أن نبيّن
نه إن خطا خرج من وسط قطر القطع الناقص على حسب الترتيب حتى ينتهي
إلى الجسم إلى خط القطع على الترتيب ويصير نسبة الخط المخرج
إلى قطر القطع كنسبة القطر إلى خط آخر فإن الخط الذي يخرج
من أي موضع كان من القطع إلى الخط المخرج على حسب القطر إذا
كان موازيا لقطر القطع يقوى على السطح الذي يكون من ضرب
الخط الثالث المناسب في الخط الذي من موضع مسقط الخط
المخرج الموازي للقطر إلى موضع خط القطع من خط الترتيب ينقص
سطحا شبيها بالسطح الذي يكون من ضرب الخط الثالث المناسب في
خط الترتيب الذي جاز على وسط القطر ويكون الخط الموازي
للقطر إذا أخرج على استقامة إلى الناحية الأخرى حتى يلقى
القطع ينقسم بنصفين على الخط الذي جاز على وسط القطر فليكن
قطع ناقص عليه قطره خط ا ب وننصف خط ا ب بنصفين على نقطة د
ونخرج على نقطة د خطا على الترتيب على كلي الجهتين إلى أن ينتهي إلى
القطع عليه د ج ه ونخرج من نقطة د خطا على خط د ه على زوايا
قائمة عليه د ز ونجعل نسبة د ه إلى ا ب كنسبة ا ب إلى د ز
ونعلم نقطة ما على القطع عليها ح ونخرج من نقطة ح خطا
موازيا لخط ا ب عليه ح ط ونصل ه ز ونخرج من نقطة ط خطا
موازيا لخط د ز عليه ط ك ونخرج على نقطتي ز ل خطين موازيين
لخط ط د عليهما ز ك ل م ونتمم سطح د ك فأقول إن خط
ح ط يقوى على سطح د ل الذي هو مضاف إلى خط د ز وعرضه
خط د ط ينقص عن سطح ل ز الذي هو شبيه بسطح ه د ود ز فليكن

الخط الذي يسمى القائم خط ان و نصل ب ن وتخرج على نقطة ح
خطا موازيا لخط ده عليه ح ص و على نقطتي ص د خطين موازيين
لخط ان عليهما ص ع د ف وعلى نقطتي ع ف خطين موازيين لخط
اب عليهما ع ز ر ف ويتم الشكل فمربع د ه مساوٍ لسطح
اف ومربع ح ص لسطح اع ولان نسبة ب ا الى ان كنسبة
ب ه الى ه ف وكنسبة ف س الى س ن وخط ب ه مساوٍ
لخط ه ا الذي هو مثل س ف يكون خط ه ف مساويا لخط س ن
وخط ب ف مساوٍ لخط ف ن فسطح اف مساوٍ لسطح س ق و ح
وسطح ص س مساوٍ لسطح س ت ولان سطح ع س مساوٍ لسطح
ع و فاذا الحصرنا سطح ن ع مشتركا يكون سطح س ت مساويا لسطح
ن ز ولسطح س ص ونصير سطح س ت مشتركا فيكون ف الذي
هو مثل ف ا هو مساوٍ لسطح اع مع سطح ف ع فسطح ف ا يزيد
على سطح اع بسطح ع ف ولكن سطح اف مساوٍ لمربع ه د وسطح
اع مساوٍ لمربع ص ح وسطح ع ف هو ع ز و ز ف فمربع ه د
يزيد على مربع ح ص بسطح ع ز و ز ف ولان خط ده ينقسم
بنصفين على نقطة د وبقسمين مختلفين على نقطة ط يكون سطح
ه ط و ط د مع مربع ح ط الذي هو مثل ص ح مساويا لمربع
ه د فمربع ه د يزيد على مربع ص ح بسطح ه ط و ط د وقد كانت
زيادة مربع ه د على مربع ح ص بسطح ع ز و ز ف فسطح ه ط
و ط د مساوٍ لسطح ع ز و ز ف ولان نسبة ه د الى اب كنسبة
اب الى د ن يكون نسبة ده الى د ن كنسبة مربع ده الى مربع
اب الذي هو كنسبة مربع ه د الى مربع ه ب ولكن مربع ه د

مساوٍ لسطح ف د و ه ا الذي هو مثل ف د و ه ب فنسبة ه د
الى د ن التي هي مثل ه ط الى ط ل التي هي مثل سطح ه ط و ط د الى
سطح د ط و ط ل اذا اصيرت ط د ارتفاعا مشتركا هي كنسبة
ف د و ه ب الى مربع ه ب ومثل نسبة سطح ف ز و ز ع الى مربع
ع ز لان ز مثل ب ف ه ف ز ع متشابهان وسطح ه ط و ط د مساوٍ
لسطح ف ز و ز ع ن م
فسطح د ط في
ط ل مساوٍ
لمربع ع ز و هو
مثل مربع ح ص
الذي هو مثل
مربع ح ط فخط
ح ط يقوى على
سطح د ل الذي
هو مضاف الى
خط د ن وعرضه

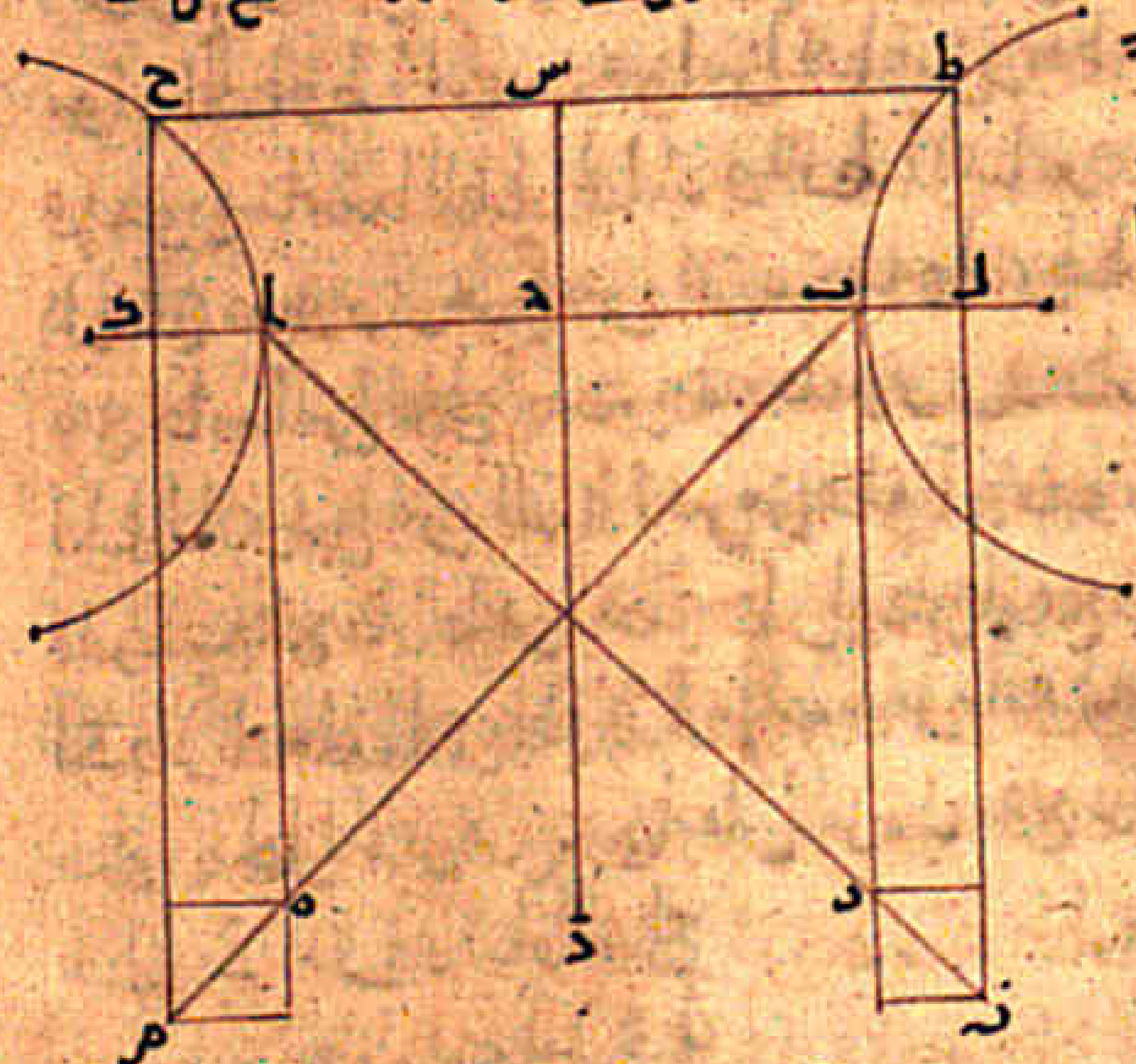


د ط ويقصر سطح ن ل الذي هو شبيه بسطح ه د و د ن فاقول ان خط
ح ط اذا اخرج الى الناحية الاخرى من القطع انفصل بنصفين بخط
ده فليخرج ويقع على القطع على نقطة ث وتخرج على نقطة ث خطا
موازيا لخط ح ص عليه ث خ وعلى نقطة خ خطا موازيا لخط
ان عليه خ ذ فخط ح ص مساوٍ لخط ث خ ومربع ح ص مساوٍ لمربع
ث خ ومربع ح ص مساوٍ لسطح ا ص في ص ع ومربع ث خ مساوٍ

لسطح ل خ في خ د فسطح ا ص في ص ع مساوي لسطح ل خ في خ د فنسبة
ع ص الى ذ ح كنسبة خ د الى ا ص ونسبة ع ص الى خ د كنسبة
ص ب الى ب خ فنسبة خ د الى ا ص كنسبة ص ب الى ب خ واذا فصلنا
كانت نسبة خ ص الى ص ا كنسبة خ ص الى خ ب فخط ا ص مساوي
لخط خ ب وخط ا د مثل د ب فنقطة د مثل د خ ولذلك يكون
خط ح ط مثل ط ث فقد تبين ان خط ط ح اذا اخرج الى الناحية
الاخرى حتى يقع على خط القطع انفصل بنصفين على خط د ه فليستقم
خط د ه قطر مزدوج مع قطر ا ب اذا ما كان على الترتيب
وذلك ما اردنا ان نبين

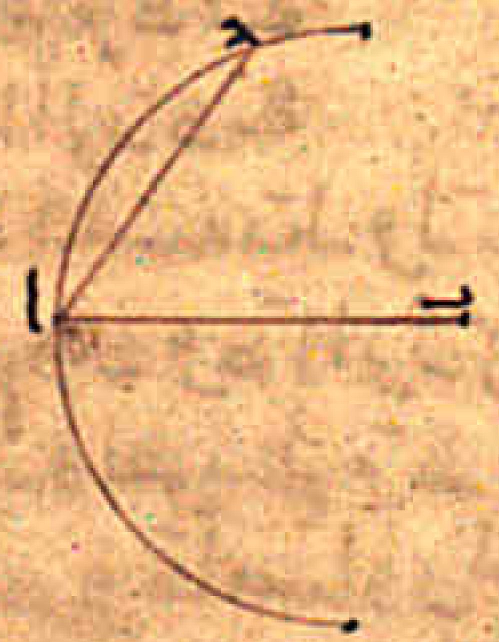
نو كل خط يخرج موازيا للخطوط المرتبة من وسط القطر المجانب
للقطوع المتقابلة فهو ايضا قطر مزدوج مع القطر المجانب
فليكن قطعان متقابلان قطرهما المجانب خط ا ب وينصف
ا ب بنصفين على نقطة د ويخرج على نقطة د خطا موازيا للخطوط
المرتبة عليه ح د فاقول ان خط د ح قطر مزدوج مع قطر
ا ب فليكن الخطان القائمان لكل واحد من القطعين خطي ا ه
ب ز ويوصل ا ز ب ه ويخرجا ويعلم على احد القطعين
نقطة عليها ح ويخرج على نقطة ح خطا موازيا لخط ا ب عليه
ح ط ومن نقطتي ح ط خطي ح ك ط ل على الترتيب وعلى ك ل
خطين موازيين لخطي ا ه ب ز عليهما ك م ل ن ولان خطي ح ك
ط ل متوازيان لما تقدم من بيان ذلك في الشكل يد فانهما
متساويان فيكون مربع ح ك مساويا لمربع ط ل ولكن
مربع ح ك مساوي لسطح ا ك في ك م ومربع ط ل مساوي

لسطح ب ل في ل ن فسطح ا ك في ك م مساوي لسطح ب ل في ل ن
ولان خط ا ه مساوي لخط ب ز تكون نسبة ا ه الى ا ب كنسبة
ز ب الى ب ا ولكن نسبة ا ه الى ا ب كنسبة م ك الى ك ب
ونسبة ز ب الى ب ا كنسبة ن ل الى ل ا ولكن نسبة م ك الى
ك ب اذا اخذنا ك ا ارتفاعا مشتركا كنسبة سطح م ك في



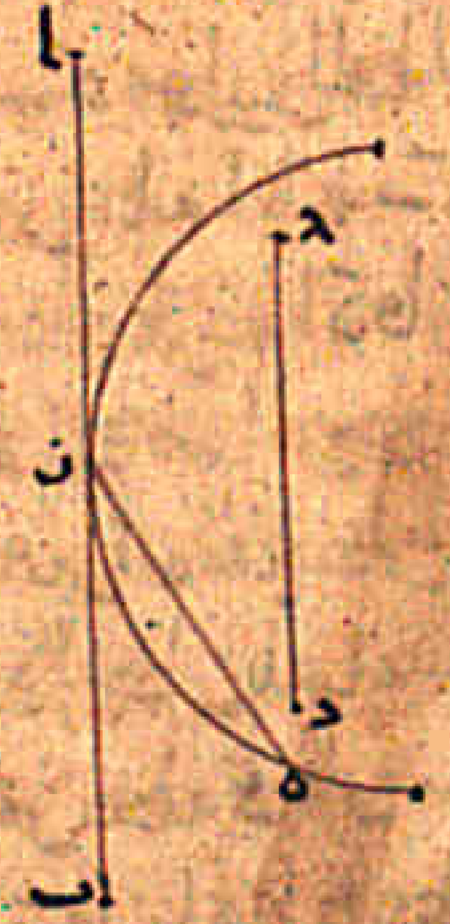
ك ا الى ب ك في
ك ا ونسبة
ن ل الى ل ا اذا
اخذنا ب ل
ارتفاعا مشتركا
كنسبة سطح
ن ل في ل ب الى
ا ل في ل ب فنسبة
سطح م ك في
ك ا الى ب ك في
ك ا كنسبة ن ل في ل ب الى ا ل في ل ب واذا بدلنا كانت نسبة
سطح م ك في ك ا الى ن ل في ل ب كنسبة ب ك في ك ا الى ا ل في
ل ب ولكن سطح م ك في ك ا مساوي لسطح ن ل في ل ب فسطح
ب ك في ك ا مساوي لسطح ا ل في ل ب فخط ا ك مساوي لخط
ل ب وخط ا د مثل د ب فكل ك د مثل د ل ولذلك يكون ح س
مثل س ط فخط ح ط موازي لخط ا ب وقد انقطع بنصفين بخط س د
فخط س د قطر مزدوج مع خط ا ب وذلك ما اردنا ان نبين

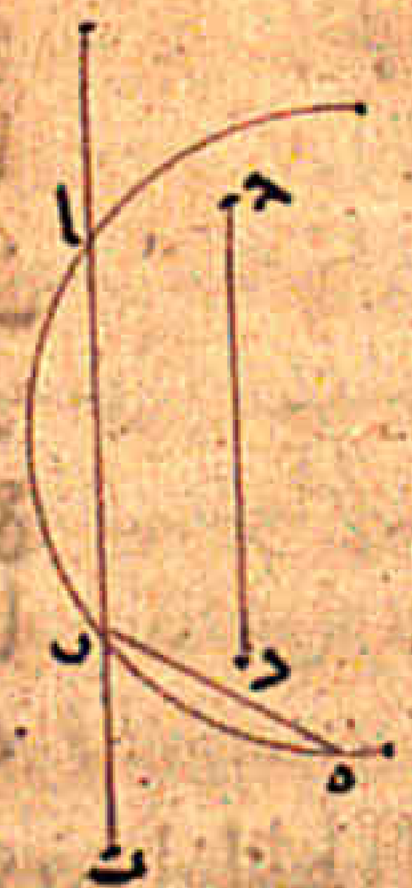
فلنسمّ النقطة التي هي وسط القطر المجانس من القطع الزائد والقطع
الناقص مركز ذلك القطع ولنسمّ الخطوط التي تخرج من تلك النقطة
الى خط القطع الخطوط الخارجة من المركز الى القطع ونسمّي ايضا
النقطة التي هي وسط القطر المجانب للقطوع المتقابلة مركز تلك
القطوع ونسمّي القطر المزدوج الذي يخرج من ذلك المركز
موازيا للخطوط المرتبة فيما بين القطعين ونقطة المركز مستقيما
ويكون مناسبا للقطر المجانب وللخط القائم فيما بينهما قطرا ثانيا
لز كل قطع صنوبري يخرج من راسه خط موازي للخطوط المرتبة فانه
يقع خارجا من القطع فليكن قطع صنوبري وقطره اب فاقول ان
الخط الذي يخرج من راسه اعني من نقطة ا ويكون موازيا للخطوط
المرتبة يقع خارجا من القطع فان امكن فليقع داخلا من القطع مثل
اج فلانا تعلمنا في قطع هذه الصورة نقطة ج كيف ما وقعت
يكون الخط الذي يخرج منها على الترتيب يقع داخلا في القطع على
خط اب الذي هو قطر القطع



وسيقطع القطر مستقيما خط
جد اذا اخرج على استقامته
وقطعه خط اب مستقيما وذلك
ما لا يمكن لان خط اد اذا
اخرج وقع خارجا من القطع
مماسا او لشكل ح فبين انه
ليس يقع الخط الذي يخرج من نقطة ا موازيا للخطوط المرتبة في
داخل القطع ولكنه يقع خارجا منه وذلك يكون مماسا للقطع

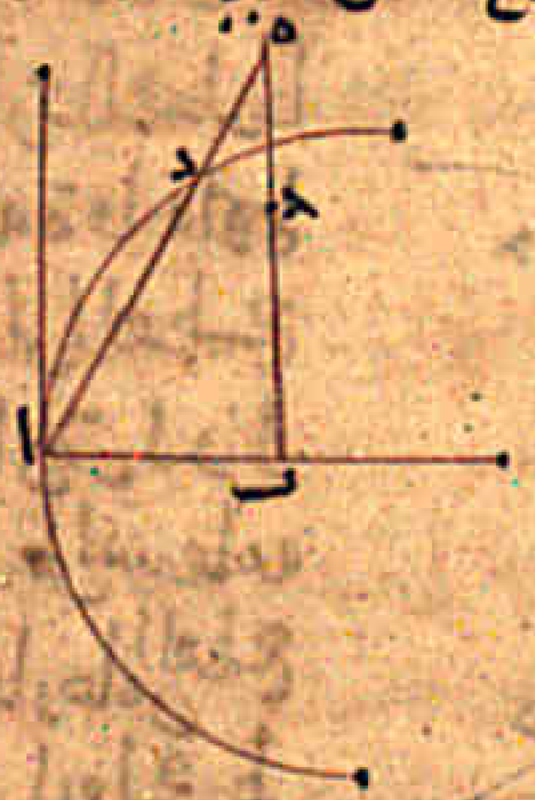
وذلك ما اردنا ان نبين
لح اذا خط مماس قطع المخروط ويكون اذا اخرج في كلتى الجهتين وقع
خارجا من القطع فانه اذا تعلمت نقطة داخل ذلك القطع
واخرج منها خط موازي لذلك الخط المماس ثم اخرج على
استقامته في كلتى الجهتين فانه يقع على خط القطع فليكن
قطع صنوبري وخط مماسه عليه اب يكون اذا اخرج في كلتى
الجهتين وقع خارجا من القطع ونعلم نقطة داخل القطع عليها
د ويخرج من نقطة د خط موازيا لخط اب عليه دج فاقول ان
خط دج اذا اخرج على استقامته في كلتى الجهتين وقع على القطع
فلنعلم نقطة على القطع عليها ه ونصل ه ن ولان خط اب موازي
لخط جد ونقطة ن تقع على خط اب فخط جد اذا اخرج وقع
على خط ه ن فان كان ذلك فيما بين نقطتي ه ن فبين انه يقع على القطع





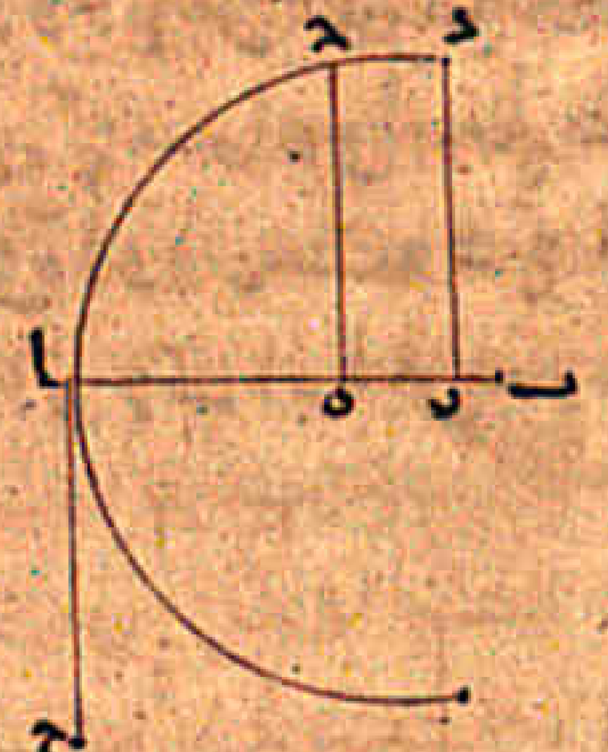
وان كان ذلك خارجا
عن نقطة ه فانه اولا
يقع على القطع
ان كان ه ن اذا
اخرج على استقامته
وقع خارجا من القطع
مماسا له فخط
جد اذا اخرج
على استقامته الى ناحية ده وقع على القطع وكذلك يتبين
انه اذا اخرج فيما يلي نقطة ا وقع على القطع ايضا من الجهة الاخرى

وقد بين ان خط د ه اذا اخرج في كلتي الجهتين وقع على القطع
وكذلك يكون خط د اذا اخرج موازيا لخط اب الذي قد قطع
القطع فانه يلقى القطع من الجهتين وبين ذلك بمثل هذا
البرهان وذلك ما اردنا ان نبين
كل قطع صنوبري فان الخط الذي يخرج من قطره من اي المواضع يط
كان منه موازيا للخطوط الترتيب فانه يقع على القطع فليكن قطع
مخروط قطره اب ونعلم نقطة ما على القطر عليها ب ونخرج من
نقطة ب خطا على الترتيب عليه ب د فاقول ان خط ب د اذا اخرج
وقع على القطع فلنعلم نقطة على القطع عليها د ونقطة ا
هي على القطع فلنصل ا د والخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة
د يقع داخل القطع ولان الخط الذي يخرج من نقطة ا موازيا
للخطوط الترتيب يقع خارجا من القطع ويقع عليه خط ا د وخط



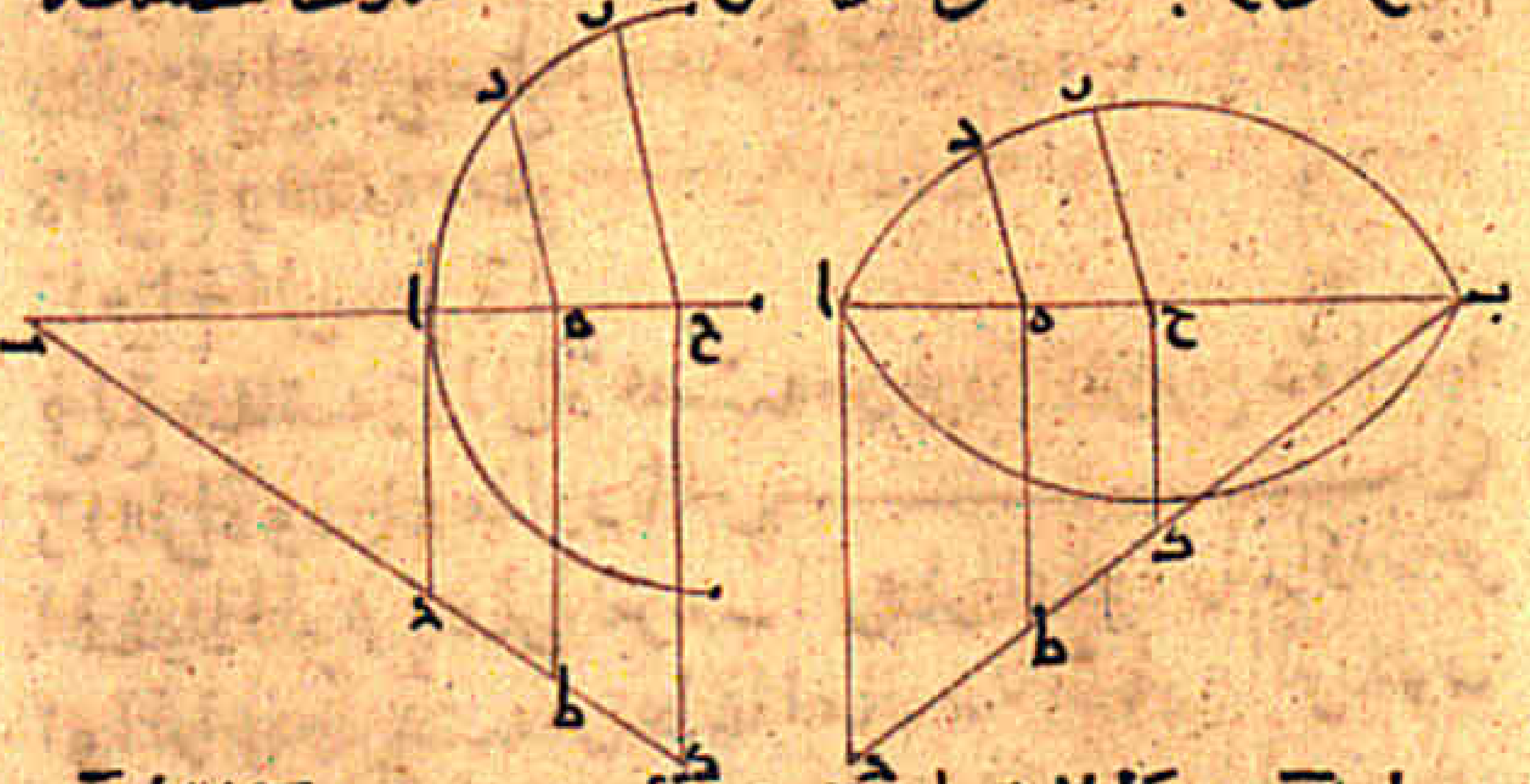
ب د موازي للخط الذي يخرج
من نقطة ا فخط ب د ايضا
يقع على خط ا د فان كان
ذلك فيما بين نقطتي ا د
فبين انه يقع على القطع
وان كان يلقاه خارجا
من نقطة د على مثل نقطة
ه فانه اولا يقع على القطع فبين ان الخط الذي يخرج من نقطة ب موازيا
للخطوط الترتيب يقع على القطع وذلك ما اردنا ان نبين
كل خطين يخرجان من اي موضع كان من القطع الصنوبري الذي يسمى ك

المكافي الى القطر على الترتيب فان نسبة مربع احدهما الى مربع
الاخر كنسبة قطعي القطر اللذين يقطعهما الخطان مما
يلي راس القطع احدهما الى الاخر فليكن قطع مكافي قطره
اب ونعلم عليه نقطتي ج د ونخرج منهما خطين على الترتيب الى
القطر الذي هو خط اب عليهما ج ه د ز فاقول ان نسبة
مربع د ز الى مربع ج ه كنسبة خط ز ا الى خط ا ه فليكن الخط
الذي يسمى القائم في هذا القطع خط ا ح فمربع د ز مساوي



لسطح ز ا في ا ح ومربع
ج ه مساوي لسطح ه ا
في ا ح فنسبة مربع د ز
الى مربع ج ه كنسبة
سطح ز ا في ا ح الى سطح
ه ا في ا ح ونسبة سطح
ز ا في ا ح الى سطح ه ا
في ا ح كنسبة ز ا الى ا ه فنسبة مربع د ز الى مربع ج ه كنسبة
ز ا الى ا ه وذلك ما اردنا ان نبين
الخطوط التي تخرج على الترتيب الى قطر القطع الزائد او الناقص كا
او الدائرة فان نسبة مربعاتها اما عند السطوح التي تكون
من ضرب قطع القطر التي تقع عليها تلك الخطوط في الخطوط التي
من تلك المواضع الى ما يلي منتهى الضلع المجانب لذلك الشكل
فكنسبة ضلع ذلك الشكل الذي يقال له القائم الى القطر
المجانب واما نسبة مربعات خطوط الترتيب بعضها عند بعض

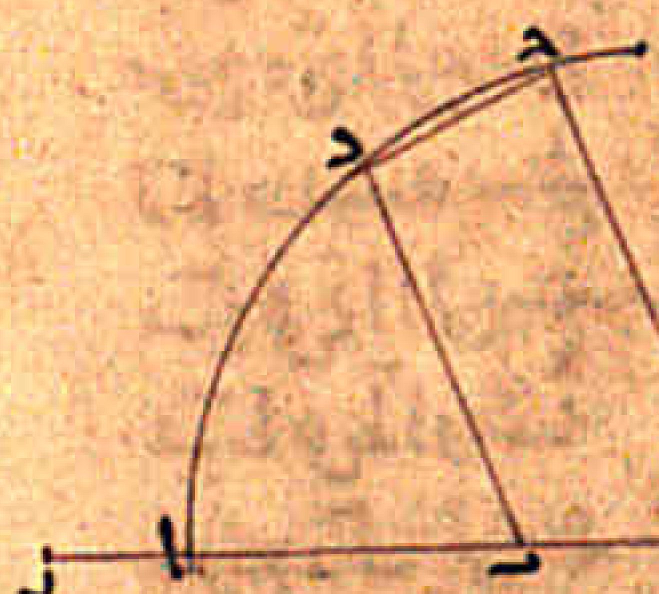
فنسبة السطوح التي تكون من ضرب تلك الخطوط التي ذكرنا
في الخطوط التي تكون من تلك المواضع الى ما يلي طرفي القطر
المجانب فليكن قطع زائد او ناقص او دائرة والقطر خط اب
وليكن الخط الذي يسمى القائم خط اك ونخرج خطي دة زح الى
القطر على الترتيب فاقول ان نسبة مربع زح الى سطح اح
في حب كنسبة اك الى اب وان نسبة مربع زح الى مربع دة
كنسبة سطح اح في حب الى سطح اة في ةب وبرهان ذلك انا نصل
بك ونخرج من نقطتي ةح خطين موازيين لخط اك عليهما ةط حك
فمربع زح مساو لسطح كح في حا ومربع دة مساو لسطح
طة في ةا ولان نسبة كح الى حب كنسبة كا الى اب ونسبة
كح الى حب اذا اخذ صيرنا اح ارتفاعا مشتركا كنسبة

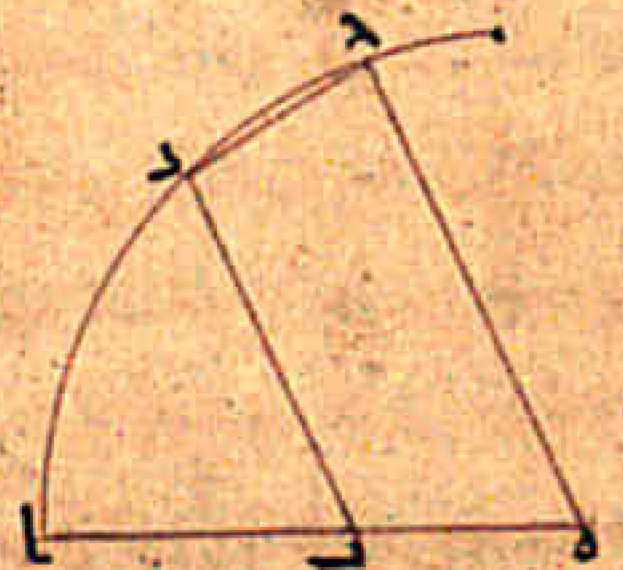


سطح كح في حا الى سطح بح في حا تكون نسبة كا الى اب
نسبة سطح كح في حا التي هي مثل مربع زح الى سطح بح في
حا وكذلك تكون نسبة مربع دة الى سطح بة في ةا كنسبة
كا الى اب فنسبة مربع زح الى سطح بح في حا كنسبة

مربع دة الى سطح بة في ةا واذا بدلنا كانت نسبة سطح
بح في حا الى سطح بة في ةا كنسبة مربع زح الى مربع دة
وذلك ما اردنا ان نبين
ومثل هذا البرهان يتبين فيما يستعمل ان حكم سائر اقطار
هذه القطوع مثل هذا الحكم

كب الخط المستقيم يقطع القطع المكافئ او الزائد على موضعين
فان ذلك الخط اذا اخرج على استقامته اتصل بقطر ذلك الشكل
اذا اخرج على استقامته اتصل بقطر ذلك الشكل اذا اخرج
خارجا من القطع فليكن قطع مكافئ او زائد قطره اب وليقطع
ذلك القطع خط على نقطتي جد فاقول ان خط جد اذا اخرج على
استقامته لقي قطر الشكل الذي هو اب اذا اخرج خارجا من القطع
ونخرج من نقطتي جد خطي جة دت على الترتيب وليكن القطع
اولا القطع المكافئ فلان في القطع المكافئ نسبة
مربع جة
الى مربع
دب كنسبة
ةا الى اب
وخط ةا
اطول من
خط اب

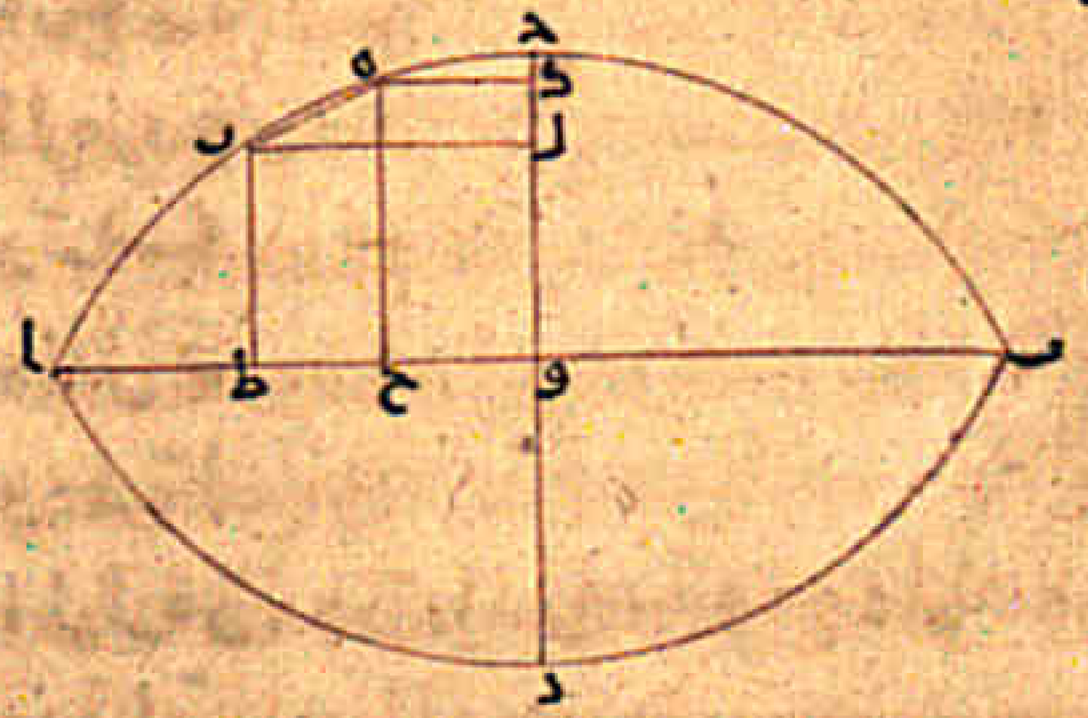




يكون لذلك مربع جة اعظم من مربع دب ولذلك ايضا يكون خط
جة اعظم من خط دب وموازيا له فخط جد اذا اخرج على

استقامة وقع على خط اب الذي هو قطر الشكل خارجا من القطع
ولنكن القطع اولا القطع الزائد وقطره المجانب از فلان
القطع الزائد نسبة مربع حـ ه الى مربع دب كنسبة سطح
ده في ها الى سطح دب في با او سطح ده في ها اعظم من سطح دب
في با فيكون مربع حـ ه اعظم من مربع دب فحـ ه اعظم من دب
وموازٍ له فخط حـد اذا اخرج على استقامة لقي قطر القطع
خارجا من القطع وذلك ما اردنا ان نبين

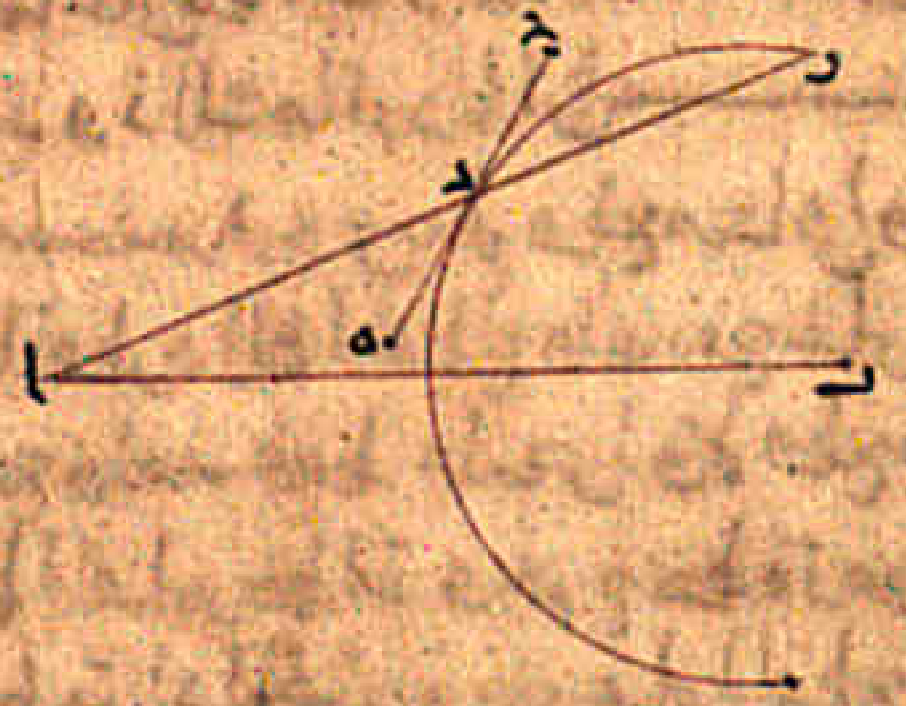
كج لا خط يقطع القطع الناقص ويكون مماسا لقطريه المزدوجين
فانه اذا اخرج على استقامة اتصل بكلي القطرين فليكن قطع
ناقص وقطراه خطا اب حـد وليكن خط هز يقطع القطع مماسا
لقطريه اللذين هما اب حـد فاقول ان خط هز اذا اخرج
اتصل بكل واحد من خطي اب حـد خارجا من القطع فليخرج من
نقطتي ه ز على الترتيب الى خط اب خطا هح زط والى خط دحـ
خطا هك زل فنسبة



مربع هح الى مربع
زط كنسبة سطح
بح في حا الى سطح
بط في طا ونسبة
مربع زل الى مربع
هك كنسبة سطح
دل في لحـ الى سطح دك في كحـ ولكن سطح بح في حا اعظم
من سطح بط في طا او سطح دل في لحـ اعظم من سطح دك في

دك فمربع حـ ه اعظم من مربع زط ومربع زل اعظم من مربع هك
فخط هح اعظم من خط زط وخط زل اعظم من خط هك وخط
حه موازٍ لخط زط وخط زل موازٍ لخط هك فخط هز اذا اخرج
على استقامة اتصل بكل واحد من قطري اب حـد خارجا من
القطع وذلك ما اردنا ان نبين

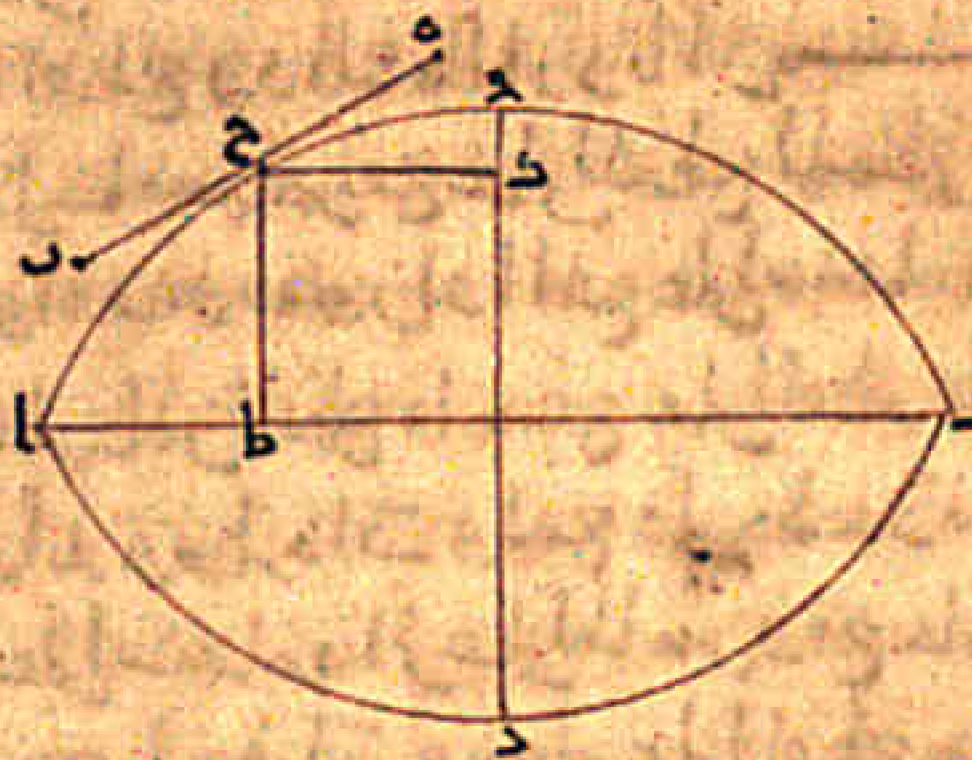
كد لا خط مستقيم يقع على القطع المكافئ او الزائد على نقطة
واحدة ويكون اذا اخرج على استقامة الى كلتي الجهتين كان
خارجا من القطع فانه يقع على القطر فليكن قطع مكافئ او
زائد وقطره اب وليقع عليه خط حـده على نقطة د واذا اخرج
على استقامة الى كلتي الجهتين وقع خارجا من القطع فاقول انه
يقع على قطر اب وليعلم على القطع نقطة ما عليها ز وليصل دز
فخط دز اذا اخرج



على استقامة
وقع على قطر
القطع خارجا
من القطع فليقع
على نقطة ا وخط
ده مماس القطع
وخط دا فخط ده اذا اخرج وقع على القطر خارجا من القطع
وذلك ما اردنا ان نبين

كه لا خط يقع على القطع الناقص فيما بين القطرين المزدوجين واذا
اخرج على استقامة وقع خارجا من القطع فانه يلقى كل واحد

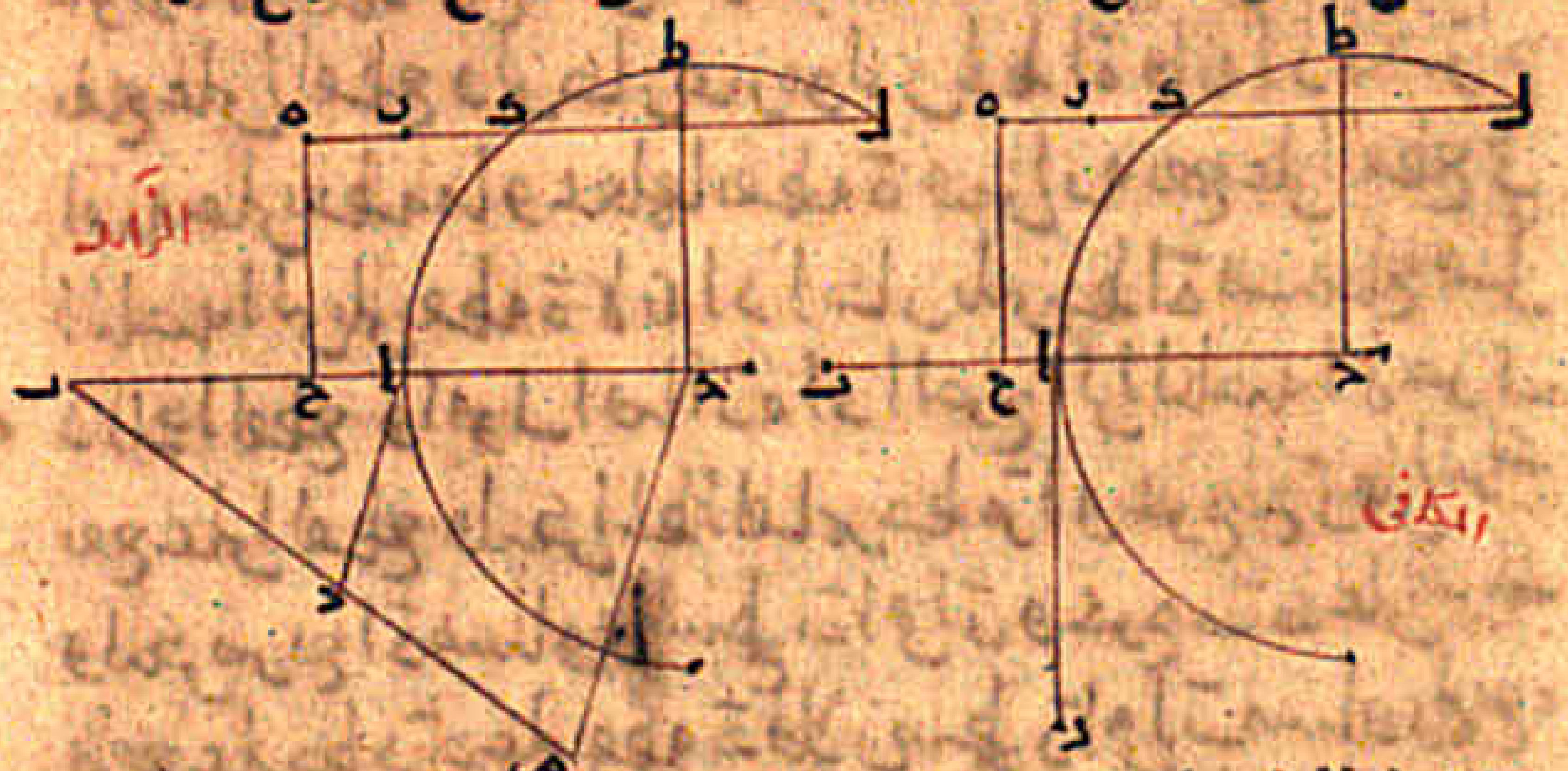
من القطرين خارج من القطع فليكن قطع ناقص وقطراه المزدوجان
خطا اب جد وليقع عليه خط ما فيماس القطرين المزدوجين
عليه ه ز ويماسه على نقطة ح وليكن الخط اذا اخرج على استقامة فاقول
ويلقى الخطين وقع خارج من القطع ان خط ه ز يلقى خطي اب جد



خارجا من القطع فليخرج
من نقطة ح الى خطي اب
جد خطين على الترتيب
عليهما ح ط ح ك فلان
ح ك موازي لخط اب
وقد وقع خط ح ز
على خط جد فانه
يقع ايضا على خط اب وكذلك ايضا نبين ان خط ه ز يقع على
خط جد وذلك ما اردنا ان نبين

كو اذا خط مستقيم خرج في سطح قطع مكافئ او قطع زائد ويكون
موازيا لقطر ذلك القطع فانه يقع على ذلك القطع على
موضع واحد فقط فليكن اولا قطع مكافئ وقطره ا ب خ
والخط القائم خط ا ذ ويخرج خط ه ز موازيا للخطين فاقول
ان خط ه ز اذا اخرج وقع على القطع وليخرج خط ه ح موازيا
لخطوط الترتيب وليكن ذ ا في ا د اعظم من مربع ه ح وليخرج
خط د ط من نقطة د على الترتيب فمربع ط د مساو لسطح
ذ ا في ا د ولكن سطح ذ ا في ا د اعظم من مربع ه ح فاعظم من خط
فخط ط د اعظم من خط ه ح وهما متوازيان فخط ه ز اذا اخرج

على استقامة قطع خط ط د ولذلك يقع على القطع على نقطة
ك فاقول انه يقع على موضع واحد فقط وهو نقطة ك فان
امكن ان يقع على اكثر من ذلك فليقع ايضا على نقطة ل فلان
خطا مستقيما يقطع قطعا مكافئا على موضعين يكون اذا
اخرج وقع على قطر ذلك القطع وذلك ما لا يمكن لان خط
ه ز كان موازيا للقطر فاذا اخرج على استقامة وقع على
القطع على موضع واحد فقط ولكن القطع القطع الزائد



والقطر المجانب للشكل خط ا ب والضلع القائم خط ا ذ وصل ذ ب
ويخرجه على استقامة ونجعل سطح د ا في ا د اعظم من مربع ه ح
ونخرج من نقطة د خطا عليه د م موازيا للخط ا ذ فلان سطح م د
في د ا مثل مربع د ط وسطح م د في د ا اعظم من سطح ذ ا في
ا د وسطح ذ ا في ا د اعظم من مربع ح ه يكون مربع د ط
اعظم من خط ه ح وبمثل ما تبين في القطع المكافئ نبين ان
خط ه ز اذا اخرج قطع خط د ط ووقع على القطع على نقطة
واحدة وهي ك وذلك ما اردنا ان نبين

ويخط د ط على الترتيب فلان

مربع

كز كل خط يقطع قطر القطع المكافي فانه اذا اخرج الى كلتي الجهتين
وقع على القطع فليكن قطع مكافي قطره خط اب ويقطعه
خط ما داخل من القطع عليه حد فاقول ان خط حد اذا
اخرج الى كلتي الجهتين يقع على القطع فليخرج خط من نقطة
ا موازي للخطوط المرتبة عليه اه فيقع خارجا من القطع فخط
حد اما ان يكون موازيا لخط اه واما غير موازي فان كان
موازيا له فقد اخرج على الترتيب واذا اخرج الى كلتي الجهتين
يقع على القطع وان كان غير موازي لخط اه فانه اذا اخرج
لقيه على نقطة ما ونجعلها نقطة ه فبين انه يقع على القطع في
الناحية التي تلي نقطة ه لانه اذا كان يلقى خط اه فسيقطع قبل
ذلك القطع واقول ايضا انه اذا اخرج الى الناحية الاخرى
يقع على القطع فليكن الخط القائم خط م ا ونخرج ح ز على الترتيب
وليكن مربع اد مساويا لسطح ب ا في ا م ونخرج ب ك على الترتيب
فيقع على خط د ح على نقطة ك فلان سطح ز ا في ا ب مساوي لمربع
اد يكون نسبة اب الى اد كنسبة د ا الى ا ز فاذا كان خطا
اب اد عددين وقد نقص منهما قدران على نسبتهما وهما
د ا ا ز فان نسبة الباقي وهو ب د الى الباقي وهو د ز كنسبة
الكل وهو ب ا الى الكل وهو اد فنسبة مربع ب د الى مربع
د ز كنسبة مربع ب ا الى مربع اد ولان مربع اد مساوي
لسطح ب ا في ا م يكون نسبة ب ا الى ا م كنسبة مربع ب ا
الى مربع اد التي هي كنسبة مربع ب د الى مربع د ز ونسبة
مربع ب د الى مربع د ز كنسبة مربع ب ك الى مربع ز ح وبينه

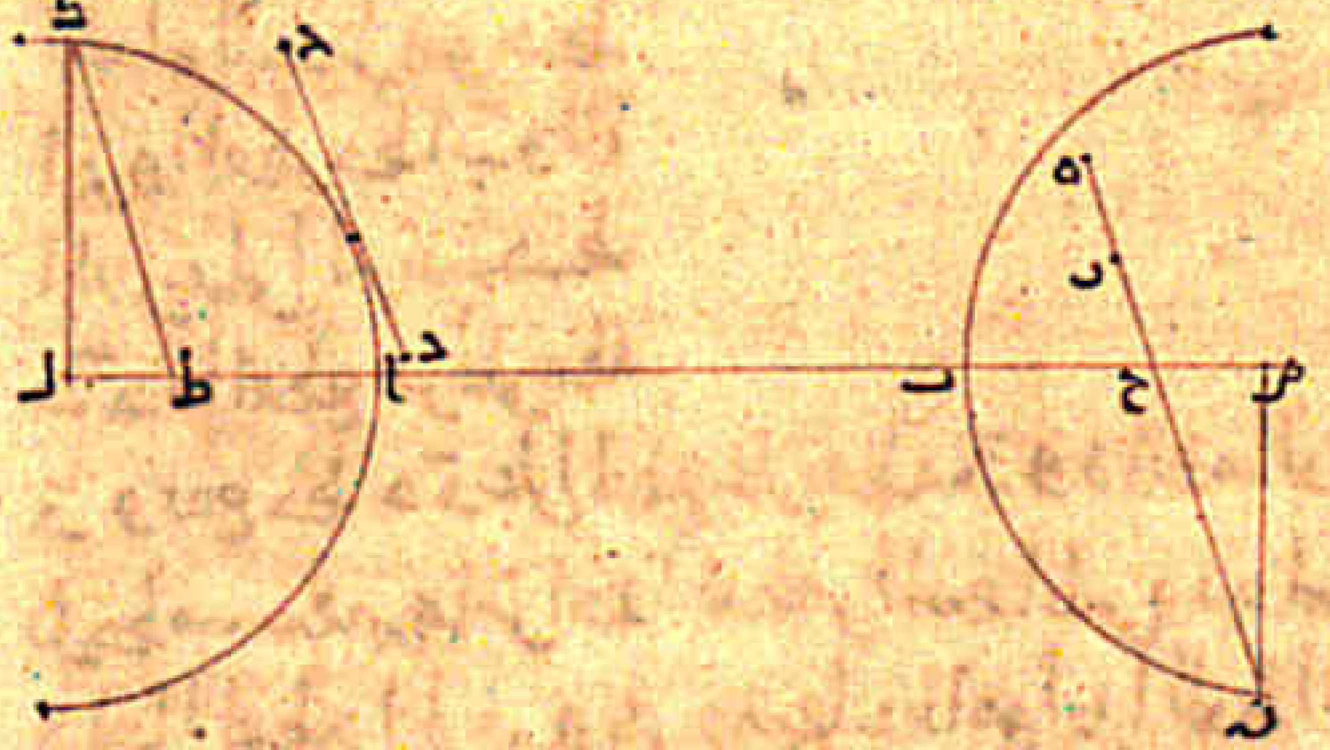
قلت سوا يكون هنا فليقطعه على نقطة ح وكتب محمد بن عمر بن ابي جراده

ب ا الى ا ز كنسبة سطح ب ا في ا م الى سطح ز ا في ا م فنسبة مربع
ب ك الى مربع ز ح كنسبة سطح ب ا في ا م الى سطح ز ا في ا م فاذا
لما كانت نسبة مربع ب ك الى سطح ب ا في ا م كنسبة مربع
ز ح الى سطح ز ا في ا م ولكن مربع ز ح مساوي لسطح ز ا في ا م

من اجل ان القطع مكافي
وخط ز ح خط ترتيب
فمربع ب ك مساوي
لسطح ب ا في ا م والضلع
القائم للسطح هو خط
ا م والقطر خط اب والخط
الذي على الترتيب خط
ب ك فالقطع يمر على نقطة
ك ويقع خط ح ك على القطع على نقطة ك وذلك ما اردنا ان نبين

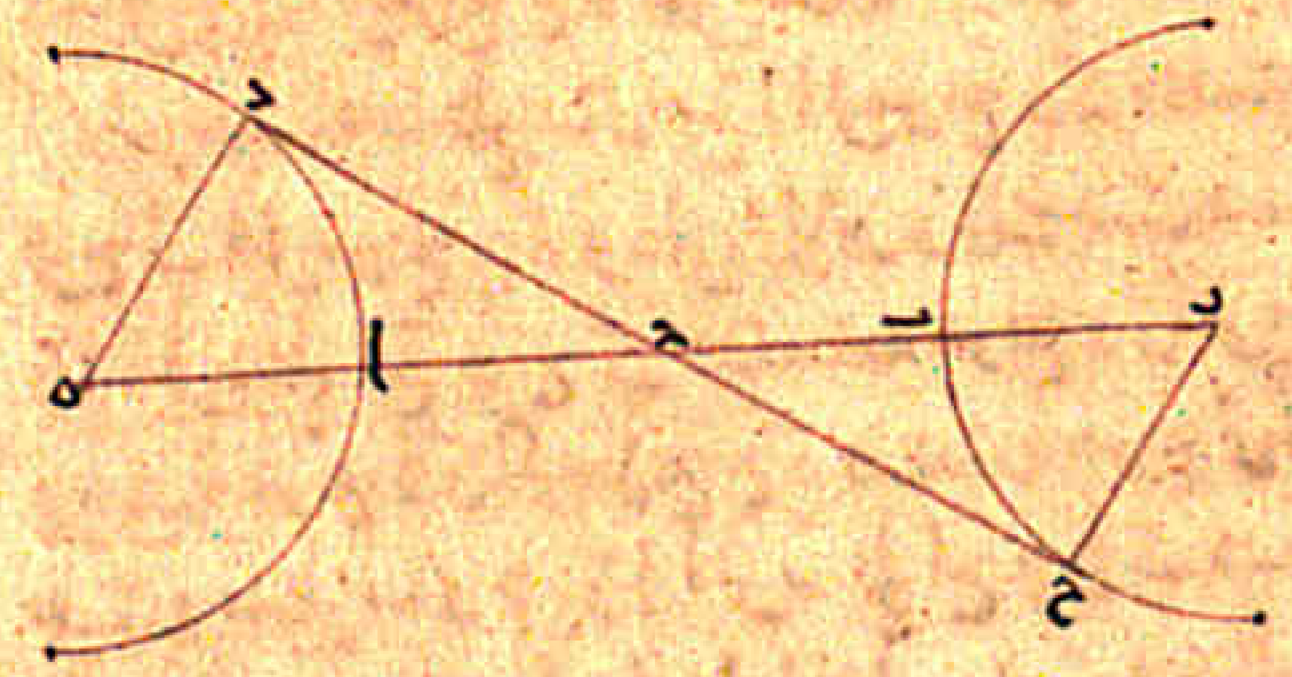
كح كل خط مستقيم مماس احد القطعين المتقابلين ويعلم نقطة في
داخل القطع الاخر ويخرج منها خطا موازيا للخط المماس فان
ذلك الخط يقع على القطع في الجهتين فليكن قطعان متقابلان
قطرهما المجانب خط اب ويخرج خط حد مماسا للقطع ا ويعلم
نقطة في داخل القطع الاخر عليها ه ويخرج من نقطة ه خطا
موازيا لخط حد عليه ه ز فاقول ان خط ه ز اذا اخرج الى
كلتي الجهتين يقع على القطع فلانه قد تبين ان خط حد اذا
اخرج على استقامة وقع على قطر اب المجانب وهو موازي
لخط ه ز فخط ه ز اذا اخرج على استقامة وقع على القطر

فليقع على نقطة ح ويجعل خط اك مساويا لخط ح ب ويخرج من نقطة
ك خطا موازيا لخط د ه عليه ط ك ويخرج خط ك ل على الترتيب
ويجعل خط ح م مساويا لخط ل ط ويخرج خط م ن على الترتيب
ويخرج خط ح ن على استقامة خط ه ح فلان خط ك ل موازي لخط
م ن وخط ك ط موازي لخط ح ن ولكن خط واحد مستقيم
فمثلث ك ط ل شبيه بمثلث ح م ن وخط ل ط مساوي لخط ح م
فخط ك ل مساوي لخط م ن ومن اجل ذلك يكون مربع ك ل مساويا
لمربع م ن ولان خط ل ط مساوي لخط ح م وخط ا ط لخط ب ح وخط
ا ب مشترك



يكون خط ب ل مساويا لخط ام فسطح ب ل في ل ا مساوي لسطح ام في
م ب فنسبة سطح ب ل في ل ا الى مربع ك ل كنسبة سطح ا م
في م ب الى مربع م ن ولكن نسبة سطح ب ل في ل ا الى المربع
ك ل هي نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فنسبة سطح
ام في م ب الى مربع م ن كنسبة القطر المجانب الى الضلع
القائم فنقطة ن على القطع فخط ه ن اذا اخرج وقع على
القطع على نقطة ن وكذلك نبين انه اذا اخرج الى الناحية
الاخرى وقع على القطع وذلك ما اردنا ان نبين

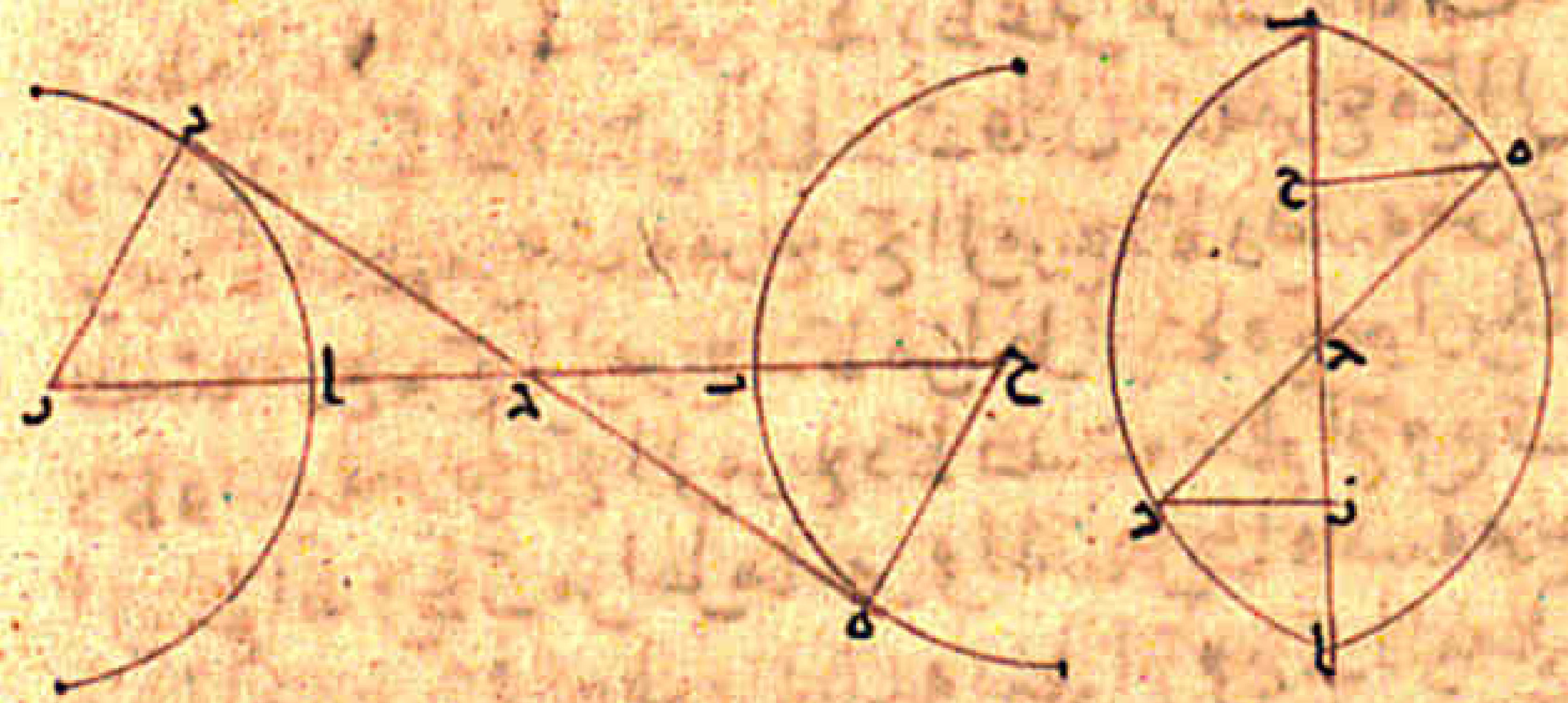
كط اذا خط مستقيم خرج من مركز القطعين المتقابلين فلقي احد
القطعين فانه اذا اخرج على استقامة الى الناحية الاخرى
لقي القطع الاخر فليكن قطعان متقابلان قطرهما المجانب خط
ا ب ومركزهما نقطة ح وليكن خط ح د يلقى قطع ا د فاقول
انه يلقى القطع الاخر اذا اخرج على استقامة فيخرج خط ه د
على الترتيب ويجعل خط ب ز مساويا لخط ا ه ويخرج ز ح على
الترتيب ويوصل د ح فلان خط ه ا مساوي لخط ب ز وخط ا ب
مشترك



فسطح ب ه في ه ا مساوي لسطح ا ز في ز ب ولان نسبة سطح ب ه في ه ا
الى مربع د ه هي نسبة القطر المجانب الى الخط القائم كما بين في
الشكل كا ونسبة سطح ا ز في ز ب الى مربع ز ح كنسبة القطر
المجانب الى الخط القائم يكون نسبة ب ه في ه ا الى مربع د ه
كنسبة سطح ا ز في ز ب الى مربع ز ح ولكن سطح ب ه في ه ا مساوي
لسطح ا ز في ز ب فمربع ه د مساوي لمربع ز ح فلان خط ه ح مساوي
لخط ح ز وخط د ه مساوي لخط ز ح وخط ه ز مستقيم وخط
ه د موازي لخط ز ح يكون د ح ح خطا مستقيما ويكون خط ح د
يلقى القطع الاخر وذلك ما اردنا ان نبين

ل كل خط خرج من المركز الى القطع الناقص او الى القطوع المتقابلة
فوقع على القطع عن كلتي جنبتي المركز فان ذلك الخط ينقسم
بنصفين على المركز فليكن قطع ناقص او قطعان متقابلان وقطرهما
خط اب وموضع المركز نقطة د وخرج خط دجه على المركز
واقول ان خط دج مساوي لخط ده فلنخرج خطي جز و هح على
الترتيب فلان نسبة بز في زا الى مربع زج هي نسبة القطر
المجانب الى الخط القائم ونسبة سطح بح في حا الى مربع حه كنسبة سطح
اح في حب الى مربع حه هي نسبة القطر المجانب الى الضلع
القائم فنسبة سطح بز في زا الى مربع زج كنسبة سطح اح
في حب الى مربع حه وعلى خلاف ذلك نسبة سطح بز في
زا الى سطح اح في حب كنسبة مربع جز الى مربع حه
ونسبة مربع جز الى مربع حه كنسبة مربع زد الى مربع دح
فنسبة سطح بز في زا الى سطح اح في حب كنسبة مربع
زد الى مربع دح واذا بدلنا كانت نسبة سطح بز في زا
الى مربع زد كنسبة سطح اح في حب الى مربع دح ومربع
زد في القطعين المتقابلين مساوي لسطح بز في زا مع
مربع اد واما مربع دح فمثل سطح اح في حب مع مربع
اد فيكون نسبة سطح بز في زا الى سطح بز في زا مع
مربع اد كنسبة سطح اح في حب الى سطح اح في حب مع
مربع اد واذا قلبنا كانت نسبة سطح بز في زا مع
مربع اد الى مربع اد كنسبة سطح اح في حب مع مربع
اد الى مربع اد ولكن سطح بز في زا مع مربع اد مثل

مربع زد وسطح اح في حب مع مربع بد مثل مربع دح
فنسبة مربع زد الى مربع دا كنسبة مربع دح الى مربع
دب واذا ابدلنا كانت نسبة مربع اد الى مربع زد كنسبة
مربع دب الى مربع دح واما في القطع الناقص فان نسبة
سطح بز في زا الى مربع زد كانت كنسبة سطح اح في بح
الى مربع دح فاذا ركبنا صارت نسبة سطح بز في زا مع
مربع زد الى مربع زد كنسبة سطح اح في بح مع مربع

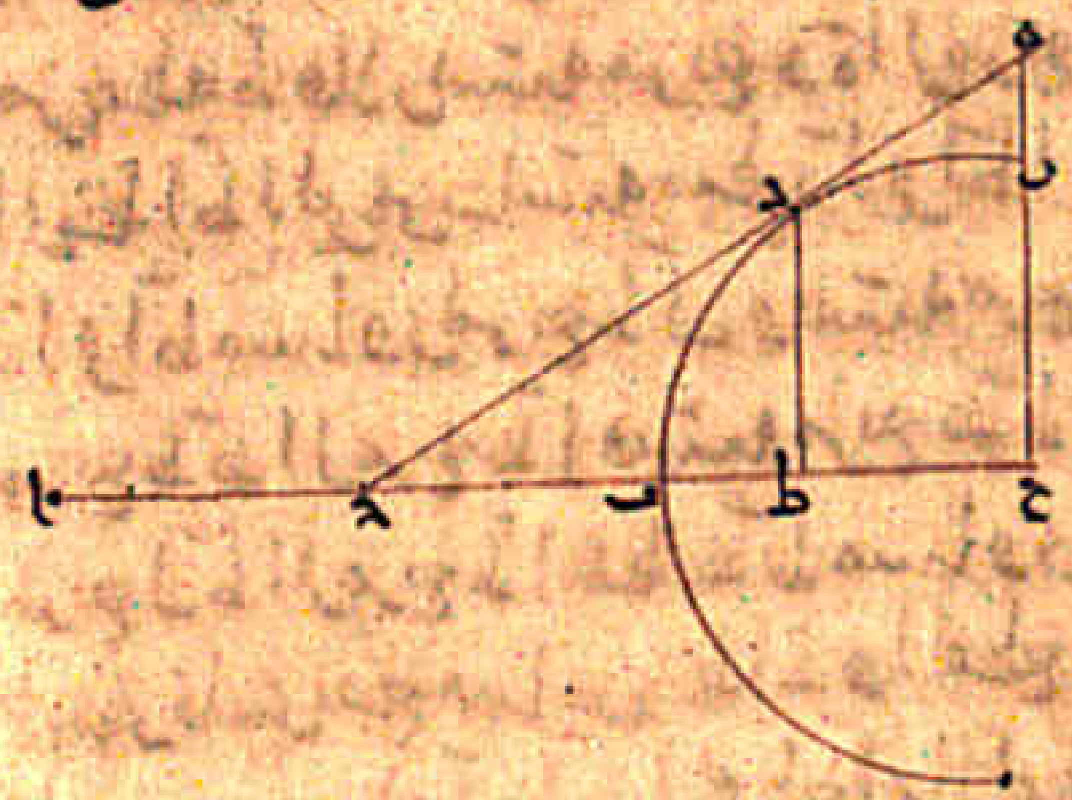


دح الى مربع دح ولكن سطح بز في زا مع مربع زد هو مثل
مربع اد وسطح بح في حا مع مربع دح مثل مربع بد فتكون
نسبة مربع اد الى مربع دز كنسبة مربع بد الى مربع دح
ومربع اد مساوي لمربع دب فيكون ايضا مربع زد مساويا
لمربع دح فخط زد مساوي لخط دح وخطا دز حه متوازيان
فخط دج مساوي لخط ده وذلك ما اردنا ان نبين

لا كل خط خرج من نقطة من قطر القطع الزائد الذي يسمى المجانب الى
اي موضع كان من القطع الزائد ويكون موضع تلك النقطة

من ذلك القطر هما إلى رأس القطع ليس بأقل من نصف القطر
المجانب فإن ذلك الخط إذا أخرج على استقامة وقع داخلا
في القطع فليكن قطع زائد وقطره المجانب خط اب ونعلم
عليه نقطة ج ولا يكون خط جب بأقل من نصف خط ابج
ولنخرج خط دج حتى يقع على القطع فأقول أن خط دج إذا أخرج على
استقامة يقع داخلا في القطع فإن لم يقع كذلك فليقع
خارجا من القطع مثل دجه ونخرج من نقطة ما منه وهي نقطة
ه خط هز على الترتيب ونخرج خط دط على الترتيب أيضا
ولنجعل خط اح مساويا لخط جب فلأن نسبة مربع هز إلى
مربع دط أعظم من نسبة مربع زج إلى مربع جط ونسبة مربع
هز كنسبة مربع زج إلى مربع جط من أجل أن خطي هز موازي لخط
دط ونسبة مربع زج إلى مربع دط كنسبة سطح اح في حب
إلى سطح اط في طب من أجل ما تبين في الشكل كا فنسبة مربع
زج إلى مربع جط أعظم من نسبة سطح اح في حب إلى سطح
اط في طب وعلى تبديل النسبة تكون نسبة مربع زج إلى
سطح اح في حب أعظم من نسبة مربع جط إلى سطح اط في
طب وإذا أخذنا فصلنا تكون نسبة مربع جب إلى سطح اح في
حب أعظم من نسبة مربع جب إلى سطح اط في طب لأن مربع
جب هو فضل مربع جح على سطح اح في حب لأن خط اب قسم
على نقطة ج بنصفين وزيد فيه بح وكذلك مربع بج هو
فضل مربع جط على سطح اط في طب وذلك ما لا يمكن فليس خط
دج بواقع خارجا من القطع ولكنه داخل منه ومن أجل ذلك

يكون جميع الخطوط التي تخرج من أي نقطة تكون بعدها من نقطة
ب أكثر من
بعد مركز ج
من ب الزائدة
أينما وقع بالحري
داخلا في
القطع لأنها
تقطع لا محالة



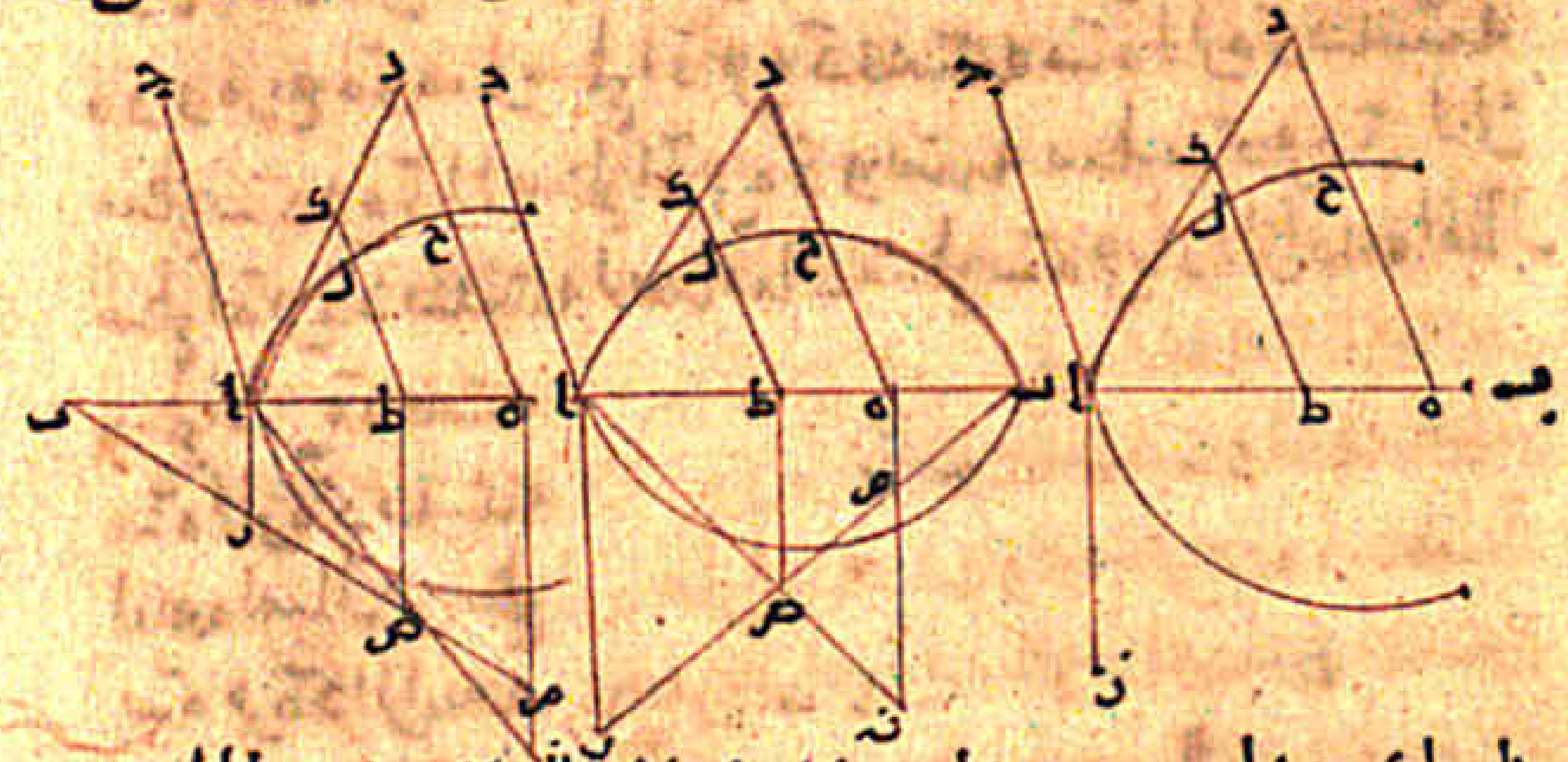
خط دجه وذلك ما أردنا أن نبين
لب إن خط خرج على رأس أي قطع كان من قطوع المخروطات موازيا
لخطوط الترتيب فإن ذلك الخط مماس لذلك القطع كما قد تبين في
الشكل يز وأقول أنه لا يمكن أن نخرج فيما بينه وبين القطع
خط سواه من رأس القطع فليكن أولا قطع مكافئ الذي يسمى
المكافي وقطره اب ونخرج من نقطة ا خط اد موازيا لخطوط
الترتيب وقد تبين فيما قبل أنه يقع خارجا من القطع فأقول أنه
لا يمكن أن نخرج من نقطة ا خط فيما بين هذا الخط الذي هو خط
اد وبين القطع فإن أمكن ذلك فليقع خط اه ونعلم عليه
نقطة ما عليها ه ونخرج خط ده على الترتيب ونجعل خط از
الخط القائم فلأن نسبة مربع ده إلى مربع ها أعظم من نسبة
مربع جه إلى مربع ها أو مربع جه مساو لسطح زا في اه فنسبة
مربع ده إلى مربع ها أعظم من نسبة سطح زا في اه إلى مربع ها
التي هي مثل نسبة خط زا إلى اه فنجعل نسبة مربع ده إلى مربع

ه ا كنسبة خط ن ا الى خط ا ط وخرج خط ط ك ل موازيا لخط ه د
من نقطة ط فلان نسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة خط ن ا
الى خط ا ط الذى كنسبة سطح د ا و ا ط الى مربع ا ط وسطح
د ا و ا ط مساوى لمربع ط ك ونسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة
مربع ط ك الى مربع ط ا فنسبة مربع ك ط الى مربع ط ا كنسبة
مربع ل ط الى مربع ط ا فخط ك ط مساوى لخط ط ل وذلك ما
لا يمكن فليس يقع فيما بين خط ا د والقطع خط مستقيم من الخطوط
التى تخرج من نقطة ا ولكن القطع اما القطع الزايد واما الناقص
واما طائفة من محيط دائرة وقطره ا ب والخط القائم
ا ز ونصل ب ز ونخرجه على استقامته ونخرج من نقطة ا خط ا د
موازيا للخطوط الترتيب فمن بما قلنا انه يقع خارجا من القطع
فاقول انه لا يمكن ان يقع فيما بين خط ا د والقطع خط اخر فان امكن
ذلك فليقع خط ا ك ونعلم عليه نقطة ما عليها د ونخرج
منها خطا على الترتيب عليه د ه ونخرج من نقطة ه خط ه م موازيا
لخط ا ز فلان مربع ح ه مساوى لسطح ا ه في ه م فليجعل سطح ا ه في
ه ر مساويا لمربع د ه ونصل خط ا ر ونقطع خط د م على نقطة
ص خطا موازيا لخط د ا عليه ص ط ومن نقطة ط خطا موازيا
لخط ا د عليه ط ل ك فلان مربع د ه مساوى لسطح ا ه في ه ر
تكون نسبة ر ه الى ه د كنسبة د ه الى ه ا ونسبة ر ه الى ه ا
كنسبة مربع د ه الى مربع ه ا ولكن نسبة ر ه الى ه ا كنسبة
ص ط الى ط ا ونسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة مربع ك ط الى
مربع ط ا فنسبة ص ط الى ط ا كنسبة مربع ك ط الى مربع ط ا

[illegible]

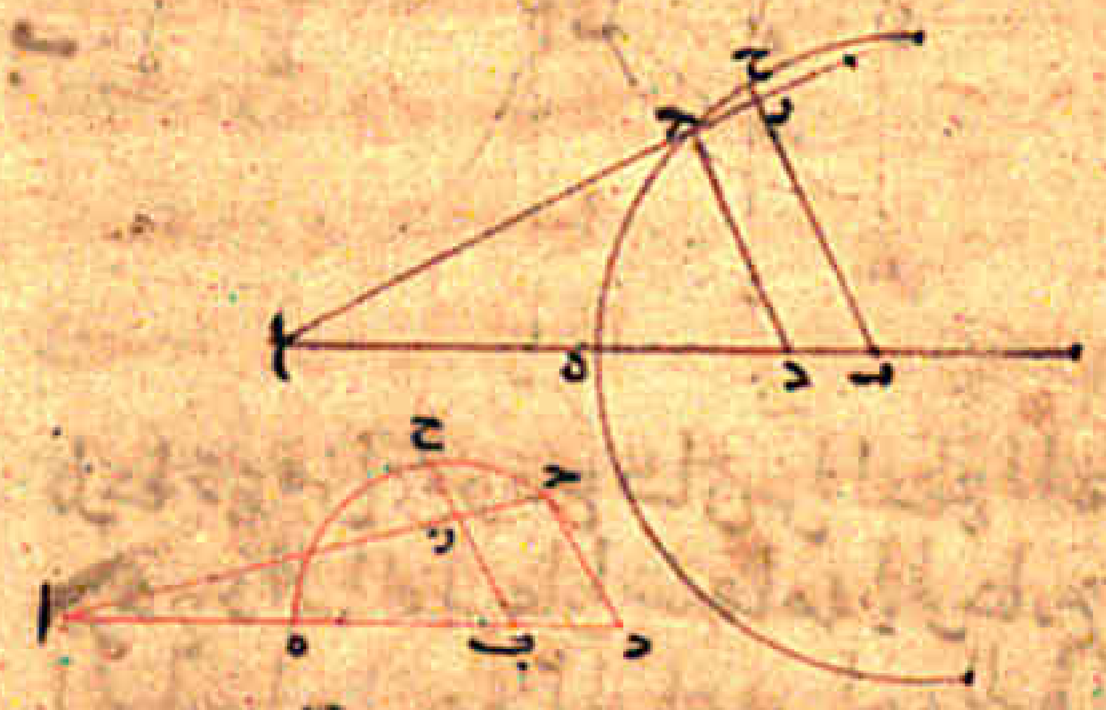
30

فخط ك ط وسط فيما بين خطى ص ط ط ا على نسبة فمربع ك ط مساوى
لسطح ا ط في ط ص ومربع ل ط مساوى لسطح ا ط في ط ص فمربع
ك ط مساوى لمربع ط ل وذلك ما لا يمكن فليس يمكن ان يقع خط
فيما بين خط ا د والقطع وذلك ما اردنا ان نبين



لا خطا ج من اى موضع كان من القطع المكافى الى قطره على الترتيب
ثم اخرج ذلك القطر على استقامته الى خارج القطع ثم يوجد من طرف
القطر خطا خارجا من القطع مساوى للخط الذى يكون من موضع
مسقط الخط المخرج على القطر الى طرف القطر ثم يخرج من ذلك الموضع
الى النقطة الاولى التى خرج منها الخط على الترتيب خط مستقيم
فانه يقع خارجا من القطع ومماسا له فليكن قطع مكافى وقطره
ا ب ولنخرج منه خط ج د على الترتيب ونجعل خط ا ه مساويا
لخط ه د ونصل ه ج فاقول ان خط ا د اذا اخرج على استقامته
وقع خارجا من القطع ومماسا له فان لم يكن ذلك كذلك
فليقع داخلا منه مثل خط ج ز ونخرج خط ح ب على الترتيب فلان
نسبة مربع ب ح الى مربع ج د اعظم من نسبة مربع د ب الى

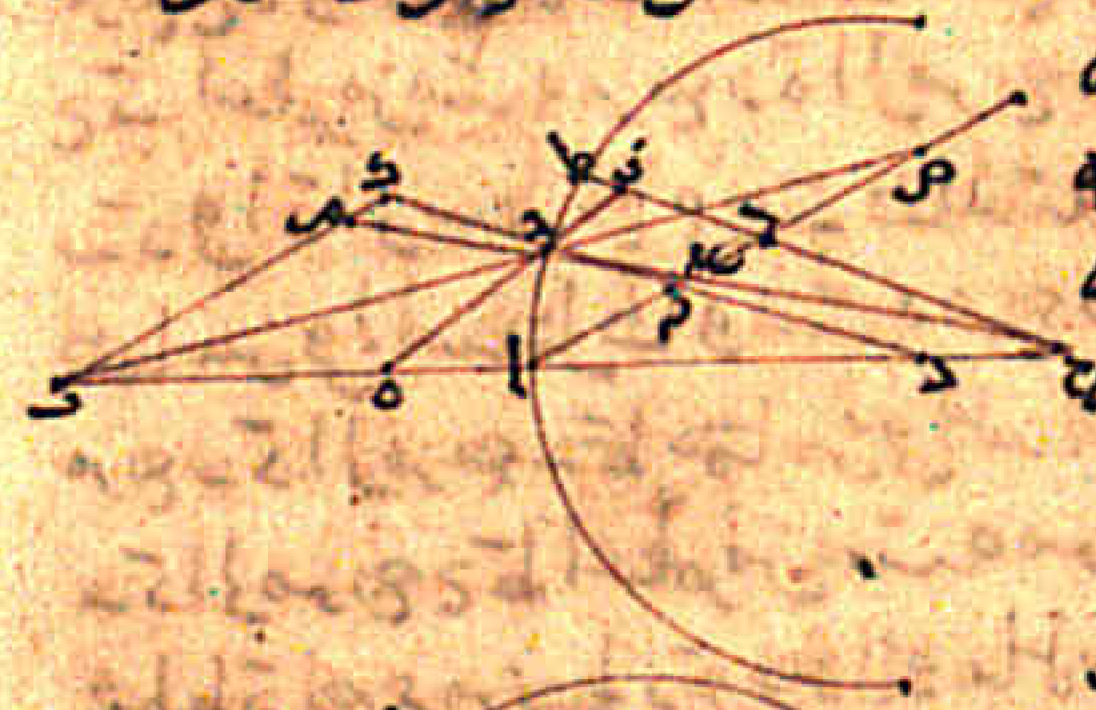
مربع حد وسىه مربع دب الى مربع حد كنسبه مربع ىا الى
مربع اد وسىه مربع حب الى مربع حد كنسبه به الى ه د كما
بىن في الشكل فنسبه به الى ه د اعظم من نسبه مربع با الى
مربع اد ولكن نسبه به الى ه د كنسبه سطح به في ه د الى مربع
ه د ومربع ه د مثل سطح اه في ه د فنسبه به الى ه د كنسبه
سطح به في ه د الى سطح اه في ه د ونسبه سطح به في ه د الى
سطح اه في ه د كنسبه اربعه امثال سطح به في ه د الى اربعه امثال



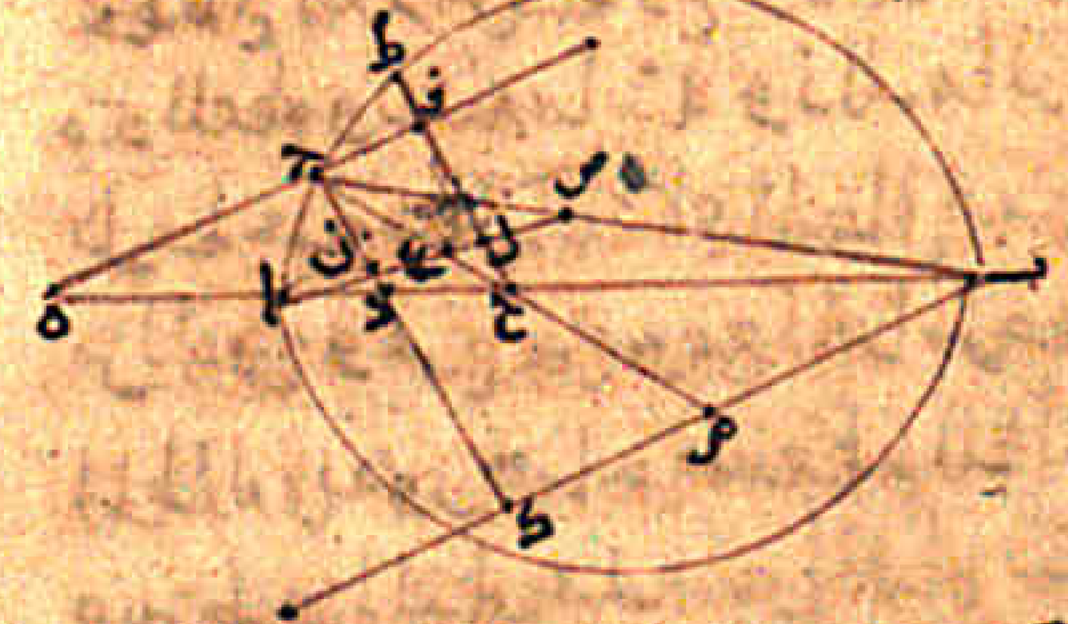
سطح اه في ه د فنسبه
به الى ه د كنسبه
اربعه امثال سطح
به في ه د الى اربعه
امثال سطح اه في
ه د اعظم من نسبه
مربع با الى مربع اد
واذا ابدلنا تكون نسبه اربعه امثال سطح به في ه د الى مربع
اب اعظم من نسبه اربعه امثال سطح اه في ه د الى مربع اد
وذلك ما لا يمكن لان خط اه اذا هو مساوي لخط ه د يكون اربعه
امثال سطح اه في ه د مساويا لمربع اد واربعه امثال سطح
به في ه د اصغر من مربع با لان نقطه ه ليست في وسط
خط اب فليس يقع خط لد داخلا من القطع ولكنه مماسه
وذلك ما اردنا ان نبين
اذا كان قطع زائد او ناقص او قوس من دائره وقطر ذلك خط اب

لد

ونعلم نقطه ما على القطع عليها ح واخرج من نقطه ح خط على
الترتيب عليه حد ونجعل نسبه بد الى د ا كنسبه به الى ه ا
ونصل ه ح فاقول ان ه ح مماس القطع فان لم يكن كذلك فليكن
مثله خط ه ح ز ونعلم عليه نقطه ز ونخرج خط زط بعده
على الترتيب الى ح ونخرج من نقطتي ا ب خطين موازيين لخط ه ح
عليهما ك ا ل ونصل ب ح د ح خطوط ب ح د ح د د اذا
اخرجت على استقامه ووقعت على نقط ص م ك فلان نسبه



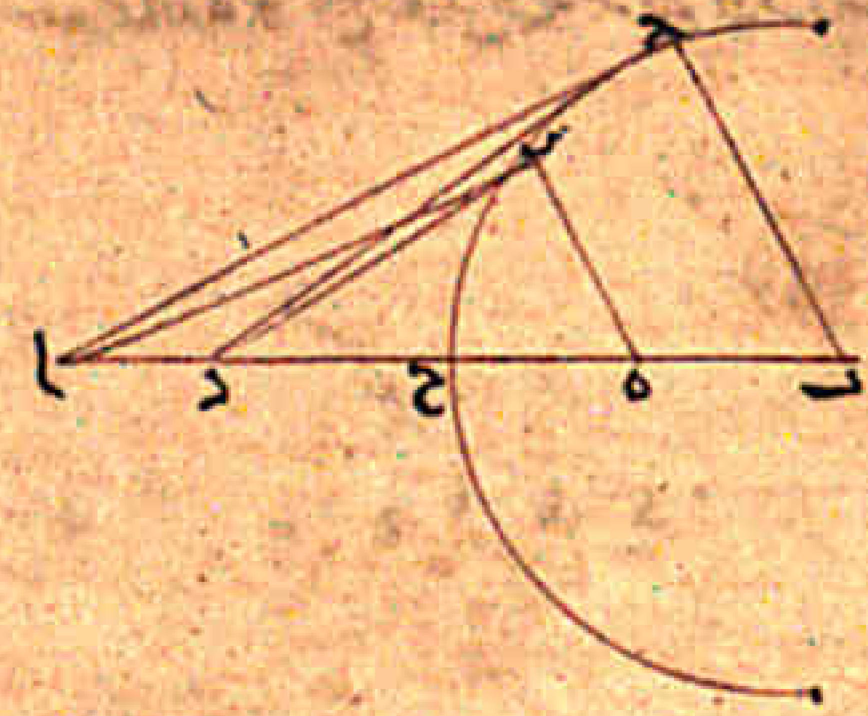
ب د الى د ا كنسبه
ب ه الى ه ا ونسبه
ب د الى د ا كنسبه
ب ك الى ا ن ونسبه
ب ه الى ه ا كنسبه
ب د الى ح ص الى م
نسبه ب ك الى م ن
فنسبه ب ك الى ص ن
والى ا ن واحده
فخط ا ن مساوي لخط



ن ص وسطح ا ن في
ن ص اعظم من سطح ا ع في ع ص فنسبه ن ص الى ص ع اعظم من
نسبه ع ا الى ا ن ولكن نسبه ن ص الى ص ع كنسبه ك ب الى ب م
ونسبه ك ب الى ب م اعظم من نسبه ع ا الى ا ن فسطح ك ب في
ا ن اعظم من سطح م ب في ا ع ونسبه سطح ك ب في ا ن الى مربع

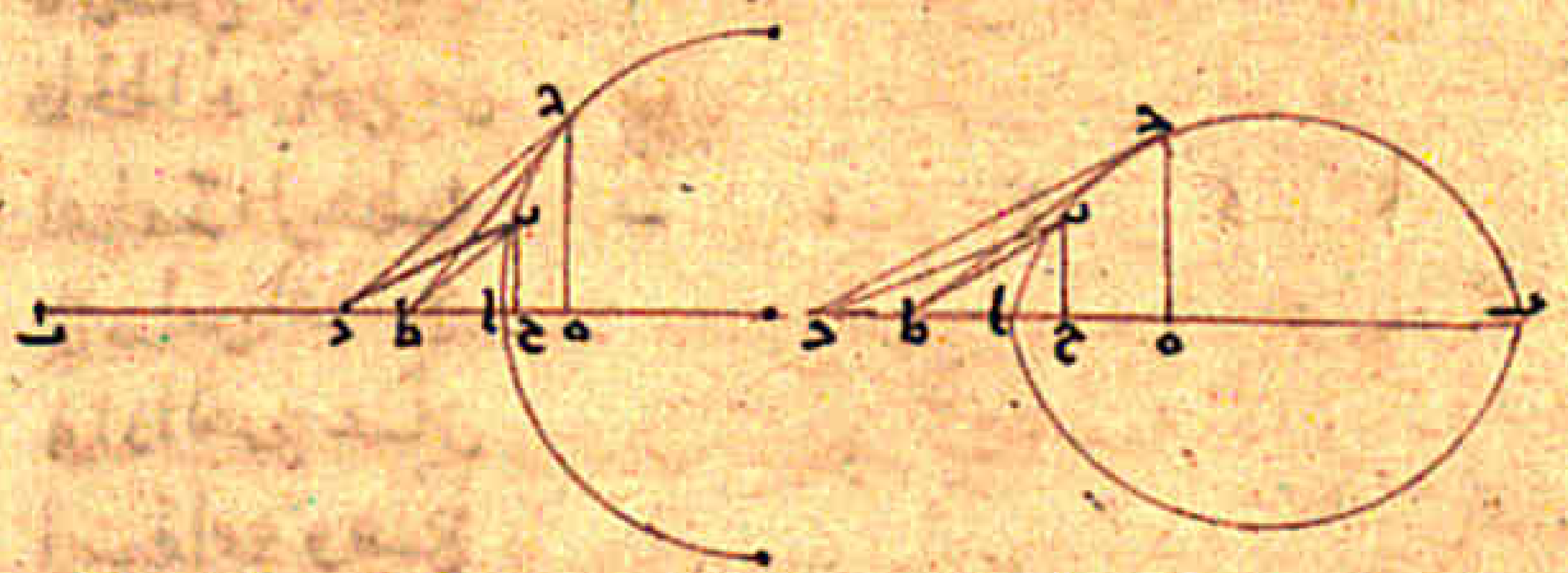
ده اعظم من نسبة سطح م ب في ا ع الى المربع ده ولكن نسبة سطح
ك ب في ا ك الى المربع ده كنسبة سطح ب د في د ا الى مربع ده
من قبل تشابه المثلثات التي هي ب ك د ده حد دا او نسبة
سطح م ب في ا ع الى المربع ده كنسبة سطح ب ح في ح ا الى المربع
ح ه من اجل ان نسبة مثلثات ب م ح ح ع ا ح ه د فنسبة سطح
ب د في د ا الى المربع ده اعظم من نسبة سطح ب ح في ح ا الى
مربع ح ه واذا بدلنا كانت نسبة سطح ب د في د ا الى سطح ا ح في
ح ب اعظم من نسبة مربع ده الى مربع ه ح ولكن نسبة سطح
ب د في د ا الى سطح ا ح في ح ب كنسبة مربع د ك الى مربع ح ط
كما تبين في الشكل كا ونسبة مربع ده الى مربع ه ح كنسبة
مربع د ك الى مربع ح ط كما تبين في الشكل كا ح فنسبة مربع
د ك الى مربع ح ط اعظم من نسبة مربع د ك الى مربع ب ح
فخط ط ح اصغر من خط ب ح وذلك ما لا يمكن فليس يقطع خط
ه د للقطع ولكنه يماسه وذلك ما اردنا ان نبين
له اذا خرج خط مماس للقطع المكافي فيقع على قطر الشكل خارجا
من القطع واخرج من موضع المماسة خط الى القطر على الترتيب فان
الخط الذي يكون فيما بين مسقط ذلك الخط المخرج على الترتيب
وبين طرف القطر عند سهم القطع يكون مساويا للخط الذي
يكون من طرف القطر الى الموضع الذي وقع عليه الخط المماس
للقطع ولا يمكن ان يخرج خط فيما بين القطع وذلك الخط المماس
فليكن قطع مكافي قطره ح ب واخرج خط ب د على الترتيب
وليكن خط ا د مماسا للقطع فاقول ان خط ا ح مساوي لخط

ح ب فان لم يكن كذلك فليكن خط ح ه مساويا لخط ا ح واخرج
خط ه ز على الترتيب ونصل ا ز فخط ا ز اذا اخرج على استقامة
وقع على خط ا د وذلك ما لا يمكن لانه يكون خطان مستقيمان
مخرجهما واحد وفي التقاطع فاما خط ا ح مساوي لخط ح ب
واقول انه لا يمكن ان يخرج خط من نقطة د فيما بين خط ا د
والقطع فان امكن ذلك فليقع خط د ك ونجعل خط ح ه مساويا



لخط ك د ونخرج خط
ه ز على الترتيب
فالخط الذي يخرج من
نقطة ا الى نقطة
ز يماس القطع
واذا اخرج على
استقامة وقع
خارجا من القطع ويقع على ك د فيكون خطان يخرجان من مخرج
واحد وصار بين طرفيهما واحدة وذلك ما لا يمكن فليس يقع
خط فيما بين خط ا د والقطع وذلك ما اردنا ان نبين
اذا كان قطع احد القطوع الزائد او القطع الناقص او الدائرة لو
والقطر المجانب لها خط ا ب وكان خط ج د مماسا واخرج
خط د ه على الترتيب فاقول ان نسبة ب ه الى ه ا كنسبة
ب د الى د ا فان لم يكن كذلك فلنجعل نسبة ب د الى د ا كنسبة
ب ح الى ح ا ونخرج خط ح ز على استقامة الترتيب فنبين ان
الخط الذي يخرج من نقطة د الى نقطة ز يماس القطع ولذلك يكون

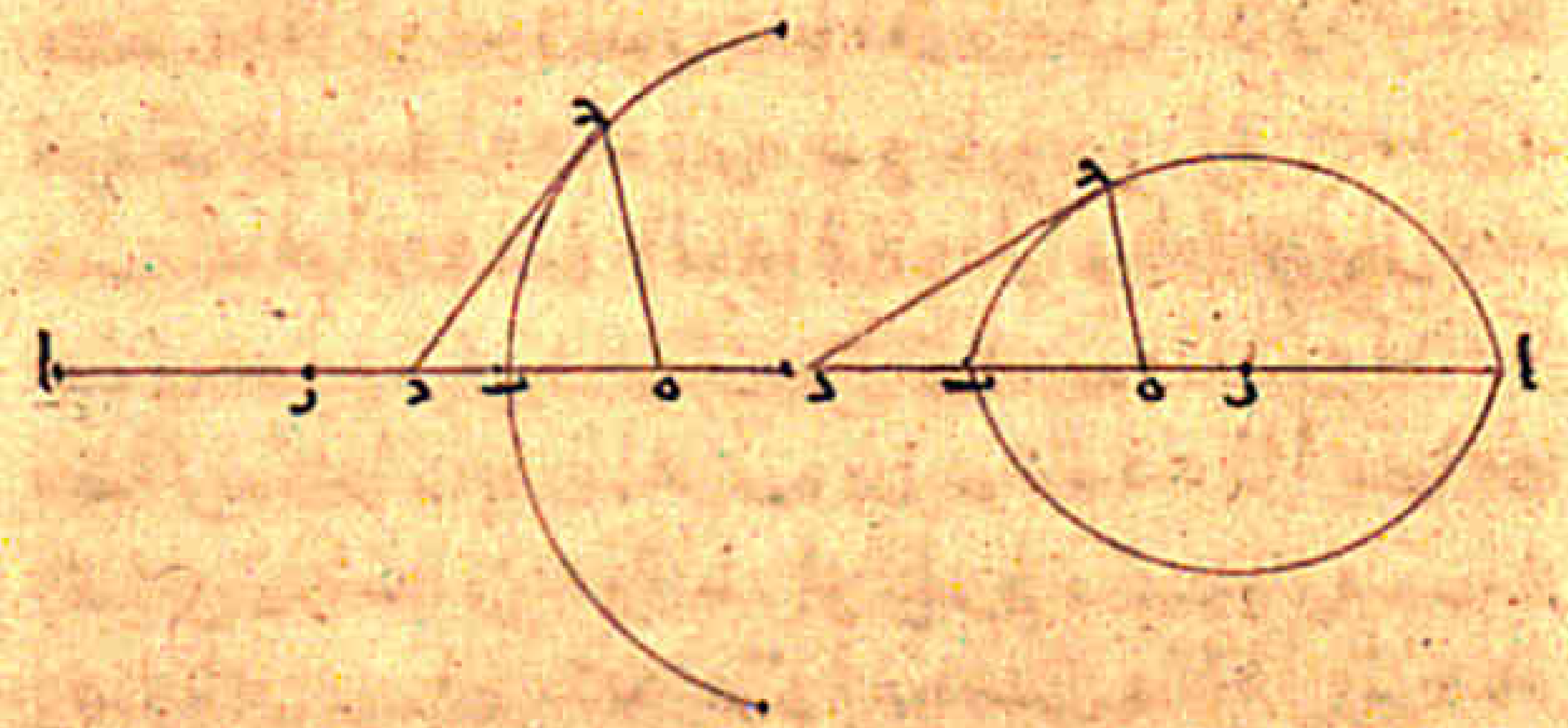
اذا أخرج وقع على خط د ج وذلك ما لا يمكن لأنه يكون عند
ذلك خطان قد خرجا من نقطة و التقى طرفاهما وأقول إنه
لا يمكن أن نخرج من نقطة ج خط فيقع فيما بين خط د ج والقطع فإن
أمكن ذلك فليقع خط ج ط ونجعل نسبة ب ط إلى ط ا كنسبة
ب ح إلى ح ا ونخرج خط ط ح على الترتيب فالخط الذي يخرج من نقطة
ط إلى نقطة د على استقامة يكون مماسا للقطع وإذا أخرج
على استقامة وقع على خط د ط وذلك ما لا يمكن لأنه يكون



خطان مخرجهما واحد والتقى طرفاهما فليس يخرج فيما بين خط د ج
والقطع خط وذلك ما أردنا أن نبين ٥
لز كل خط يماس القطع الناقص أو الزائد أو قوس الدائرة ويقع على
القطر المخرج ويخرج من موضع المماسة خط على الترتيب إلى القطر
فإن السطح الذي يكون من ضرب الخط الذي فيما بين مركز الشكل
وبين موضع الخط الذي يخرج على الترتيب في الخط الذي من مركز
الشكل إلى موضع وقوع الخط المماس مساو لمربع نصف القطر
المجانب ويكون نسبة السطح الذي يكون من ضرب الخط الذي من
المركز إلى موضع وقوع الخط الذي خرج على الترتيب في الخط الذي من

موضع وقوع الخط الموضع وقوع الخط المماس إلى مربع الخط
الذي خرج من القطع على الترتيب من موضع المماسة كنسبة
القطر المجانب إلى الضلع القائم فليكن قطع زائد أو ناقص أو قوس من
دائرة والقطر المجانب خط ا ب ونخرج خط ج د مماسا وخط
ج ه على الترتيب إلى القطر والمركز نقطة ز فأقول إن سطح
د ز في ز ه مساو لمربع ز ب وإن نسبة سطح د ه في ه ز إلى
مربع ه ج كنسبة القطر المجانب إلى الضلع القائم فلأن خط
ج د مماس القطع وخرج ج ه على الترتيب يكون نسبة ا د إلى د ب
كنسبة ا ه إلى ه ب ولذا ركبنا يكون نسبة ا د ود ب مجموعا
إلى د ب كنسبة ا ه ه ب إلى ه ب وعلى مثل ذلك أيضا يكون
نسبة أنصاف المقدمات فأما في القطع الزائد فإنا نقول إن نصف
ا ه ه ب هو خط ز ه ونصف ا ب هو ز ب فنسبة ز ه إلى ه ب كنسبة
ز ب إلى ب د وإذا قلبنا النسبة كانت نسبة ه ز إلى ز ب كنسبة
ز ب إلى ز د فسطح ه ز في ز د مساو لمربع ز ب ولأن نسبة
ز ه إلى ه ب كنسبة ز ب إلى ب د المبدلة نسبة ا ز إلى ز ب وعلى
مثل ذلك يكون نسبة ز ب إلى ز ه كنسبة ز ب إلى ز ه وإذا
ركبنا كانت نسبة ا ه إلى ه ز كنسبة ز ه إلى ه ب فيكون سطح
ا ه في ه ب مساويا لسطح د ه في ه ز ولكن نسبة سطح ا ه في ه ب
إلى مربع ج ه كنسبة القطر المجانب إلى الخط القائم كما تبين
في الشكل كا فنسبة سطح د ه في ه ز أيضا إلى مربع ج ه كنسبة
القطر المجانب إلى الضلع القائم وأما في القطع الناقص والدائرة
فإنه يكون نصف ا د ود ب هو خط ز د ونصف ا ب خط ز ب فنسبة

ود الى دب كنسبة دب الى به واذا فصلنا كانت نسبة دد الى دب كنسبة بد الى ده فسطح دد في ده مساوي لمربع بد ولكن سطح دد في ده مساوي لسطح ده في هز مع مربع ده ومربع بز مساوي لسطح اه في هب مع مربع زه فسطح زه في هد مع مربع هز مساوي لسطح اه في هب مع مربع هد ولنطرح مربع هز المشترك فيبقى سطح ده في هز مساويا لسطح اه في هب فنسبة سطح ده في هد الى مربع حه كنسبة سطح اه في هب الى مربع حه ولكن نسبة سطح اه في هب الى مربع حه كنسبة القطر المجانب



الى الضلع القائم فنسبة سطح زه في هد الى مربع هح هي نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم وذلك ما اردنا ان نبين يح

اذا خط يماس القطع الزائد او الناقص او قوس الدائرة ويقع على القطر الثاني وخرج من موضع التماس خط ايضا يقع على القطر الثاني ويكون موازيا للقطر الاخر فان للسطح الذي يكون من ضرب الخط الذي يكون من موضع وقوع الخط الموازي على القطر الى موضع مركز الشكل في الخط الذي يكون من موضع وقوع الخط المماس

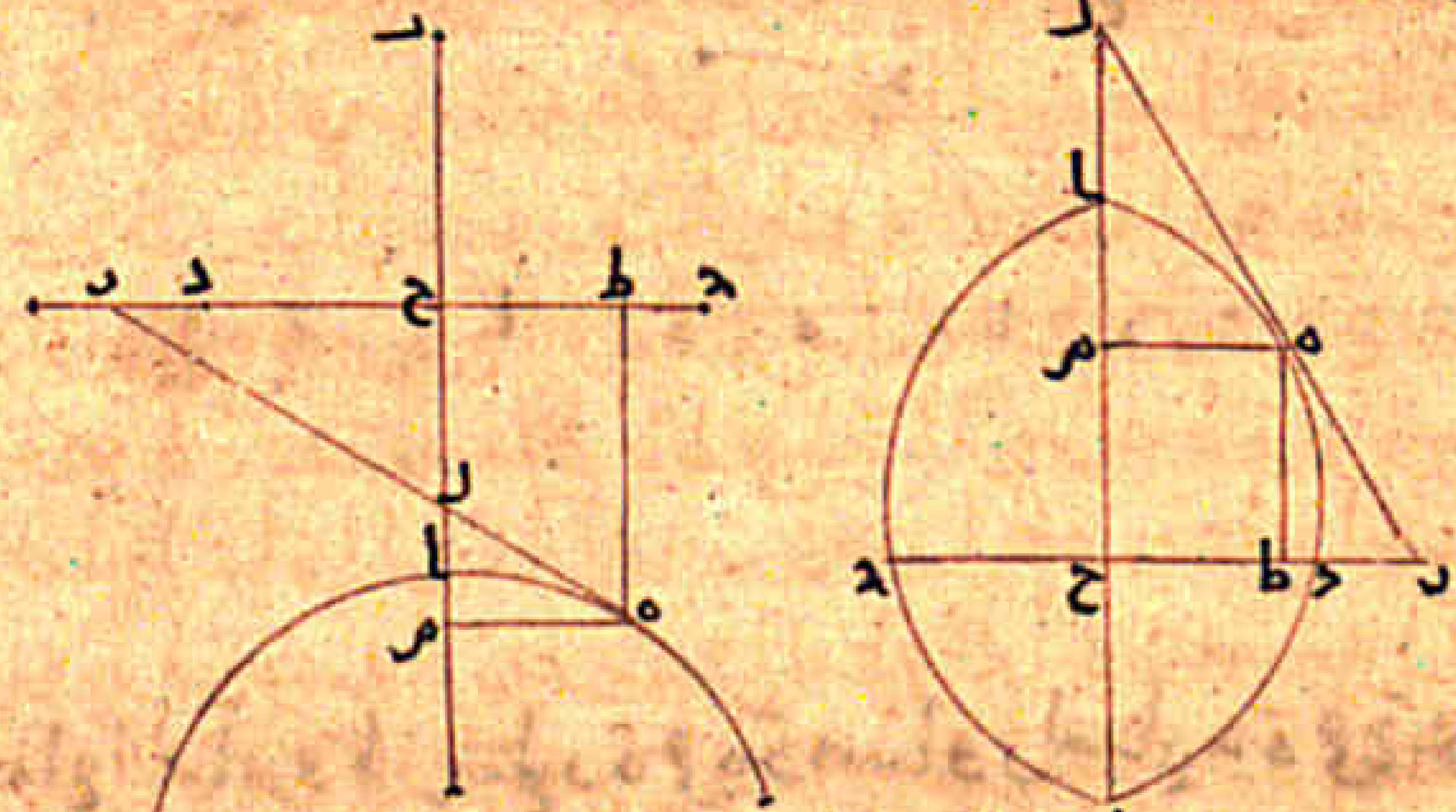
على القطر الثاني الى موضع مركز الشكل مساويا لمربع نصف ذلك القطر الثاني ويكون نسبة السطح الذي يكون من ضرب الخط الذي من مركز الشكل الى موضع وقوع الخط الموازي في الخط الذي من موضع وقوع الخط الموازي الى موضع وقوع الخط المماس على القطر الثاني الى مربع الخط الذي يخرج على القطر الثاني موازيا للقطر الاول كنسبة الضلع القائم الى القطر المجانب فليكن قطع زائد او ناقص او قوس من دائرة وقطره اح ب والقطر الثاني دح د ويكون خط ه ل ز مماسا للقطع ويقع على خط حد على نقطة ز ويخرج خط ط ه موازيا للخط اب فاقول ان سطح زح في ح ط مساوي لمربع ح د ونسبة سطح ح ط في ط ز الى مربع ط ه كنسبة الضلع القائم الى القطر المجانب فليخرج خط م ه على الترتيب فنسبة سطح ح م في م ل الى مربع م ه كنسبة القطر المجانب الى الخط القائم كما بين في الشكل لز ولكن نسبة القطر المجانب الذي هو قطر اب الى القطر الثاني وهو خط حد كنسبة حد الى الضلع القائم لما قد بين في الشكل ىه فنسبة المجانب الى القائم كنسبة مربع اب الى مربع حد وارباع ذلك ايضا على مثل ذلك نسبة مربع ح ا الى مربع ح د كنسبة المجانب الى القائم فنسبة سطح ح م في م ل الى مربع م ه كنسبة مربع ح ا الى مربع ح د ونسبة سطح ح م في م ل الى مربع م ه هي مركبة من نسبة ح م الى م ه او الى ح ط ومن نسبة م ل الى م ه التي هي نسبة ح ل الى زح فنسبة مربع ح ا الى مربع ح د اذا هي مركبة من نسبة ط ح الى ح م ومن نسبة زح الى ح ل التي هي نسبة سطح زح في

[illegible]

حط الى سطح مح وحل فنسبة سطح دح وحط الى سطح مح في
حل كنسبة مربع حد الى مربع حا ولذلك اذا كانت نسبة
سطح دح وحط الى مربع حد كنسبة سطح مح وحل الى مربع
حا ولكن نسبة سطح مح وحل مساوي لمربع حا كما تبين في
الشكل الذي قبل هذا فسطح دح في حط مساوي لمربع حد وايضا
لان نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب كنسبة مربع هم
الى سطح حم في مل فلكن نسبة مربع هم الى سطح حم في
مل هي مركبة من نسبة هم الى حم التي هي مثل نسبة
طح الى طه ومن نسبة هم الى مل التي هي مثل نسبة دح
الى حل ومثل نسبة دط الى طه والنسبة المؤلفة من نسبة
دط الى طه ومن طح الى طه هي نسبة سطح دط في طح الى
مربع طه فنسبة سطح دط وطح الى مربع طه هي نسبة
الضلع القائم الى القطر المجانب وتبقى الصورة على حالها
ونقول ان نسبة حد الى دد في القطع الزائد كنسبة دط
الى طد لان سطح دح في حط مساوي لمربع حد الذي هو مثل
سطح حد في حد لان خط دح مساوي لخط حد فسطح دح في حط
مساوي لسطح هح في حد ونسبة دح الى حد كنسبة هح
الى حط واذا قلبنا النسبة كانت نسبة حد الى دد كنسبة
دح الى حط واضعاف ذلك يكون كذلك ولكن ضعف حد
هما خطا دد دد لان خط دح مساوي لخط حد وضعف حح
هو خط دد فنسبة خط دد الى دد كنسبة دد الى دط
واذا فصلنا كانت نسبة حد الى دد كنسبة دط الى طد

35

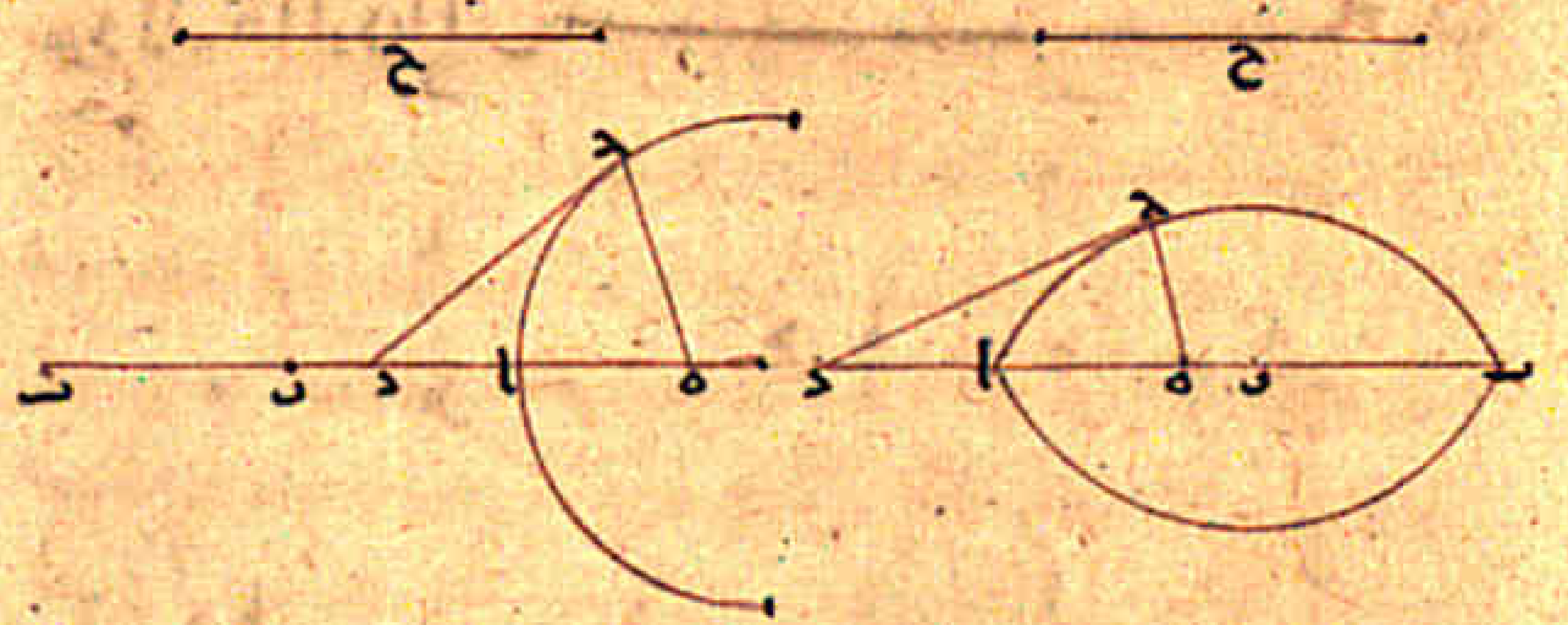
فاما في القطع الناقص فان نسبة دد الى دد تكون كنسبة
دط الى طد لان سطح دح في حط مساوي لمربع حد فنسبة دح
الى حد كنسبة حد الى حط واذا قلبنا كانت نسبة حد الى
دد كنسبة حد الى دط ويكون نسبة ضعف المقدمات التي
التوالي متساوية ولكن ضعف حد هو دد دد وضعف حد
هو دد فنسبة دد الى دد كنسبة دد الى دط واذا
فصلنا كانت نسبة دد الى دد كنسبة دط الى طد
وذلك ما اردنا ان نبين



وقد تبين مما تقدم ان سطح دح في حط ان كان مساويا لمربع
حد فان خط ده مماس للقطع وان كانت نسبة سطح دط في طح
الى مربع طه كنسبة الخط القائم الى القطر المجانب فان ده
لط ايضا مماس للقطع ونبين ذلك بعكس هذا البرهان
اذا كان قطع زائد او ناقص او قوس دائرة وقطره المجانب اب
والمركز نقطة ح واخرج خط مماس لذلك القطع عليه دد واخرج
خط على الترتيب من موضع التماس عليه ده فاقول ان نسبة

[illegible]

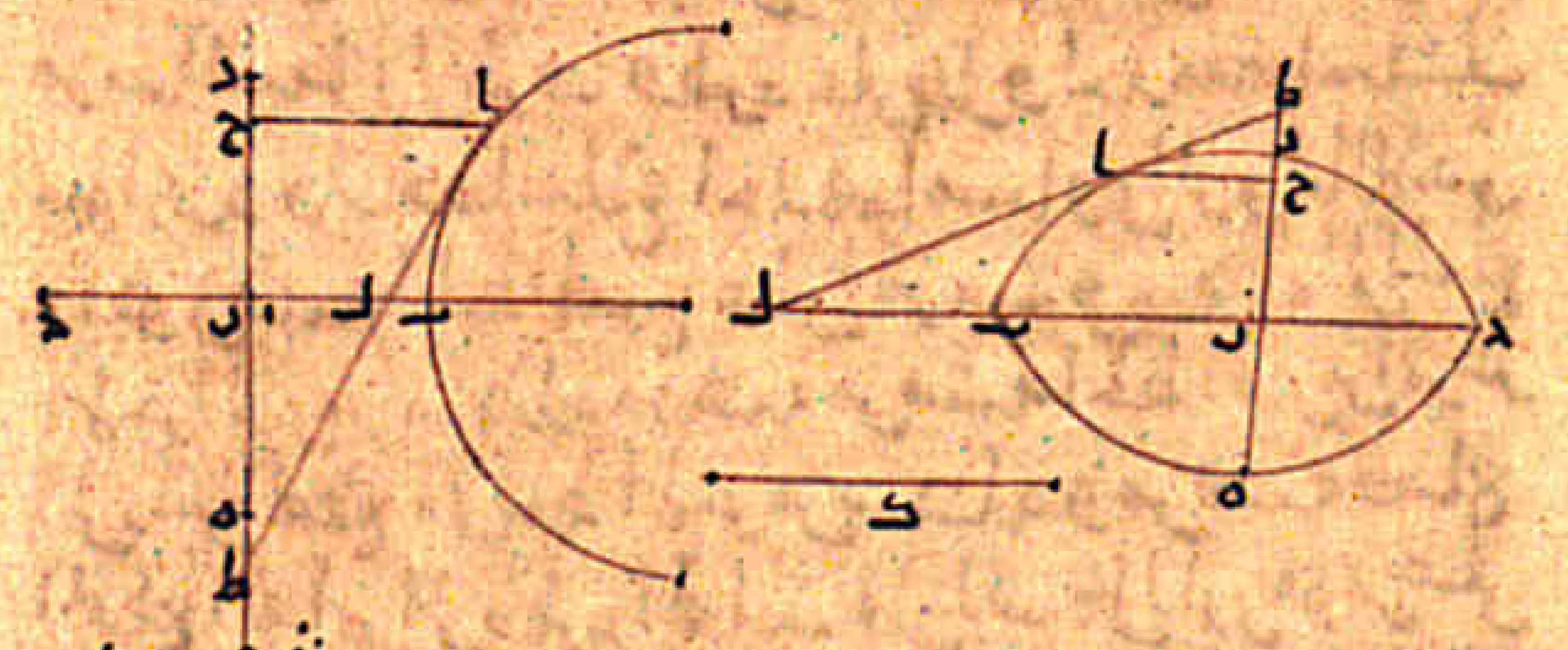
خط ده الى احد خطى ده هد اى خط كان منهما مركبة من
نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب ومن نسبة الخط الآخر
من خطى ده هد الى خط هد فليكن سطح ده في هد مساويا لسطح
هد في ح ولان نسبة سطح ده في هد الى مربع ده كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم كما تبين في الشكل لز وسطح
ده في هد مساو لسطح ده في ح ونسبة سطح ده في ح الى مربع
ده مثل نسبة خط ح الى هد فهي مثل نسبة القطر المجانب الى



الضلع القائم ولان سطح ده في هد مساو لسطح ده في ح تكون
نسبة ده الى هد كنسبة ح الى هد ولان نسبة ده الى هد
مركبة من نسبة ده الى ح ومن نسبة ح الى هد ونسبة ده
الى ح هي نسبة الضلع القائم الى القطر المجانب ونسبة ح الى
هد هي نسبة ده الى هد فنسبة ده الى هد مركبة من نسبة
الضلع القائم الى القطر المجانب ومن نسبة ده الى هد وذلك
ما اردنا ان نبين

مح كل خط يماس القطع الزائد او الناقص او قوس الدائرة ويقع على

القطر الثاني ويخرج من موضع التماس خط الى ذلك القطر ويكون
موازيا للقطر الآخر فان نسبة هذا الخط الموازي الى احد
الخطين اللذين احدهما من مركز الشكل الى موضع مسقط الخط
الموازي والآخر من موضع مسقطه الى موضع مسقط الخط المماس
للقطع مركبة من نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ومن
نسبة الخط الآخر من الخطين اللذين ذكرنا الى الخط المخرج الموازي
للقطر المجانب فليكن قطع زائد او ناقص او قطعة من دائرة



عليها اب وقطره المجانب عليه بح وقطره الثاني ده وليكن
خط طك مماسا للقطع ولنخرج خط اح موازيا لخط بح فاقول
ان نسبة اح الى احد خطي طح زح مركبة من نسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم ومن نسبة الخط الآخر من خطي طح زح الى خط
حا فليكن سطح طح في حز مساويا لسطح حا في ك ولان نسبة
الضلع القائم الى القطر المجانب كنسبة سطح طح في حز الى
مربع حا كما تبين في الشكل لح وسطح حا في ك مساو لسطح
طح في حز فنسبة سطح حا في ك الى مربع حا التي هي مثل نسبة

كل إلى ا ح كنسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب ولأن نسبة
ا ح إلى ح د مركبة من نسبة ا ح إلى ح ك ومن نسبة ك ل إلى ح د
ونسبة ح ا إلى ح ك هي نسبة القطر المجانب إلى الضلع القائم
ونسبة ك ل إلى ح د كنسبة ط ح إلى ح ا من أجل أن سطح ط ح في
ح د مساوٍ لسطح ا ح في ك ل فنسبة ا ح إلى ح د مركبة من نسبة
القطر المجانب إلى الخط القائم ومن نسبة ح ط إلى ح ا وذلك ما أردنا أن نبين
ما كل خط يخرج في القطع الزائد أو الناقص أو قوس الدائرة على
الترتيب إلى القطر ويقام على ذلك الخط وعلى الخط الذي من
مركز الشكل إلى طرف قطره على كل واحد منهما شكل
متوازي ذو أربعة أضلاع أحدهما مساوي الزوايا للآخر
ويكون نسبة الخط المخرج على الترتيب في شكله إلى الضلع
الآخر الذي من شكله مركبة من نسبة الخط الذي من المركز
إلى رأس القطع إلى الخط الآخر من شكله ومن نسبة ضلع
القطع القائم إلى قطره المجانب فإن الشكل الذي يقوم على
الخط الذي طوله يكون من مركز الشكل إلى موضع وقوع الخط
المخرج على الترتيب ويكون شبيها بالسطح الذي قام على
الخط الذي من مركز الشكل إلى طرف القطر أما في القطع
الزائد فإنه يكون أعظم من الشكل الذي قام على الخط
المخرج على الترتيب بمقدار السطح الذي قام على الخط المخرج
من المركز إلى طرف القطر وأما في القطع الناقص والدائرة
فإنه يكون مع السطح الذي قام على الخط المخرج على الترتيب
مساويا للسطح الذي قام على الخط المخرج من المركز إلى طرف

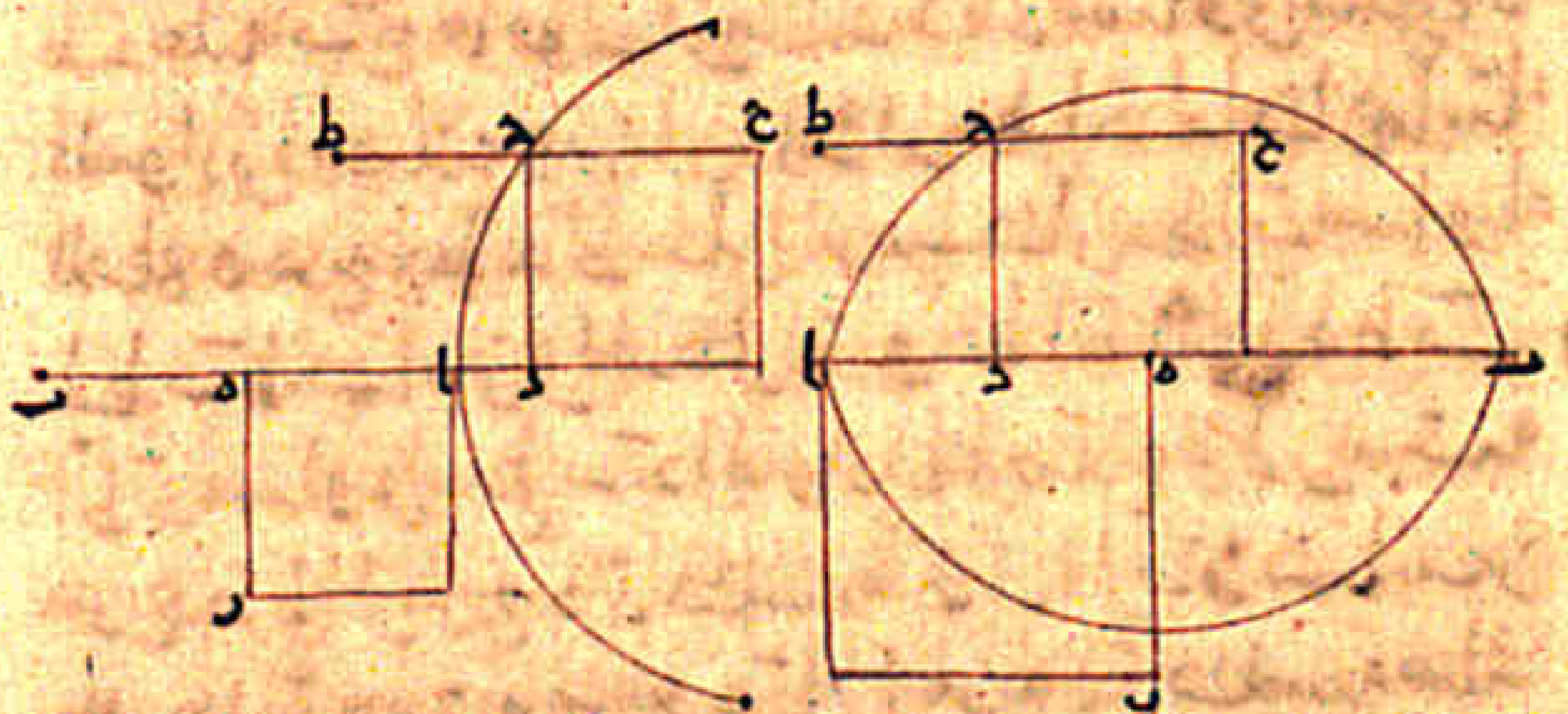
القطر فليكن قطع زائد أو ناقص أو قطعة دائرة وقطرها
المجانب ا ب ومركزها نقطة ه ونخرج خط ح د على الترتيب إلى
القطر ويقام على خط د ه سطحا متوازي الأضلاع يكون ضلعه
الثاني أي ضلع كان وهو سطح د خ ويقام على خط ا ه سطحا
يكون زواياه مثل زوايا سطح د خ وهو سطح ا ن ويكون نسبة
ا ه إلى ه ن مثل نسبة الخط القائم إلى القطر المجانب كنسبة
د ح إلى د خ فأقول إن الشكل الذي يقوم على خط د ه المشبه
بسطح ا ن في القطع الزائد مساوٍ لسطحي ا ن خ د وأما في
الناقص والدائرة فإن الشكل الذي يقوم على خط ه د المشبه
بسطح ا ن مع سطح خ د يكون مساويا لسطح ا ن فلنجعل نسبة
خط د ح إلى ح ط كنسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب
فلأن نسبة د ح إلى ح ط كنسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب
ونسبة د ح إلى ح ط كنسبة مربع د ح إلى السطح د ح في
ح ط ونسبة الضلع القائم إلى المجانب كنسبة مربع د ح
إلى السطح ب د في د ا كما بين في الشكل كا فسطح ب د في د ا
مساوٍ لسطح د ح في ح ط ولأن نسبة د ح إلى د خ مركبة
من نسبة ا ه إلى ه ن ومن نسبة الضلع القائم إلى المجانب التي هي
نسبة د ح إلى ح ط ونسبة د ح إلى د خ مركبة من نسبة د ح
إلى ح ط ومن نسبة ط ح إلى د خ فالنسبة المؤلفة من ا ه إلى
ه ن ومن د ح إلى ح ط هي المؤلفة من د ح إلى ح ط ومن ط ح إلى
د خ ونطرح نسبة د ح إلى ح ط المشتركة فتبقى نسبة ا ه إلى
ه ن كنسبة ط ح إلى د خ ولكن نسبة ط ح إلى د خ كنسبة سطح

طد وحد الى سطح حج وحد ونسبه اه الى هز كنسبه
مربع اه الى سطح اه في هز فنسبه سطح طد وحد الى سطح
حد وحز كنسبه مربع اه الى سطح اه في هز ولكن سطح طح
وحد قد استبان انه مساو لسطح بد في دا فنسبه سطح
بد في دا الى سطح حد وحز كنسبه مربع اه الى سطح اه في
هز وعلى تبديل النسبه تكون نسبه سطح بد في دا الى مربع
اه كنسبه سطح حد وحد الى سطح اه في هز ونسبه حد
حد الى اه في هز كنسبه دح المتوازي الاضلاع الى دا لانهما
مساويه الزوايا ونسبتهما مركبه من نسبه اضلاعهما وهي نسبه
حد الى اه ومن نسبه حد الى هز فنسبه سطح بد في دا الى مربع
اه كنسبه سطح حد الى سطح ار فنقول في القطع الزائد فنسبه
سطح بد في دا مع مربع اه الى مربع اه كنسبه سطح حد ار
الى سطح ار ولكن سطح بد في دا مع مربع اه مساوي لمربع ده
فنسبه مربع ده الى مربع اه كنسبه حد ار الى سطح ار ونسبه
مربع ده الى مربع اه كنسبه الشكل الذي على خط ده الشبيه
بشكل ار الى شكل ار فنسبه سطح حد ار الى سطح ار كنسبه
الشكل الذي على خط ده الشبيه بشكل ار الى سطح ار فشكل
ده الشبيه بشكل ار مساوي لسطح حد ار فاما في القطع
الناقص والدائره فان نسبه مربع اه الى سطح ار كنسبه
سطح اد في دب الى سطح دح واذا نقصنا من مربع اه سطح اد
في دب ومن سطح ار سطح دح كانت نسبه الباقي من مربع اه
الى الباقي من سطح ار كنسبه مربع اه الى سطح ار فاما مربع

سطح

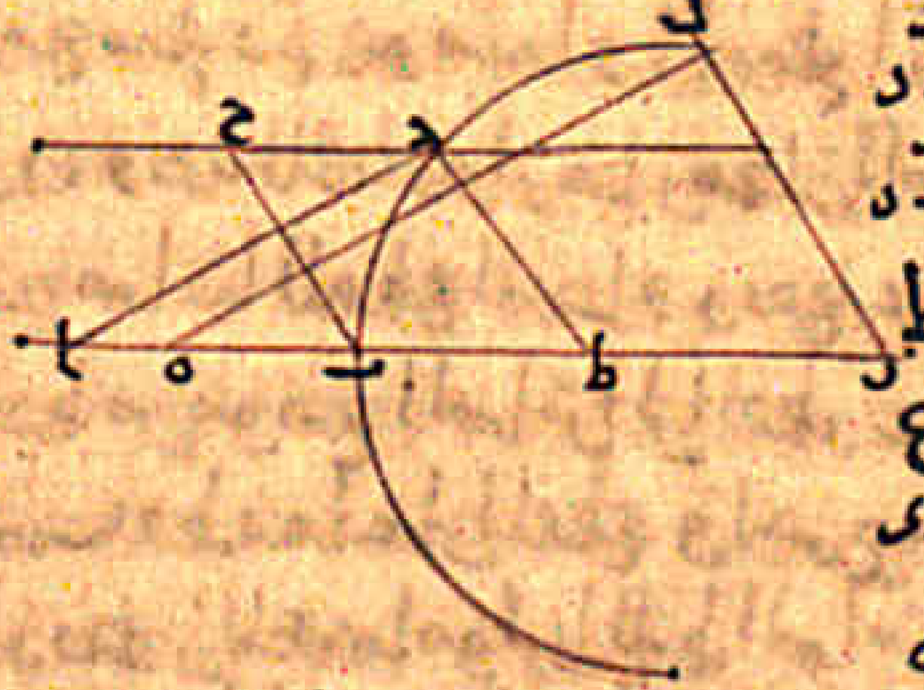
38

اه اذا نقص منه سطح بد في دا بقي منه مربع ده فنسبه
مربع ده الى فضله سطح ار على سطح دح كنسبه مربع اه الى
سطح ار ولكن نسبه مربع اه الى سطح ار كنسبه مربع ده
الى السطح الذي يقوم على ده الشبيه بسطح ار فنسبه
مربع ده الى فضله سطح ار على سطح دح كنسبه مربع ده
الى السطح الذي يقوم على خط ده الشبيه بسطح ار فالسطح الذي
يقوم على خط ده الشبيه بسطح ار هو مساوي لفضله
سطح ار على سطح دح فالسطح الذي على خط ده الشبيه



بسطح ار مع سطح دح هو مساوي لسطح ار وذلك ما اردنا
ان نبين ه وكذلك يلزم ان كان مكان السطوح مثلثات ه
مه كل خط يخرج مماسا للقطع المكافي ويقع على القطر اذا اخرج
ويخرج خط من موضع المماس الى القطر على الترتيب فانه
اذا تعلمت نقطه ما على القطع واخرج منها خطان يقعان
على القطر يكون احدهما موازيا للخط المماس والاخر موازيا
للخط الذي خرج على الترتيب كان المثلث الذي حدث بخطيهما

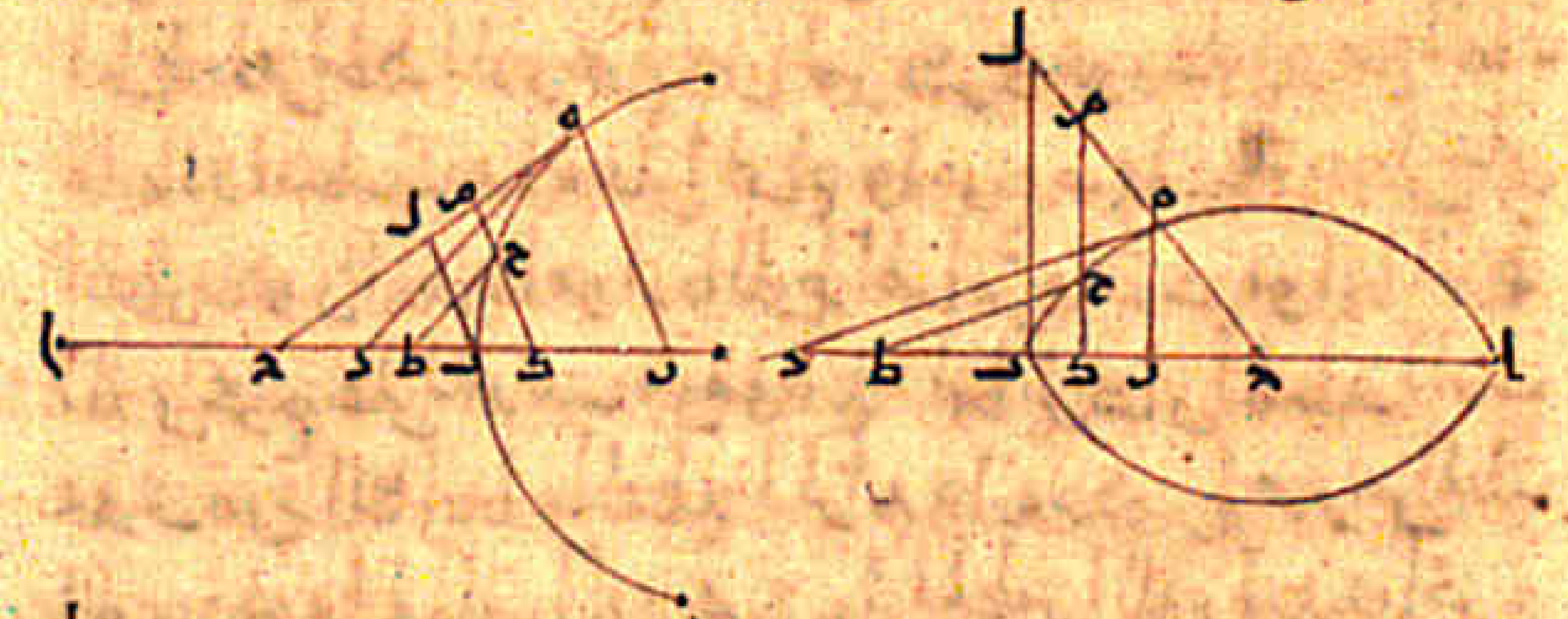
مساويا للسطح المتوازي الاضلاع الذي قاعدته الخط الذي بين
مسقط خط الترتيب الذي يخرج من النقطة التي تعلمت وبين
راس القطع وارتفاعه مثل ارتفاع المثلث الذي راسه عند
نقطة التماس فليكن قطع مكافئ قد يخرج قطره الى نقطة ا
ويكون خط ا د مماسا للقطع ونخرج خط ح ط على الترتيب ونعلم
على القطع نقطة د ونخرج منها خط د ر على الترتيب ونخرج
من نقطة د خطا موازيا لخط ا د عليه د ه ومن نقطة ح خطا
موازيا لخط ب ر عليه ح ح ومن نقطة ب خطا موازيا لخط
ط ح عليه ب ح فاقول ان مثلث د ه ر مساو لسطح ح ر
المتوازي الاضلاع وبرهان ذلك ان خط ا د لما كان مماسا
للقطع وخرج خط ح ط على الترتيب كان خط ا ب مساويا
لخط ب ط كما بين في الشكل له فخط ا ط مثلا خط ط ب فمثلث
ا ط ح مساو لسطح ب ح المتوازي الاضلاع ولان نسبة
مربع ح ط الى مربع د ر كنسبة ط ب الى ب ر كما بين
في الشكل ك ونسبة مربع ح ط الى مربع د ر كنسبة مثلث



ا ح ط الى مثلث ه د ر
ونسبة ط ب الى ب ر
كنسبة سطح ح ط
المتوازي الاضلاع
الى سطح ح ر المتوازي
الاضلاع فنسبة
مثلث ا ح ط الى مثلث ه د ر كنسبة سطح ط ح المتوازي الاضلاع

الى سطح ح ر المتوازي الاضلاع واذا بدلنا يكون نسبة مثلث
ا ط ح الى سطح ب ح المتوازي الاضلاع كنسبة مثلث ه د ر الى
سطح ح ر المتوازي الاضلاع ولكن مثلث ا ح ط مساو لسطح
ب ح المتوازي الاضلاع فمثلث د ه ر مساو لسطح ح ر المتوازي
الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين
مح اذا خط خرج مماسا للقطع الزائد او الناقص او قطعة الدائرة
ويقع على القطر اذا اخرج ونخرج من موضع التماس خط على
الترتيب الى القطر ونخرج خط من راس القطع موازيا لهذا
الخط يلقى الخط الذي يخرج من المركز ويجوز على موضع التماس
فانه اذا تعلمت نقطة على القطع واخرج منها خطان يقعان على
القطر يكون احدهما موازيا للخط المماس والاخر موازيا للخط
الذي يخرج على الترتيب من موضع التماس كان المثلث الذي
يحدث من ذلك اما في القطع الزائد فانه يكون اصغر من المثلث
الذي يقطعه المثلث الذي يخرج على الخطين اللذين احدهما يخرج
من المركز والاخر هو الخط المماس بمقدار المثلث الذي يقوم
على نصف القطر الشبيه بالمثلث المقطوع واما في القطع
الناقص او الدائرة فانه يكون مع المثلث المقطوع الذي رسمنا
الى المركز مساويا للمثلث الذي يقوم على نصف القطر ويكون
شبيها بالمثلث المقطوع فليكن قطع زائد او ناقص او دائرة
قطره المجانب ا ب ومركزه نقطة ج ونخرج خط د ه مماسا
للقطع ويلاقي د ه ونخرج خط ه ز على الترتيب ونعلم نقطة على
القطع عليها ح ونخرج خط ح ط موازيا للخط المماس ونخرج خط

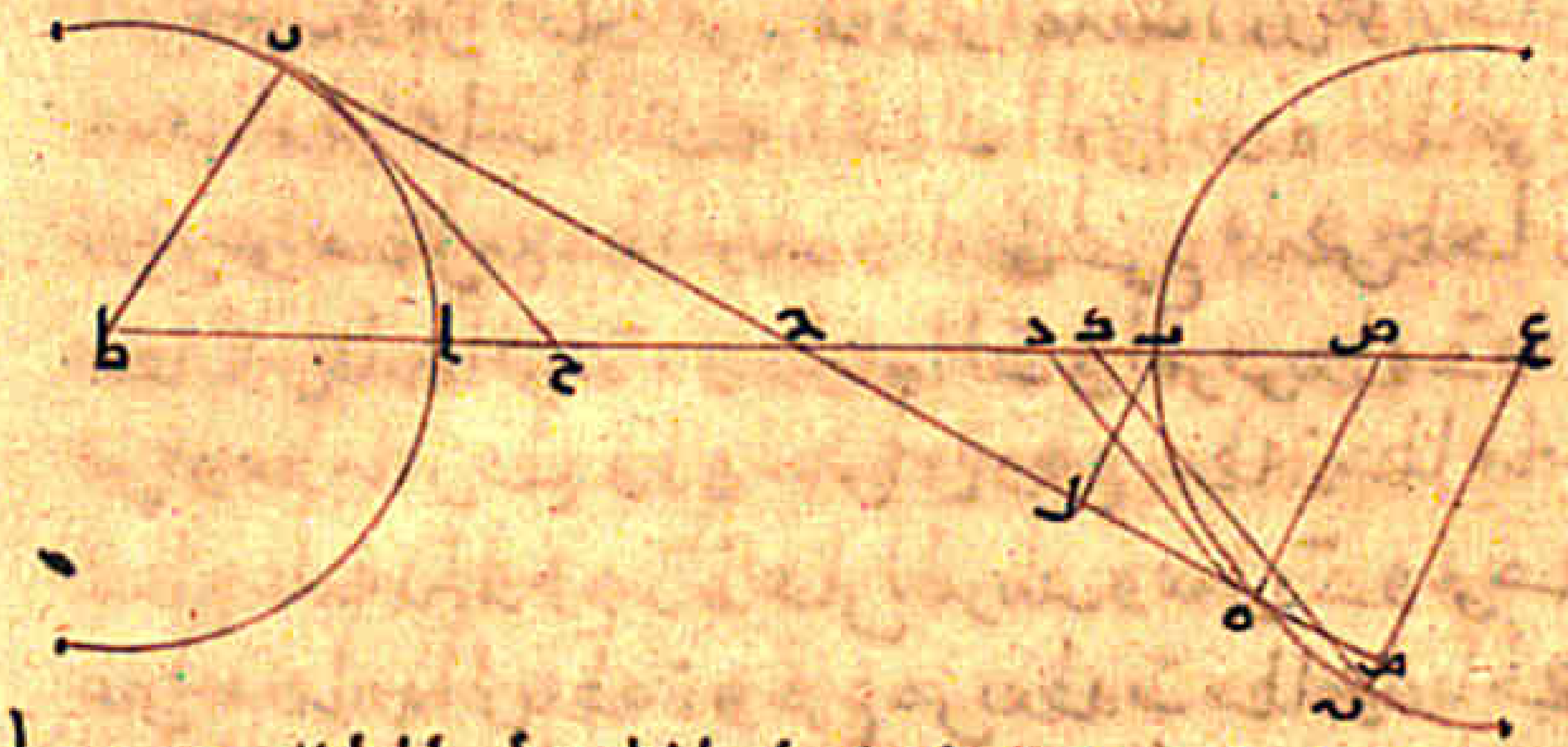
خ د م على الترتيب ومن نقطة ب نخرج خط ب ل موازيا لخطوط
الترتيب فأقول إن فضل ما بين مثلث د م خ ومثلث ل ح ب يكون
بمقدار مثلث ح ك ط فلأن خط ه د مماس وخط د ز على الترتيب
تكون نسبة ه ز إلى ز د مركبة من نسبة ح د إلى ز ه ومن
نسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب كما تبين في الشكل لط
ولكن نسبة ه د إلى د ذ كنسبة ح ك إلى ك ط ونسبة ح د إلى ز ه
كنسبة ح ب إلى ب ل فتكون نسبة ح ك إلى ك ط مركبة من نسبة
ب ح إلى ب ل ومن نسبة الضلع القائم إلى المجانب ومن أجل ما



قد تقدم بيانه في الشكل م يكون فضل ما بين مثلث د م خ ومثلث
ومثلث ب ل ح بمقدار مثلث ح ط ك فإنه قد تبين ذلك وأضعافها
المتوازية الأضلاع في الشكل م ولأن أضعاف هذه المثلثات مع
ما بينا تكون متساوية للأولى وذلك ما أردنا أن نبين ه
كل خط يخرج مماسا لأحد القطعين المتقابلين ويقع على القطر ويخرج مد
من موضع التماس خط على الترتيب إلى القطر ويخرج من رأس القطع
الآخر خط موازي لخط الترتيب فيقطع الخط الذي يخرج من موضع
التماس على استقامة ويمر على المركز ويعلم نقطة ما على

هذا القطع ويخرج منها خطان إلى القطر أحدهما موازي للخط المماس
والآخر موازي للخط الذي يخرج إلى القطر على الترتيب فإن المثلث
الذي يحدث من هذين الخطين أصغر من المثلث الذي يحدث من
خروج الخط إلى المركز ومن خط الترتيب الذي يخرج من النقطة
التي علمت ومن القطر المخرج بمقدار المثلث الذي يقوم على
نصف القطر المجانب الشبيه بالمثلث الذي أحدثه الخط المخرج
الذي مر في الشكل مع خط الترتيب والقطر المخرج فليكن قطعان
متقابلان عليهما ا ز ب ه وقطرهما ا ب والمركز نقطة ح وليخرج
من موضع ما من قطع د ا ولتكن من موضع نقطة ز خطا مماسا
للقطع عليه ز ح ويخرج ز ط على الترتيب ونصل ز ح ونخرجه
على استقامة إلى نقطة ه ويخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط
ز ط عليه ب ل ويعلم نقطة ما عليها ن على قطع ب ه ويخرج من
نقطة ن خطا على الترتيب عليه ن ع وخطا آخر موازيا لخط ز ح
عليه ن ك فأقول إن مثلث ن ع ك أصغر من مثلث ح م ع بمثلث
ح ب ل وبرهان ذلك أن نخرج من نقطة ه خطا مماسا للقطع ب ه
عليه ه د ونخرج خط ه ص على الترتيب فلأن قطعي ز ا ب ه
متقابلان وقطرهما ا ب وخط ز ح ه يمر على المركز وخطي
ز ح ه د مماسان للقطعين يكون خط ز ح موازيا لخط د ه كما
تبين من الشكل السادس والثلثين ل وخط ن ك موازي لخط ز ح
فخط ن ك موازي لخط ه د وخط م ع موازي لخط ب ل وقطع
ب ه هو القطع الزائد وقطره ا ب ومركزه نقطة ح وخط
د ه مماس للقطع وخط ه ص مخرج على الترتيب وخط ب ل موازي

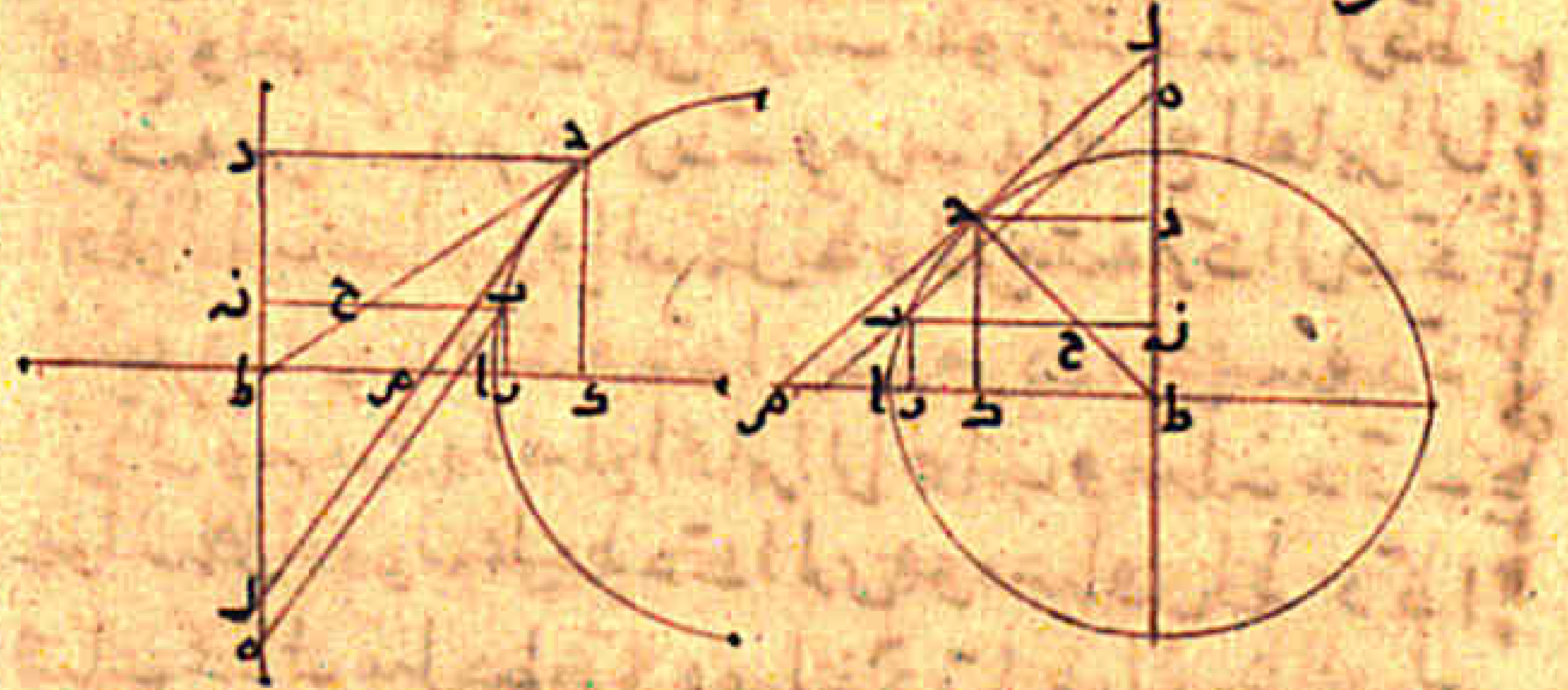
لخطه مر وقد نعلم على القطع نقطه ىه وىخرج منها خط على
الترتيب عليه ىه ع وىخرج خط ه ك موازيا لخط د ه فيكون مثلث
ىه ع ك اصغر من مثلث ع م ح بمقدار مثلث ح ب ل فاذ ذلك
قد ىىن في الشكل الذي قبل هذا وذلك ما اردنا ان ىىىن



مه اذا خرج خط مماسا للقطع الزايد او الناقص او الدائره ويقع على
القطر الثاني وخرج خط من موضع المماس الى ذلك القطر
الثاني ويكون موازيا للقطر الاول وخرج خط من موضع المماس
الى مركز الشكل وتعلم نقطه ما على القطع وخرج منها
خطان الى القطر الثاني احدهما موازي للخط المماس والاخر
موازي للخط الذي خرج على الترتيب فان المثلث الذي يحدث
منهما يكون اما في القطع الزايد فاعظم من المثلث الذي يفصله
الخط الذي يخرج من موضع المماس الى المركز بمقدار المثلث
الذي قاعدته لخط المماس وراسه مركز القطع واما في
القطع الناقص والدائره يكون مع المثلث المفصل مساويا
للمثلث الذي قاعدته الخط المماس وراسه مركز القطع

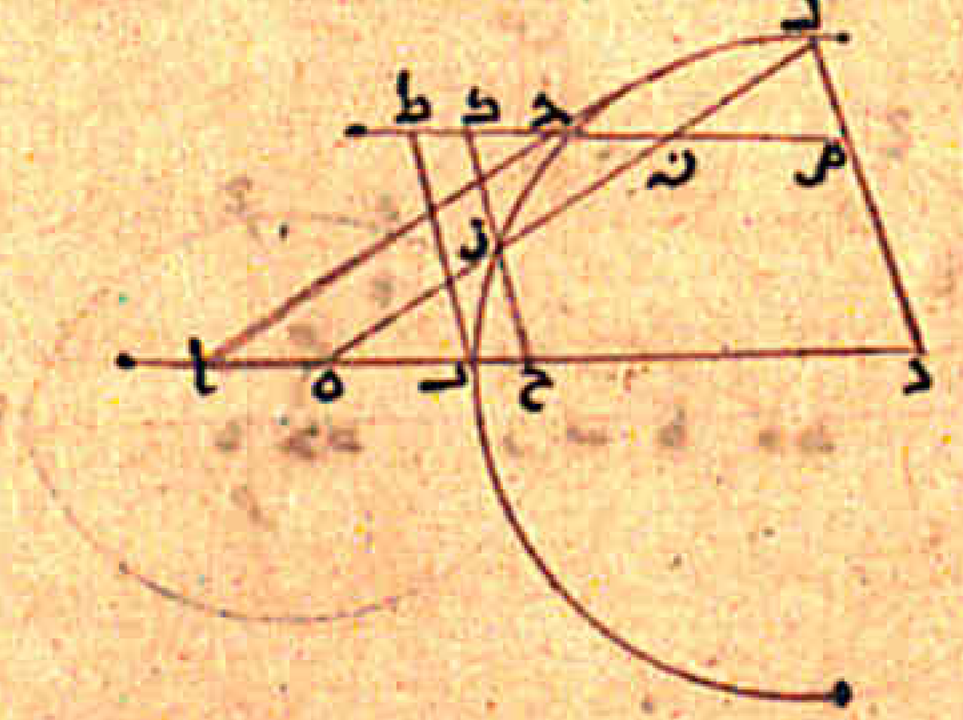
فليكن قطع زايد او ناقص او دائره عليها ا ب ح د وقطره
ا ط والمركز نقطه ط وقد اخرج من نقطه ط القطر الثاني
وخط ح م لـ مماس للقطع على نقطه ح وخرج خط ح د موازيا
لخط ا ط ووصل ط ح على استقامه ونعلم نقطه ما على
القطع عليها ب ونخرج من نقطه ب خطين عليهما ب ه ب ز موازيين
لخطي ل ح ح د فاقول ان في القطع الزايد يكون مثلث ب ه ز
اعظم من مثلث ح ط ز بمقدار مثلث ل ح ط وفي القطع الناقص
يكون مثلث ب ه ز مع مثلث ز ح ط مساويا لمثلث ح ل ط
فنخرج خطي ح ك ب ه موازيين لخط د ط فلان خط ح م مماس
للقطع ولخرج خط ح ك على الترتيب يكون نسبه ح ك الى ك ط
مركبه من نسبه م ك الى ك ح ومن نسبه الضلع القايم الى
القطر المجانب كما بين في الشكل لط ولكن نسبه م ك الى ك ح
نسبه ح د الى د ل فنسبه ح ك الى ك ط مركبه من نسبه ح د
الى د ل ومن نسبه الضلع القايم الى المجانب ومثلث ح د ل
هو الشكل المعمول على خط ح ك الذي هو مساوي لخط د ط
فمثلث ح د ل مثل خط ك ط ومثلث د ط هو الشكل المعمول
على خط ح ك الذي هو مساوي لخط د ط فمثلث ح د ل اما في
القطع الزايد فانه اعظم من مثلث د ح ط بالمثلث المعمول
على خط ا ط الشبيه بمثلث ح د ل كما بين في الشكل ما
واما في القطع الناقص فان مثلث د ح ط المعمول على خط
مساوي لخط ح ك مع مثلث ح د ل المعمول على خط مساوي
لخط ط ك الذي بين المركز ومسقط خط الترتيب مساويان

للمثلث المعمول على خط آ ا الشبيه بمثلث د ذ ل لانه قد
بين ذلك ايضا في اضعاف المثلثات وفي الشكل مَا قبل فلنرجع
الان الى ما بقي القطعين من باقي البرهان وهو ان فضل ما بين
المثلث المعمول على آ ط الشبيه بمثلث د ذ ل وبين مثلث
د ذ ل هو مثلث ح ط ك الذي هو مثل مثلث د ذ ط فمثلث ح ط ل
مساو للمثلث المعمول على خط آ ط الشبيه بمثلث د ذ ل
ولان مثلث ب ر ه شبيه بمثلث د ذ ل ومثلث ح ز ط شبيه
بمثلث د ذ ط فكلاهما متشابهة واحدة ومثلث ب ز ه معمول
على خط مثل خط ز ط الذي فيما بين الخط المخرج على الترتيب وبين



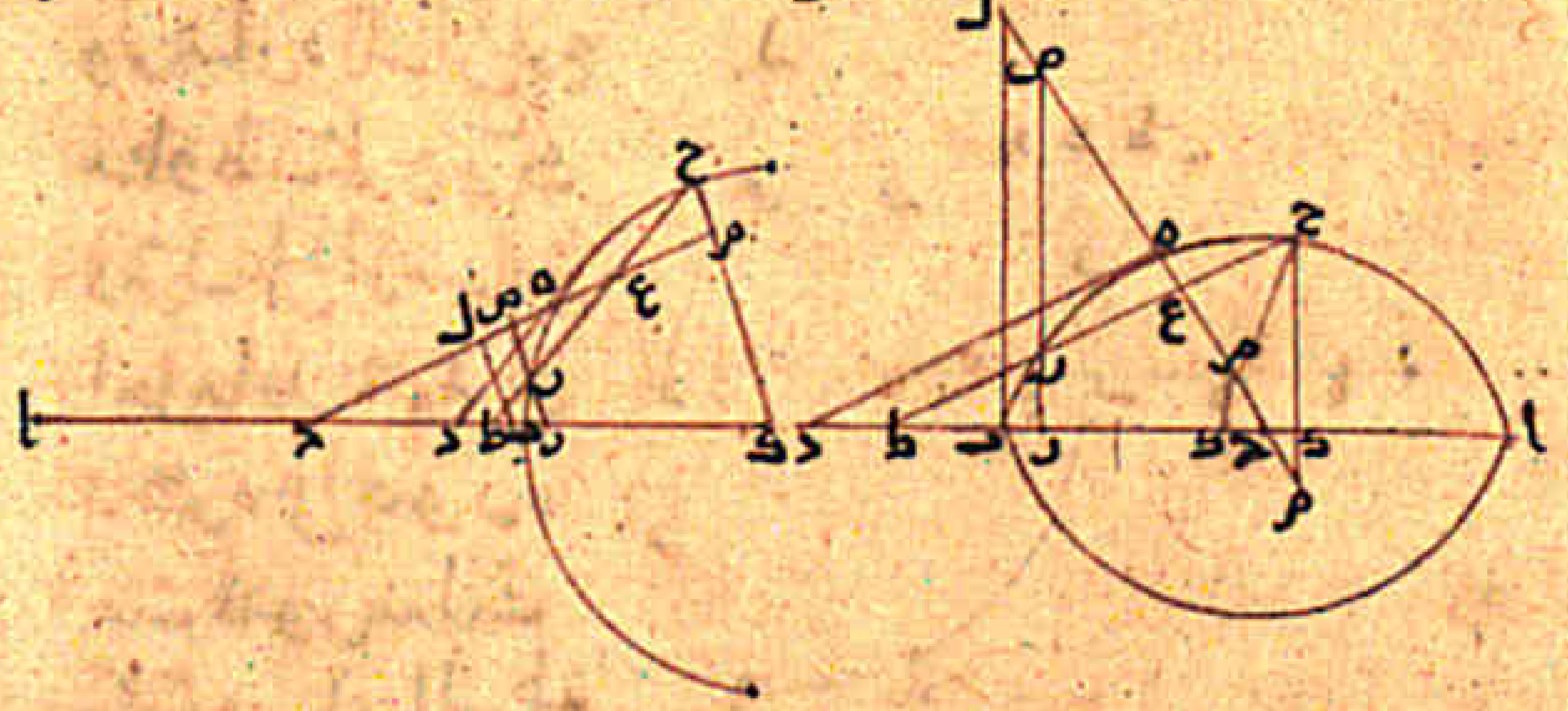
المركز ومثلث ح ز ط هو المعمول على خط ب ه المخرج على الترتيب
الذي هو مثل ز ط ويكون فضل ما بين المثلث المعمول على آ ط
الشبيه بمثلث د ذ ل وبين مثلث ه ز ب الذي هو شبيه بمثلث
ل ذ د هو مثلث ح ز ط مماس في الشكل مَا وذلك ما اردنا ان نبين
فهذا الاثنان ان المثلث المعمول على آ ط الشبيه بمثلث
ل ذ د مساو لمثلث ل ح ط ٥

مو اذا خط خرج مماسا للقطع المكافئ ووقع على القطر فخرج من موضع
التماس خط يقع في داخل القطع موازيا للقطر وتعلم نقطة على
اي موضع كان من القطع ويخرج منها خط موازي للخط المماس
فان الخط الذي اخرج موازيا للقطر يقطع ما يقع في داخل القطع
من هذا الخط الذي اخرج موازيا للمماس بنصفين فليكن قطع
مكافئ وقطره المخرج ا ب د ونخرج خط ا ج مماسا للقطع
ونخرج خط ط ج م على نقطة ج موازيا للخط ا د الذي هو القطر
المخرج ونعلم على القطع نقطة ما عليها ل ونخرج خطا موازيا
للخط ا ج عليه ل ن ز ه فاقول ان خط ل ن مساو لخط ن ز



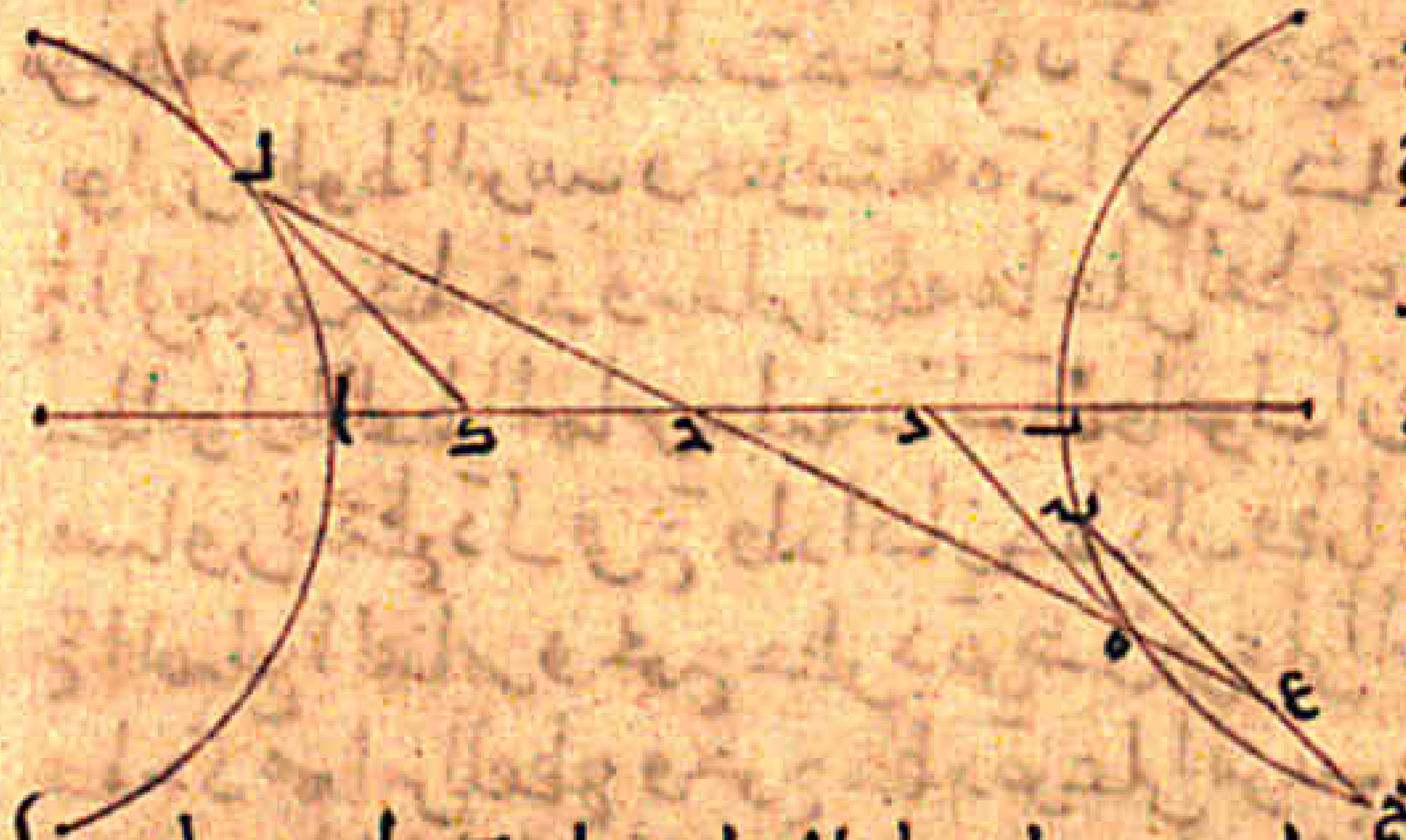
وبرهان ذلك انا نخرج
خطوط ب ط ج ز ك
د م ل على الترتيب فمن
اجل ما قد تقدم من
ذكره في الصورة
مب تكون مثلث
ه ك ز مساويا للسطح
ب م الموازي الاضلاع ومثلث ه ز ح لسطح ز ك فهو سطح
ح م الموازي الاضلاع مساويا للسطح ل ز ج د ذي الاربعة
الاضلاع ويسقط من كليهما سطح م د ج ز ن ذا الخمسة الاضلاع
فيبقى مثلث د ز ن مساويا للمثلث ل م ن وخط ك د موازي
لخط ل م فخط د ن مساو لخط ن ل وذلك ما اردنا ان نبين ٥
مز اذا خط خرج مماسا للقطع الزائد او الناقص او الدائرة ووقع

على القطر وخرج من موضع المماس خط الى المركز للشكل فانه
فانه يقطع جميع الخطوط التي تخرج موازية للخط المماس بنصفين
فليكن قطع زايدا او ناقصا او قطعة دائرة والقطر المجانب خط
اب والمركز نقطة ج وخرج خط ده مماسا للقطع ووصل خط
ده وخرجه على استقامته وتعلم نقطة ما على القطع عليها
ز وعلى نقطة ز نخرج خط ط ز ع ح موازيا للخط المماس فاقول
ان خط ز ع مساوي لخط ع ح فلنخرج خطوط ص ز ر ك ل ح م ك
على الترتيب موازية لخطوط الترتيب من اجل ما قد تقدم من بيانه
في الصورة الثالثة والاربعين يكون مثلث ز ط ر مساويا



لسطح ل ك ص ز ذي الاربعة الاضلاع ومثلث ح ط ك مساويا
لسطح ل ك ح م وسطح ز ح ك ز ذي الاربعة الاضلاع مساويا
لسطح م ك ص ز ذي الاربعة الاضلاع ونقص سطح ز ر ك م
المخمس المشترك فيبقى مثلث ع م ح مساويا لمثلث ع ز ص
وخط م ح موازي لخط ز ص فخط ز ع مثل ع ح وذلك ما اردنا ان نبين
لا خط ع ح مماسا لاحد القطعين المتقابلين ويقع على القطر مح

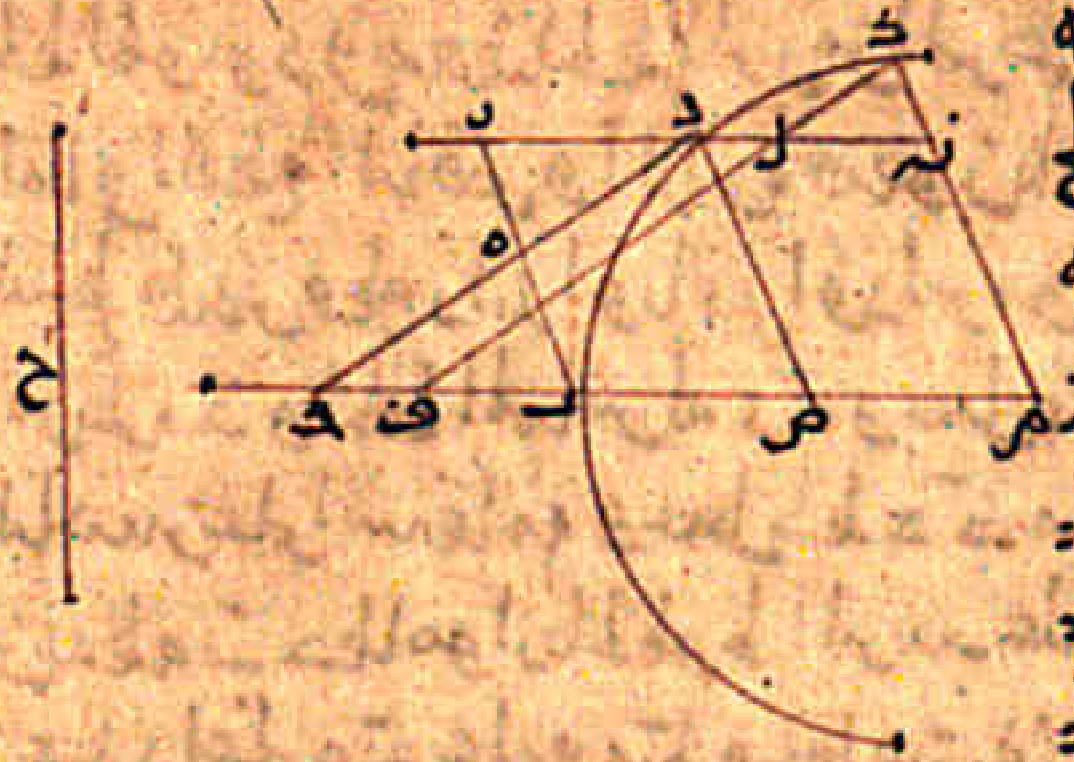
وخرج من موضع المماس خط يمر على المركز ويقطع القطع الآخر
فان الخط الذي يقع منه داخلا في القطع يقسم الخط الذي يخرج من اي
موضع كان من ذلك القطع موازيا للخط المماس بنصفين فليكن
قطعان متقابلان قطرهما خط اب والمركز نقطة ج وليكن
خط ك ل مماسا للقطع ا ووصل لج وخرجه على استقامته
الى ه وتعلم نقطة على قطع ب عليها ز وخرج على نقطة ز خطا
موازيا للخط ل ك عليه ز ع ح فاقول ان خط ز ع مساوي لخط ع ح
فلنخرج على نقطة ه خط ه د مماسا للقطع فخط ه د موازي لخط
ل ك كما قد تبين في الشكل ل و ول و ولذلك ايضا يكون موازيا
لخط ز ع ح
فلان ب ز ح
قطع زايد
ومركزه
نقطة ج
وخط
د ه مماس



له ووصل خط ج ه وتعلم على القطع نقطة ز واخرج عليها
خط ز ع ح موازيا لخط د ه من اجل ما قد تقدم من بيانه في القطع الزايد
يكون خط ز ع مساويا لخط ع ح وذلك ما اردنا ان نبين
اذا خط خط مماسا للقطع المكافي ويقع على القطر وخرج على مط
موضع المماس خط موازي للقطر وخرج خط من راس القطع
موازي للخطوط المرتبة الى ذلك الخط ويجعل نسبته لخط الذي

انقطع من الخط المماس على هذا الخط الى الخط الذى انقطع
من الخط الموازى للقطر من موضع المماس الى مسقط هذا الخط
عليه كنسبة خط ما الى ضعف الخط المماس فانه اذا
تعلمت نقطة على القطع واخرج منها خط موازى للخط المماس
يقطع الخط الذى يوازى القطر كان مربع الخط الذى يكون من
موضع النقطة التى تعلمت الى الخط الموازى للقطر مساويا
للسطح الذى يكون من ضرب الخط الذى من ذلك الموضع الى القطع
حسب المماس فى الخط الموجود فليكن قطع مكافئ وقطره متصل
بخط ب د على استقامته ويكون خط ح د مماسا للقطع ونخرج
من نقطة د خطا موازيا للخط ب د عليه ن د ر ونخرج خط ر ب
يوازى خطوط الترتيب ونجعل نسبة ه د الى د ر كنسبة خط
ح الى ضعف خط ح د ونعلم نقطة ما على القطع عليها ك وتخرج من نقطة ك
خطا موازيا للخط المماس عليه ك ل ف فاقول ان مربع ك ل
مساوى لسطح د ل فى ح فاذا كان خط د ل قطرا يكون خط
ح الضلع القائم ونخرج خطى د ص ك م على الترتيب فلان
خط ح د مماس للقطع وخرج خط د ص على الترتيب يكون خط
د ب مساويا للخط ب ص فخط ب ص مساوى لخط ر د فخط
د ب مساوى لخط ر د ومثلث ه د ب مساوى لمثلث ه ر د
ونزيد سطح د ه ب ص م ن مشتركا فسطح د ح ص ر ذو الاربعة
الاضلاع مساوى لسطح د ص الموازى الاضلاع ولمثلث
ك ف م كما تبين فى الشكل ... وننقص سطح ل ف م ن ذا
الاربعة الاضلاع مشتركا فنبقى مثلث ك ل ن مساويا

لسطح ل ت د الموازى الاضلاع وزاوية د ل ف مساوية لزاوية
ك ل ن فسطح ك ل فى ل ن ضعف سطح ل ت د فى ح ولان نسبة
ه د الى د ر كنسبة خط ك ل الى ل ن فنسبة خط ح الى ضعف خط
د ر كنسبة ك ل الى ل ن ولكن نسبة ك ل الى ل ن كنسبة
مربع ك ل الى سطح ك ل فى ل ن ونسبة خط ح الى ضعف خط
د ر كنسبة سطح ح فى د ل الى ضعف سطح د ر فى د ل اذا كان
د ل ارتفاعا مشتركا فنسبة مربع ك ل الى سطح ك ل فى ل ن
كنسبة سطح ح فى د ل الى ضعف سطح د ر فى د ل واذا بدلنا
النسبة كانت نسبة
مربع ك ل الى سطح
د ل فى ح كنسبة
سطح ك ل فى ل ن الى
الى ضعف سطح
د ل فى د ر ولكن
سطح ك ل فى ل ن

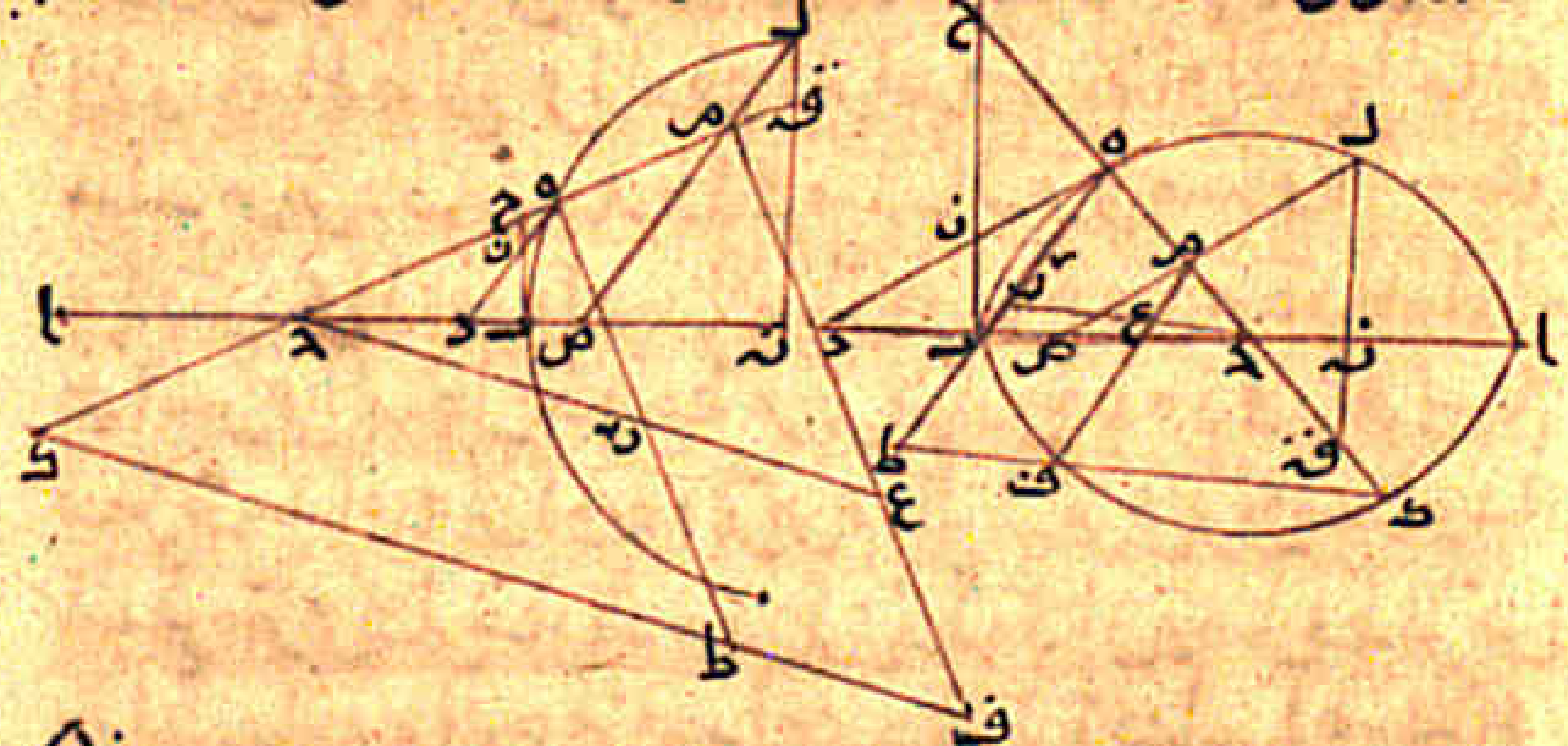


مثل ضعف سطح د ر فى د ل فمربع ك ل مساوى لسطح ح فى د ل
فيكون خط ح الخط القائم لقطر د ل وذلك ما اردنا ان نبين ه
ن كل خط يخرج مماسا للقطع الزائد او الناقص او قطعة الدائرة
ويقع على القطر ويخرج من موضع المماس خط الى المركز ويمر
على استقامته فى كلتى الجهتين ويخرج من رأس القطع خط موازى
لخطوط الترتيب يقع على ذلك الخط ونجعل نسبة الخط المتصل
من الخط المماس الذى فيما بين موضع المماس والخط الذى اخرج

موازيا للخطوط الترتيب الى المنفصل من الخط المخرج من موضع
التماس الى المركز الذي يماس موضع التماس ومسقط الخط المخرج
على الترتيب كنسبة خط ما الى ضعف الخط المماس فانه اذا تعلمت
نقطة على القطع واخرج منها خط موازي للخط المماس يقع على
الخط المخرج على المركز وموضع التماس فان ذلك الخط يقوى على
سطح قائم الزوايا مضاف الى الخط الموجود ويكون عرضه الخط
الذي من مسقط ذلك الخط الى موضع التماس ويكون ايضا في
القطع الزائد مزيدا سطحا شبيها بالسطح الذي يكون من ضرب
الخط الموجود في ضعف الخط الذي من المركز الى موضع التماس
واما في القطع الناقص والدائرة فيكون ناقصا سطحا شبيها بذلك
السطح فليكن قطع زائد او ناقص او دائرة وقطره المجانب ا ب
ومركزه ح والخط المماس له د ه ونخرج ح ه ونمده في كلتي
الناحيتين على استقامة ونجعل خط د ك مساويا لخط ه ح ونخرج
من نقطة ب خطا موازيا للخطوط الترتيب عليه ب ز ح ومن نقطة
ه عمودا على ه ح عليه ه ط ونجعل نسبة ز ه الى ه ح كنسبة
ه ط الى ضعف ه د ونصل ط ك على استقامة ونعلم على
القطع نقطة ل ونخرج منها خطا موازيا لخط ه د عليه ل م ص ع
ونخرج خط ل ق ن موازيا لخط ب ح وخط م ق موازيا لخط
ه ح وخط م ف موازيا لخط ه ط فاقول ان مربع ل م مساوي
لسطح ه م في م ف فلنخرج على نقطة ح خطا موازيا لخط ك ف
عليه د ح ع فلان خط ه ح مساوي لخط د ك ونسبة ه د الى
كنسبة ه ح الى ه ط يكون خط ح ز مساويا لخط ز ط ولكن نسبة ز ه

الى ه ح كنسبة ط ه الى ضعف ه د وضعف ه ط هو خط ه ح الى ه ح
كنسبة ط ه الى ضعف ه د وضعف ه ط هو خط ه ت فنسبة ز ه
الى ه ح كنسبة ط ه الى ضعف ه د وضعف ه ط هو خط ه ت فنسبة
ز ه الى ه ح كنسبة ت ه الى ه د ونسبة ز ه الى ه ح كنسبة
ل م الى م ق لتشابه المثلثين فنسبة ل م الى م ق كنسبة ت ه
الى ه د ولان مثلث ق ن ح في القطع الزائد اعظم من مثلث ح ت ج
الذي هو مثل د ه ح كما تبين في الشكل … بمقدار مثلث ل ن ص
واما في القطع الناقص فاصغر بمقدار مثلث ل ن ص كما تبين في
الشكل … فاذا القينا … مثلث ه ح د وسطح ن ق م ذي
الاربعة الاضلاع في القطع الزائد وطرحنا في القطع الناقص
مثلث م ص ح كان بعد ذلك مثلث ل م ص مساويا لسطح
م ق ح ص ذي الاربعة الاضلاع لان مثلث ح ه د مساو لمثلث
كما تبين في الشكل وخط م ص موازي لخط ه د وزاوية
ل م ص مساوية لزاوية ه من فسطح ل م في م ص مساوي
لسطح ه م في كلي خطي ق د م ص لان خط ه د ان وصل خط م ص
على استقامة واخرج من … خط الى … كانت اضلاع
المثلث الحادث مكافية لاضلاع مثلث ل م ص ولان نسبة
م د الى د ه كنسبة م ص الى ه د وكنسبة م ع الى ه ت تكون
نسبة م ع الى ه ت كنسبة م ص الى د ه واذا ركبنا النسبة
كانت نسبة كلي خطي م ع ت ه الى د ه كنسبة كلي م ص ه د الى
ه د واذا بدلنا النسبة كانت نسبة كلي م ع ت ه الى كلي م ص
ه د كنسبة ت ه الى ه د ولكن نسبة كلي م ع ه ت الى كلي م ص ه د

كنسبة سطح كلى م ع ه د في ه م الى سطح كلى م ه د في ه م الى
نسبة ت ه الى ه د كنسبة ز ه الى ه ح وكنسبة ل م الى م ق
وكنسبة مربع ل م الى سطح ل م في م ق فنسبة سطح كلى م ع
ه د في م ه الى سطح كلى م ه د في ه م كنسبة مربع ل م الى
سطح ل م في م ق فاذا بدلنا كانت نسبة سطح كلى م ع ه د
في م ه الى مربع م ل كنسبة سطح كلى م ه د في م ه الى سطح
ل م في م ق ولكن سطح ل م في م ق مساوى لسطح م ه في كلى م ص
ه د فمربع ل م مساوى لسطح ه م في كلى م ع ه د وخط ز ط
مساوى لخط ز ه وخط ي ط مساوى لخط ع ق فمربع ل م مساوى

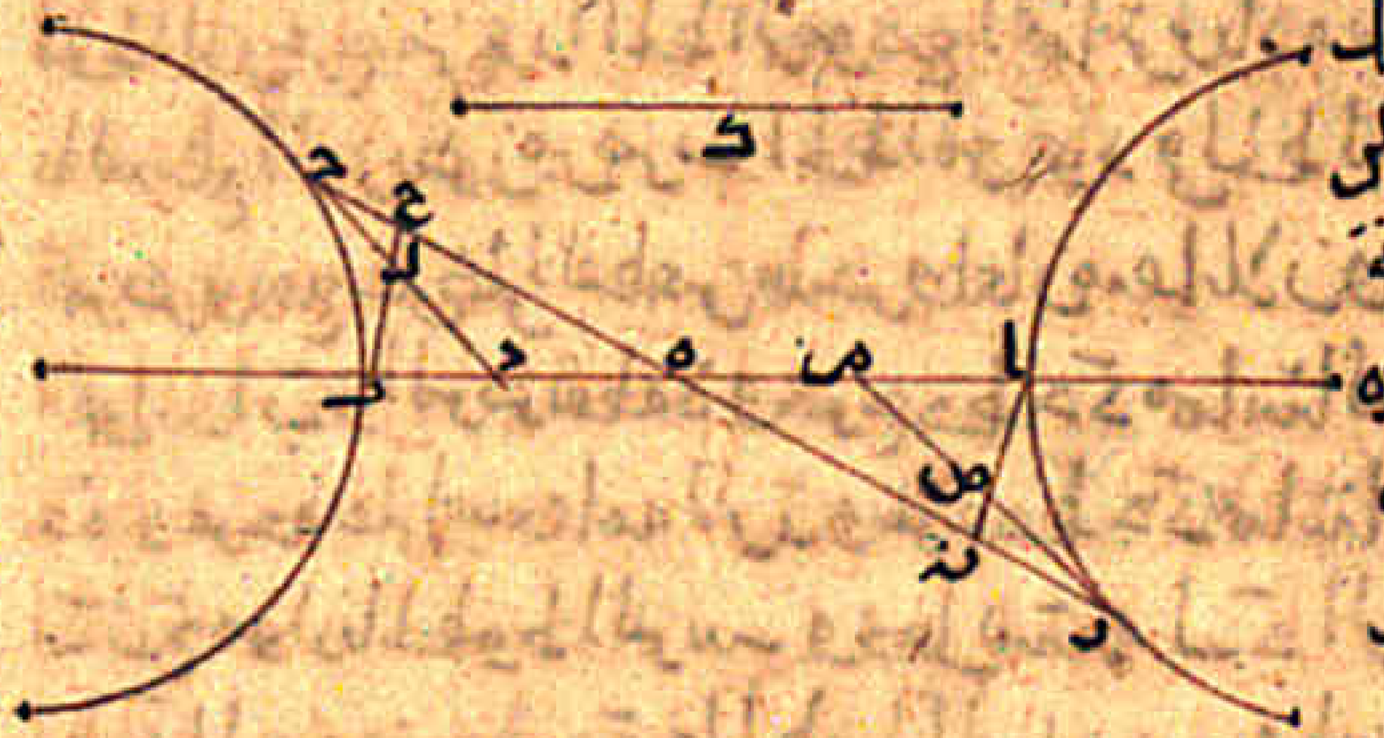


لسطح ه م في م ق وذلك ما اردنا ان نبين

نا كل خط يخرج مماسا لاحد القطعين المتقابلين ويقع على القطر
ويخرج من موضع التماس خط الى المركز ويخرج الى القطع الاخر
ويخرج من راس القطع خط موازى للخطوط المرتبة يقع على الخط
الذى خرج على نقطة التماس والمركز وتكون نسبة قطعة
الخط المماس التى فيما بين موضع التماس ومسقط الخط الذى

اخرج موازيا للخطوط المرتبة على الخط المماس الى قطعة الخط الذى
خرج من موضع التماس الى المركز الذى فيما بين موضع التماس
ومسقط الخط الذى اخرج موازيا للخطوط المرتبة على الخط الذى
خرج من موضع التماس الى المركز كنسبة خط ما الى ضعف
الخط المماس فان كل خط يخرج من كل واحد من القطعين المتقابلين
الى الخط الذى خرج من موضع التماس الى المركز ويكون موازيا
للخط المماس يقوى على سطح مضاف الى الخط الموجود وعرضه
الخط الذى يخرج من هذا الخط الى موضع التماس بزيادة سطح شبيه
بالسطح الذى يكون من ضرب الخط الموجود في الخط الذى مر على
المركز ويقع على كلى القطعين فليكن قطعان متقابلان وقطرهما
المجانب ا ب والمركز نقطة ه ونخرج خط ح د مماسا للقطع ب د ونصل
د ه ونخرجه على استقامة الى ز ونخرج خط د ذ مماسا للقطع ت ل ح
ت ل ح موازيا للخطوط المرتبة ونجعل نسبة ل د الى د ح كنسبة
خط ك الى ضعف خط ح د فالخطوط التى تخرج من قطع ت د موازية
لخط ح د الى خط د ه على استقامة تقوى على سطح مضاف الى خط
ك عرضه الخط الذى يكون من موضع مسقط هذه الخطوط الى
موضع التماس بزيادة سطح شبيه بسطح يكون من ضرب ح ز في
ك كما قد بين ذلك في شكل ب ه لان خط ز د ضعف خط د ه واقول
ان قطع ز ا ايضا يكون كذلك فنخرج على نقطة ز خطا مماسا للقطع
ا ت عليه م ز ونخرج خط ا ن على الترتيب فلان قطعى ب د ا ت
متقابلان فخطا ح د م ز مماسان لهما يكون خط ح د مساويا
لخط م ز وموازيا له كما بين من الشكل ل ولو وخط ح ه مساوى

لخط ه ز فخط ه د مساوي لخط ه م ولان نسبة خط ا ز الى ح ج كنسبة
خط ك الى ضعف خط د ح الذي هو مثل م ز يكون نسبة ص ز الى
د ز كنسبة ك الى ضعف م ز ولان قطع ا ز القطع الزائد وقطره
ا ز وخط م ز مماس له وخط ا ز موازي للخطوط التي نسبت
ونسبة ص ز الى د ز كنسبة ك الى ضعف ز م يكون للخطوط
المولية لخط م ز التي تخرج من قطع ا ز الى خط ز ه اذا اخرج على
استقامة تقوى على سطح قائم الزوايا عرضه خط ك والخط
المنفصل بتلك
الخطوط التي
ما بين نقطة
ز بزيادة
سطح مثله
سطح ح د
في ك



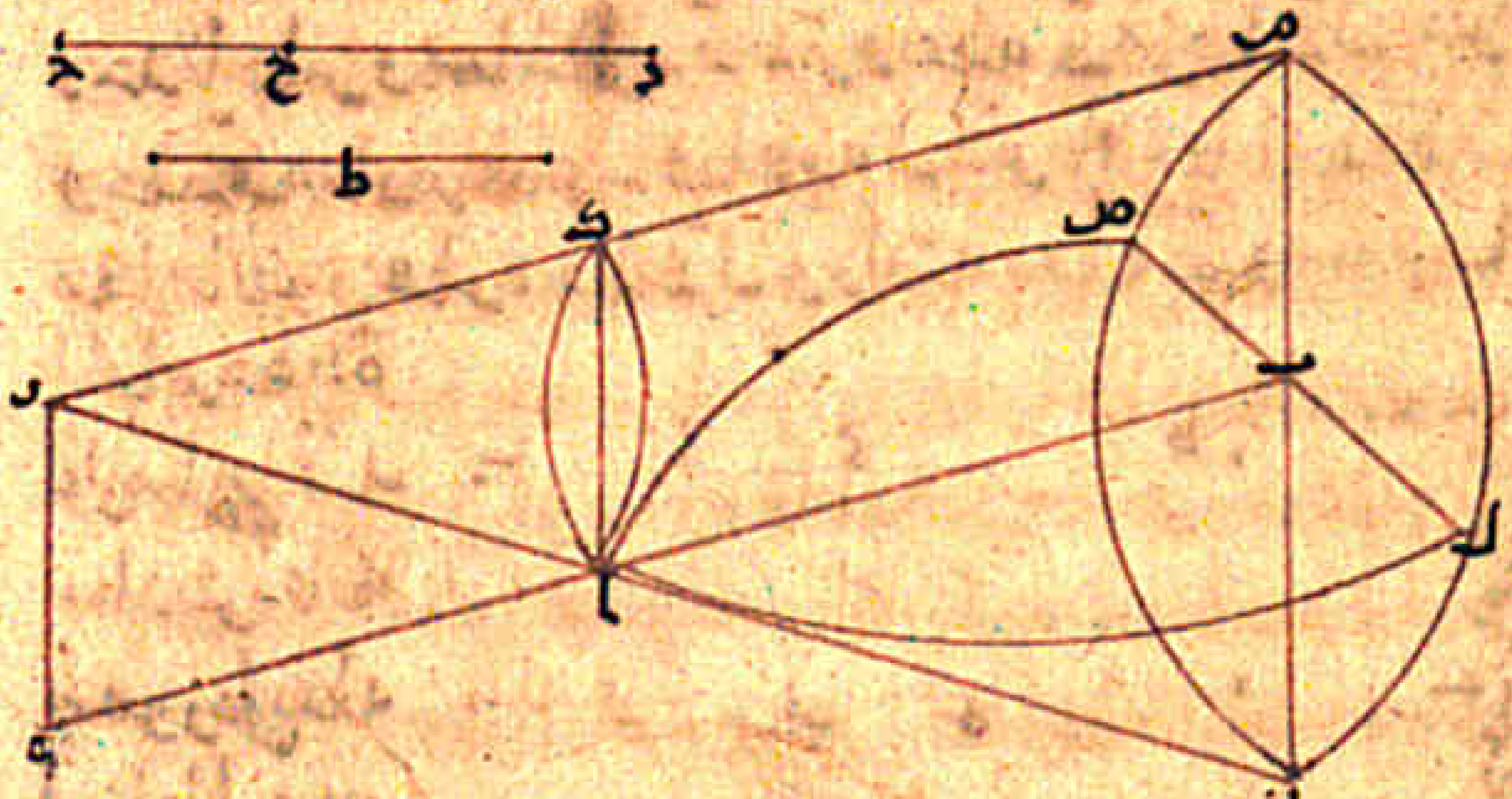
وذلك ما اردنا ان نبين
واذ قد بينا ما قدمنا ذكره فان كل خط يخرج في القطع المكافي
موازيا للقطر الاول هو ايضا قطر واما في القطع الزائد والناقص
والقطوع المتقابلة فكل خط يخرج على المركز هو قطر وفي
القطع المكافي الخطوط التي تخرج الى جميع الاقطار تكون
موازية للخطوط المماسة التي تخرج الى جميع الاقطار وتكون
موازية للخطوط المماسة من اسر ذلك القطر تقوى على السطوح
القائمة الزوايا التي تضاف الى الخط القائم لذلك القطر تكون

عرضها الخط الذي يخرج من طرف ذلك القطر وموضع مسقط خطوط
التي نسبت وفي القطع الزائد والقطوع المتقابلة تقوى خطوط
التي نسبت على تلك السطوح بزيادة الشكل الذي ذكرنا وفي الشكل
الثاني عشر وفي القطع الناقص تقوى على تلك السطوح بنقصان
الشكل الذي ذكرنا وقد تبين ان الذي يعرض في الاقطار الاول يعرض
مثله في سائر الاقطار وفي القطوع الثلثة فان طريق البرهان
فيها طريق واحد

نب اذا كان خط في سطح احد طرفيه معلوم فلنجد في ذلك السطح
قطع المخروط الذي يقال له القطع المكافي يكون قطره الخط
المعلوم ورأسه منتهى ذلك ويكون كل خط يخرج من القطع (الخط)
الى القطر على زاوية معلومة يقوى على سطح قائم الزوايا
يحيط به الخط الذي يكون من موضع مسقط ذلك الخط الى رأس
القطع وخط اخر معلوم ولنكن خط معلوم عليه ا ب معلوم
الطرف وهو موضع نقطة ا وليكن خط اخر ايضا معلوم عليه
ح د ولتجعل الزاوية المفروضة اولا زاوية قائمة نريد ان
نجد قطعا مكافيا في هذا السطح يكون قطره ا ب ورأسه نقطة ا (القائمة)
والضلع القائم له خط ح د ويكون الخطوط التي تخرج على الترتيب تخرج
على زوايا قائمة من قطر ا ب حتى يكون خط ا ب سهما فنخرج خط
ا ب على استقامة الى نقطة ه ونجعل خط ح ع مثل ربع خط ح د
وليكن خط ا ه اعظم من خط ح ع وليكن خط ط وسطا فيما بين
خطي ح د ه ا على نسبة فنسبة ح د الى ه ا كنسبة مربع ط الى مربع
ه ا وخط ح د اصغر من اربعة امثال خط ه ا فمربع ط اصغر

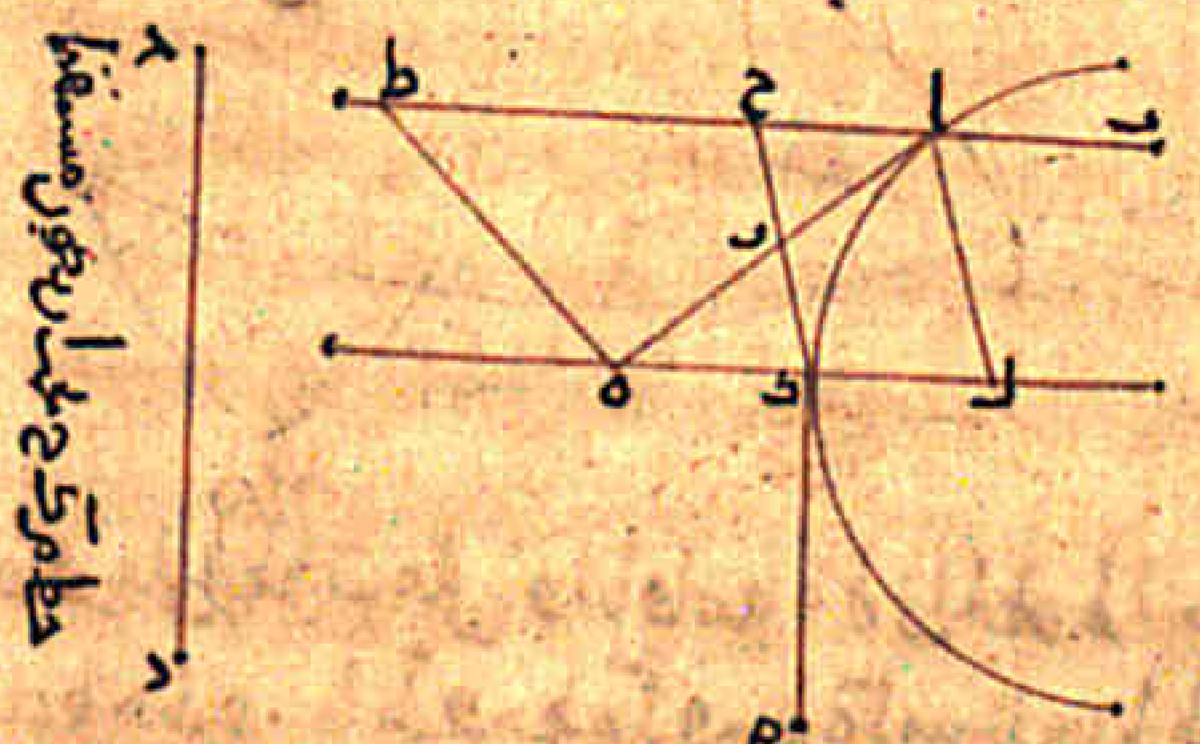
من اربعة امثال مربع ه ا الخط ط آ معه من ضعف خط ه ا ويكون
لذلك خط ه ا امر من اعظم من خط ط فقد يمكن ان نعمل مثلثا
من خطين مثل ه ا وخط مثل ط فلنعمله على خط ه ا فهو مثلث
ه ا ر ويكون قائما على السطح الموضوع على زوايا قائمة ويكون
خط ه ا مساويا لخط ا ر وخط ط مثل خط ه ر ونخرج خط ا ك
موازيا لخط ه ر وخط ر ك موازيا لخط ه ا ونتوهم مخروطا راسه
نقطة ر وقاعدته الدائرة التي قطرها خط ك ا وليكن سطح
الدائرة قائما على السطح الذي يخرج على سطح ا ر ك على زوايا
قائمة فيكون عند ذلك المخروط قائما لان خط ا ر مساوي لخط
ر ك ولنقطع المخروط بسطح مواز لدائرة ك ا وليحدث قطع
عليه م ن ص الذي هو دائرة قائمة على سطح م ر ن على زوايا
قائمة وليكن القطع المشترك لدائرة م ن ص ولمثلث م ر ن خط
م ن فخط م ن قطر للدائرة وليكن الفصل المشترك للسطح
الموضوع الاول ولدائرة م ن ص خط م ل فلان دائرة م ن ص
والسطح الموضوع قائمان على مثلث م ر ن على زوايا قائمة تكون
خط م ل الذي هو فصلهما المشترك قائما على مثلث م ر ن
الذي هو في سطح مثلث ك ر ا على جميع الخطوط التي تماسه
وتخرج في سطح المثلث على زوايا قائمة ومن اجل ذلك يكون
عمودا على كل واحد من خطي م ر ل ب واما لان مخروطا
قاعدته دائرة م ن ص وراسه نقطة ر قطع بسطح قائم على
سطح مثلث م ر ن على زوايا قائمة وليحدث قطع دائرة م ن ص
وقطع ايضا سطح اخر يقطع قاعدة المخروط على خط م ل الذي هو

عمود على م ن وخط م ن هو الفصل المشترك لدائرة م ن ص ومثلث
م ر ن والفصل المشترك للسطح الموضوع ولمثلث م ر ن هو
خط ا ب الذي هو مواز لضلع المخروط الذي عليه ر ك م فالقطع
الصنوبري الذي يكون في السطح الموضوع هو قطع مكافئ وقطره
خط ا ب والخطوط التي تخرج من القطع الى خط ا ب على الترتيب تخرج
اليه على زوايا قائمة لانها تكون موازية لخط م ل الذي هو



قائم على خط ا ب على زوايا قائمة ولان الخطوط الثلثة متناسبة
خط ح د وخط ط وخط ه ا وخط ه ا مساوي لخط ا ر ولخط ر ك
وخط ط مساوي لخط ه ر ولخط ا ك تكون نسبة ح د الى ا ك
تكون نسبة ح د الى ا ك كنسبة ا ك الى ا ر ونسبة ح د الى ا ر
كنسبة مربع ا ك الى مربع ا ر الذي هو مثل سطح ا ر في ر ك فخط ح د
هو الضلع القائم للقطع الحادث وقد تبين ذلك في الصورة
الحادية عشرة وقد تم ما اردنا ان نبينه
نجعل الزاوية غير قائمة وسائر ما ذكرنا كله على حاله ولتكن ج

الزاوية المعلومة زاوية ط ا ه ولنبين ما نخط خط د ز وهو خط ا ط =
ونخرج من نقطة ط الى خط ا ه عمودا عليه ط ه ونخرج من نقطة
ه خطا موازيا لخط ط ا عليه ه ك ونخرج من نقطة ا الى خط ه ك
عمودا عليه ا ك ونقطع خط ه ك بنصفين على نقطة ك ونخرج من
نقطة ك عمودا على خط ه ل عليه ك م ونخرجه على استقامته الى
نقطتي ح ولنكن مربع ا ك مساويا لسطح ل ك في ك م واذ كان قد
وجدنا خطين وهما خطا ل ك ك م ونقطة ك من خط ك ل معلومة
وخط ك م معلوم الطول وزاوية ل ك م قائمة فانا نخط قطعا
مكافيا يكون قطره خط ك ل ورأسه نقطة ك وضلعه
القائم خط ك م
على مثل ما قد
سلف ذكره فانه
سيمر على نقطة
ا من اجل ان مربع
ا ك مساوي
لسطح ل ك في



ك م ويكون خط ه ا مماسا للقطع من اجل ان خط ه ك مساوي
لخط ك ل كما تبين في الشكل ... وخط ط ا موازي لخط ه ك ل فخط
ا ب قطر للقطع والخطوط التي تقع عليه من القطع ويكون موازية
لخط ا ه يفصلها بنصفين خط ا ب ويكون وقوعها على زاوية
مساوية لزاوية ط ا ه ولان زاوية ا ه ط مساوية لزاوية
ا ح ز والزاوية التي عند نقطة ا مشتركة يكون مثلث ا ط ه شبيها

مثلث ا ح ز فنسبة ط ا الى ا ه كنسبة ز ا الى ا ح وهي نسبة
د ح الى ضعف ا ه فمن اجل ما قد تقدم بيانه في الشكل ... يكون
خط د ح الضلع القائم لقطر ا ب وذلك ما اردنا ان نبين ٥

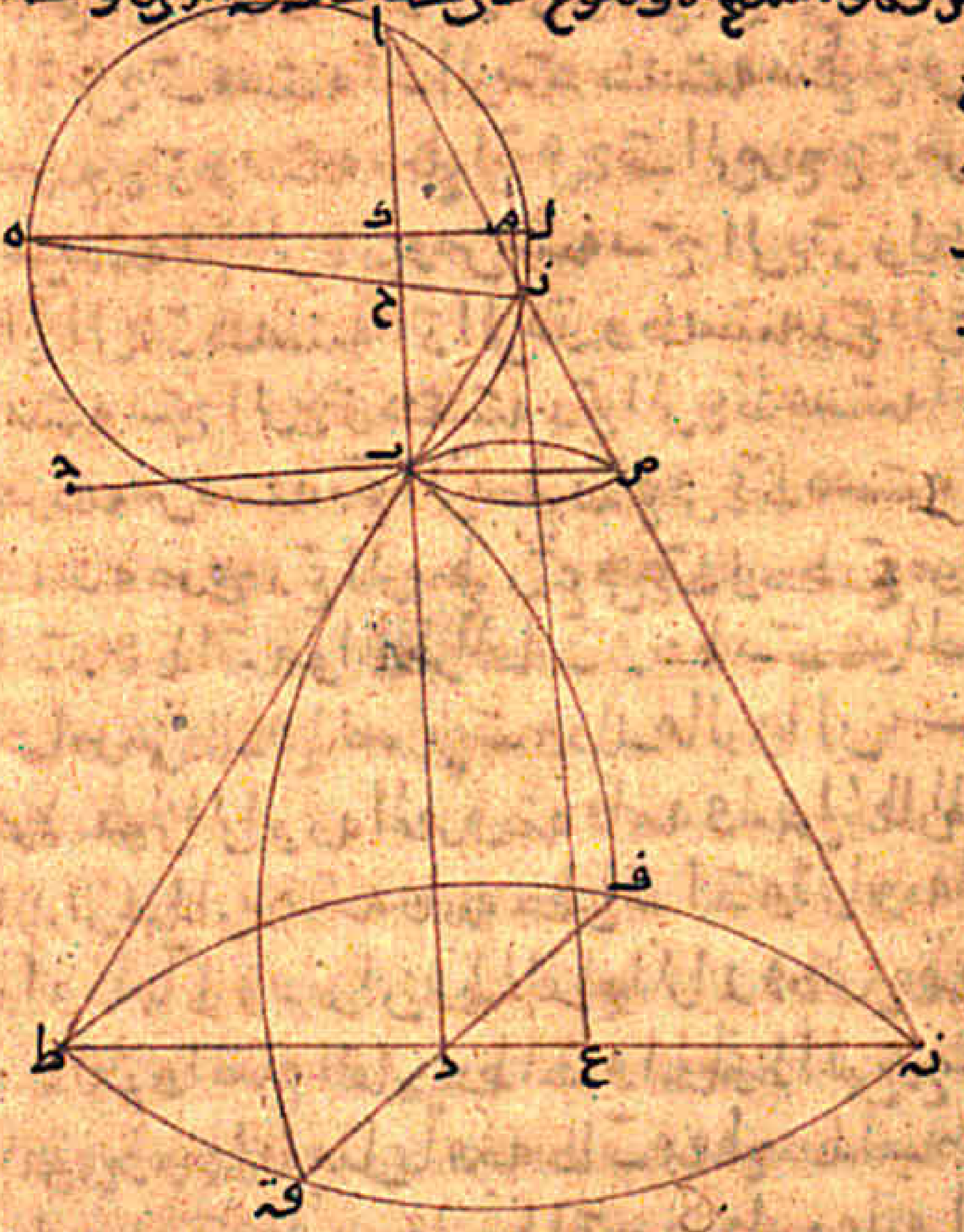
نه اذا كان خطان معلومان احدهما يقطع الاخر على زاوية قائمة
واخرج احدهما على استقامته مما يلي الزاوية القائمة واردنا
ان نجد على الخط المخرج قطع المخروط الذي يقال له القطع الزائد
وذلك في السطح اعني سطح الخطين حتى يكون الخط الذي اخرج قطر ذلك
القطع ورأسه النقطة التي التقى عليها الخطان عند الزاوية
القائمة ويكون الخطوط التي تخرج الى القطر من القطع على الترتيب
على زوايا قائمة معلومة تقوى على سطح قائم الزوايا يكون مضافا
الى احد الخطين الاول وعرضه الخط المتصل من القطر بقطع الخط
المخرج على الترتيب مما يلي رأس القطع بزيادة سطح شبيه بالسطح
الذي يكون من الخطين الاول وليكن احدهما في الاخر وموضوع موضعه
فليكن الخطان المعلومان اللذان يقطع احدهما الاخر على زاوية
قائمة خطي ا ب ب د واخرج خط ا ب على استقامته الى نقطة ز ونريد
ان نجد في سطح ا ب د قطعا زائدا يكون قطره المجانب خط
ا ب ورأسه نقطة ب وضلعه القائم خط ب د ويكون الخطوط
التي تخرج الى خط ب د على الترتيب على زاوية مفروضة تقوى على
السطوح المضافة الى خط ب د التي عروضها الخطوط التي بين مواقع
وقوعها على القطر الى نقطة ب بزيادة سطح شبيه بسطح ا ب
في ب د وموضوع موضعه فلتكن الزاوية المفروضة ... ولا
قائمة ونعمل على خط ا ب سطحا قائما على السطح الموضوع على زوايا

[illegible]

قائمة وندير على خط اب دائرة في ذلك السطح عليها ا ر ت ه
حتى يكون نسبته سهم قوس اه ب الى تمام القطر لنسبة اعظم
من نسبة اب الى ت د ونقطع قوس اه ب بنصفين على نقطة ه
ونخرج من نقطة ه عمودا على خط اب عليه ه ك ونخرجه الى
نقطة ل محيط ه ل قطر فان كانت نسبة نسبته ا ت الى ت ح بنسبة
ه ك الى ك ل استعملنا نقطة ل وان لم يكن كذلك جعلنا نسبة
ا ت الى ت د كنسبة ه ك الى خط اعظم من خط ك ل فهو خط ك م
ونخرج من نقطة م خطا موازيا لخط اب عليه م ر ع ونصل ا ر ه د
ر ب ونخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط ر ه في سطح دائرة ا ر ب
عليه ب ص ونخرج ا ر حتى يلقاه على نقطة ص فلان قوس ا ه مساوية
لقوس ه ب تكون زاوية ا ر ه مساوية لزاوية ه ر ب ولكن
زاوية ا ر ه مساوية لزاوية ا ص ب وزاوية ه ر ب لزاوية
ر ب ص فزاوية ص ب ر مساوية لزاوية ر ص ب فخط ر ب مساو
لخط ر ص ونتوهم مخروطا راسه نقطة ر وقاعدته دائرة
قطرها ب ص قائمة على سطح مثلث ب ر ص على زوايا قائمة فيكون
ذلك المخروط قائما لان خط ر ب مساو لخط ر ص فنخرج خطوط
ر ب ر ص ر د ونقطع المخروط بسطح موازٍ لدائرة ب ص فيكون
المقطع دائرة ف ق ويكون قطرها خط ن ط والخط المشترك للسطح
الموضوع اولا ودائرة ن ط خط ف د ق وهو عمود على كل واحد
من ن ط د ب لان كل واحد من دائرتي ن ص ط ن قائمة على مثلث
ن ر ط على زوايا قائمة والسطح الموضوع اولا هو قائم على
مثلث د ن ط على زوايا قائمة ففصلهما المشترك الذي هو قائم

مساوية
قائمة

على ن ط ر وعلى كل واحد من الخطوط المماسة له التي تقع في ذلك
السطح على زوايا قائمة ولان مخروطا قاعدته دائرة ن ط
وراسه نقطة ر قطع بسطح يمر على سهمه وهو سطح ر ط ن وقطع
بسطح اخر وهو السطح الموضوع على خط ف د ق الذي هو قائم
على سطح
ر ط ن
والفصل
المشترك
الذي لهذا
السطح
الموضوع
ولمثلث
ر ط ن
فهو خط
د ا د ا
اخرج على
استقامة
من خط
ر ر ا د ا



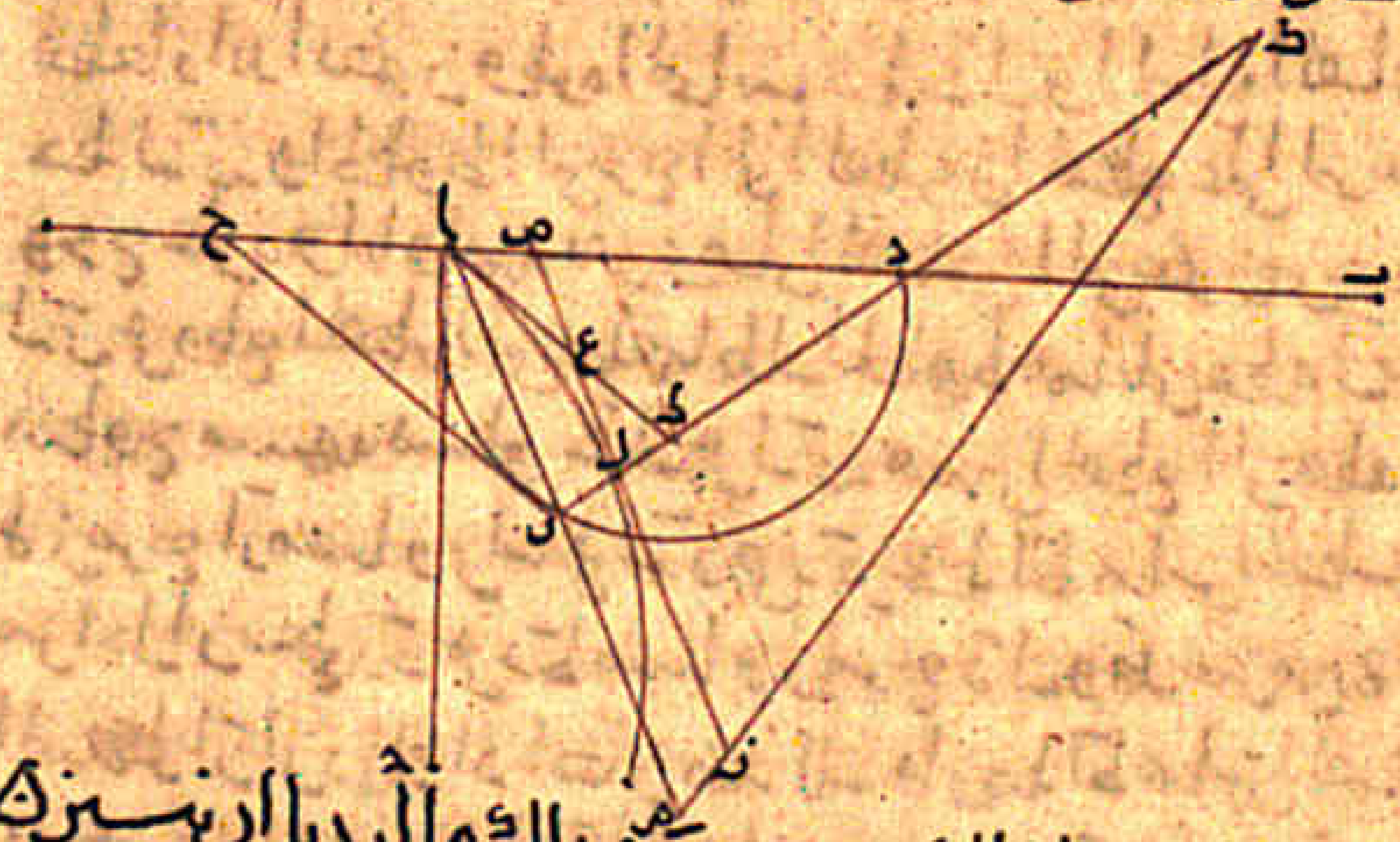
لخرج على استقامة على نقطة آ فيكون لذلك القطع هو القطع
الزائد الذي عليه ف ب ق وراسه نقطة ب ويكون الخطوط
التي تخرج الى خط ب د على الترتيب تخرج على زوايا قائمة لانها

موازية لخط ف د ق ولان نسبة ا ب الى ب د كنسبة ه ك الى
ك م ونسبة ه ك الى ك م كنسبة ه ح الى ح د التي هي نسبة
سطح ه ح في ح د الى مربع ح د فنسبة ا ب الى ب د كنسبة
سطح ه ح في ح د الى مربع ح د وسطح ه ح في ح د مثل سطح
ا ح في ح ب فنسبة ا ب الى ب د كنسبة سطح ا ح في ح ب الى
مربع ح د ونسبة سطح ا ح في ح ب الى مربع ح د مركبة
من نسبة ا ح الى ح د ومن نسبة ب ح الى ح د ولكن نسبة
ا ح الى ح د كنسبة ا د الى د ن وكنسبة د ع الى ع ن فلذلك
نسبة ب ح الى ح د كنسبة د ع الى ع ط فنسبة ا ب الى ب د
مركبة من نسبة د ع الى ع ن ومن نسبة د ع الى ع ط فنسبة ا ب الى ب د
كنسبة مربع د ع الى سطح ن ع في ع ط وخط ن ع موازي لخط
ا د فخط ا ب هو القطر المجانب وخط ب د هو الضلع القائم
كما قد بين ذلك في الصورة ... وذلك ما اردنا ان نبين نه
ثم لا يكون الزاوية المفروضة قائمة ولكن الخطان المعلومان
اللذان يحيطان بزاوية قائمة خطا ا ب ا د والزاوية المفروضة
زاوية ب ا ط ونريد ان نخط القطع الزائد ويكون قطره المجانب
خط ا ب والضلع القائم خط ا د والخطوط التي تخرج على الترتيب
يكون خروجها على مثل زاوية ط ا ب فنقطع خط ا ب بنصفين
على نقطة ن ونقيم على خط ا ن نصف دائرة عليها ا ن د
ونخرج قطرا على استقامة ونخرج منه خطا ما الى محيط
الدائرة موازيا لخط ا ط عليه د ح حتى يكون نسبة مربع د ح
الى سطح د ح في ح ك كنسبة ... الى ا ب ونصل ط د ونخرجه

ع ز ومن نسبة د ع الى ع ط التي هي مثل نسبة مربع د ح الى ...

على استقامة ولنخرج خط د ك ل وسطا فيما بين خطي د ن د ط على
نسبة ونجعل خط د ك مساويا لخط د ل ونصل خط ن ا ونفذه
على استقامة ولنعمل سطح ك ن في د م مساويا لمربع د ا ونصل
د م ونخرج من نقطة ك عمودا على خط د ن عليه ك ن ونخرجه
على استقامة الى نقطة ص فقد حدث خطان معلومان امرهما
يقطع الاخر على زوايا قائمة وهما ك ل ك ن فنرسم عليهما
قطعا زائدا يكون قطره المجانب خط ك ل والضلع القائم
خط ك ن والخطوط التي تخرج الى القطر من القطع على الترتيب
تخرج على زوايا قائمة تهوى على السطوح التي تكون من خط
ك ن في قطع القطر التي يقطعها تلك الخطوط مما يلي نقطة ك زائدة
سطوح شبيهة بسطح ك ل في ك ن فيمر القطع الزائد بنقطة ا
لان مربع ا م مساو لسطح ك ن في د م فخط ا ط يماس القطع
من اجل ان سطح ن د في د ط مساو لمربع د ل وقد تبين برهان
الشكل لان ذلك اذا كان كذلك فان خط ا ط يماس القطع
ويكون خط ا ب قطرا للقطع لانه يمر بمركز د ولان نسبة
د ا الى ضعف ا ذ الذي هو خط ا ب قطر القطع لانه يمر كنسبة
مربع د ح الى سطح د ح في ح ا واذا امررنا ضعف ط ا وسطا ما بين
نسبة د ا الى ضعف ا د مركبة من نسبة د ا الى ضعف ا ط ومن
ضعف ا ط الى ضعف د ا التي هي كنسبة ط ك الى ا د وكنسبة
د ح الى ح د فنسبة د ا الى ا ب مركبة من نسبة د ا الى ضعف
ا ط ومن نسبة د ح الى ح د ونسبة مربع د ح الى سطح د ح في ح ا
مركبة من نسبة د ح الى ح د ومن نسبة د ح الى ح ا فلذلك نسبة

المركبة من نسبة ح ا الى ضعف ا ط ومن نسبة د ح الى ح د
هي النسبة المركبة من نسبة د ح الى ح ا ومن نسبة د ح الى
ح د ويطرح نسبة د ح الى ح د المشتركة فيبقى نسبة ح ا
الى ضعف ا ط كنسبة د ح الى ح ا ونسبة د ح الى ح ا كنسبة
ع ا الى ا ص فنسبة ح ا الى ضعف ا ط كنسبة ع ا الى ا م ولذا
كان هذا لعلى مثل ما ذكرنا كان خط ا ح هو الخط القائم لقطع



ا ب ح مما قد بينا ذلك وصورة ن وذلك ما اردنا ان نبينه

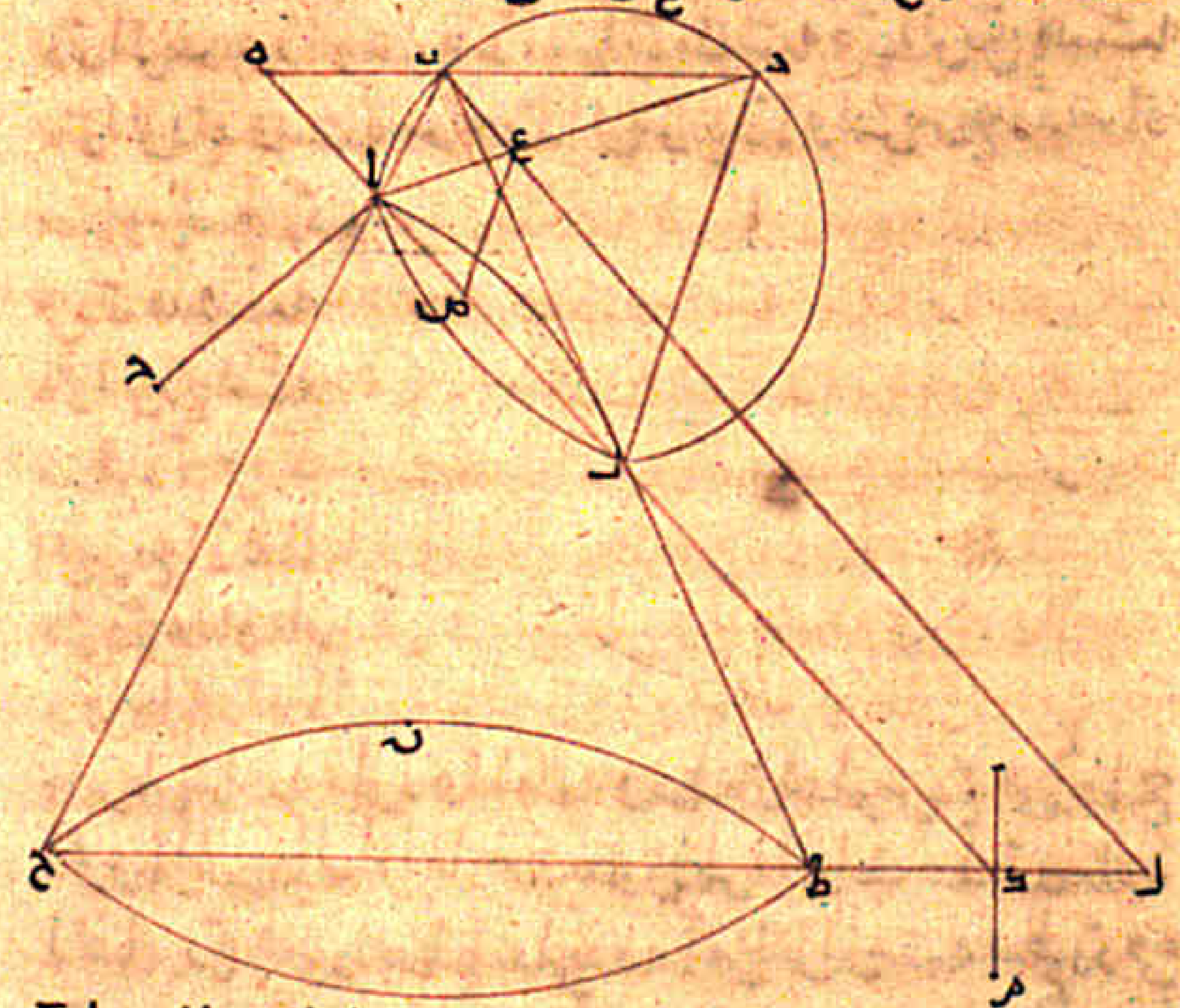
نو اذا كان خطان معلومان ذوا نهاية احدهما قائم على الاخر
على زاوية قائمة كيف نجد قطع المخروط الذي يقال له القطع
الناقص وسطحهما ويكون قطره احد الخطين ورأسه النقطة
التي عند الزاوية القائمة ويكون الخطوط التي تخرج من القطع
الى القطر على الترتيب على زاوية مفروضة تقوى على السطوح
التي تكون من ضرب الخط الاخر في القطع التي تقطعها الخطوط
المخرجة على الترتيب من القطر الى ما يلي راس القطع ينقصان

سطح شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب احد الخطين الاولين
المفروضين المعلومين احدهما في الاخر وموضوع كوضعه
فليكن الخطان المعلومان خطي ا ب ا ح احدهما قائم على الاخر
على زاوية قائمة واطولهما خط ا ب ونريد ان نخط في السطح
الموضوع قطع المخروط الذي يقال له القطع الناقص ويكون
قطره خط ا ب ورأسه نقطة ا والضلع القائم خط ا ح
والخطوط التي تخرج من القطع الى قطره ا ب على الترتيب على
زاوية مفروضة تقوى على السطوح المضافة الى خط ا ح
وعرضها الخطوط التي تفصلها من خط ا ب مما يلي نقطة ا تنقصان
سطح شبيه بسطح ب ا في ا ح وموضوع كوضعه فلتكن
الزاوية المفروضة اولا قائمة ونقيم على خط ا ب سطحا قائما
على السطح الموضوع على زوايا قائمة ونرسم في بسيطه
على خط ا ب قطعة دائرة عليها ا د ب ونصفها نقطة د
ونصل د ا د ب ونجعل خط ا ص مماسا ونخط ا د ونخرج من نقطة
ص خطا موازيا لخط د ب عليه ص ع ونخرج من نقطة ع خطا
موازيا لخط ا ب عليه ع ر ونصل د ر ونخرجه حتى يقع على خط
ا ب اذا اخرج على استقامة على نقطة ه فيكون نسبة ا ب
الى ا ح كنسبة ب ا الى ا ص وكنسبة د ا الى ا ع ونسبة
د ه الى ه ر ونصل ا ر ر ب ونخرجهما على استقامة ونعلم
على خط ر ا اذا اخرج نقطة ح كيفما وقعت ونخرج منها
خطا موازيا لخط د ه عليه ح ك يقع على خط ا ب اذا اخرج على
خط ا ب اذا اخرج على استقامة على نقطة ك ونخرج د ع حتى

اذا كانت الزاوية المفروضة
قائمة اشترطنا اختلاف خطي
ا ب ا ح لانه لم يتم الاشتراط لا
يساوي قائمة فمشترط فيها
الشكل والذي بعده اختلافهما
ولا تماثل الا بدلا وحده
عمر بن احمد بن ... حاده

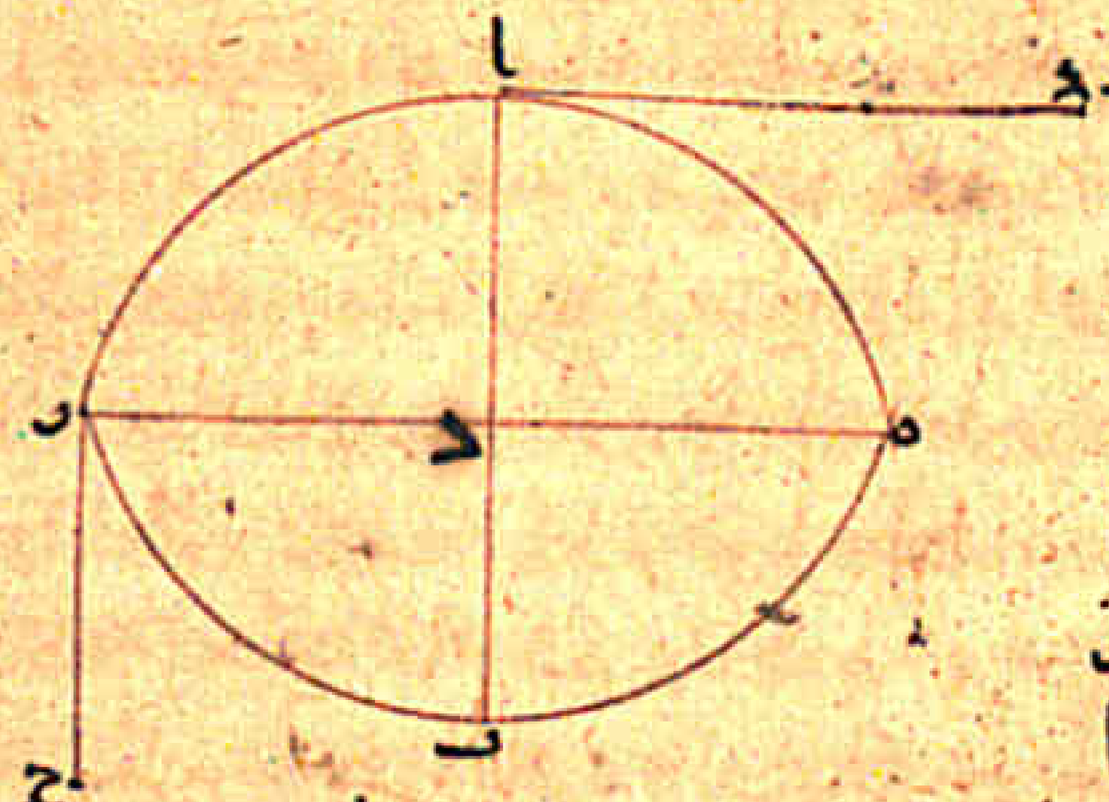
نقع على خط ح د على نقطه ل فلان قوس ا د مساوي لقوس د ب
تكون زاويه ا ب د مساويه لزاويه د ر ب ولان زاويه ه ر ا
مساويه لكلتي زاويتي ر د ا ر ا د فزاويه ر ا د مساويه لزاويه
د ب ا التي هي مثل زاويه ب ر د وخط د ه هو اذن لخط ل ح وزاويه
ه ر ا مساويه لزاويه ر ح ط وزاويه د ر ب مثل زاويه ر ط ح
فلذلك تكون زاويه ر ح ط مساويه لزاويه ر ط ح فخط ر ح
مثل خط ر ط ونديرا دائره على خط ط ح عليها ح ط ن قائمه على
سطح مثلث ط ح ن على زوايا قائمه وتكون ط ح قطرها ونتوهم
مخروطا قاعدته دائره ح ط ن ورأسه نقطه ر فيكون المخروط
قائما من اجل ان خط ر ح مساوي لخط ر ط ولان دائره ح ط ن قائمه
فيكون الفصل المشترك للسطح الاول الموضوع ولسطح ر ح ط قائما
على سطح ح ط ن على زوايا قائمه فليكن ذلك خط ك م فخط ك م قائم
على كل واحد من خطي ا ك ك ح على زوايا قائمه ولان مخروطا قاعدته
دائره ح ط ن ورأسه نقطه ر قطع سطح يجوز على السهم واحدث
مثلث ح ط ر وقطع ايضا سطح قائم على سطح ح ط ن وفصلهما
المشترك وهو ك م قائم على خط ح ك على زوايا قائمه ويقطع
السطح ضلعي المخروط اللذين عليهما ر ح ر ط يكون القطع لذلك
هو القطع الناقص وقطره خط ا ب ويكون الخطوط التي تخرج على
الترتيب تخرج على زاويه قائمه لانها تكون موازيه لخط ك م
ولان نسبه د ه الى ه ر كنسبه سطح د ه في ه ر الذي هو مثل سطح
ب ه في ه ا الى مربع ه ر يكون ذلك مثل النسبه المركبه من نسبه
ب ه الى ه ر ومن نسبه ا ه الى ه ر ولكن نسبه ب ه الى ه ر كنسبه

ب ك الى ك ط التي هي كنسبه ر ل الى ل ط ونسبه ا ه الى ه ر
كنسبه ا ك الى ك ح التي هي مثل نسبه ر ل الى ل ح فنسبه ب ا
الى ا ح مركبه من نسبه ر ل الى ل ح ومن نسبه ر ل الى ل ط التي
هي مثل نسبه مربع ر ل الى سطح ح ل في ل ط فنسبه ب ا الى ا ح
كنسبه مربع ر ل الى سطح ح ل في ل ط واذا كان ذلك كذلك



يكون خط ا ح الضلع القائم للشكل كما قد بينا ذلك في الشكل ...
والقطر للقطع ا ب وذلك ما اردنا ان نبين ○
واذا انشا الصوره على حالها فليكن خط ا ب اعظم من خط ا ح ونريد
ان نخط قطعا ناقصا على قطر ا ب ويكون ضلعه القائم خط ا ح
ونقطع خط ا ب بنصفين على نقطه د ونخرج من نقطه د خطا قائما

على خط اب على زاويه قايمه عليه ه د ز وتجعل مربع ز ده مساويا
لسطح ب ا في اد ونجعل خط ز ك مساويا لخط ده ونخرج خط دح
موازيا لخط اب ونجعل نسبه اد الى اب كنسبه ه ز الى زح فخط
ه ز اعظم من خط زح ولان سطح دا في اب مساوي لمربع ه د يكون
نسبه دا الى اب كنسبه مربع ز ه الى مربع اب وكنسبه مربع
دز الى مربع دا ونسبه دا الى اب كنسبه ه ز الى زح فنسبه
ه ز الى زح كنسبه مربع ز د الى مربع دا ولكن مربع ز د مساوي
مساوي لسطح ز د ه

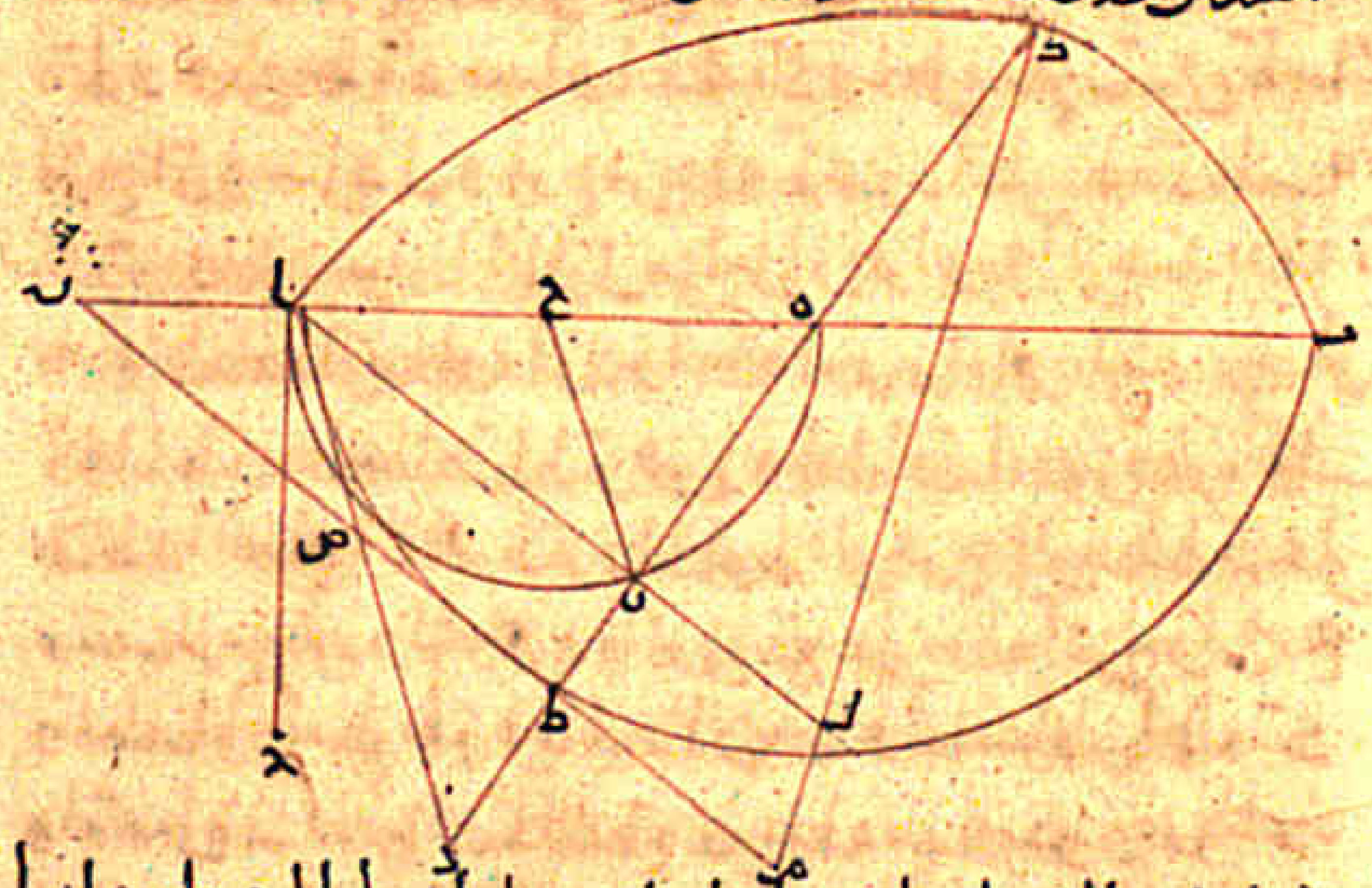


ود ه فنسبه
ه د الى دح لنسبه
سطح ز د ود د
الى مربع اد فخطا
ه ز زح معلومان
دو النهايه واما
قايم على ماحيه على زوايا قايمه وخطه ز اعظم من زح فيخط قطع
المخروط الذي يقال له الناقص ويكون قطره المجانب خطه ز وضلعه
القايم زح فيمر القطع على نقطه ا من اجل ان نسبه سطح ز د في
ده الى مربع دا كنسبه ه ز الى زح التي هي كنسبه القطر المجانب
الى الضلع القايم للذي بين في الشكل كا وخط ا د مساوي لخط د ب
فيمر القطع على نقطه ب فقد رسم قطع ناقص على خط اب ولان نسبه
دا الى اب كنسبه مربع ز د الى مربع دا ومربع دا مساوي لسطح
اد في د ب فنسبه دا الى اب كنسبه مربع ز د الى سطح اد في د ب

خط اد ضلع قايم وذلك ما اردنا ان نبين ه
ثم لا يكون الزاويه المفروضه قايمه ولتكن مساويه لزاويه
ب اد ونقطع خط اب بنصفين على نقطه ه ونخط نصف دايره على خط
اه عليها ا ز ه ونخرج فيه خطا موازيا لخط اد عليه ز ح حتى يكون نسبه
مربع زح الى سطح اح في ح ه كنسبه خط دا الى ضعف خط اه الذي
هو خط اب ونصل ا ز ه ز ونخرج ه ز على استقامه حتى يلقى اد على
نقطه د ونستخرج فيما بين خطي د ه ه ز خطا على نسبه وهو خط
ه ط ونجعل خط ه ك مساويا لخط ه ط ونجعل سطح ك د في ز ط مساويا
لمربع ا ز ونصل ك ل ونخرج من نقطه ط عمودا على خط ط ز عليه
ط م ص فيكون موازيا لخط ا ز ل من اجل ان الزاويه التي عند نقطه ز
قايمه فلنا خطان معلومان ذوا نهايه احدهما قايم على الاخر على
زوايا قايمه عليهما ك ط م فيخط قطعا ناقصا يكون قطره المجانب
ك ط والضلع القايم ط م والخطوط التي تخرج الى خط ط ك على
ترتيب تخرج على زوايا قايمه فالقطع يقع على نقطه ا من اجل ان مربع
ز ا مساوي لسطح ط ز في ز ل ولان خط ط ه مساوي لخط ه ك
واه مثل ه ب فيقع ايضا القطع على نقطه ب ويكون مركزه
نقطه ه وقطره خط ا ه ب وخط د ا مماس القطع من اجل ان سطح
ده في ه ز مساوي لمربع ه ط ولان نسبه دا الى اب كنسبه
مربع زح الى سطح اح في ح ه واذا اضعفنا ضعف د ا وسطا
كانت نسبه دا الى اب مرتين من نسبه دا الى ضعف اد ومن
نسبه ضعف دا الى اب ونسبه ضعف دا الى اب مثل نسبه
دا الى ا ه ونسبه مربع زح الى سطح اح في ح ه مرتين من نسبه

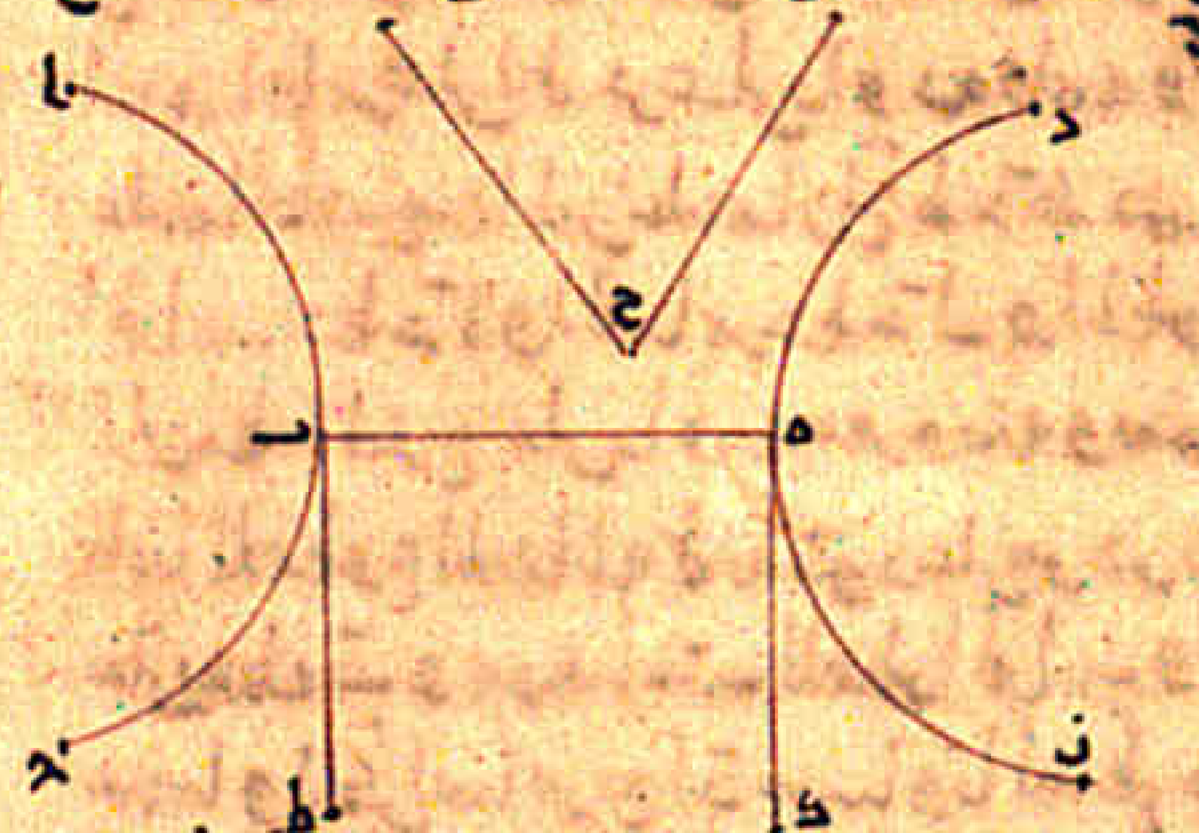
ثالث
اذا لم تكن الزاويه المفروضه قايمه
لم يشترط الخلاف خطي اب اد فلا
يشترطه في هذا الشكل والبرهان
يتم بدون شرط وذلك لان في
القطع الناقص قطرين يردوج
متساويين لانا بينا ... وكل منهما
يساوي مثلها القايم ... وتبين
ذلك في الشكل ... من المقاله ...
وكتب محمد بن عمر ...

نح الى حه ومن نسبة نح الى حا فتكون النسبة المركبة من نسبة
دا الى ضعف اد ومن دا الى اه هي النسبة المركبة من نسبة
نح الى حه ومن نسبة نح الى حا ولكن نسبة دا الى اه كنسبة
نح الى حه فاذا القينا هذه النسبة المشتركة بقي نسبة دا
الى ضعف اد كنسبة نح الى حا التي هي مثل نسبة صا الى از
فاذا كان ذلك كذلك كان خط اد هو الضلع القائم كما بين في
الشكل نه وذلك ما اردنا ان نبين



نط اذا كان خطان معلومان ذوا نهاية احدهما قائم على الاخر على زاوية
قائمة كيف نجد قطعين متقابلين يكون قطرهما احد الخطين ورؤوسهما
طرفا الخط والخطوط التي تخرج في كل قطع منهما على الترتيب تخرج
على زاوية مفروضة وتقوى على سطح مضاف الى الخط الاخر القائم
وعرضه الخطوط التي من موضع مسقط خطوط الترتيب الى راس
القطع زيادة سطح يكون نسبته الى السطح الذي يكون من ضرب الخطين

المعلوم من احدهما الى الاخر فليكن الخطان المعلومان خطي بط
به احدهما قائم على الاخر على زاوية قائمة ويكون الزاوية
المعلومة زاوية ح ونريد ان نجد قطعين متقابلين يكون قطرهما على
احد خطي به بط ويكون الخطوط التي تخرج على الترتيب تخرج
على مثل زاوية ح فيكون لنا خطان معلومان وهما خطا به بط
نخط عليهما قطعا زائدا قطره المجانب به والخط القائم بط وللخطوط
التي تخرج من القطع الى الخط المتصل بخط به على استقامته تخرج
على زاوية مثل
ح ولتكن ا ب د
وقد علمنا كيف
نعمل ذلك
ونخرج من نقطة
ه عمودا على خط
به عليه ه ك



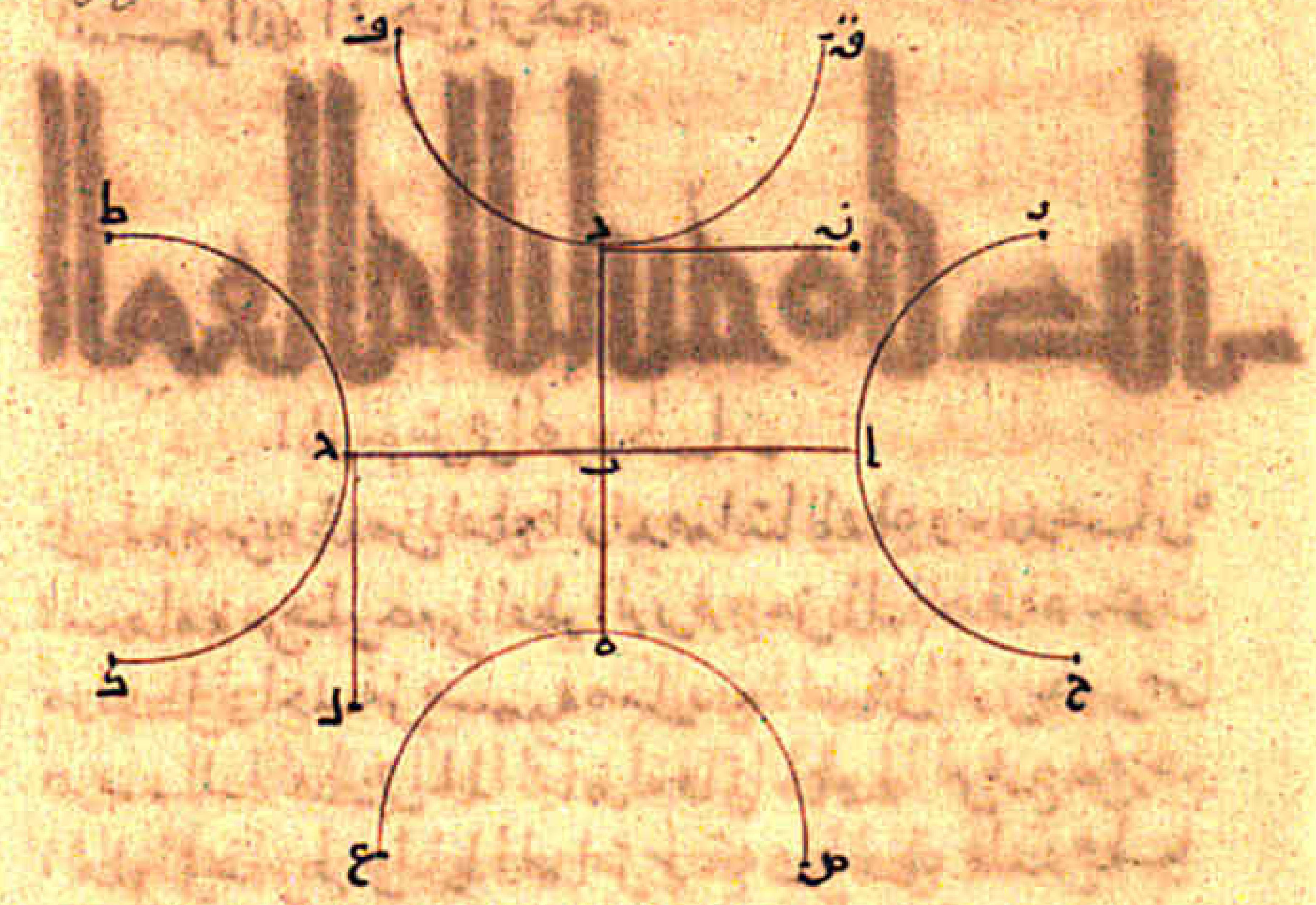
مساويا لخط بط ونعمل مثل ذلك ايضا قطعا اخر زائدا عليه
ده ز وقطره المجانب خط به وضلعه القائم خط ه ك وللخطوط
التي تخرج من القطع على الترتيب تخرج على زاوية مثل زاوية
ح المفروضة فبين ان القطعين متقابلان وقطرهما واحد
والاضلاع القائمة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين
س اذا كان خطان معلومان ذوا نهاية يقطع كل واحد منهما الاخر
ويحيطان على زاوية ما كيف نخط على كل واحد منهما قطعين
متقابلين يكون هذان الخطان قطريهما المزدوجين ويكون قطر

القطعين المتقابلين يقوى على شكل القطعين الآخرين وقطر القطعين
الآخرين يقوى على شكل القطعين الأولين فليكن الخطان المعلومان
اللذان يقطع كل واحد منهما صاحبه بنصفين خطي اد ده
فنريد أن نخط على كل واحد منهما قطعين متقابلين حتى يكون اد ده
قطرين مزدوجين لهما ويكون ده يقوى على الشكل الذي على اد واد
يقوى على الشكل الذي على ده فليكن مربع ده مساويا للسطح اد
في دك وليكن اد عمودا على دك فخطان معلومان اد دك وانهما
احدهما قائم على الآخر على زاوية قائمة وهما خطا اد دك نخط
عليهما قطعين متقابلين عليهما راسا ح ط د ك كما بينا قبل وقطرهما
المجانب خط دا والقائم خط دك والخطوط التي تخرج من القطوع
الى خط دا تخرج على زاوية مفروضة ويكون خط ده قطرا
ثانيا للقطوع المتقابلة لأنه يجوز على مركز ب ويقسم بنصفين
على نقطة ب وهو مناسب للقطر المجانب والضلع القائم بينهما
بينهما وليكن ايضا مربع اد مساويا للسطح ه د في د ب وليكن
خط دن عمودا على ده فخطان معلومان احدهما قائم على الآخر
على زوايا قائمة وهما ه د د ن نخط عليهما قطعين متقابلين عليهما
ف د ق ع ه ص وقطرهما المجانب خط ده والضلع القائم دن
والخطوط التي تخرج من القطوع على الترتيب تخرج الى ده على زاوية
مثل زاوية ه ب د ويكون خط اد قطرا ثانيا للقطع ف د ق
ص ه ع فاذا تقطع الخطوط الموازية لخط ده التي فيما بين ف د ق
ع ه ص بنصفين وخط ده تقطع الخطوط الموازية لخط اد بنصفين
فلنسم هذه القطوع القطوع المزدوجة وذلك ما اردنا ان نبين

قلت تبين ذلك مما قدمنا في سابع عشر من هذه

٥٥

56



تمت المقالة الاولى من كتاب ابلونيوس في المخروطات والحمد لله
وصلواته على خيرته من خلقه محمد واله وسلامه

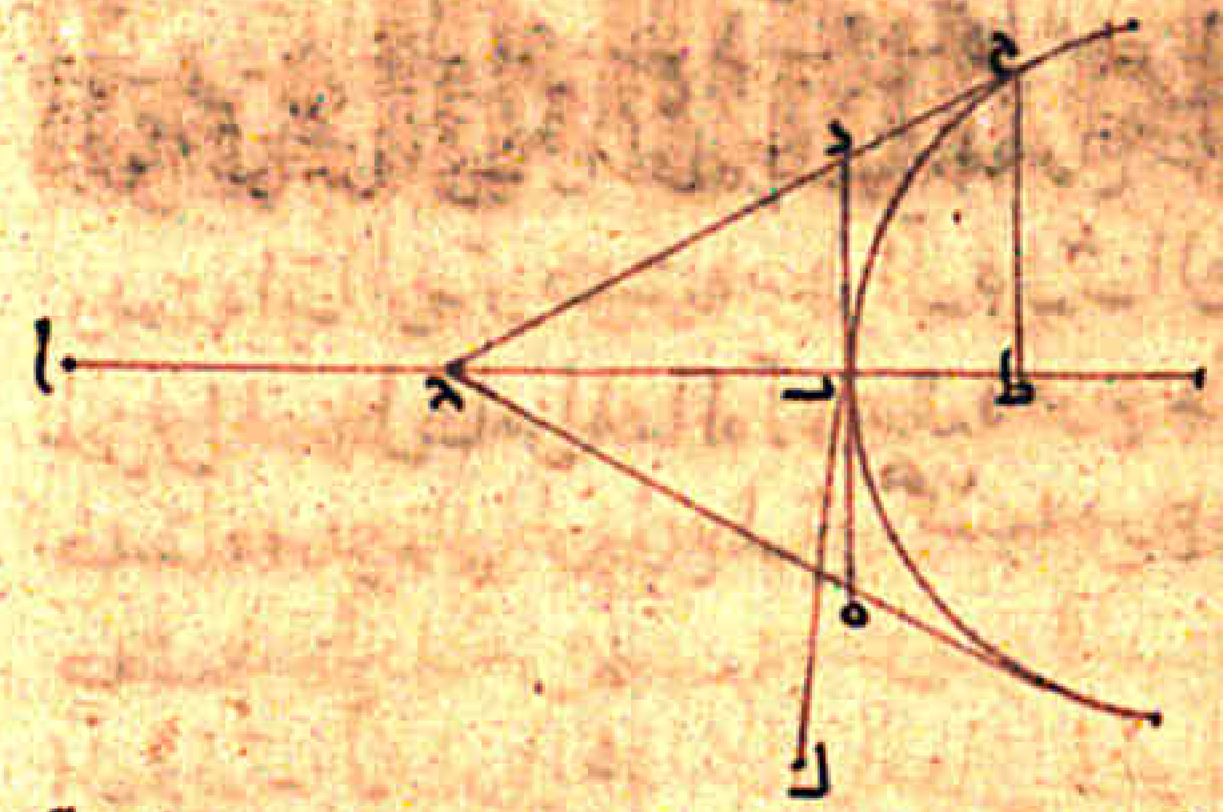
بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة السادسة من كتاب

ابلونيوس في المخروطات

ا كل خط يخرج من نقطة من القطع الزائد مماسا للقطع ويمتد على
استقامته حتى يلقى القطر الذي يخرج من تلك النقطة ويكون
مربع كل واحد من قسميه مثل ربع الشكل الذي يكون من
ضرب ذلك القطر في الخط القائم له فان الخطوط التي تخرج من مركز
القطع الى منتهى طرفي الخط المماس لا تقع على القطع فليكن قطع
زائد قطره اب ومركزه نقطة د والضلع القائم خط بل وليخرج
خطا على نقطة ب مماسا للقطع عليه حه وليكن كل واحد من مربعي
بح به مساويا لربع سطح اب في بل ونصل دح ده ونخرجهما
على استقامة فاقول انهما لا يقعان على القطع فان امكن ذلك
فليقع خط دح على القطع على نقطة ح ونخرج من نقطة ح خطا
على الترتيب عليه حط وهو موازي لخط دب ولان نسبة اب
الى بل كنسبة مربع اب الى سطح اب في بل ومربع دب
هو مثل ربع مربع اب ومربع بح مثل ربع سطح اب في بل
فنسبة اب الى بل كنسبة مربع دب الى مربع بح ونسبة
مربع دط الى مربع طح ونسبة اب الى بل كنسبة سطح
اط في طب الى مربع طح كما تبين في الشكل كا من المقالة

الاولى فنسبة مربع دط الى مربع طح كنسبة سطح اط في طب
الى مربع طح فسطح اط في طب مساو لمربع طد وذلك محال
فليس يقع اذا خط دح اذا اخرج على استقامته على القطع
وكذلك ايضا
نبين ان خط
ده لا يقع على
القطع فكلا
خطي دح ده
لا يقعان على
القطع

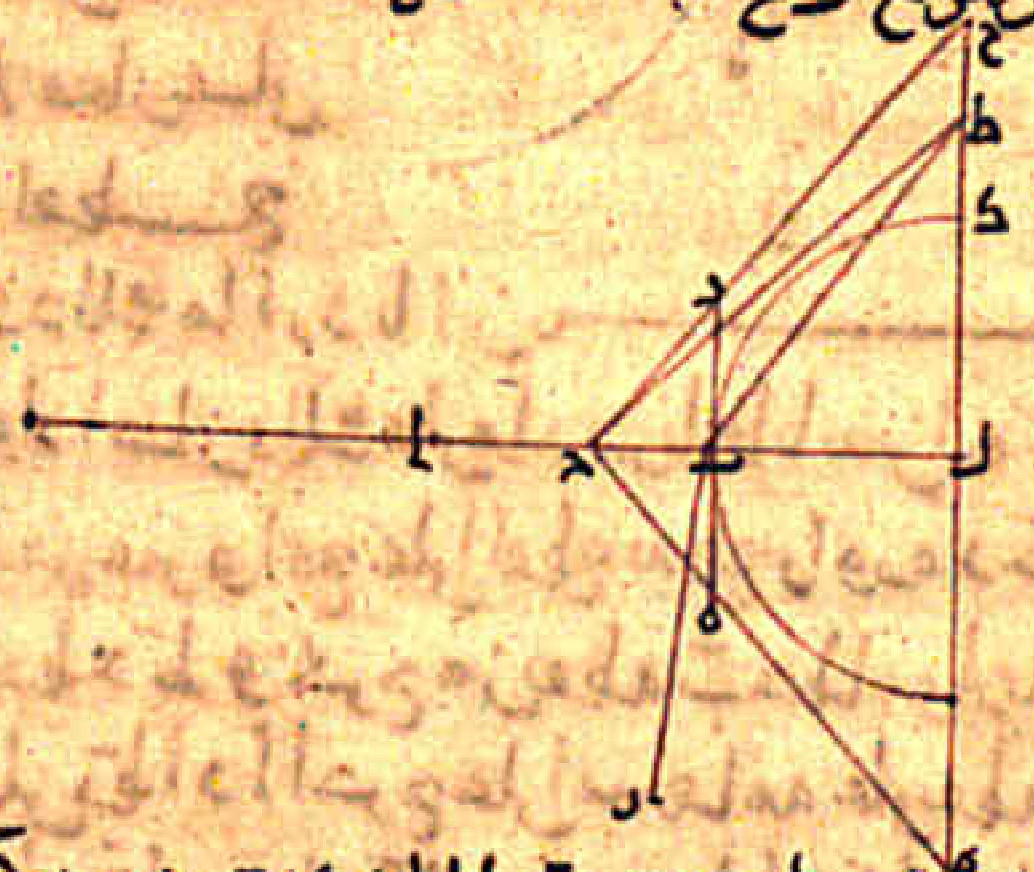


وذلك ما اردنا ان نبين ٥

ب ولان ذلك على ما ذكرنا فانا نبين انه لا يمكن ان يكون خط
اخر غير واقع على القطع يقطع زاوية حده فان امكن ذلك فليكن
خط دك ونخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط دح عليه بط ويقع
على خط دك اذا اخرج على استقامته على نقطة ط ونجعل خط دم مساويا وبا
لخط بط ونصل حط ونخرجه على استقامته الى نقطة ل م ولان
خطي بط دح متساويان ومتوازيان يكون لذلك خطا دب حط
متساويين متوازيين ولان قطر اب انقسم بنصفين على نقطة د
وزيد في طوله خط بل يكون سطح ال في لب مع مربع دب
مساويا لمربع دل وكذلك ايضا لان خط حم موازي لخط ده
وخط دب مساوي لخط به يكون خط حل مساويا لخط لم
ولان خط حم قد انقسم بنصفين على نقطة ل وبقسمين مختلفين على

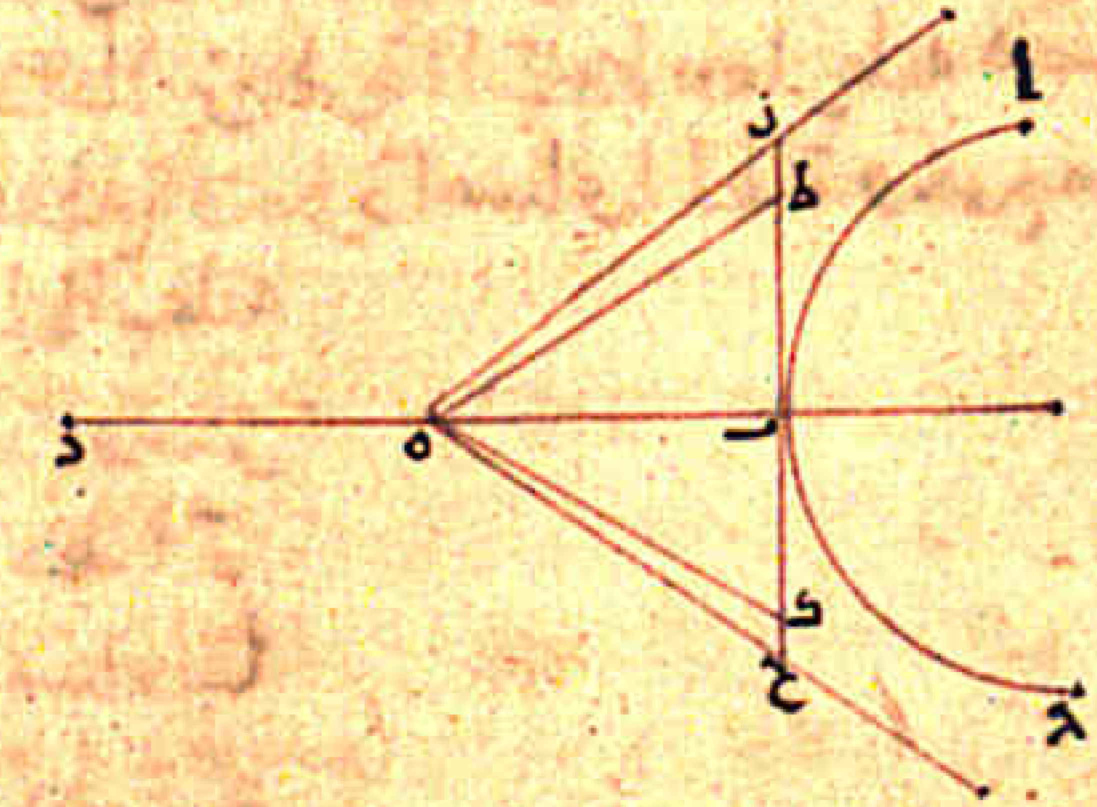
[illegible]

نقطة ا يكون سطح م ط في ط ح مع مربع ط ك مساويا لمربع ح ك
ولان خط ح ط مساوي لخط د ب يكون خط ح ك اطول من خط د ب
ولكن خط ك م اعظم من خط ب ه لان خط ك م اعظم منه فسطح
م ك في ك ح اعظم من سطح د ب في ب ه الذي هو مثل مربع د ب
فلان قطر اب الى ب ر القائم كنسبة مربع ح ب الى مربع ب د نسبة؟
ونسبة اب الى ب ر كنسبة سطح ا ك في ك ب الى مربع ك ك كما
بين في الشكل الثامن للمقالة ا ونسبة مربع ح ب الى مربع ب د
كنسبة مربع ح ل الى مربع ل ح نقص كنسبة مربع ح ل الى مربع ل ح



كنسبة سطح
ا ك في ك ب الى
مربع ك ك فيبقى
من مربع ل ح
سطح ا ك في ك ب
ومن مربع ل ح
مربع ك ك فيبقى
نسبة مربع ح ب الباقي الى سطح م ك في ك ح الباقي كنسبة مربع ح ل
الى مربع ل ح الذي هو نسبة مربع ح ب الى مربع د ب فمربع د ب
مساوي لسطح م ك في ك ح وذلك محال لانه قد تبين انه
اعظم منه فليس خط ح ط بعينه واقعا على القطع وذلك ما اردنا ان نبين
كل خط مماس القطع الزائد على اي نقطة كانت فانه اذا اخرج ٢
على استقامة وقع على كل واحد من الخطين اللذين لا يقعان على
القطع و ينقسم في موضع المماسة بنصفين ويكون مربع كل واحد

من قسمته مساويا لربع الشكل المضاف الى القطر المخرج من نقطة
التماس الذي عرضه الخط القائم فليكن قطع زائد عليه ا ب ح
ومركزه نقطة ه ويكون الخطان اللذان لا يقعان على القطع خطي
ز ه و ه ح ولمماسة خط ط ك على نقطة ب فاقول انه اذا اخرج
خط ط ك على استقامة وقع على خطي ز ه و ه ح فان امكن غير ذلك
فلا يقع عليهما ونصل خط ه ب ونخرجه على استقامة ونجعل خط
ه د مساويا لخط ب ه فخط ب د قطر ونجعل كل واحد من مربعي ط ب
ب ك مساويا لربع السطح الذي يضاف الى قطر ب د ويكون عرضه

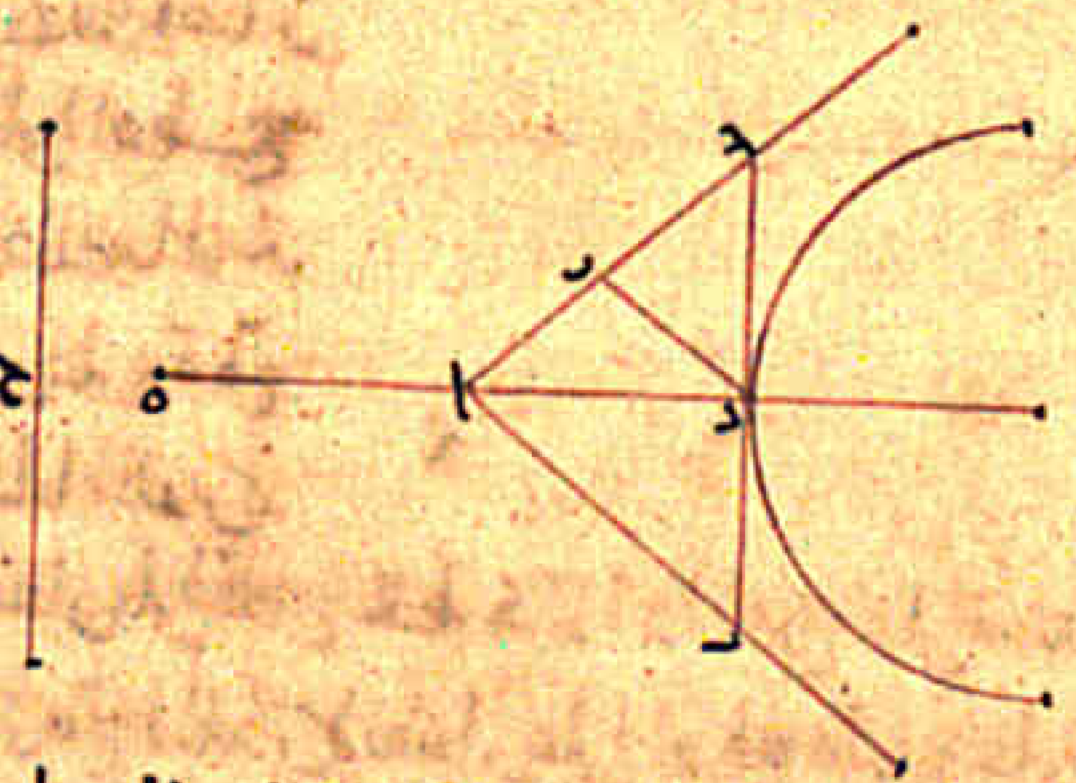


الضلع القائم
ونصل خطي ه ط
ه ك فلا يقعان
على القطع
وذلك محال لان
لان خطي ز ه و ه ح
كانا اللذين لا
يقعان على القطع فخط ك ط اذا اخرج على استقامة وقع على خطي
ه ز ه ح اللذين لا يقعان على القطع فليقع على نقطتي ز ح فاقول ان
مربع كل واحد من خطي ب ز ب ح مساوي لربع السطح المضاف
الى قطر ب د وعرضه الضلع القائم فان لم يكن ذلك وامكن
غيره فليكن ربع ذلك السطح مساويا لكل واحد من مربعي ب ط
ب ك فيكون لذلك كل واحد من خطي ط ه ه ك غير واقع على
القطع وذلك محال لانه يكون كل واحد من مربعي د ب ب ح اذا امسا وي

لربع السطح المضاف الى خط ب د الذي عرضه الضلع القائم وقد
تبين فيما تقدم ان نسبة مربع ب ه الى مربع ب د كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم وذلك ما اردنا ان نبين

د اذا كان خطان معلومان يحيطان بزاوية وتعلم داخل تلك
الزاوية نقطة كيف نخط قطعا زائدا يجوز على تلك النقطة
ولا يكون خطا تلك الزاوية يقعان على ذلك القطع وان اخرجا
الى ما لا نهاية فليكن خطان عليهما ا ب ا ج يحيطان بزاوية ما
وهي نقطة د ونريد ان نرسم قطعا زائدا يجوز على نقطة د ويكون
الخطان خطي ا ب ا ج لا يقعان عليه فنصل ا د ونخرجه الى
نقطة ه ونجعل د ا مساويا لخط ا ه ونخرج من نقطة د خطا موازيا
لخط ا ب عليه
د ز ولنكن
خط ا ز
مساويا
لخط ز د
ونصل ه ز
ونخرجه

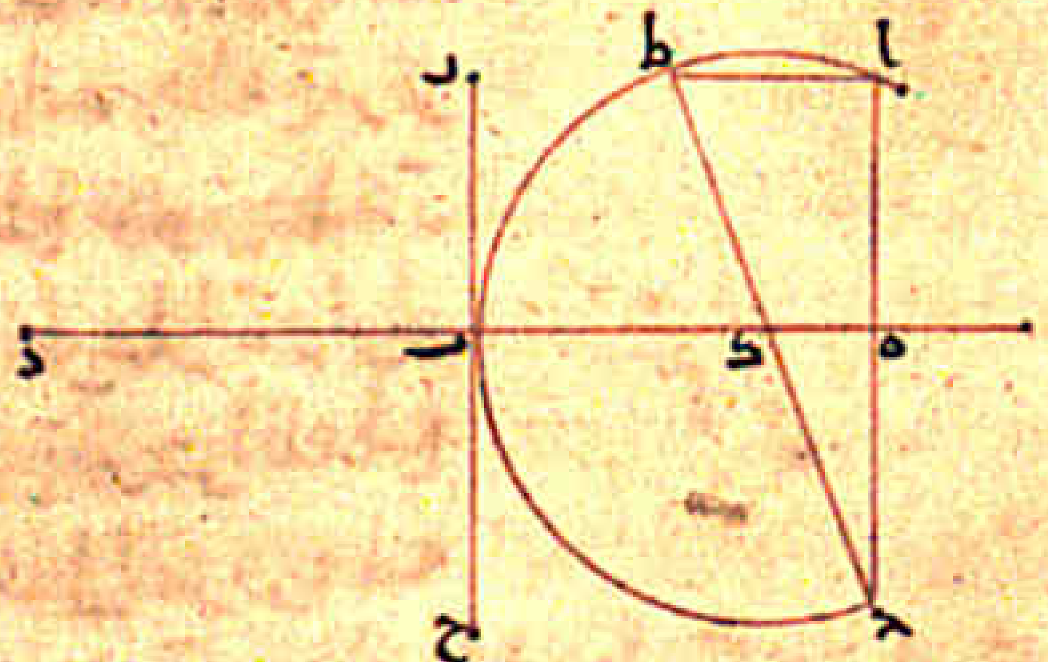
[illegible]



على استقامة الى نقطة ب ولنكن مربع ه ب مساويا للسطح د ه
في ح ونخرج خط ا د ونرسم عليه قطعا زائدا على نقطة د حتى يكون
الخطوط التي تخرج من القطع على الترتيب وعلى زاوية مثل
زاوية ح د ا تقوى على السطوح المضافة الى ح بزيادة سطح
شبيه بالسطح الذي يكون من ضرب د ه في ح فلان خط د ز مواز لخط

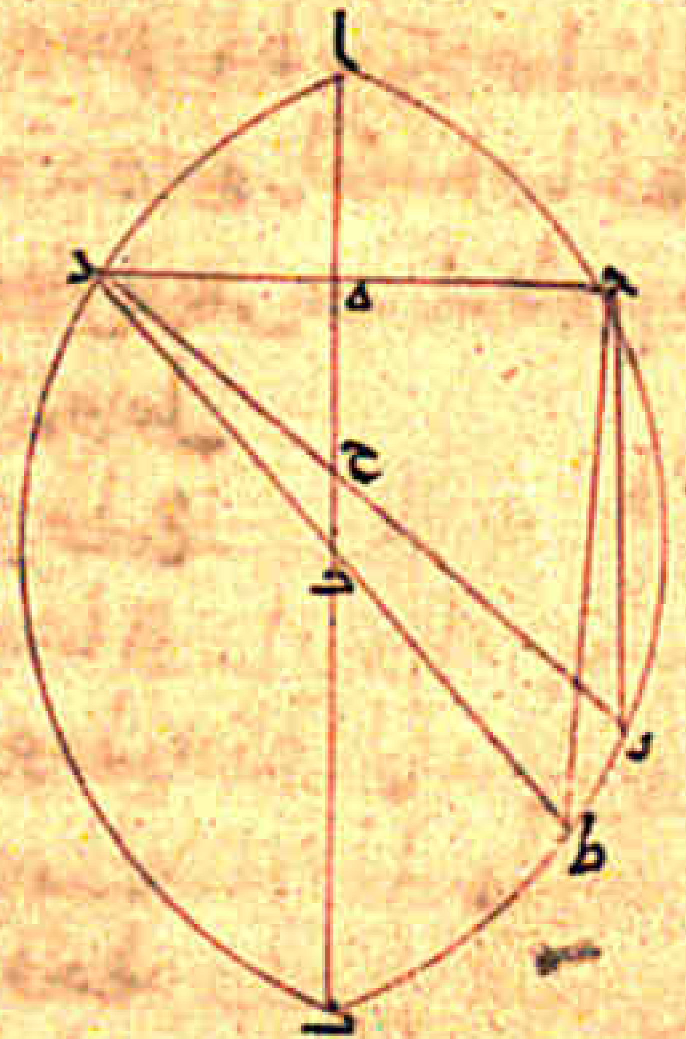
لخط ز ا وخط د ز مساوي لخط ز ا يكون خط د ز مساويا
لخط د ب فمربع د ب اربعة امثال مربع د ز ولكن مربع د ب مساوي
لسطح د ه في ح فكل واحد من مربعي د ز ز ب مثل ربع سطح د ه في
ح فخطا ا ب ا ج لا يقعان على القطع الزائد وذلك ما اردنا ان نبين

ه اذا خط يقطعه قطر القطع المكافئ او الزائد بنصفين فان الخط الذي
يخرج مماسا للقطع عند طرف القطر يكون موازيا لذلك الخط
فليكن قطع مكافئ او زائد عليه ا ب ج وقطره مع ما يخرج فيه
د ب ه ويكون خط د ب ح مماسا للقطع ويخرج خطا ما في القطع
عليه ا ه ج ويكون ا ه مساويا لخط ه ج فاقول ان خط ا ج مواز
لخط د ح فان لم يكن كذلك فلنخرج من نقطة ج خطا موازيا لخط ب ح
عليه ج ط ونصل
ط ا فلان قطع
ا ب ج مكافئ
او زائد وقطره
مع ما يخرج منه
د ب ه وخط
ب ح مماس له



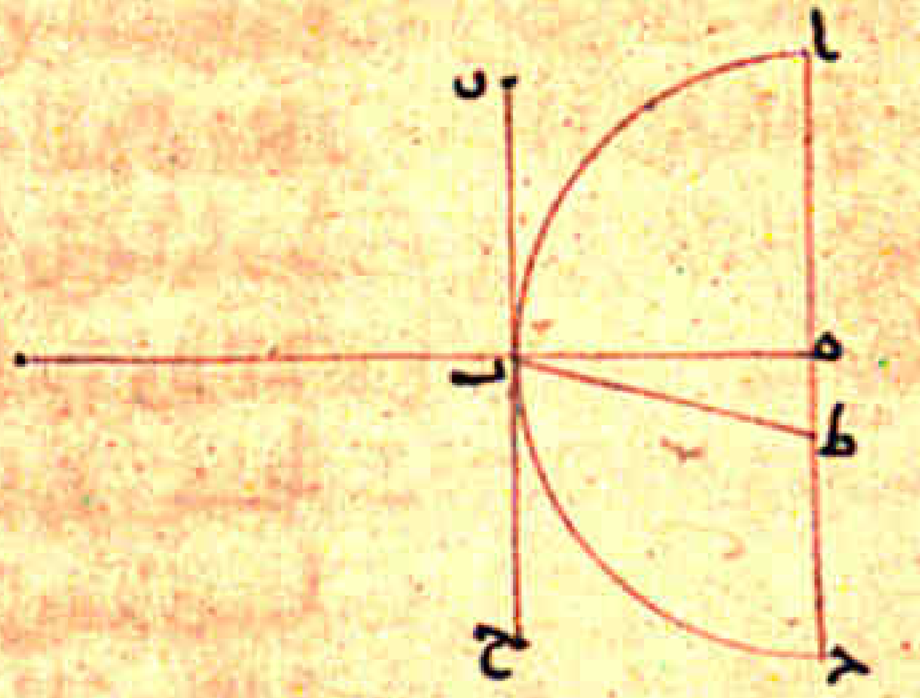
وج ط مواز للمماس يكون خط ج ك مساويا لخط ك ط كما تبين
في الشكل مو ومز من المقالة ا وخط ج ه مثل خط ه ا فخط ا ط
مواز لخط ك ه وذلك محال لانه يقع على خط ب د اذا اخرج
على استقامة كما تبين في الشكل كب من المقالة الاولى
وذلك ما اردنا ان نبين

و لا خط يقطعه قطر القطع الناقص او قطر الدائرة بنصفين ولا يجوز
على المركز فان الخط الذي يخرج من طرف القطر مماسا للقطع يكون
موازيا له فليكن قطع ناقص او دائرة قطره اب ويكون خط اب يقطع
خط جد الذي لا يجوز على المركز بنصفين على نقطة ه فاقول ان الخط
الذي يخرج من نقطة ا مماسا للقطع هو موازي لخط جد فان لم يكن
ذلك فليكن الخط الموازي للخط المماس الذي يخرج من نقطة ا
هو خط دز فخط دح مساوي لخط حز كما تبين في الشكل من
المقالة ا وخط ده
مساوي لخط هج فخط
دز موازي لخط اب
وذلك ما لا يمكن لانه
ان كانت نقطة ح مركز
القطع يكون خط دز
يقع على قطر اب وان لم
يكن ح مركز القطع
فانا نجعل المركز نقطة



ك ونصل دك ونخرجه الى نقطة ط ونصل جط فلان خط دك
مساوي لخط كط وده مساوي لهج يكون خط جط موازيا لخط اب
وخط دز ايضا كذلك وذلك مما لا يمكن فالخط الذي يخرج على نقطة
ا مماسا للقطع يكون موازيا لخط جد وذلك كما اردنا ان نبين
ز لا خط مماس قطعا مكافئا او دائرة ويخرج قطر ذلك القطع
خط موازيا له فان الخط الذي يخرج من موضع المماس الى ذلك الخط

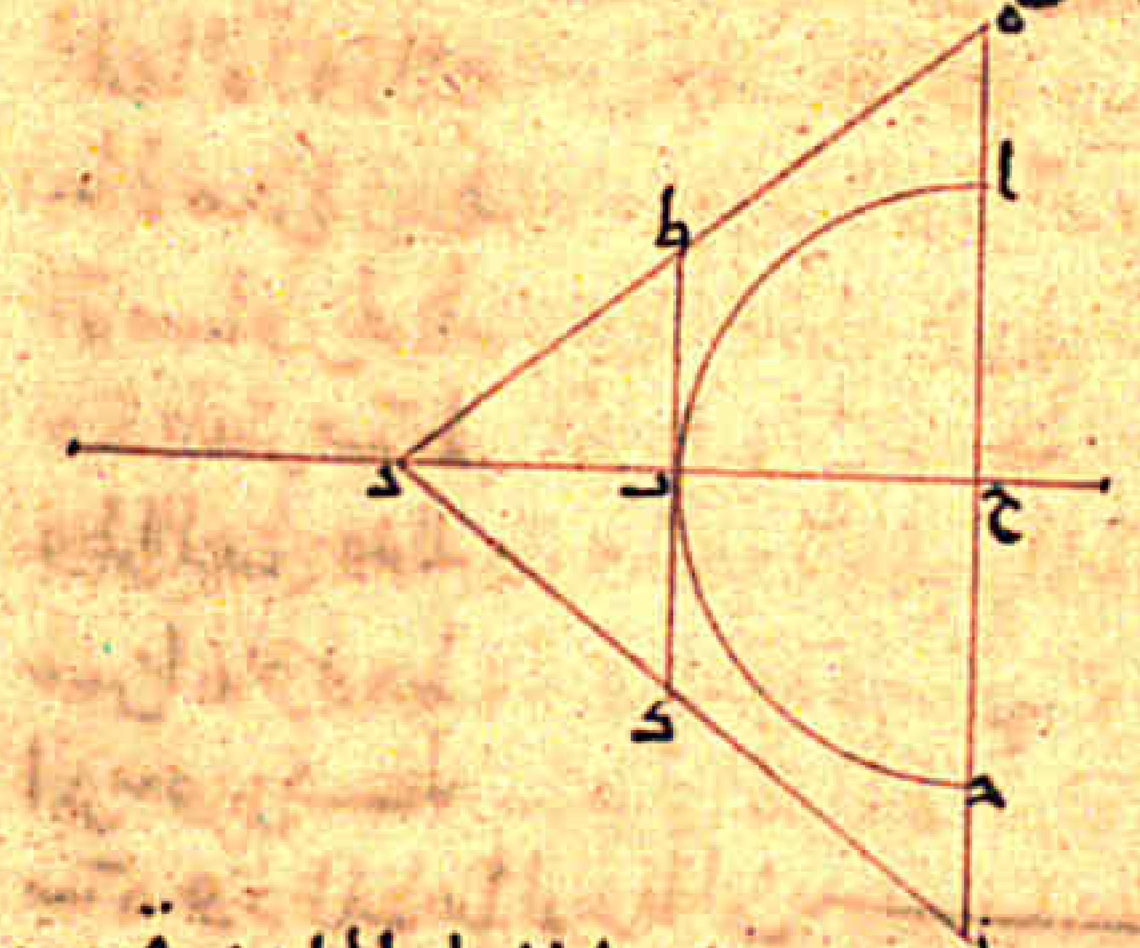
ويقطعه بنصفين هو قطر لذلك القطع فليكن قطع مكافئ او
دائرة عليه ا ب ج د ويكون الخط المماس له خط دح ويخرج خط
اج موازيا لخط دح ويقطع اج بنصفين على نقطة ه ونصل به
فاقول ان به قطر للقطع فان لم يكن كذلك فليكن القطر
خط بط فخط اط مثل خط طج كما تبين في شكل من
المقالة ا وذلك
ما لا يمكن لان خط
اه مساوي لخط
هج فليس بط
قطرا للقطع وكذلك
نبين انه ولا خط
اخر سوى خط



به وذلك ما اردنا ان نبين
ح لا خط يقع على القطع الزائد على موضع فانه اذا اخرج على
استقامة الى كلتي الناحيتين يقع على الخطين اللذين لا يقعان
على ذلك القطع ويكون القسمان منه اللذان يقعان فيما بين القطع
والخطين اللذين لا يقعان على القطع متساويين فليكن قطع زائد
عليه ا ب د ولنقطعه خط على نقطتي ا د وهو خط اد فاقول
ان خط اد اذا اخرج على استقامة الى كلتي الجهتين فانه يقع على
الخطين اللذين لا يقعان على القطع وبرهان ذلك انا نقسم اد بنصفين
على نقطة ح ونصل بح فيكون خط بح قطرا للقطع فاذا اخرج
على استقامة فالخط الذي يخرج من نقطة ب مماسا للقطع هو موازي

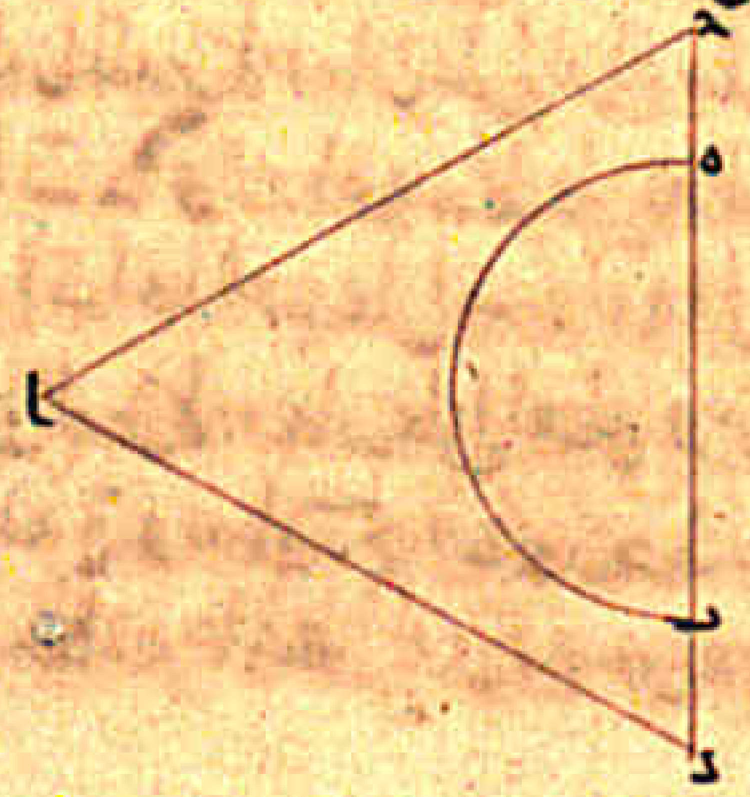
ولكن الخطان لا يتقاطعان على القطع خطي ه د د ا ر ح آ وليقطع

لخط اك مماس في الشكل ه من هذه المقالة فليكن الخط المماس خط ط ك فبين انه يقع على الخطين اللذين لا يقعان على القطع اللذين هما ه د د ب لما بين في الشكل ج فلان خط اك موازي لخط ك ط وخط ك ط يقع على خطي د ب د ط فخط اك يقع على خطي ده دب فليقع على نقطتي ه ب وخط ط ب مساو لخط ب ك كما



بين في الشكل ج من هذه المقالة فيكون خط د ج مساويا لخط ج ه وذلك انما يكون خط د ب مساويا لخط اه وذلك ما اردنا ان نبين ٥

ط كل خط يقع على الخطين اللذين لا يقعان على القطع الزائد ويقسم سطحين بالقطع الزائد فانه على نقطة واحدة فقط يقع على القطع ومثال ذلك ان خط اب د وقع على الخطين اللذين لا يقعان على القطع

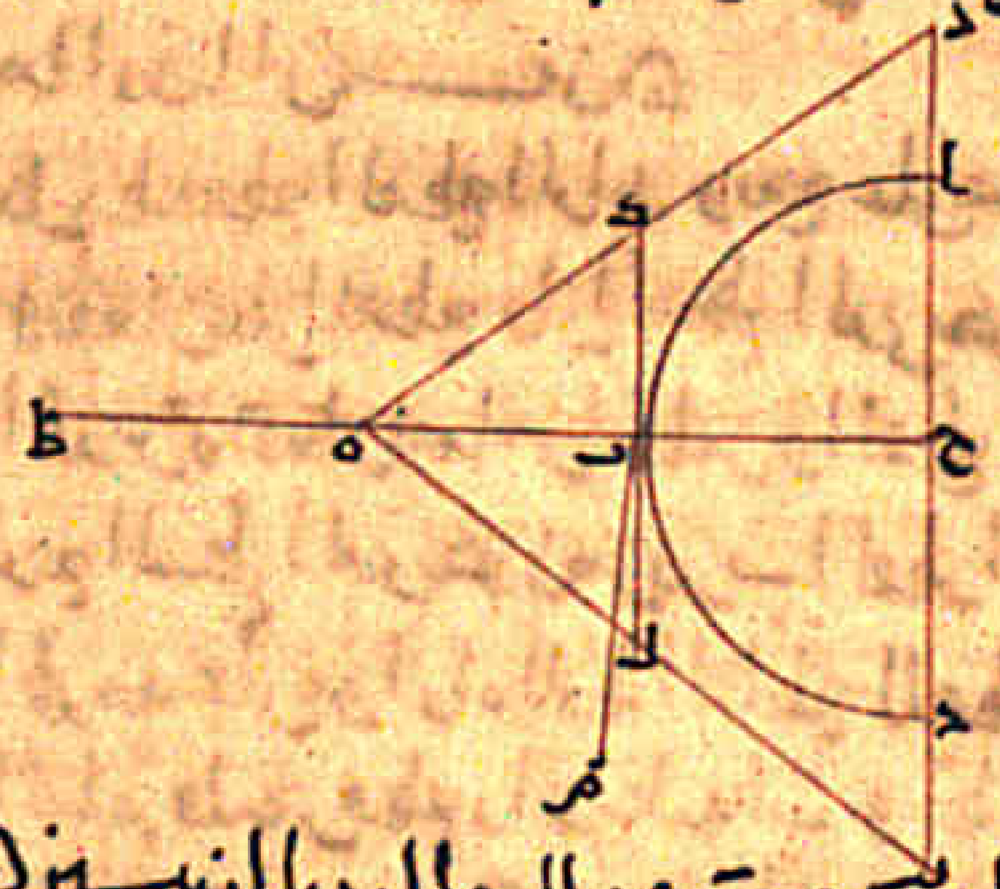


فاتصل بسطحين بالقطع الزائد على نقطة ه فاقول انه لا يقع على القطع على نقطة اخرى فان امكن ذلك فليقع على نقطة ب

فخط ده مساوي لخط ب د وذلك ما لا يمكن لان خط ده كان مثل خط ه د فليس يمكن ان يقع على نقطة اخرى على القطع وذلك ما اردنا ان نبين ٥

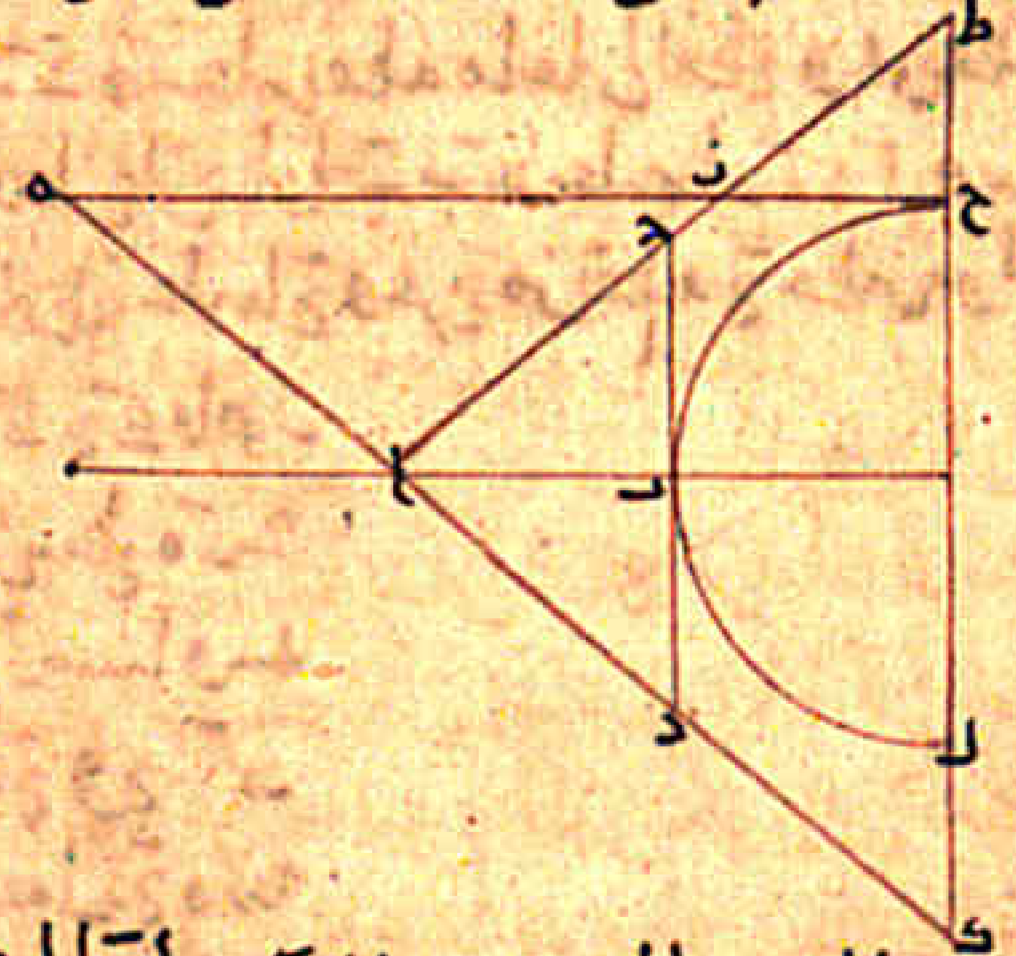
ي كل خط يقطع القطع الزائد ويقع على كل واحد من الخطين اللذين لا يقعان على القطع فان السطح الذي يكون من ضرب احد الخطين اللذين لا يقعان فيما بين الخطين والقطع في باقي الخط مساوي لربع السطح الذي يكون من ضرب القطر الذي يقطع الخطوط الخارجة على موازاة للخط القاطع للقطع بنصفين نصفين في الخط القائم فليكن قطع زائد عليه اب وخطان لا يقعان عليه وهما خطا ده د ب وخرج د ز وقطع القطع والخطين وبقطعتا د ب على نقطة ح وبصلح ه وجعل ه ط مثل ب ه وخرج من ب عمودا على خط ط ه ب عليه ب م وليكن الخط القائم لهذا القطر خط ب ك فقطر وخط ب م ضلع قائم فاقول ان كل واحد من سطحي د ا في ا ب ود ح في ح ب مساوي لربع سطح ط ب في ب م فخرج خطا مماسا للقطع من نقطة ب عليه ك ل فبين انه موازي لخط د ب لانه قد بين في الشكل ج من هذه المقالة ان نسبة ط ب الى ب م كنسبة مربع ه ب الى مربع ب ك التي هي نسبة مربع ه ح الى مربع ح د ونسبة ط ب الى ب م كنسبة سطح ط ح في ح ب الى مربع ح ا كما بين في الشكل كا من المقالة آ فلان نسبة مربع ه ح الى مربع د ح كنسبة سطح ط ح في ح ب الى مربع ح ا تكون نسبة ما بقي من احدهما اذا طرح منه سطح ط ح في ح ب المربع ح د ما بقي من الاخر اذا طرح منه مربع اح كنسبة مربع ه ح الى مربع

ح د فيصير نسبة مربع ه ب الى سطح د ا في ا ب كنسبة مربع ه ح
الى مربع ح د التي هي نسبة مربع ه ب الى مربع ب ك فسطح



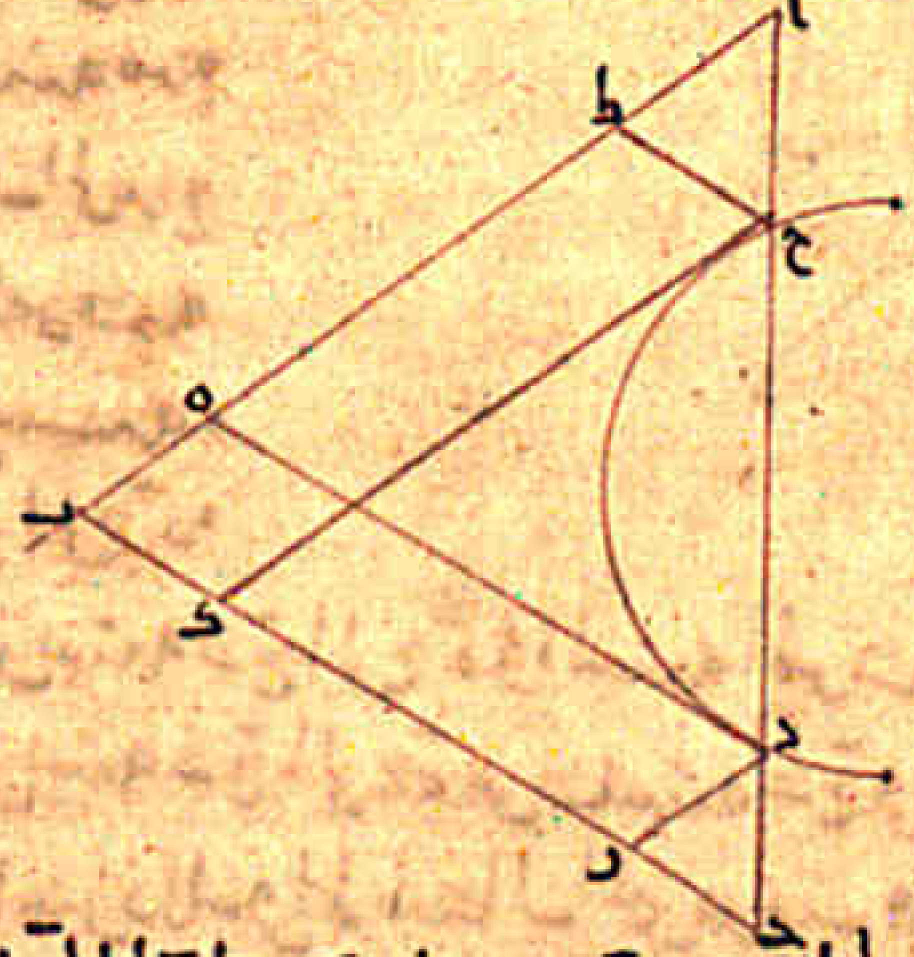
د ا في د ا مساوي
لمربع ب ك ولذلك
التماس ان سطح
ب ح في ب د مساوي
لمربع ب ل ولكن
مربع ك ب مساوي
لمربع ب ل فسطح
د ا في ا ح مساوي لسطح ب ح في ح د وذلك ما اردنا ان نبين ٥
لا كل خط يقطع الخطين اللذين يحيطان بالزاوية التي تلي الزاوية
المحيطة بالقطع الذي يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع
الزائد فانما يقع على القطع على نقطة واحدة فقط ويكون
السطح الذي يكون من ضرب ذلك الخط في قسمه الذي يلي القطع
مساويا لربع المربع الذي يكون من القطر الذي يخرج موازيا
لذلك الخط القاطع فليكن قطع زائد والخطان اللذان لا يقعان
عليه خطا ا ج ا د ونخرج د ا الى نقطة ه ومن نقطة ه ما وه
نقطة ه نخرج خط ه ح يقطع خطي ا ج ا د فبين انه اذا اخرج على
استقامة قطع القطع على نقطة واحدة فقط لان الخط
الذي يخرج من نقطة ا موازيا لخط ه ح مثل ا ب يقطع زاوية
ج ا د ويقع على القطع ويكون قطرا له كما تبين في الشكل
ب من هذه المقالة فخط ه ح يقع على القطع اذا اخرج على

نقطة واحدة فقط لانه لو وقع على نقطتين لكان القطر كما
تبين في الشكل كح من المقالة ا فليقع على نقطة ح فاقول ان
سطح ه ح في ح ح مساوي لمربع ا ب ونخرج على نقطة ح خطا
على الترتيب عليه ط ح ل ك فالخط الذي يخرج من نقطة ب مماسا
للقطع يكون موازيا لخط ح ط فليكن خط ح د ولان خط د ب
مساوي لخط ب ك يكون نسبة مربع د ب الذي هو مثل سطح نسبه
د ب في ب ك الى مربع ب ا مركبة من نسبة د ب الى ب ا ومن
د ب الى ب ا ولكن نسبة د ب الى ب ا كنسبة ط ح الى ح ه



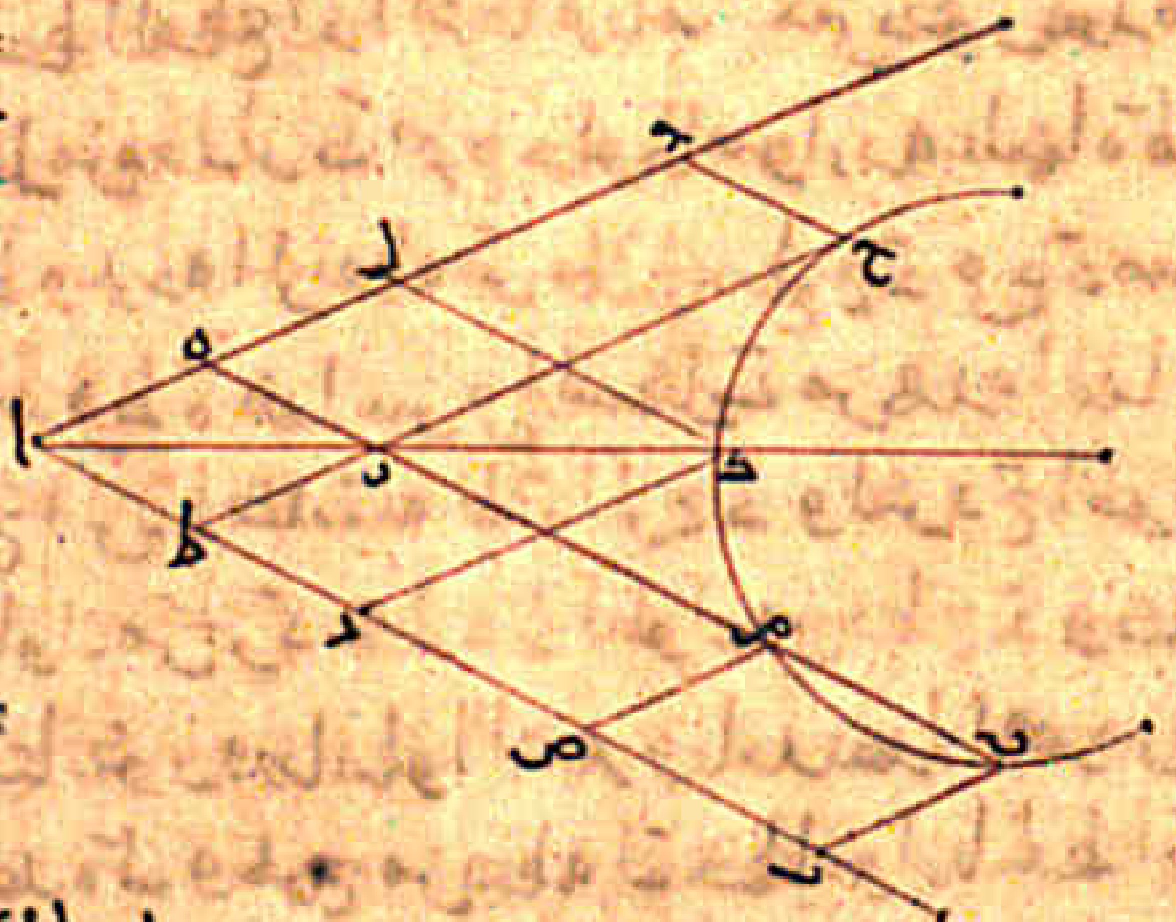
ونسبة د ب
الى ب ا كنسبة
ح ك الى ح ه
فنسبة مربع
د ب الى مربع
ب ا مركبة
من نسبة
ط ح الى ح ه
ومن نسبة ك ح الى ح ه والنسبة المركبة من نسبة ط ح الى ح ه ومن
ومن نسبة ك ح الى ح ه هي كنسبة ك ح في ح ط الى سطح ه ح في ح ه
كما تبين ذلك في الاشكال التي قدمت قبل هذا الكتاب فنسبة
سطح ك ح في ح ط الى سطح ه ح في ح ه كنسبة مربع د ب الى مربع ب ا
واذا بدلنا النسبة كانت نسبة سطح ك ح في ح ط الى مربع د ب
كنسبة سطح ه ح في ح ه الى مربع ا ب ولكن سطح ك ح في ح ط مثل

سن في الشكل الذي قبل هذا انه مساوٍ لمربع دب فسطح
هح في حز مساوٍ لمربع اب وذلك ما اردنا ان نبين
كل خطين يخرجان من نقطة من القطع الزائد الى نقطة كانت يحيطان باي
زاوية كانت ويقعان على الخطين اللذين لا يقعان على القطع فانه
اذا اخرج من نقطة اخرى من القطع اي نقطة كانت خطان
موازيان لهما كان الذي يكون من ضرب الخطين احدهما في الآخر
مساويا للذي يكون من ضرب الخطين الموازيين لهما احدهما في
الآخر فليكن قطع زائد والخطان اللذان لا يقعان عليه خطي اب
بد ولنعلم نقطة ما على القطع وهي نقطة ز ونخرج منها خطين
يقعان على خطي اب بد عليهما ده دز ولنعلم نقطة اخرى على
القطع عليها ح ونخرج من نقطة ح خطين موازيين لخطي ده دز عليهما



حط حك فاقول
ان سطح هد في
دز مساوٍ
لطح في حك
فلنصل دح ونخرجه
على استقامته
الى نقطتي ال
فلان سطح
ال في لد مساوٍ لسطح اح في حد يكون نسبة اح الى ال كنسبة
دل الى دح ولكن نسبة اح الى ال كنسبة طح الى هد ونسبة
دل الى دح كنسبة دز الى حك فنسبة طح الى دز كنسبة

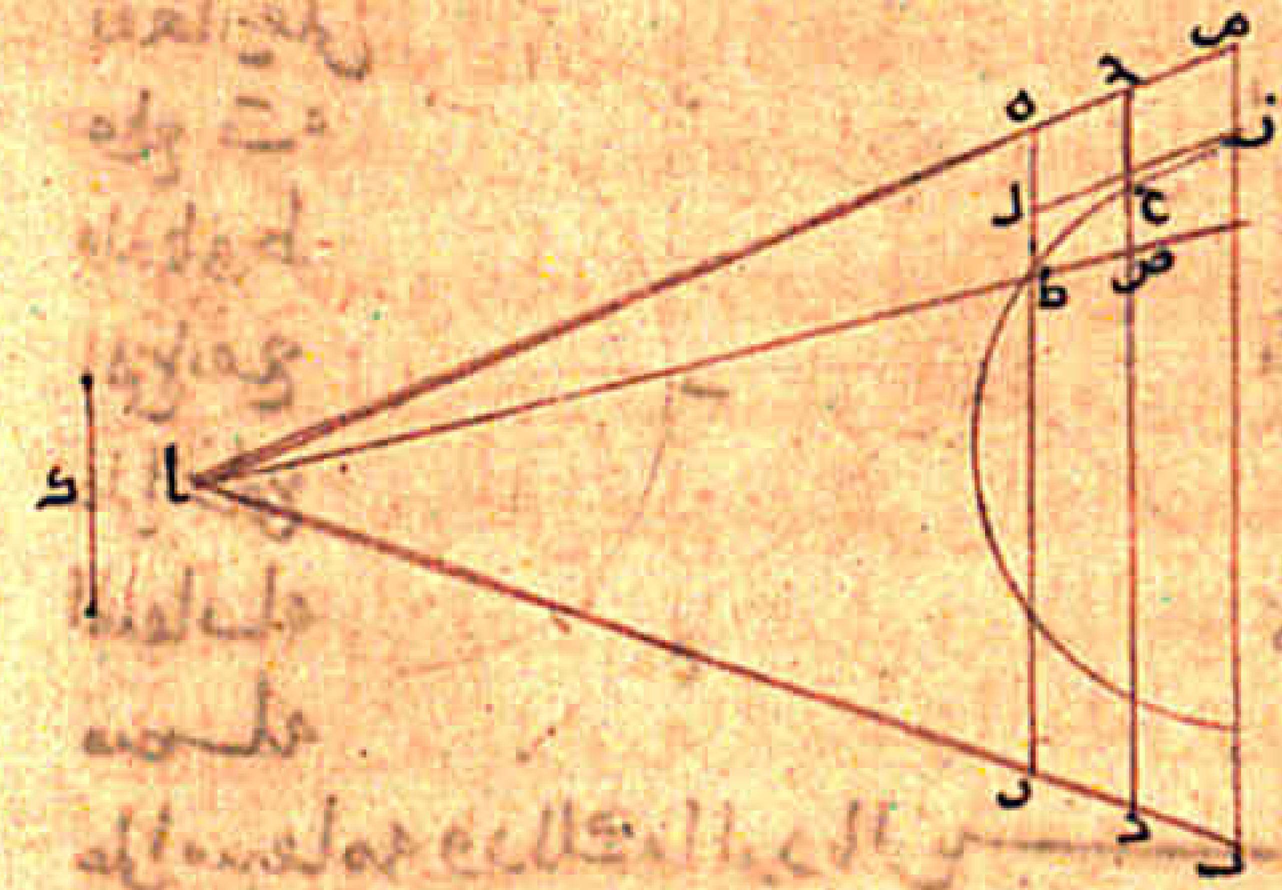
دز الى حك فسطح هد في دز مساوٍ لسطح طح في حك وذلك ما اردنا ان نبين
كل خط يخرج فيما بين القطع والخطين اللذين لا يقعان على القطع
ويكون موازيا لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع فانه
يقع على القطع على موضع واحد فقط فليكن قطع زائد والخطان
اللذان لا يقعان عليه خطي دا اب ولنعلم نقطة ما عليها ه ونخرج
من نقطة ه خطا موازيا لخط اب عليه هز فاقول انه اذا اخرج
على استقامته وقع على القطع في موضع واحد فقط فان امكن
ان لا يقع عليه فانا نعلم نقطة ما على القطع عليها ح ونخرج
من نقطة ح خطين موازيين لخطي دا اب عليهما حج حط ولتكن سطح
اه في هز مساويا لسطح حج في حط ونصل از ونخرجه على استقامته
فهو يقع على القطع كما بين في الشكل الثاني من هذه المقالة



فليكن
موضع
مسقطه
على نقطة
ك ونخرج
من نقطة
ك خطين
موازيين
لخطي دا اب عليهما كل كد فسطح حج في حط مساوٍ لسطح لك
في كد كما بين في الشكل الذي قبل هذا وقد كان حج في حط مساويا
لسطح اه في هز فسطح دك في كل الذي هو مثل كل في لا مساوٍ

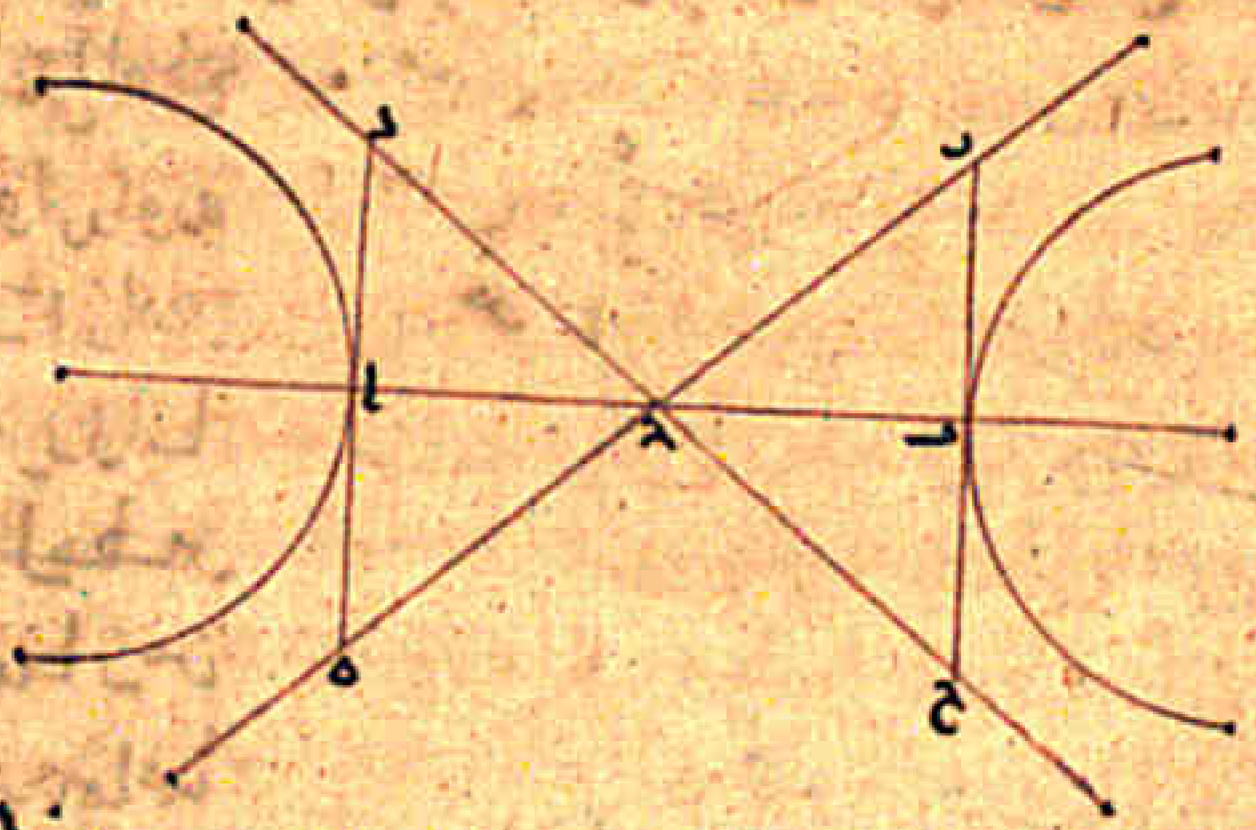
لسطح اه في ده وذلك ما لا يمكن لأن خط دك أطول من خط ه ز
وخط لك أطول من خط اه فخط ه ز يقع على القطع فليقع على
نقطة م وأقول انه لا يقع على غيرها فإن أمكن فليقع أيضاً على
نقطة ن ونخرج خطين موازيين لخط دا من نقطتي م ن عليهما م ص
ن ب فسطح ه م في م ص مساوٍ لسطح ه ن في ن ب وذلك ما لا
يمكن فليس يقع على القطع على سوى تلك النقطة وذلك ما أردنا أن نبين
الخطان اللذان لا يقعان على القطع وخط القطع إذا أخرجت فإنها يد
كلما بعدت من الزاوية التي يحيط بها الخطان قرب الخطان من القطع
وإن قرب بعداً أقل فيوجد بعد أقل من مماس القطع وكل واحد
من الخطين أعلى منه فليكن قطع زائد والخطان اللذان لا يقعان عليه
خطي اب اج والبعد المفروض هو زك وأقول إن خطي اب اج
وخط القطع إذا أخرجا قربا منه حتى يكون بعد ما بينهما وبينه
أقل من بعد زك فنخرج خطوطاً متوازية عليها ه ط ر ح دو ونصل
اط ونخرجه الى نقطة ص فلان سطح ح ر في ر د مساوٍ لسطح
د ط في ط ه كما تبين في الشكل من هذه المقالة تكون نسبة
د ح الى ر ط كنسبة ط ه الى ح ر ولكن د ح أطول من د ط لأنه
أطول من ص د فخط ه ط أطول من خط ح ر وكذلك أيضاً نبين
أنها تكون على هذا المثال أبداً وبعدها يصير أقل من بعد زك وهو
بعد زك ونخرج من نقطة ل خطاً موازياً لخط اج عليه ل ب
ويقع على القطع كما تبين في الشكل الذي قبل هذا فليقع على
نقطة ب ونخرج على نقطة ب خطاً موازياً للخط د ع عليه م ب
فخط م ب مساوٍ لخط ل ولذلك يكون م ب أقل من زك فبيّن

من ذلك أن خطي اب اد أقرب الى القطع من جميع الخطوط التي لا تقع
على القطع
والزاوية
التي هي أصغر
من زاوية با
كل خطين
يخرجان من
مخرجهما
لا يمكن أن



يقع على القطع وذلك ما أردنا أن نبين
يه القطوع المتقابلة فإن الخطين اللذين لا يقعان على قطع منهما متصلان
بالخطين اللذين لا يقعان على القطع المقابل له على استقامة فليكن
قطوع متقابلة قطرها اب ومركزها نقطة د فأقول إن الخطوط
التي لا تقع على قطعي اب مشتركة لهما ومتصلة على استقامة
فنخرج على نقطتي اب خطين مماسين للقطوع عليهما د اه ر ب ح
فهما متوازيان لأنهما موازيان للخطوط الترتيب ويكون مربع كل
واحد من خطوط د ا اه ر ب ب ح مساوياً لربع السطح المضاف
الى خطوط الذي عرضه الضلع القائم فخطوط د ا اه ر ب ب ح
متساوية ونصل خطي د ه د ر د ح فبيّن أن خط د ه متصل بخط
د ح على استقامة وخط ه د بخط د ر من أجل التوازي وقطع ا
قطع زائد وقطره اب وخط ه د مماسه وكل واحد من ه ا اه هو
على ربع السطح المضاف الى خطوط الذي عرضه الضلع القائم وقطرا

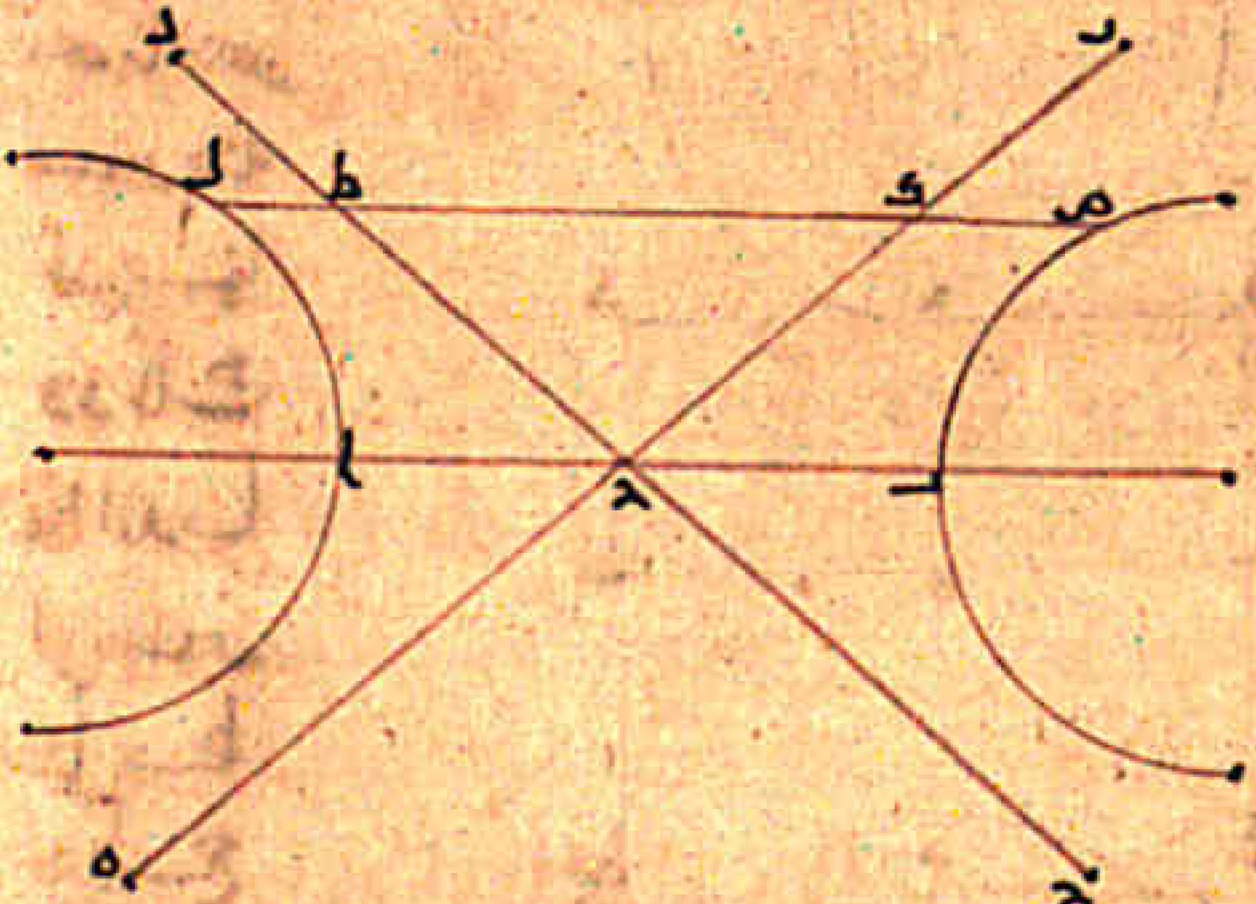
دَ دَ هـ لا يلتقيان على القطع ومن اجل ذلك يكون خطا دَ جَ لا



يلتقيان على قطع بَ والخطوط التي لا تقع على القطوع المتقابلة متصلة على استقامة وذلك ما اردنا ان نبين ـــــــــ

كل خط يقطع احد الخطين المحيطين بالزاوية التي تلي الزاوية للخطوط التي لا تقع على القطعين المتقابلين فانه اذا اخرج على استقامة قطع كل واحد من القطعين المتقابلين على نقطة واحدة فقط ويكون اقسامه التي تقع فيما بين الخطوط التي لا تقع على القطوع والقطوع متساوية فليكن قطعان متقابلان عليهما اَ بَ ومركزهما نقطة دَ والخطوط التي لا تقع عليهما خطا دَ حَ هـ دَ بَ وليخرج خطا ما يقطع خطي حَ دَ هـ دَ عليه طَ كَ فاقول انه اذا اخرج على استقامة وقع على كل واحد من القطعين المتقابلين على نقطة واحدة فقط فلان خطي دَ حَ دَ هـ لا يلتقيان على قطع اَ واخرج خط طَ كَ يقطع الخطين المحيطين بالزاوية التي تلي الزاوية الخطين اللذين لا يلتقيان على القطع التي هي زاوية دَ حَ دَ يكون خط كَ طَ اذا اخرج على استقامة يقع على قطع اَ وكذلك ايضا يقع على قطع بَ فليقع على نقطتي لَ مَ ولنخرج من نقطة دَ خطا موازيا لخط لَ مَ عليه لو

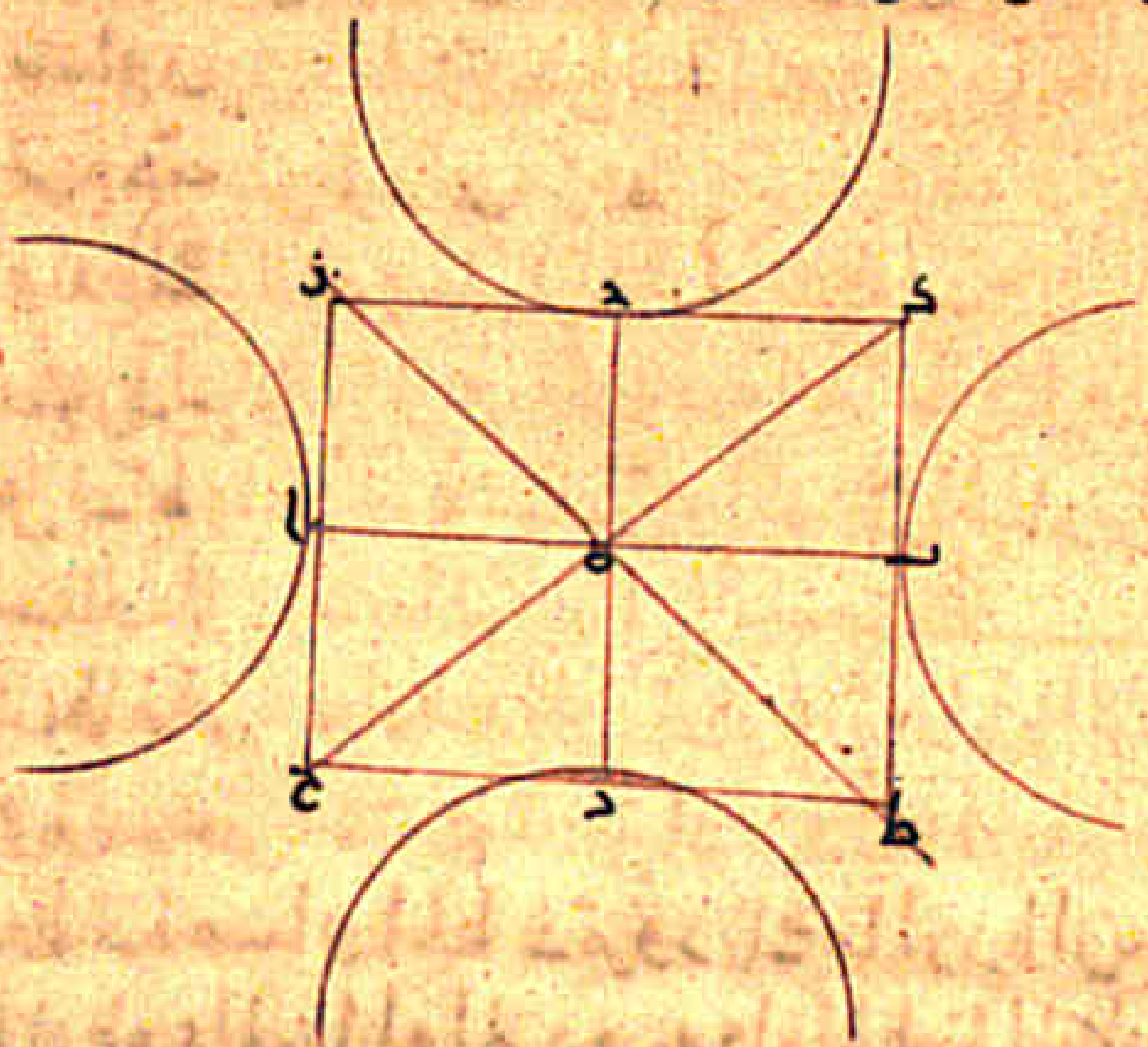
اَ دَ بَ فسطح كَ لَ في لَ طَ مساوٍ لمربع اَ دَ وسطح طَ مَ في مَ كَ



مساوٍ لمربع دَ بَ ولذلك يكون كَ لَ في لَ طَ مساويا لسطح طَ مَ في مَ كَ ويكون خط لَ طَ مساويا لخط كَ مَ وذلك ما اردنا ان نبين ـــــــــ

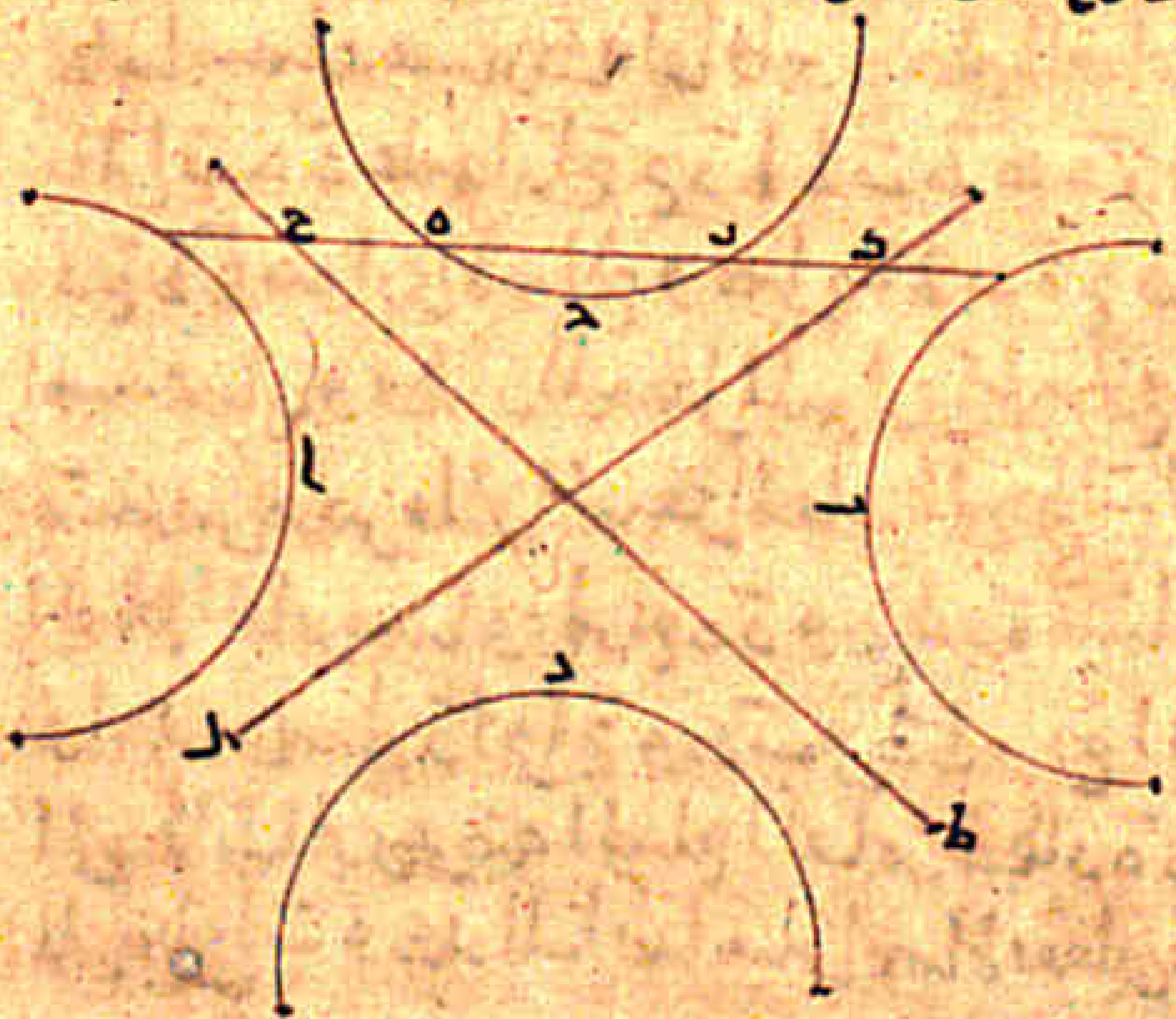
القطوع المتقابلة المزدوجة فان الخطوط التي لا تقع عليها متصلة مشتركة لها فلتكن قطوع متقابلة مزدوجة اقطارها اَ بَ دَ دَ وموضع المركز نقطة هـ فاقول ان الخطوط التي لا تقع عليها متصلة مشتركة لها فلنخرج خطوطا مماسة للقطوع تجوز على اَ بَ دَ دَ عليها اَ حَ حَ دَ طَ طَ بَ كَ كَ دَ دَ فيكون سطح دَ حَ طَ كَ متوازي الاضلاع ونصل هـ طَ كَ هـ حَ فبين انهما خطان مستقيمان وقطران للشكل المتوازي الاضلاع وينقسمان بنقطة هـ بنصفين بنصفين فلان الشكل المضاف الى خط اَ بَ الذي عن صنعة الضلع القائم مساوٍ لمربع دَ دَ وخط دَ هـ مساوٍ لخط هـ دَ فكل واحد من سطح دَ اَ في اَ حَ و كَ بَ في بَ طَ ربع الشكل المضاف الى خط اَ بَ الذي عرضه الضلع القائم فخطا هـ طَ كَ هـ حَ لا يلتقيان على قطعي اَ بَ وكذلك ايضا يتبين انهما لا يلتقيان على قطعي حَ دَ لز

والخطوط التي لا تقع على القطوع المتقابلة المزدوجة هي متصلة



بعضها ببعض
مشتركة
لجميعها
وذلك
ما اردنا
ان نبين

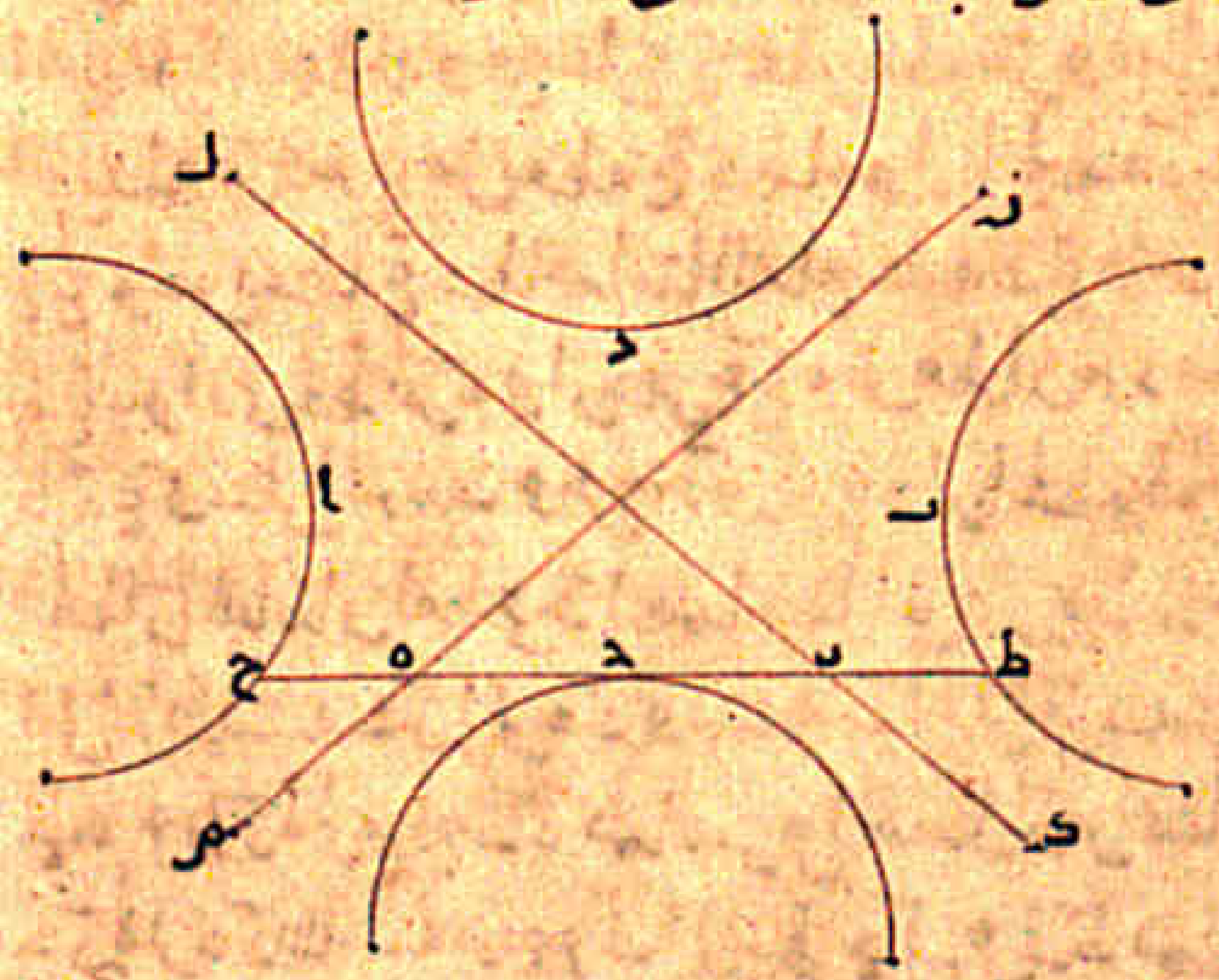
نح كل خط
يقطع
قطعا
واحدا
من القطوع المتقابلة المزدوجة واذا اخرج على استقامته في
كلتي الجهتين وقع خارجا من القطع فانه يقع على كل واحد من



القطعين
اللذين يليان
ذلك
القطع
على نقطة
واحدة
فليكن
قطوع

مزدوجة متقابلة عليها ا ب ج د وليقع خط ما على قطع ج عليه
ه ز وليكن اذا اخرج على استقامته وقع خارجا من القطع فاقول
انه يقع على كل واحد من قطعي ا ب على نقطة واحدة فلتكن خطوط
لا تقع على القطوع عليها ح ط ك ل فخط ه ز يقع على كل واحد
من خطي ح ط ك ل فبين انه يقع ايضا على كل واحد من قطعي ا ب
على نقطة واحدة فقط كما بين في الشكل السادس عشر من هذه
المقالة وذلك ما اردنا ان نبين

نط كل خط يماس قطعا واحدا من القطوع المتقابلة المزدوجة ايها كان
فانه يقع على القطعين اللذين يليان ذلك القطع وذلك الخط
ينقسم بنصفين على موضع المماس فلتكن قطوع متقابلة
مزدوجة عليها ا ب ج د وليكن خط ه ز يماس قطع ج فاقول
انه اذا اخرج وقع على قطعي ا ب وانقسم بنصفين على نقطة ج اما
وقوعه على قطعي ا ب فقد بين في الشكل الذي قبله فليقع على



نقطتي
ح ط
فاقول
ان ح ج
مساوي
لخط ج ط
فلنخرج
الخطوط
التي لا تقع

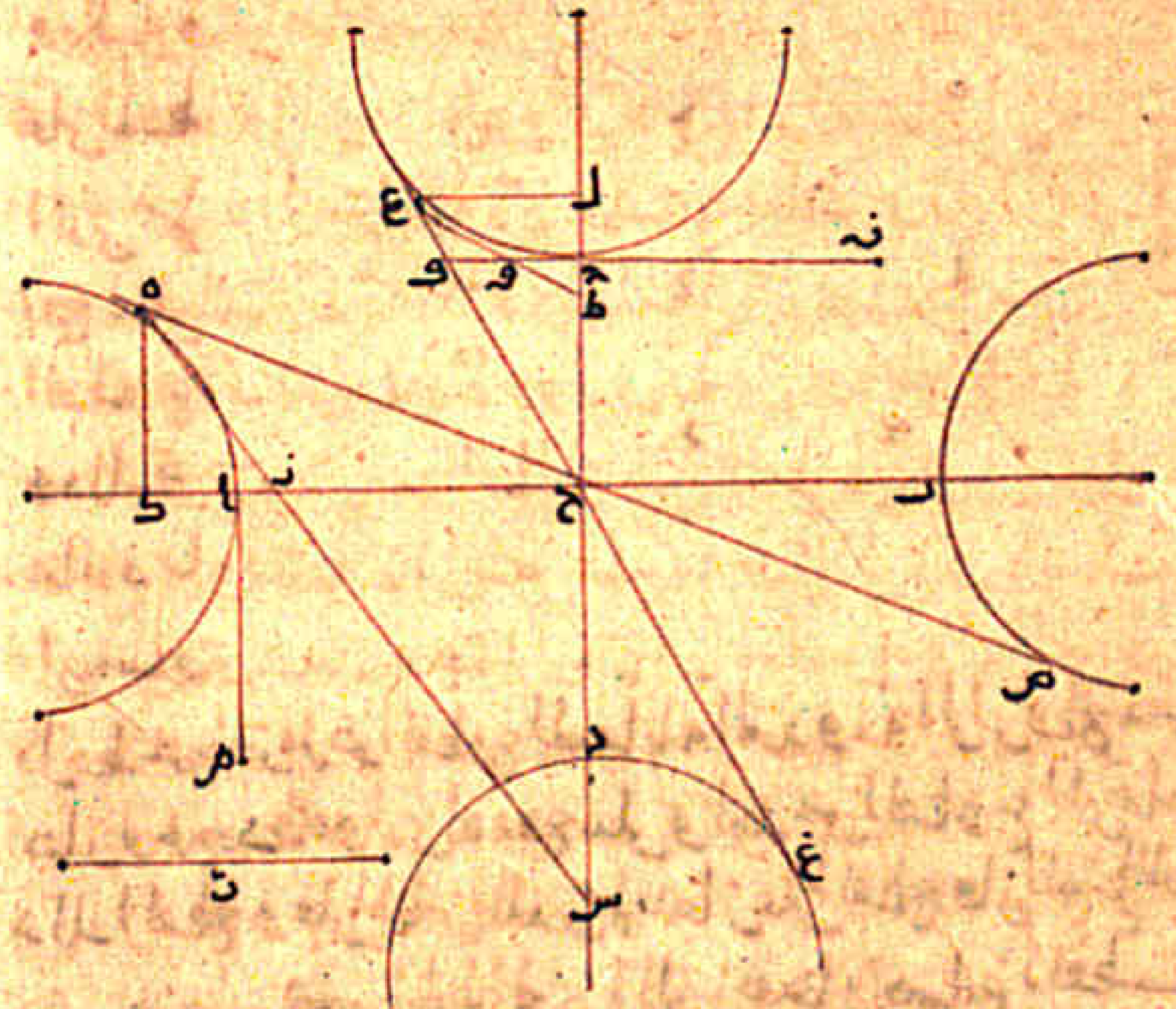
على القطوع وهي خطوط ك ل م ن فخط ه ح مساوي لخط ن ط
مماس في الشكل لو من هذه المقالة وخط د ه مساوي لخط
ح د مماس في الشكل لح من هذه المقالة فكل د ح مساوي
لكل ح ط وذلك ما اردنا ان نبين

ك اذا خط مماس قطعا واحدا من القطوع المتقابلة المزدوجة
وخرج من مركز تلك الشكل خطان مستقيمان احدهما يقع
على موضع التماس والاخر موازي الخط المماس يقع على القطعين
اللذين يليان ذلك القطع فان الخط الذي يخرج من موضع وقوع
ذلك الخط على القطع مماسا للقطع يكون موازيا للخط الذي خرج
من المركز الى موضع التماس والخطوط التي تخرج من المركز الى
موضع التماس هي اقطار مزدوجة للقطوع المتقابلة
المزدوجة عليكن قطوع مزدوجة متقابلة واقطارها المزدوجة
خطي ا ب ج د والمركز نقطة خ ويخرج خط ه د مماس قطع ا واذا
اخرج على استقامة وقع على خ على نقطة س ونصل ه خ ونخرجه
الى نقطة ص ويخرج من نقطة خ خطا موازيا لخط ه د يقع عليه
ح ع ومن نقطة ع خطا مماسا للقطع عليه ط ع فاقول ان خط
ط ع موازي لخط ه ص وان خطي ع غ ه ص فظاهر انه مزدوجان ويخرج
ك ه ع ل على الترتيب ويخرج ق ر ف موازيا للخطوط المرتبة فيكون
الخطان القائمان لقطعي ح اهما خطا المر ر ه ولان نسبة ت ا
الى م كنسبة د ر الى د ح ونسبة ت ا الى م كنسبة سطح
ح ك في ك د الى مربع د ه مماس في الشكل لز من المقالة ا ونسبة
د ر الى د كنسبة مربع ك الى سطح ح ك في ل ط كما بين في

الشكل لز من المقالة ا فنسبة سطح ح ك في ك د الى مربع ه ك
كنسبة مربع ك الى سطح ح ل في ل ط ولكن نسبة ح ك في ك د
الى مربع ك ه مركبة من نسبة ح ك الى ك ه ومن نسبة د ك الى
ك ه ونسبة مربع ل الى سطح ح ل في ل ط مركبة من نسبة
ع ل الى ل ح ومن نسبة ع ل الى ل ط فالنسبة المركبة من نسبة
ح ك الى ك ه ومن د ك الى ك ه هي النسبة المركبة من نسبة ع ل
الى ل ح ومن نسبة ع ل الى ل ط ونسبة د ك الى ك ه هي نسبة
ع ل الى ل ح لان خطوط ع ل ل ح ع ح موازية لخطوط ه ك ك د
د ه كل واحد لنظيره فنسبة ح ك الى ك ه كنسبة ع ل الى ل ط
وخطا الزاويتين متساويين ومما تبين ان كل الاضلاع متناسبة
ومثلث ه ك ح شبيه بمثلث ع ط ل والزوايا التي يوتر بها
الاضلاع المتناسبة هي متساوية فزاوية ه ح ك مساوية
لزاوية ل ع ط وكل زاوية ك ح ع مساوية لزاوية ل ع ح
ويبقى ما تبين ان ... زاوية ه ح ع مساوية لزاوية ط ع ح
المتبادلتين فخط ه ح موازي لخط ع ط واضافا ان نجعل نسبة ف ع
الى ع ق كنسبة ط ع الى ت ... خط ت ... الخط القائم لقطر
ح ع مماس في الشكل ... من المقالة ا و ع غ هو قطر لقطعي ح د ولان
قطر قطعي ا ب الثاني هو خط د د وخط ه س يقع عليه يكون سطح
س ح في ه ك مساويا لمربع ح ح ... ان اخرجنا من نقطة ه خطا موازيا
لخط ح يكون السطح الذي يكون من ضرب خط س ح في الخط الذي بين
مسقط الخط الموازي ونقطة ح مساويا لمربع د ح مماس في الشكل
لح من المقالة ا ومن اجل ذلك تكون نسبة س ح الى ه ك كنسبة مربع

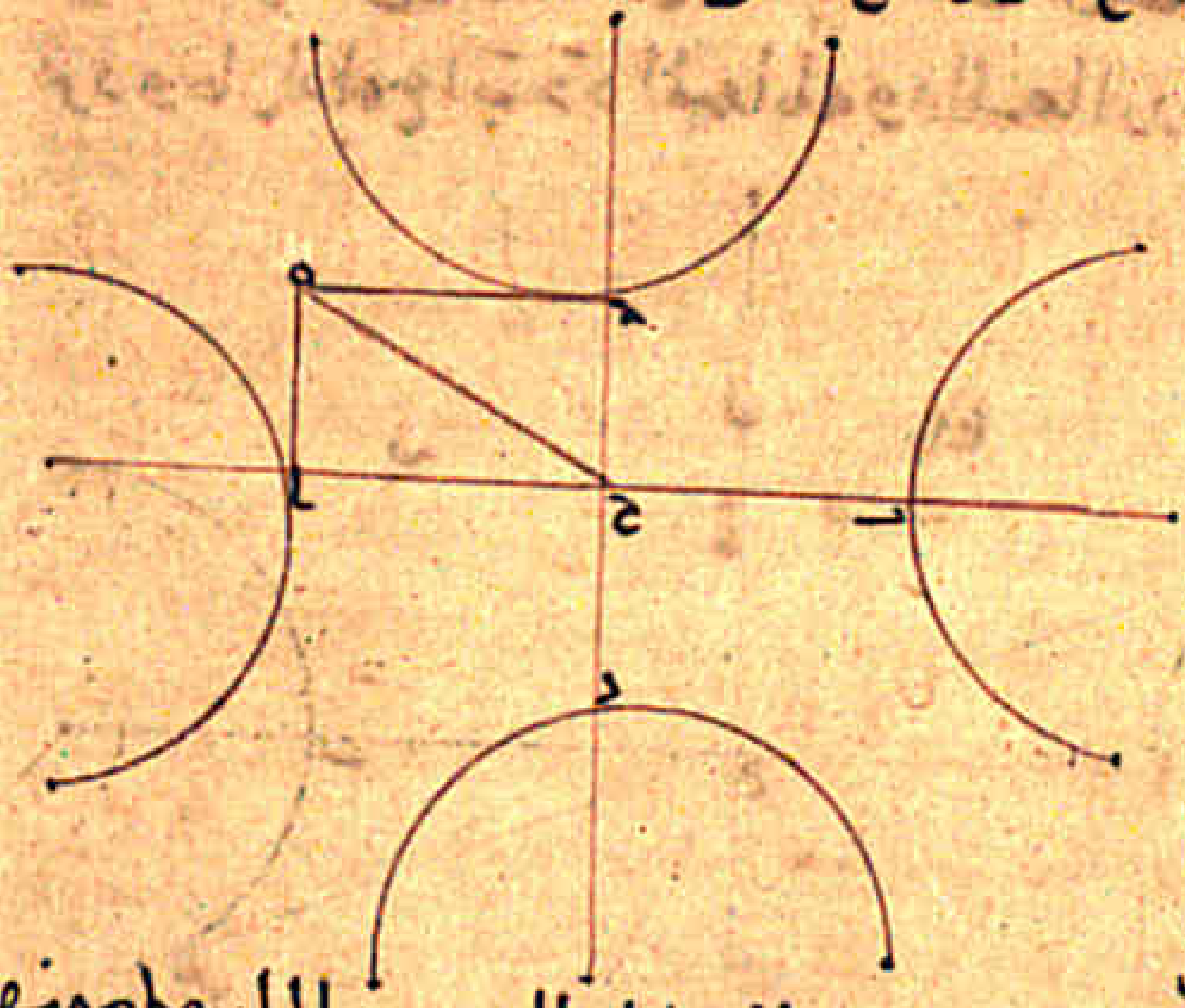
سح الى مربع حد ولكن نسبة سح الى ه ك كنسبة سد الى ه د
التي هي مثل نسبة مثلث س ح د الى مثلث ه د ح ونسبة مربع س ح
الى مربع ح د كنسبة مثلث ح س ن الى مثلث ح د ف لتشابه
المثلثين وهي ايضا كنسبة الى مثلث ح ط ع لانه قد تبين في الشكل
ح من المقالة آ ان مثلثي ح د ف ط ح ع اذا كانا متساويين فنسبة
مثلث س ح د الى مثلث ه د ح كنسبة مثلث س ن ح الى مثلث
ع ح ط فمثلث ع ط ح مساوي لمثلث ح ه د وزاوية ط ع ح مثل
زاوية ه ح د لان خط ع ط موازي لخط ه ح وخط ع ح لخط ه د
فمثلثا ع ط ح ح ه د متكافئا الاضلاع فسطح ط ع في ع ح مثل سطح
ح ه في ه د ونسبة د الى ط ع كنسبة ه ح الى ع ق ونسبة
ه ح الى ع ق كنسبة ح ه الى ه د لان المثلثين متوازيا الاضلاع
فنسبة خط د الى ط ع كنسبة ح ه الى ه د ونأخذ لهما ارتفاع ع ح
ارتفاعا مشتركا فنسبة خط د الى ط ع كنسبة سطح د في
ع ح الى سطح ط ع في ع ح ونسبة ح ه الى ه د كنسبة سطح د في
ع ح الى سطح ط ع في ع ح ونسبة ح ه الى ه د كنسبة مربع ح ه
الى سطح ح ه في ه د ولذلك تكون نسبة سطح د في ع ح الى مربع
ه ح كنسبة سطح ط ع في ع ح الى سطح ح ه في ه ح ولكن سطح ط ع في
ع ح قد تبين انه مساوي لسطح ح ه في ه ح فسطح د في ع ح مثل مربع
ه ح وسطح د في ع ح ربع السطح المضاف الى خط ع الذي عرضه
ضعف خط د لان خط ح مثل نصف ع غ وخط د هو نصف الخط
القائم لقطع ع ومربع ه ح ربع مربع ه ص لان ه ح مساوي لخط ح ص
فمربع ه ص مساوي للسطح الذي يضاف الى خط ع غ ويكون عرضه

ضعف د وكذلك ايضا يتبين ان خط ع غ يقوى على السطح المضاف
الى خط ه ص الذي عرضه الضلع القائم لقطر ه ص فخطا ه ص ع غ قطران
مزدوجان لقطوع ا ب ج د المتقابلة وذلك ما اردنا ان نبين



كا آ واذا كانت مادة كما على ما شرحنا تبين ان الخطوط التي تخرج من اطراف
الاقطار المزدوجة اذا كانت مماسة للقطوع فانها تلتقي على
الخطوط التي لا تقع على القطوع ولكن قطوع متقابلة مزدوجة
وقطراها المزدوجان ا ب ج د وخرج خطين مماسين عليهما ا ه
ه د فاقول ان نقطة ه على الخط الذي لا يقع على القطع وان مربع
ح ح مساوي لربع السطح المضاف الى خط ا ب الذي عرضه الخط
القائم ومربع ح ح مساوي لمربع ا ه فمربع ا ه مساوي لربع

السطح المضاف الى خط اب الذي عرضه الضلع القائم فنصل ه ح
فيكون خط ه ح غير واقع على قطع آ وكذلك نبين انه لا يقع

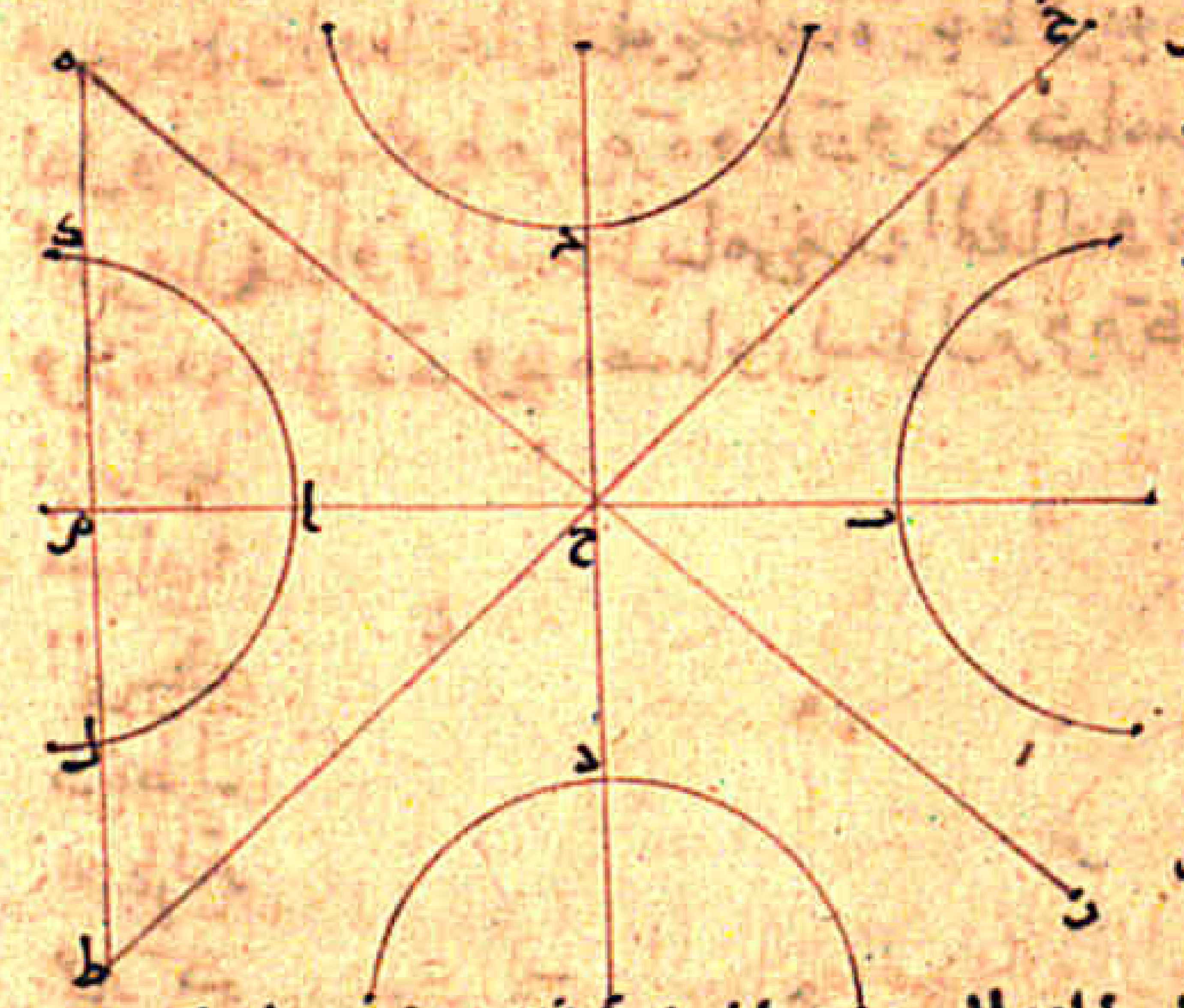


على قطع د
ونقطة ه
على الخط
الذي لا
يقع على
القطوع
وذلك
ما اردنا
ان نبين

كب كل خط يخرج من مركز القطوع المتقابلة المزدوجة الى اي قطع منها
كان ويخرج خط موازيا له يقع على واحد من القطوع التي تلي
ذلك القطع وعلى الخطين اللذين لا يقعان على القطع فان السطح الذي
يكون من ضرب قسمي الخط المخرج اللذين يقعان فيما بين القطع
والخطوط التي لا تقع على القطع احدهما في الآخر مساو لمربع
نصف القطر فلتكن قطوع متقابلة مزدوجة عليها ا ب ج د
والخطوط التي لا تقع على القطوع ح ه د ح ح ط ويخرج من مركز
ح خط د ح د ويخرج خطا موازيا له يقطع القطع الذي يليه
والخطين اللذين لا يقعان على القطع عليه ه ك ط فاقول ان سطح
ه ك في ك ط مساو لمربع ح د فنقطع خط ك ل بنصفين على نقطة
م ونصل م ح ونخرجه على استقامته فخط ل ب قطر للقطعين ا ب

[illegible]

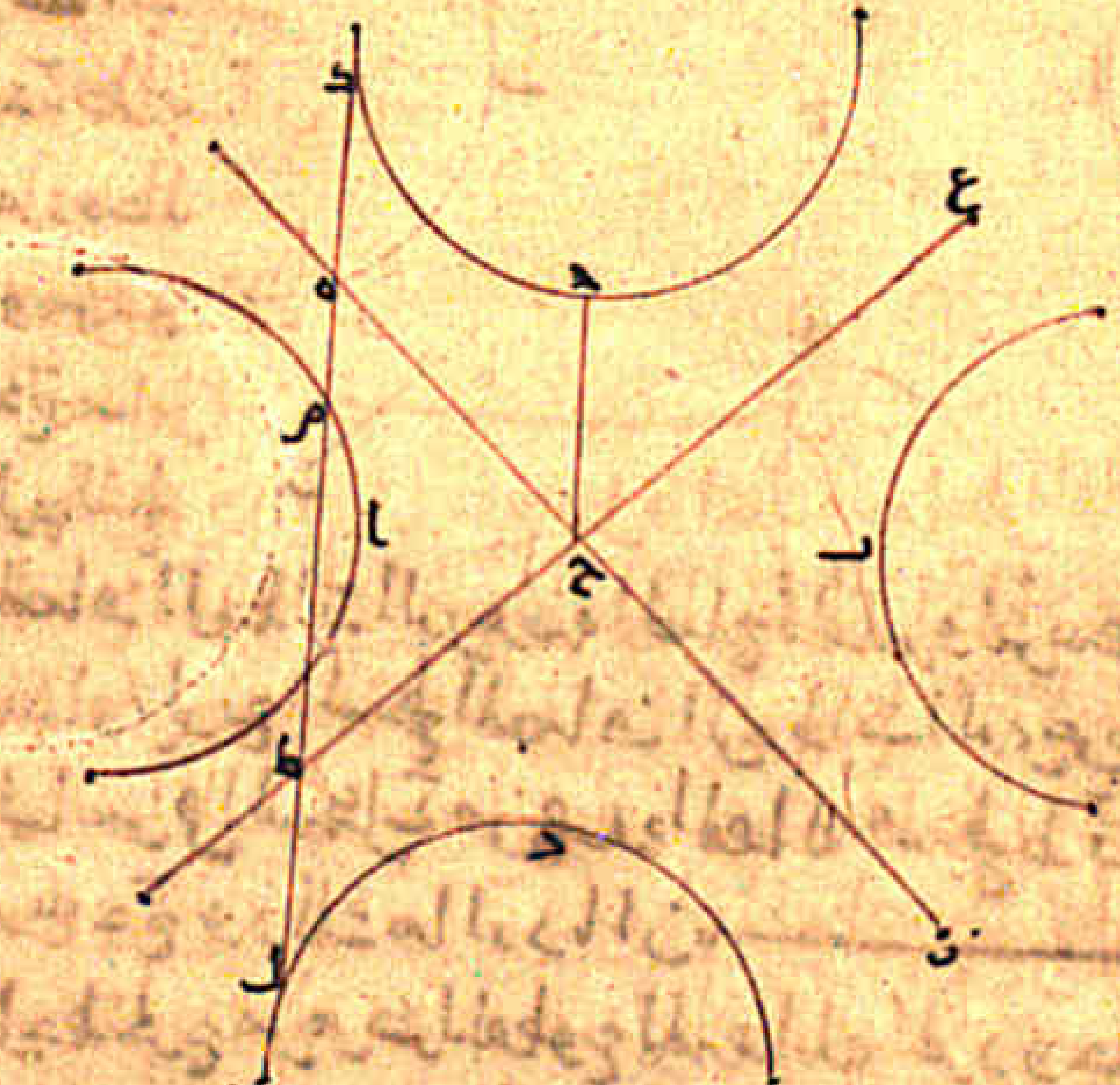
ولان الخط المماس الذي يجوز على نقطة آ موازي لخط ه ط لانه موازي
لخط د ك مماس في الشكل … من هذه المقالة يكون خط ه ط ح



على اب على
الترتيب
والمركز
نقطة ح
فخطا اب
د د قطران
مزدوجان
ومربع
ح ح مساو
لربع السطح
المضاف الى خط اب الذي عرضه الضلع القائم ولكن سطح ط ك في ك ه
مساو لربع السطح المضاف الى خط اب الذي عرضه الخط القائم
كما تبين في الشكل … من هذه المقالة فسطح ط ك في ك ه مساو
لمربع د ح وذلك ما اردنا ان نبين

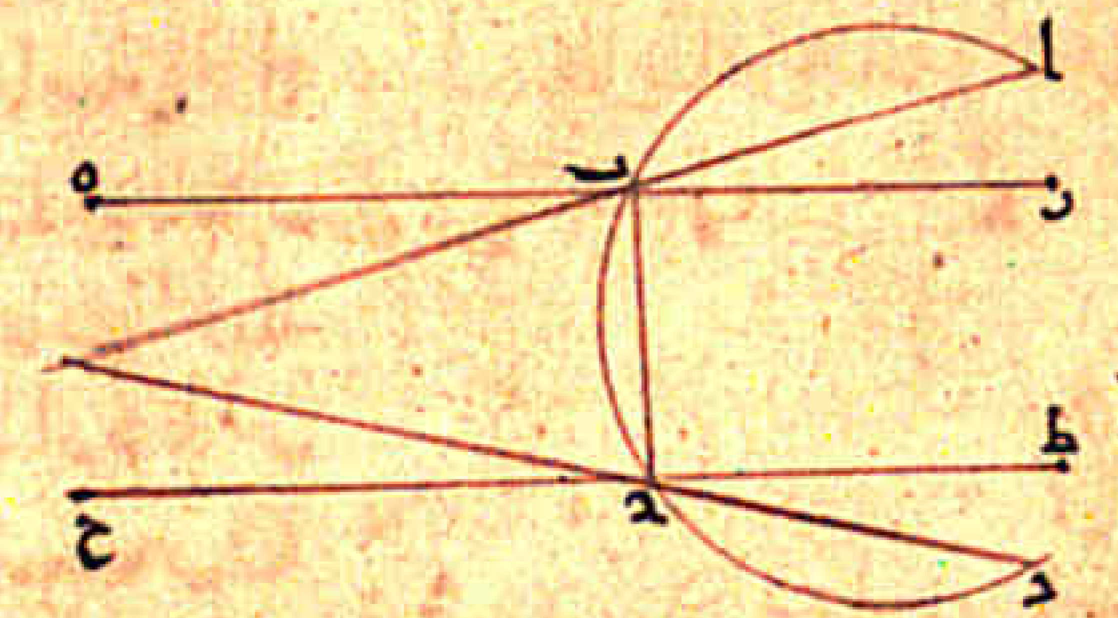
كج كل خط يخرج من مركز القطوع المتقابلة المزدوجة الى اي قطع
منها كان ويخرج خط موازيا له يقع على القطوع الثلثة التي تلي
ذلك القطع فان السطح الذي يكون من ضرب قسمي الخط المخرج اللذين
فيما بين القطوع الثلثة احدهما في الآخر ضعف مربع نصف القطر
فلتكن قطوع متقابلة مزدوجة عليها ا ب ج د ومركز القطوع نقطة
ح ونخرج من نقطة ح خطا يقع على قطع واحد من القطوع المزدوجة

عليه د ح وخرج خطا موازيا لخط د ح يقطع القطوع الثلثة التي يلوا
ذلك القطع عليه ك ل فأقول إن سطح ك م في م ل مثل مربع د ح
فنخرج خطين لا يقعان على القطوع عليهما د ع ط م فمربع د ح مساوي
لكل واحد من سطحي ط م في م ه و ط ك في ك ه كما تبين في الشكل
الذي قبل هذا وفي الشكل [illegible] من هذه المقالة ولكن سطح ط م
في م ه مع سطح ط ك في ك ه مساوي لسطح ل م في م ك من أجل تساوي
أطرافها
مساوية
التي هي
ك ه ط ل
فسطح ل م
في م ك
ضعف
مربع د ح
وذلك
ما أردنا
أن نبين ه



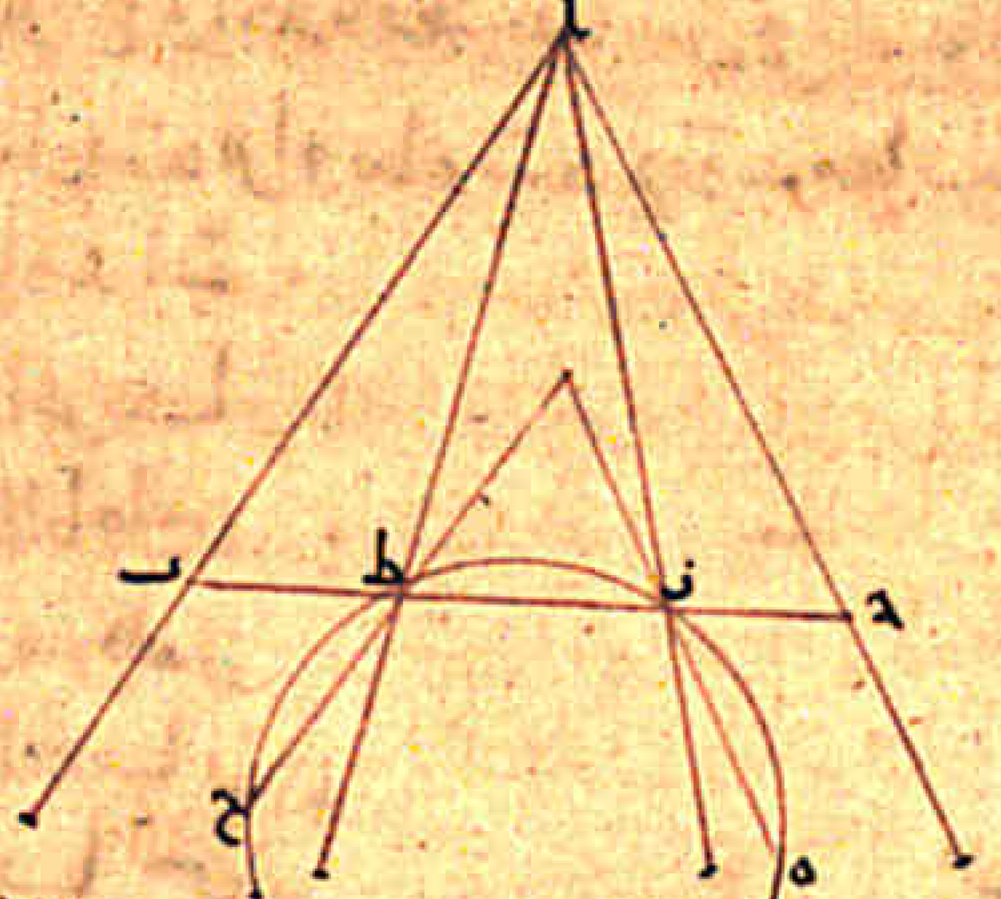
كح لخطين في قطع مكافئ يقع كل واحد منهما على القطع في موضعين
ولا يقع أحدهما في قطعة الأخر فإن الخطين إذا أخرجا التقيا
خارجا من القطع فليكن قطع مكافئ عليه ا ب ح د ويقع فيه
خطان عليهما ا ب ح د ولا يقع أحدهما في قطعة الأخر فأقول إنهما
إذا أخرجا التقيا خارجا من القطع ونخرج على نقطتي ب د خطا يماس القطع

عليهما ب د ح ط فهما متوازيان وكل واحد منهما يقطع القطع
على موضع واحد فقط كما تبين في الشكل [illegible] من المقالة الأولى
ونصل ب د وزاويتا ب د ح د ب ط معادلتان لزاويتين قائمتين فليس
وخطا د ك ا ب
إذا أخرجا
أحاطا بأقل من
زاويتين قائمتين
فهما يلتقيان
خارجا من
القطع وذلك
ما أردنا أن نبين ه



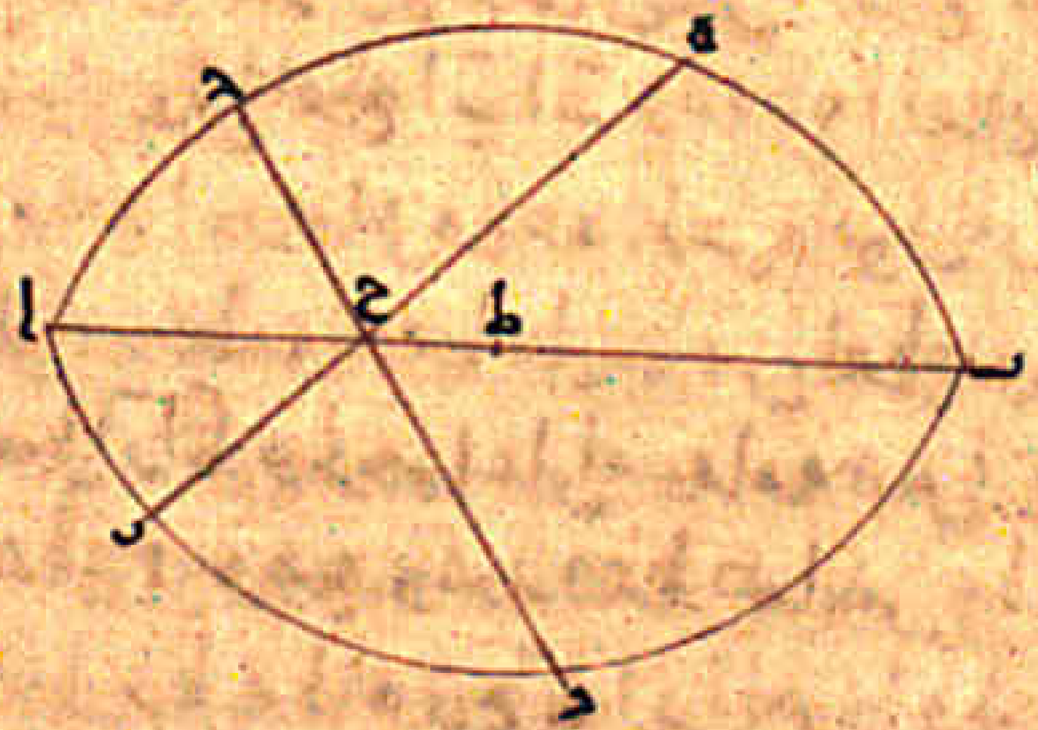
كه لخطين في قطع زائد يقع كل واحد منهما على القطع في موضعين
ولا يقع أحدهما في قطعة الأخر فإن الخطين إذا أخرجا التقيا خارجا
من القطع وداخلا من الزاوية التي يحيط بالقطع التي يحيط بها
الخطان اللذان لا يقعان على القطع فليكن الخطان اللذان لا
يقعان على القطع ا ب ا د وليقطع القطع خطان عليهما ه ح ك ط
ولا يقع أحدهما في قطعة الأخر فأقول إن خطي ه ح ك ط إذا أخرجا
على استقامة التقيا خارجا من القطع وداخلا من زاوية د ا ب
فنصل ا ه ا ط ونخرجهما على استقامة فبين أن كل واحد منهما يقطع
القطع في موضع واحد فقط كما تبين في الشكل [illegible] من المقالة
ونصل ه ط فخطا ه ح ك ط إذا أخرجا قطعا زاويتي ا ه ط ا ط د اللتين
هما أصغر من زاويتين قائمتين فيكون الخطان اللذان عليهما ه د

ح ط اذا اخرجا التقيا خارجاً من القطع وداخلاً من زاوية ب ا د



وكذلك ايضا
يتبين انه لو كان
خطا ه ز ح ط
مماسين للقطع
لكان ذلك على
ما ذكرنا وذلك
ما اردنا ان
نبين ٥

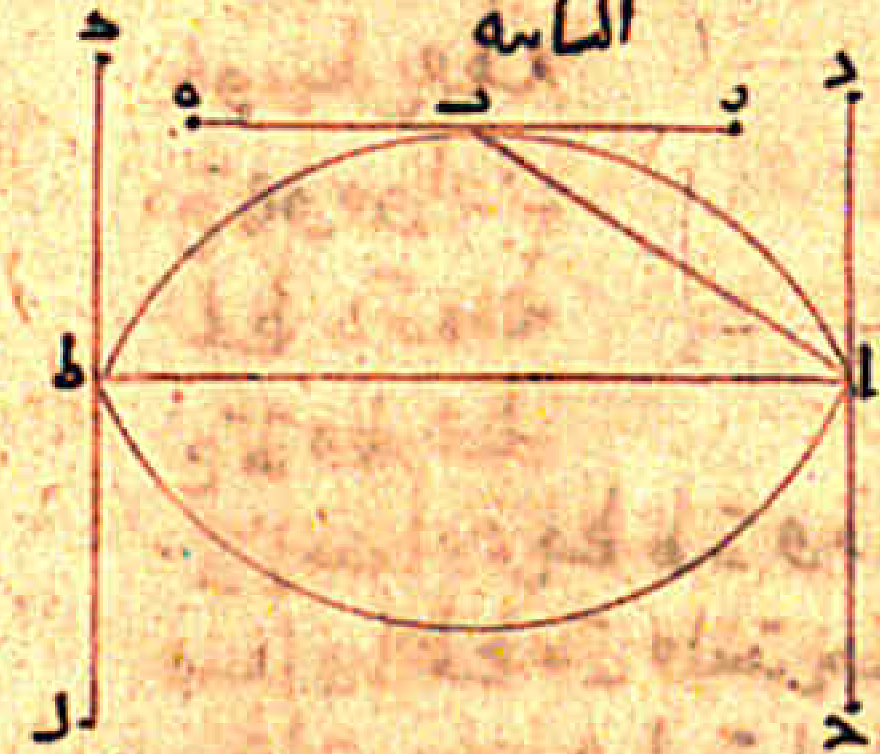
كو اذا كان خطان في قطع ناقص او في قوس دائرة يقطع احدهما الاخر على غير المركز فانه لا يقطع كل واحد منهما الاخر بنصفين فان امكن ذلك فليكن في القطع الناقص او قوس الدائرة خطان عليهما ح د ه ز يقطع احدهما الاخر بنصفين على نقطة ح ولا يجوزان على المركز وليكن مركز القطع نقطة ط ونصل ح ط ونخرجه الى نقطتي ا ب فلان

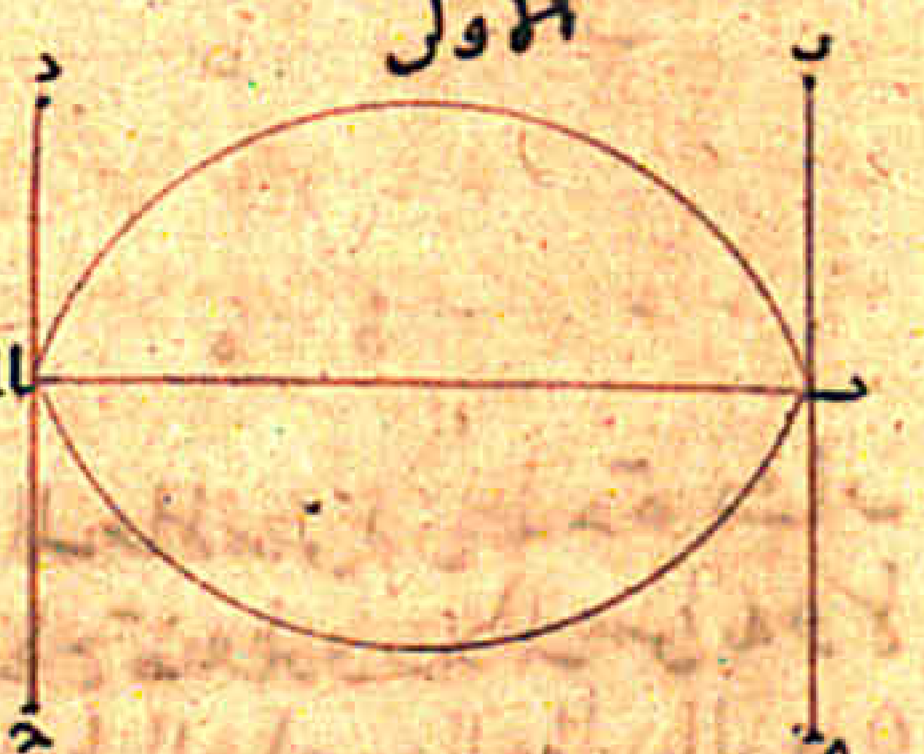


قطر ا ب يقطع
ه ز بنصفين فان
الخط الذي يخرج
مماسا للقطع
على نقطة ا
يكون موازيا
لخط ه ز كما
تبين في الشكل ه من هذه المقالة وكذلك يكون ح د فيكون

لذلك خط ح د موازيا لخط ه ز وذلك محال لانهما ليس يقطع خطا د ح ه ز كل واحد منهما الاخر بنصفين وذلك ما اردنا ان نبين ٥

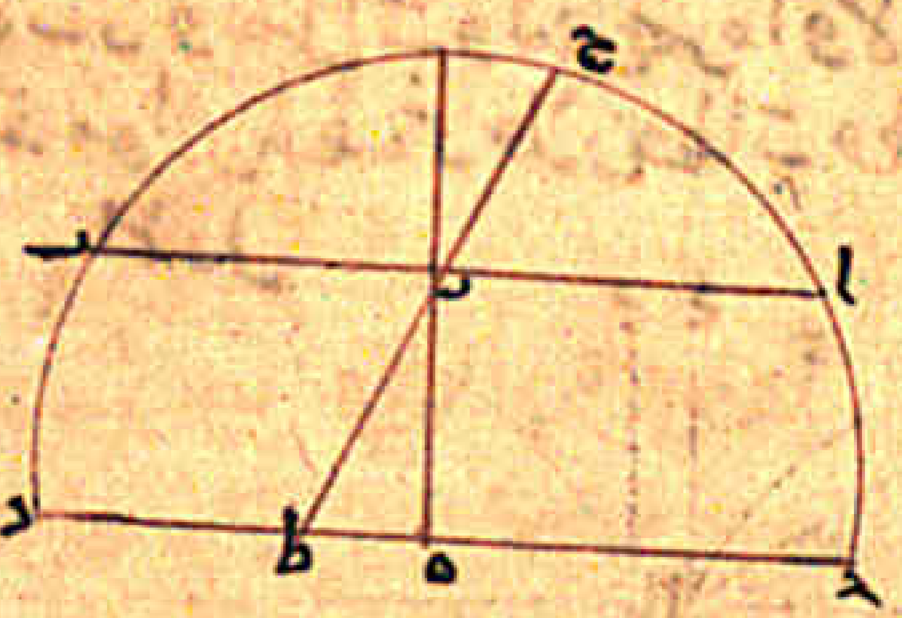
كز ليكن خطان مماسان للقطع الناقص او قوس الدائرة فان الخط الذي يصل ما بين نقطتي المماس ان كان يجوز على مركز القطع فان الخطين متوازيان وان لم يجز على المركز فان الخطين يلتقيان من الناحية التي تلي المركز فليكن قطع ناقص او دائرة عليه ا ب وخطان مماسان له عليهما ح ا د ه ب ز ونصل ا ب ولنجزه اولاً على المركز فاقول ان خط ح د موازٍ لخط ه ز فلان خط ا ب قطر القطع وخط ح د





مماسه على نقطة ا يكون خط ح د موازيا للخطوط التي تخرج الى خط ا ب على الترتيب ومن اجل ذلك ايضا يكون خط ه ز موازيا لتلك الخطوط فخط ح د موازٍ لخط ه ز ثم لا يكون خط ا ب يجوز على المركز على مثل ما في الصورة الثانية ونخرج خط ا ط قطراً للقطع ونخرج خطا مماسا على نقطة ط عليه ك ط ل فخط ك ل موازٍ لخط ح د فيكون لذلك خط ه ز اذا اخرج على استقامة وقع على خط ح د من الناحية التي تلي ب وذلك ما اردنا ان نبين ٥

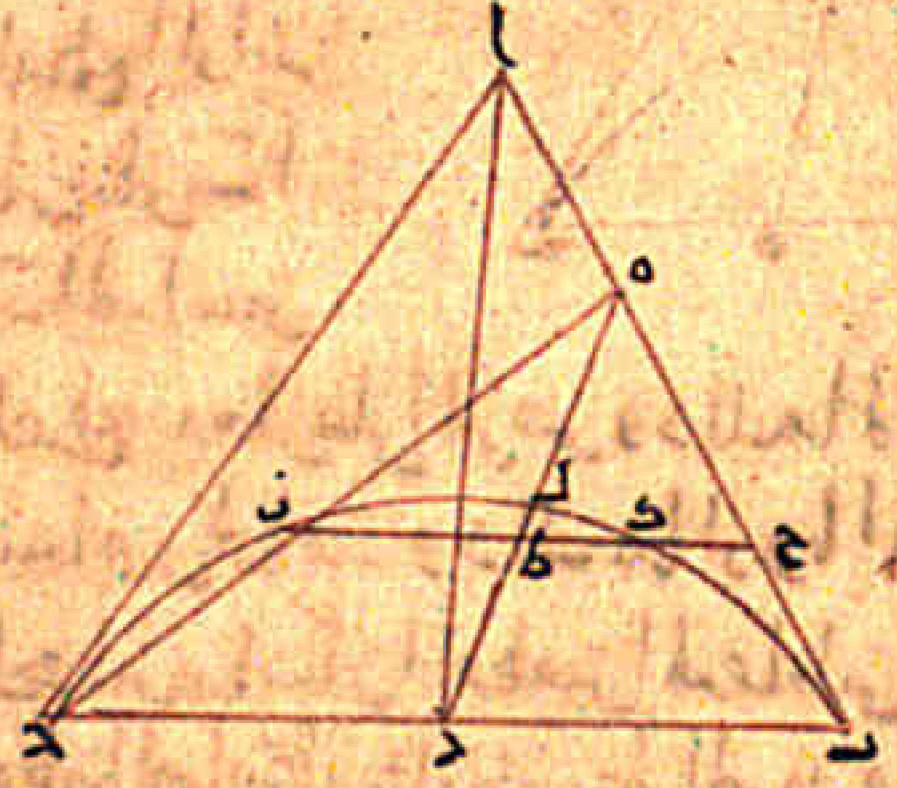
كح كل قطع مخروط او قوس دائرة يكون فيه خطان متوازيان ويكون
عليهما خط يقطع كل واحد منهما بنصفين فان ذلك الخط قطر
لذلك الشكل فليكن قطع مخروط وفيه خطان متوازيان
وهما اب دج يقطعهما خط هز بنصفين ويخرج خط هز على
استقامته فاقول انه قطر لذلك القطع فان لم يكن كذلك فليكن



القطر خط ح ز ط
والخط المماس
للقطع الذي
يجوز على نقطة
ح هو موازي
لخط د ه وخط
ح ط قطر فخط
د ط مساوي لخط ط ه وذلك ما لا يمكن لان خط د ه كان
مساويا لخط ه ب فليس خط ح ط بقطر وكذلك يتبين انه ولا
خط اخر غير خط ه ز اذا قطر للقطع وذلك ما اردنا ان نبين

كط كل خطين يماسان قطع مخروط او قوس دائرة ويخرجان حتى
يلتقيا فانهما ان خرج من موضع التقائهما خط يقطع الخط الذي
يصل ما بين موضعي المماسة بنصفين فان ذلك الخط المخرج هو
قطر لذلك القطع فليكن قطع مخروط او قوس دائرة وخطان
مماسان له عليهما ب ا ا د يلتقيان على نقطة ا ويصل ب د ويقطعه
بنصفين على نقطة ه فاقول ان ا ه قطر للقطع فان لم يكن كذلك
فليكن القطر خط ا ز ويصل ز د فيقطع القطع فليقطعه على

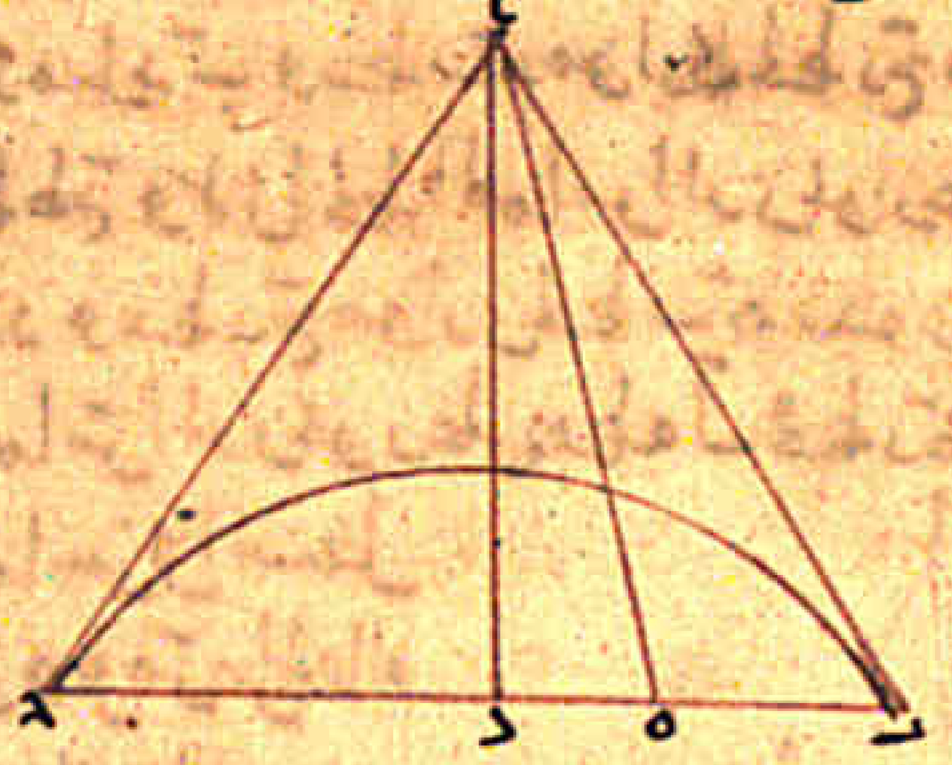
نقطة ح ويخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط د ب عليه ح ط ح فلان
د ه مثل ه ب وخط ح ط موازي لخط ب ح يكون خط ح ط مساويا
لخط ط ح ولان الخط المماس الذي يجوز على نقطة ا موازي لخط
ب د وخط ح ح موازي لخط ب د يكون خط ح ح موازيا للخط
المماس الذي يجوز على نقطة ا فخط ح ط مساوي لخط ط ك



كما تبين في الشكل
... من المقالة
الاولى وهذا لا يمكن
فليس خط ا ز قطرا
للقطع وكذلك
يتبين انه ولا
خط اخر سوى ا ه
وذلك ما اردنا ان نبين

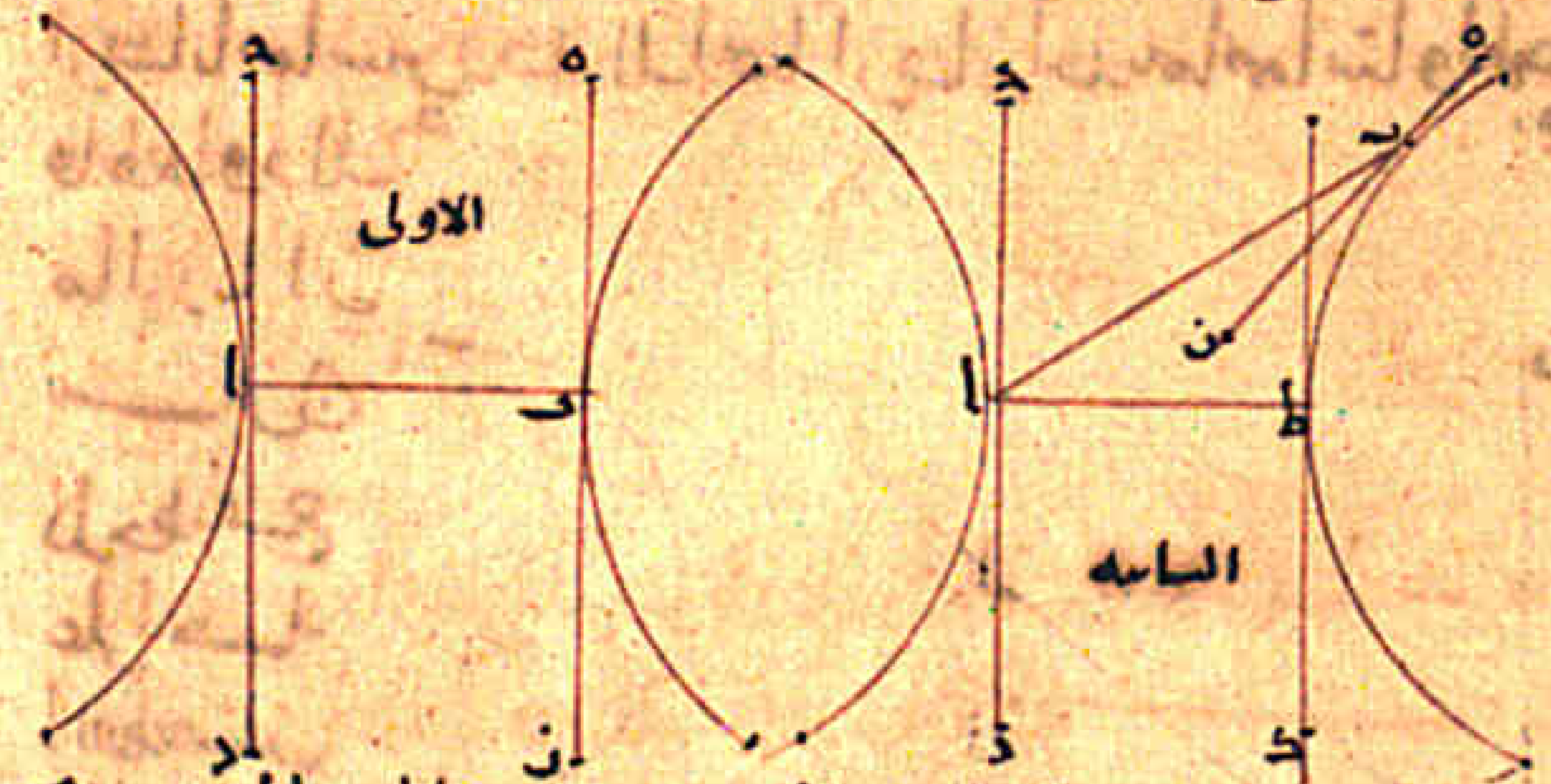
ل كل خطين يماسان قطع مخروط او قوس دائرة ويلتقيان فانه
اذا اخرج من موضع التقائهما قطر لذلك القطع قطع الخط
الذي يصل ما بين موضعي المماسة بنصفين فليكن قطع مخروط او
قوس دائرة عليه ب ج د ويخرج خطان مماسان له عليهما ب ا
ا د يلتقيان على نقطة ا ويصل ب د ويخرج من نقطة ا قطر
للقطع عليه ا ه فاقول ان خط د ه مساوي لخط ه ب فان لم
يكن كذلك فليكن خط ب ز مساويا لخط ز د ونصل ا ز فخط
ا ز قطر للقطع وخط ا ه ايضا قطر وذلك ما لا يمكن لانه ان
كان القطع القطع الناقص فان نقطة ا التي عليها يلتقي القطران تكون

مركز احد جانبي الشكل وذلك ما اردنا ان نبين وان كان القطع
القطع المكافى
فان القطرين
يلتقيان وان
كان القطع
القطع الزائد
فان خطي ب أ
ا د المماسين



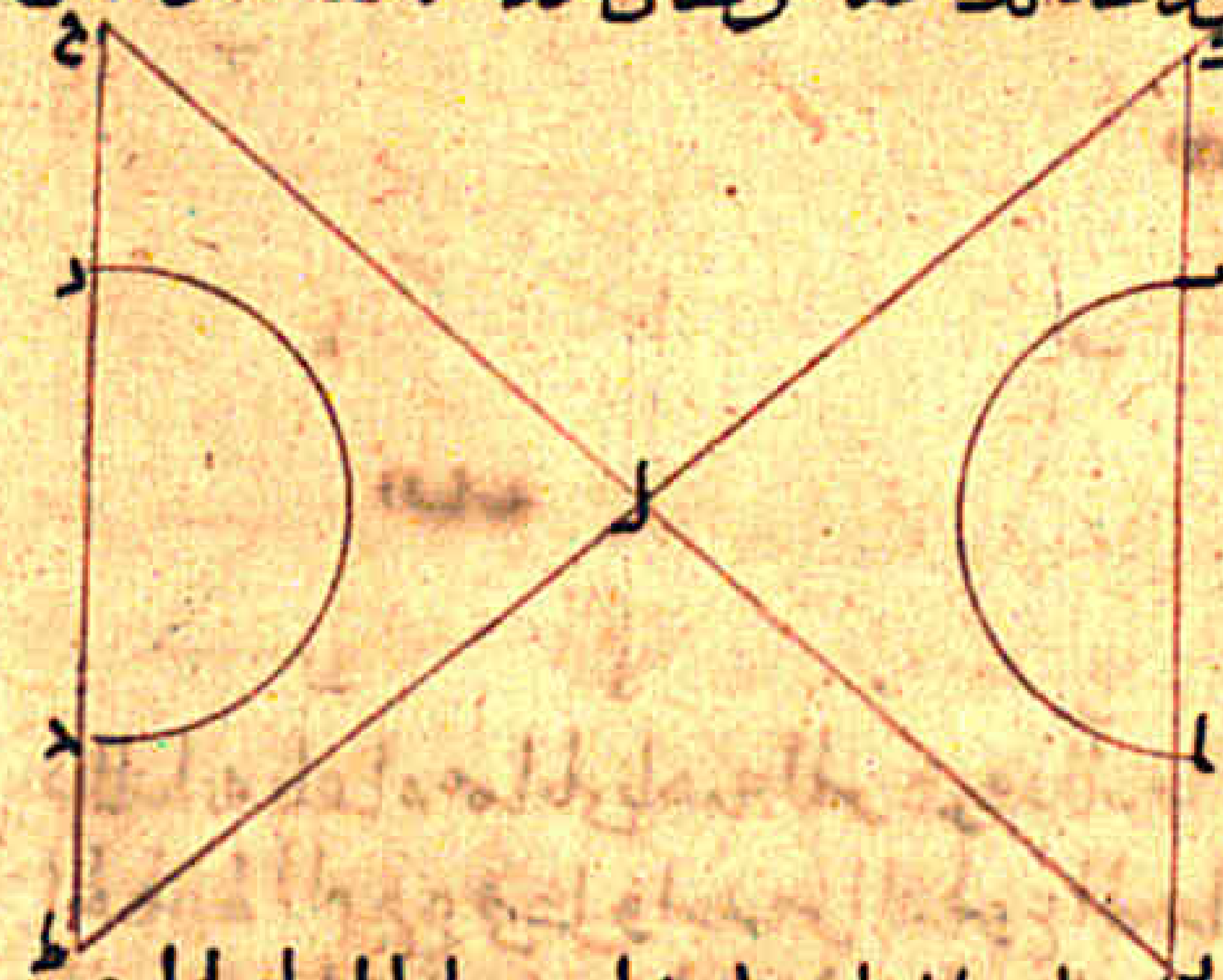
للقطع يلتقيان على المركز وذلك ما اردنا ان نبين فليكن خط ب ه
مساويا لخط ه د وذلك ما اردنا ان نبين
ل للخطين مماسا ان القطعين المتقابلين فان الخط الذي يصل ما بين
نقطتي المماسة ان كان يجوز على المركز فان الخطين المماسين متوازيان
وان لم يجز على المركز فانهما اذا اخرجا التقيا في جهة الخط
الذي يصل ما بين نقطتي المماسة التي تلي المركز فليكن قطعان متقابلان
عليهما ا ب ولنخرج خطا ا د ه ب د مماسين لهما على نقطتي ا ب
وليكن الخط الذي يصل ما بين ا و ب يجوز اولا على المركز
فاقول ان خط ج د موازٍ لخط ه ب لان القطعين متقابلان
وقطرهما ا ب وخط ج د مماس احدهما على نقطة ا يكون الخط
الذي يخرج على نقطة ب موازيا لخط ج د مماسا للقطع لان خطوط
في شكل واحد من القطعين موازية لخطوط ترسم القطع
الآخر وخط ه ب ايضا مماس القطع فيكون خط ج د موازيا لخط
ه ب ثم لا يكون الخط الذي يخرج من ا الى ب يجوز على المركز ولنخرج

وقطر القطعين من نقطة ا عليه ا ط ونخرج خط ط ك مماسا للقطع
الزائد فهما يلتقيان كما تبين في الشكل من هذه المقالة وخط
ط ك موازٍ لخط ج د فخطا ج د ه د اذا اخرجا التقيا وتبين مع



ذلك انه يلتقيان مما يلي جهة المركز وذلك ما اردنا ان نبين
لا الخطوط التي تخرج في كل واحد من القطوع المتقابلة اذا كانت
تقع عليهما اما مماسة لهما على نقطة واحدة واما تقطع كل
واحد منهما على نقطتين ويكون اذا اخرجت على استقامة يلتقي
فان التقاءها يكون فيما بين الخطين اللذين يحيطان بالزاوية التي
تلي الزاوية المحيطة بالقطع فليكن قطوع متقابلة ويكون
خطا ا ب ج د اما مماسين لهما على نقطتين واما ان يقطعاهما
على نقطتين نقطتين ويكون اذا اخرجا التقيا فاقول ان التقاءهما
يكون من خطي الزاوية التي تلي الزاوية المحيطة بالقطع
فليكن خطان لا يقعان على القطوع عليهما د ح ط ك فخطا د
اذا اخرجا وقع على الخطين اللذين لا يقعان على القطع كما
بين في الشكل ح من هذه المقالة فليقع على نقطتي ط ح

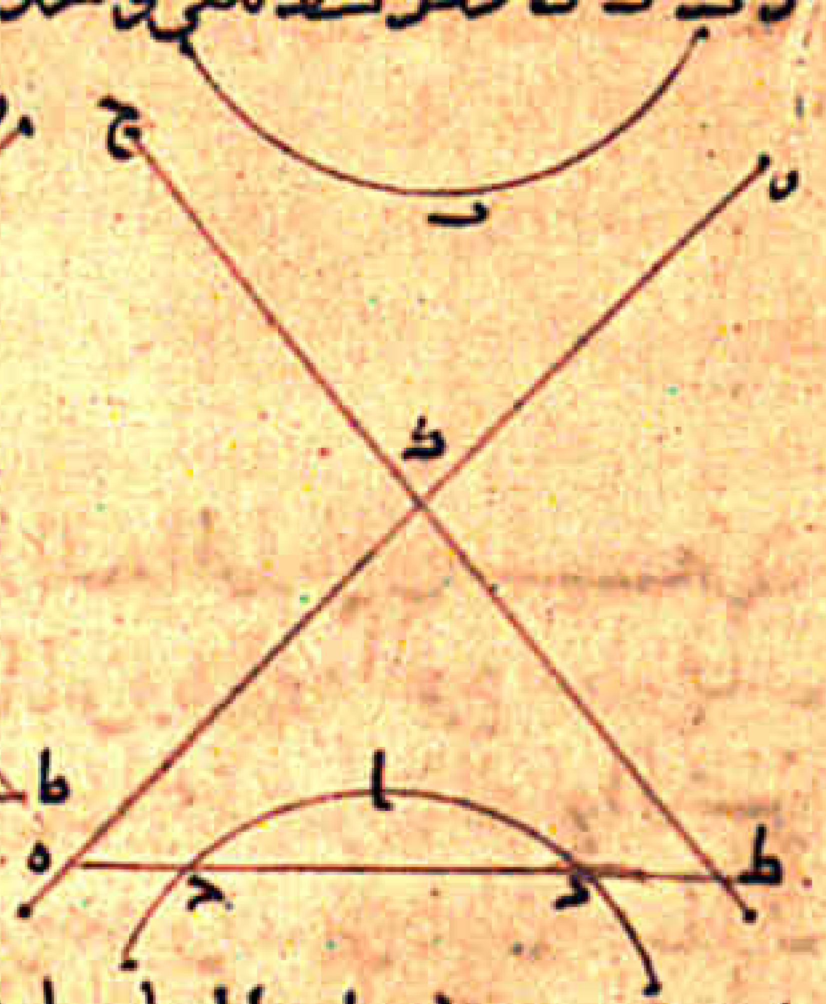
وكذلك ا ب فليقع على د ك ولان خطي د ك ط ح وضعا
ليتماسا يتبين ان ذلك يكون ابدا لاجل ان خطي زاوية ط ك د
واما ان يتماسا لاجل ان زاوية ك ل ح وكذلك ايضا يتبين
ان كانا مماسين وكذلك ايضا ان كان احدهما مماسا والآخر



قاطعا وذلك
ما اردنا ان
نبينه

لج كل خط يقع
على احد
القطعين
المتقابلين
ويخرج الى كلتي
الجهتين فيقع خارجا من القطع فانه لا يقع على القطع الآخر
ولكنه يقع في ثلثة مواضع احدها فيما بين الخطين اللذين لا
يقعان على القطع المحيطين بالزاوية التي تحيط بالقطع الواحد
والآخر فيما بين خطي الزاويتين اللتين تليان تلك الزاوية
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وليقع خط ج د وقطع ا
ويخرج في كلتي الجهتين خارجا من القطع فاقول ان خط ج د
لا يقع على قطع ب برهان ذلك انا نخرج خطين لا يقعان على
القطع وهما خطا ه ح ط ك فخط ج د اذا اخرج وقع على
الخطين اللذين لا يقعان على القطع كما تبين في الشكل
الثامن من هذه المقالة فليقع عليهما على نقطتي ه ط وليكن

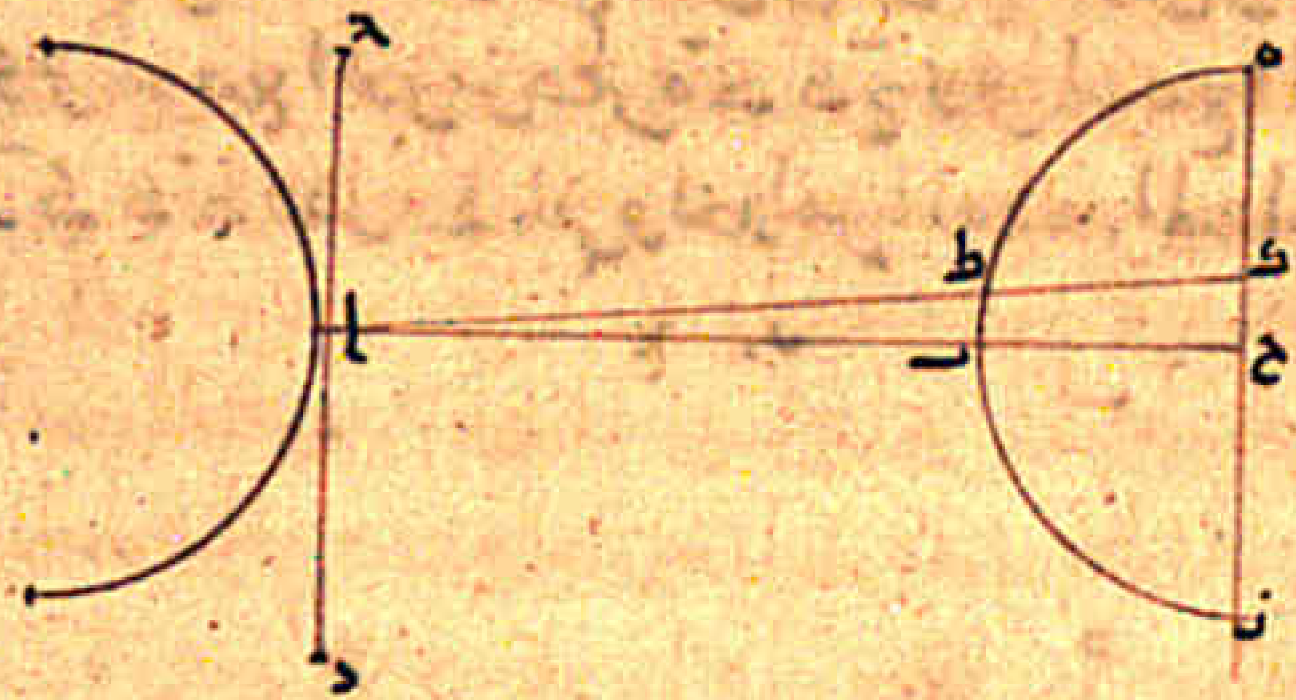
يقع على سواهما من الخطين المستقيمين فلا يلقى قطع ب ويتبين انه
يقع في الثلثة المواضع اعني في الموضع الذي بين خطي د ك ط
وفي الموضع الذي بين خطي ه ك ح وفي الموضع الذي بين خطي
ه ك ك ط فكل خط يلقى واحدا من القطعين المتقابلين و ا د ا



اخرج وقع خارجا من القطع فانه لا يلقى القطع الآخر وذلك ما اردنا ان نبين

لد كل خط يماس احد القطعين المتقابلين ويخرج في القطع الآخر خط موازٍ
له فان الخط الذي يخرج من موضع التماس الى وسط الخط الموازي
هو قطر للقطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب
وليكن خط ج د مماسا لقطع ا على نقطة ا ويخرج في القطع الآخر
خط موازٍ لخط ج د عليه ه ز ويقطعه بنصفين على نقطة ح ونصل
ا ح فاقول ان ا ح قطر للقطعين المتقابلين فان لم يكن كذلك
فليكن خط ا ط ك هو القطر فالخط الذي يماس القطع ويخرج
على نقطة ط موازٍ لخط ج د ولكن خط ج د موازٍ لخط ه ز فالخط
الذي يخرج على نقطة ط المماس هو موازٍ لخط ه ز فخط ه ك

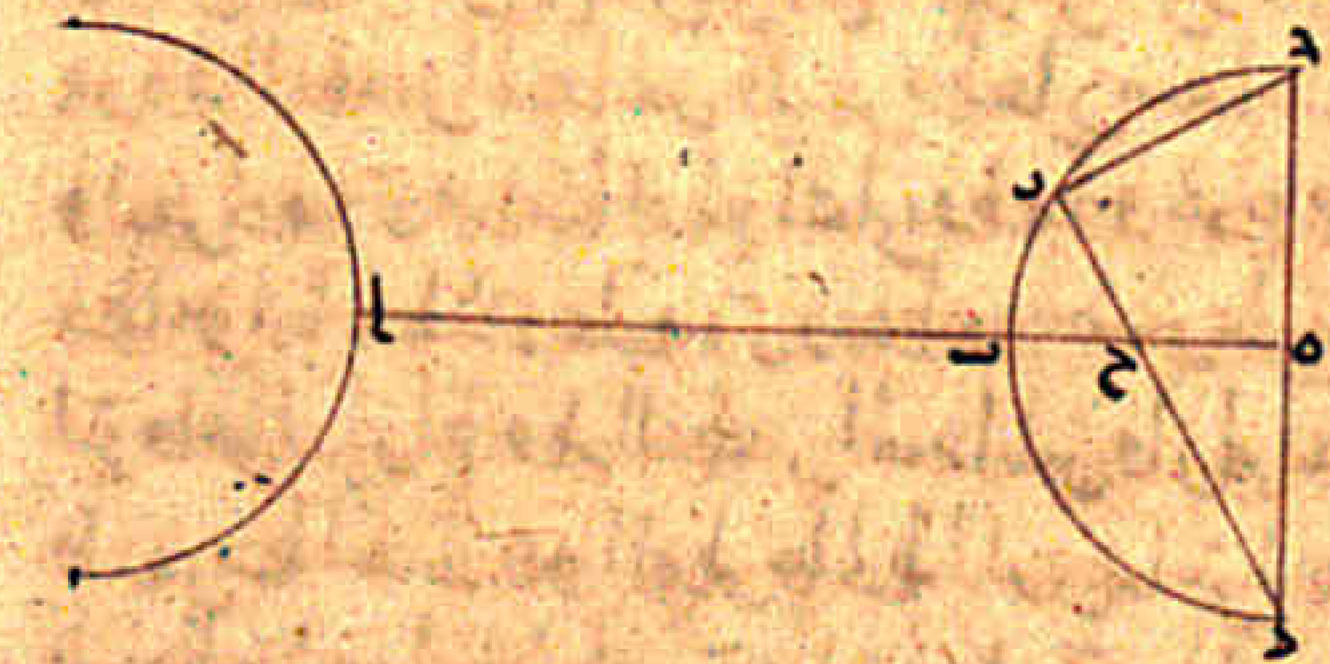
مساوي لخط ك د مماس في الشكل مح من المقالة الاولى وذلك ما لا يمكن لانه قد كان ه ح مساويا لخط ح ن فليس خط ك م قطرا



للقطعين المتقابلين ولكن ا ب وذلك ما اردنا ان نبين

له القطوع

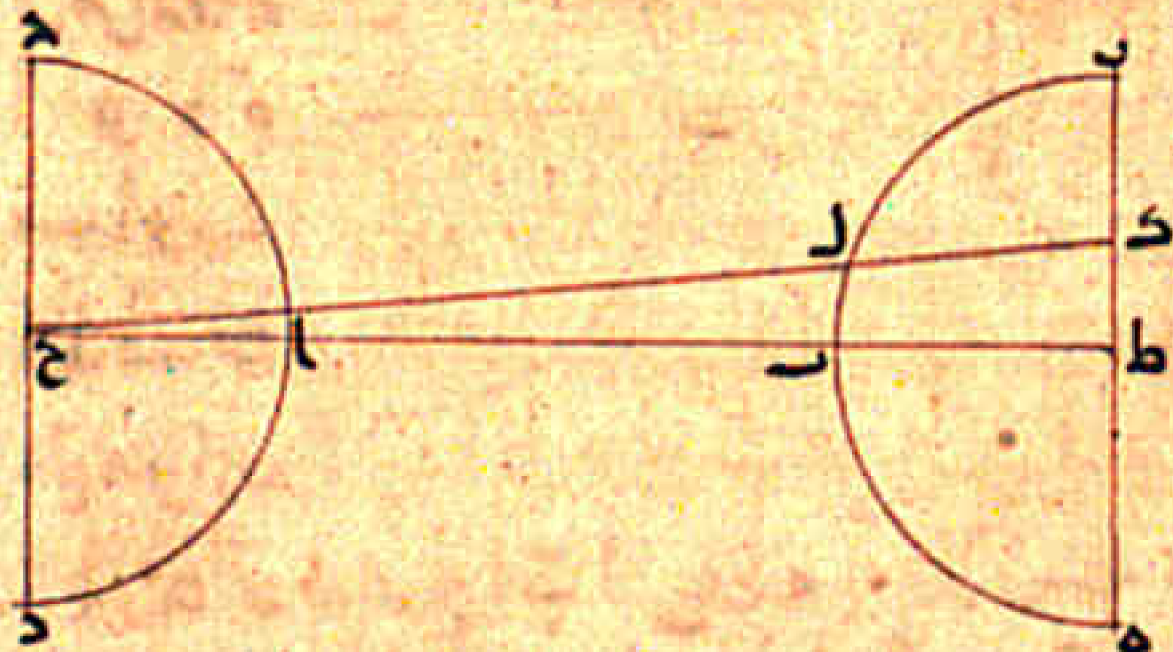
اذا خط يكون في احد القطعين المتقابلين ويقطعه المخرج بنصفين فان الخط الذي يخرج من موضع منتهى طرف القطر مماسا للقطع الاخر يكون موازيا لذلك الخط المقسوم بنصفين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وقطرهما ا ب وليكن المخرج قطع خط ح د بنصفين على نقطة ه وحد ود احل قطع ب فاقول ان الخط المماس لقطع ا الذي يخرج على موضع منتهى القطر يكون موازيا لخط ح د فان لم يكن كذلك



فليكن الخط الموازي لخط المماس خط د ن فيكون ن ح مساويا للخط

ح ز وخط د ه مساوي لخط ه ك فخط ك ن موازي لخط ه ح وذلك ما لا يمكن لانهما يلتقيان اذا اخرجا كما بين في الشكل كب من المقالة ا فليس خط د ن موازي للخط المماس لقطع ا ولا خط اخر سوى خط د ك وذلك ما اردنا ان نبين

لو الخطوط التي تخرج في كل واحد من القطعين المتقابلين وتكون موازية بعضها لبعض فان الخط الذي يصل ما بين اوساطها هو القطر المخرج لتلك القطوع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخرج فيهما خطي ح د ه ز موازيين ويقطع كل واحد منهما بنصفين على نقطتي ح ط ويصل ح ط فاقول ان خط ح ط قطر للقطعين المتقابلين فان لم يكن كذلك فليكن القطر خط ح ك فالخط المماس الذي يخرج على نقطة ا يكون موازيا لخط ح د مماس في الشكل له من هذه المقالة

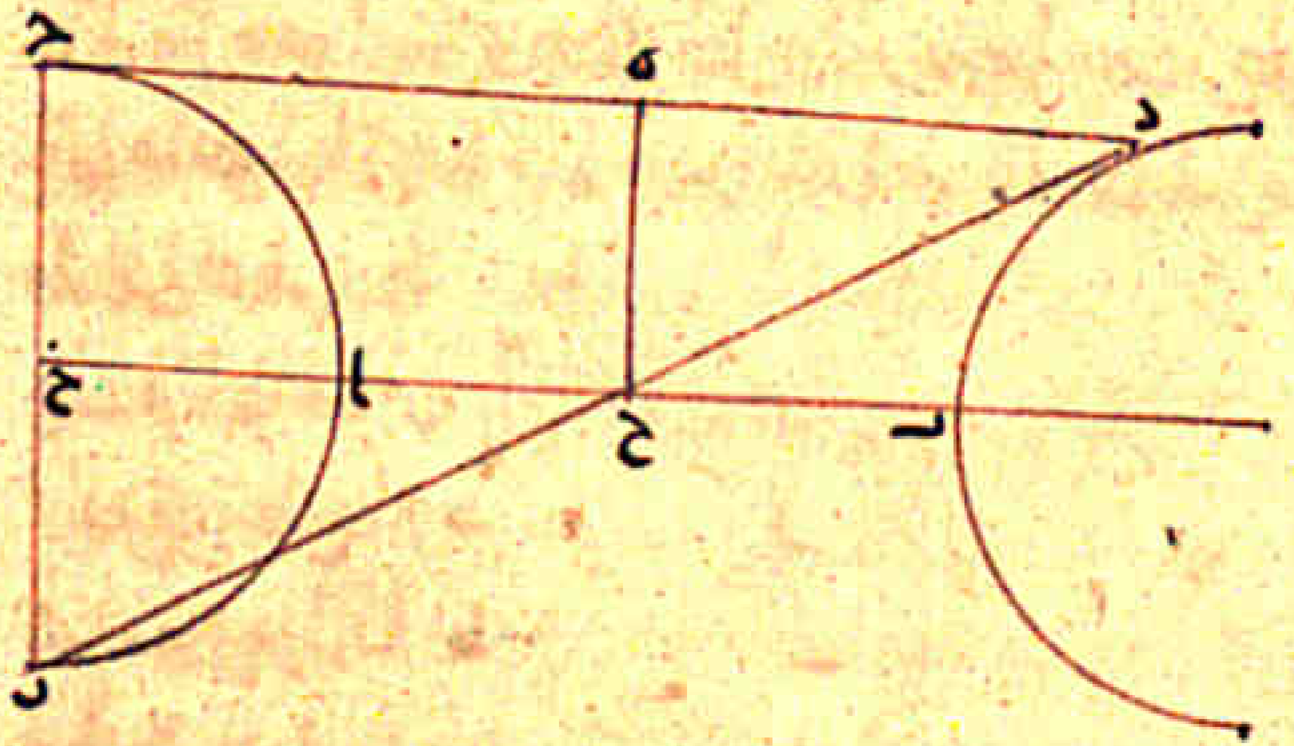


وهو ايضا موازي لخط ه ز فخط ه ك مساوي لخط ك ز كما بين في الشكل مح من المقالة ا وذلك ما لا يمكن لان خط ه ط مساوي لخط ط ز فليس خط ح ك قطرا للقطعين المتقابلين ولكن خط ح ط وذلك ما اردنا ان نبين

المتقابلين

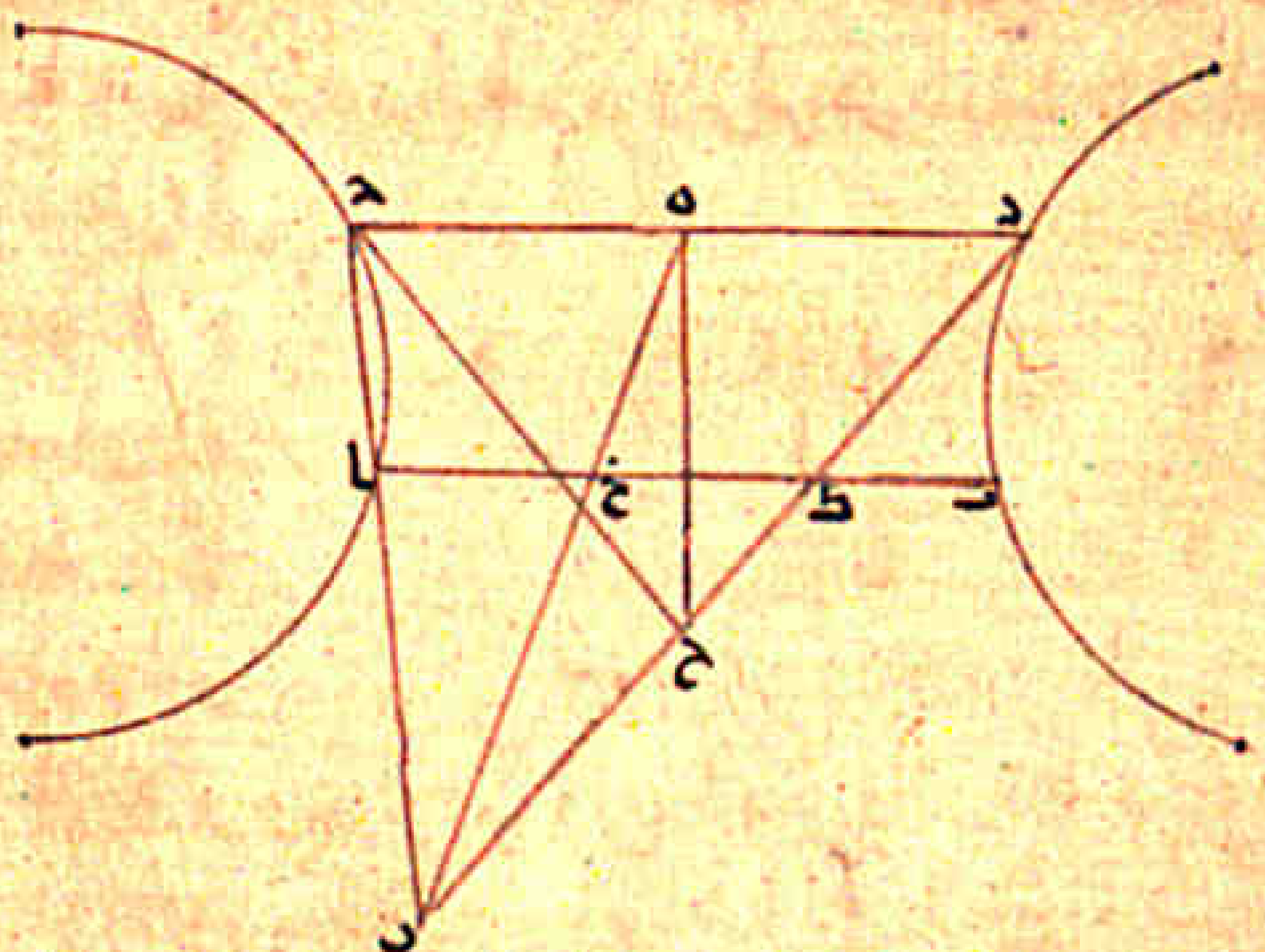
لز كل خط يقطع القطعين ولا يجوز على المركز فان الخط الذي يخرج من موضع وسط ذلك الخط الى المركز يقال له قطر القطعين

المتقابلين المستقيم والقطر المجانب المزاوج له هو الخط الذي
يخرج من المركز موازيا للخط الذي وتر القطعين وانقسم بنصفين
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب يقطعهما خط ما لا يجوز على المركز
عليه د ر ويقطعه بنصفين على نقطة ه ولتكن مركز القطعين نقطة
ح ونصل ح ه ونخرج على نقطة ح خطا موازيا لخط د ر عليه ا ح ب
فأقول إن خطي ا ب ه ح قطران مزدوجان للقطعين المتقابلين فنصل
د ح ونخرجه إلى نقطة ر ونخرج د ر فخط د ح مساو لخط ح ر



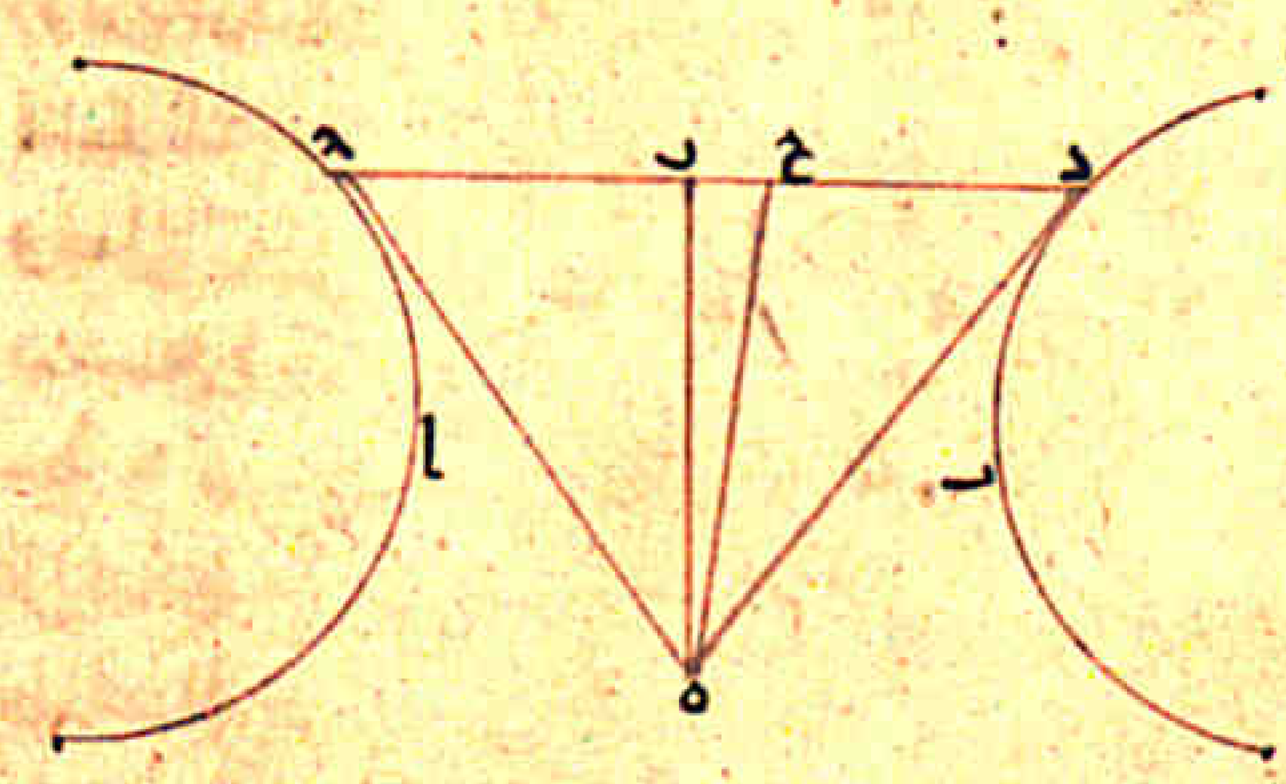
كما بين
في الشكل
ل من المقالة
آ و د ه
مساوي
لخط ه ر فخط
ه ح مواز
لخط ر ب ونخرج ا ب إلى نقطة خ ولأن خط د ح مساو لخط
ح ر يكون خط ه ح مساويا لخط ر خ و ح خ لخط ر خ فالخط المماس
الذي يكون على نقطة ا مواز لخط د ر وخط ه ح كما بين في
الشكل له من هذه المقالة فخطا ه ح ا ب قطران مزدوجان للقطعين
المتقابلين وذلك ما أردنا أن نبين ٥
لخطين مماسان للقطعين المتقابلين وإذا أخرجا على استقامة
التقيا فإن الخط الذي يخرج من موضع التقائهما إلى وسط الخط
الذي يصل بين نقطتي التماس يقال له القطر القائم للقطعين المتقابلين

والقطر المجانب المزاوج له هو الخط الذي يخرج على المركز موازيا
للخط الذي يصل بينهما من نقطتي التماس فليكن قطعان متقابلان عليهما
ا ب وخطان مماسان لهما عليهما ح ج د ونصل ج د ونقسمه بنصفين
على نقطة ه ونصل ه ح فأقول إن خط ه ح قطر يقال له القائم والقطر
المجانب المزاوج له هو الخط الذي يجوز على المركز ويكون موازيا
لخط ج د فإن لم يكن ه ح هو القطر فليكن القطر إن أمكن ذلك خط
ه ر ونعلم عليه نقطة ما وهي نقطة ر ونصل خط د ر كان منقلا



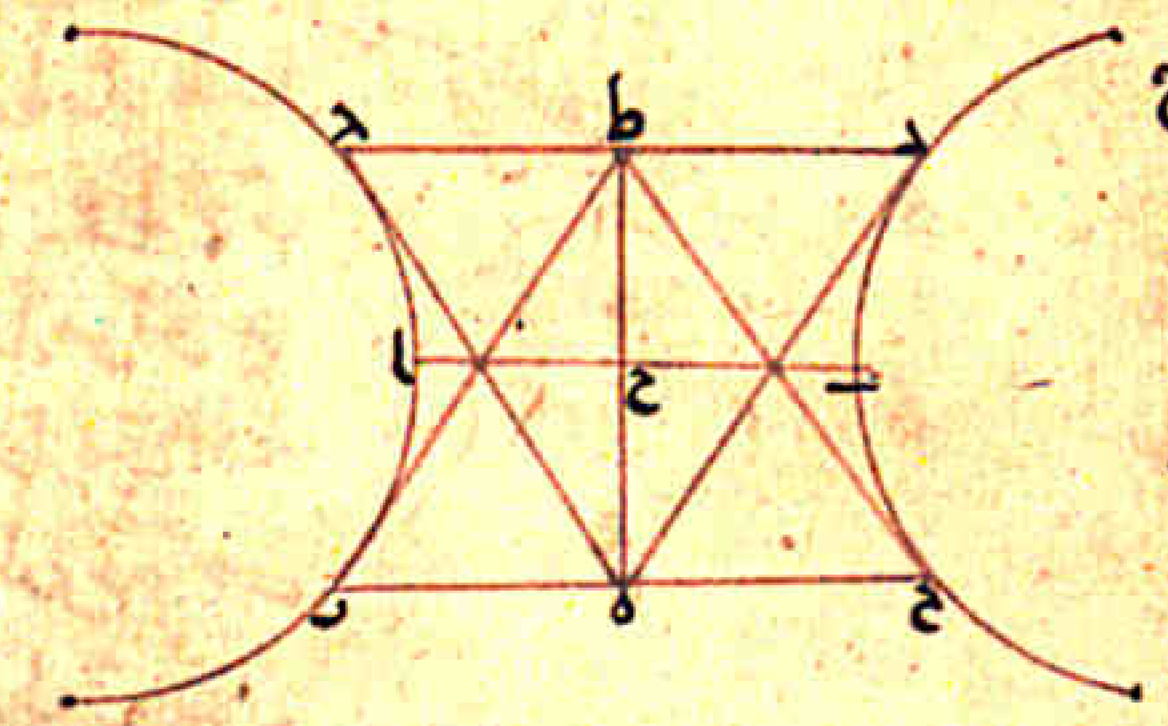
لخط د ح
على استقامة
أو لم يكن
كذلك
ونصل د ر
فيقع
خط د ر
على القطع
فليقع
على نقطة ا ونخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط د ج عليه ا ب فلأن خط
ه ر قطر يقطع خط د ج بنصفين على نقطة ه فهو يقطع أيضا جميع
الخطوط الموازية له بنصفين فخط ا خ مساو لخط خ ب ولأن خط
د ه مساو لخط ه ج وهما في مثلث د ج ر يكون خط ا خ مساويا
لخط خ ك ويكون خ ك مساويا لخط خ ب وذلك محال لا يمكن فليس خط
ه ر قطرا وقد تبين أن ه ح يلقي قطر ه ح إذا أخرج على استقامته

ومن اجل ان القطر الذي يجوز على المركز ويكون موازيا للخط دح
يكون مزدوجا مع قطره حتى يكون خط الترتيب الذي يخرج اليه
من نقطة د موازيا لخط هح وذلك ما اردنا ان نبيـــــــــــن
لط ان خطين مماسات القطعين المتقابلين واذا اخرجا على استقامة
التقيا فان الخط الذي يخرج من المركز الى موضع التقائهما
وينفذ على استقامته يقطع الخط الذي يصل بين نقطتي التماس
بنصفين فليكن قطعان متقابلان عليهما اد ب وخطان مماسان
القطعين عليهما ا ح ه د وبد ح د وخرج قطره د فاقول ان
خط د ه مساو لخط د ح فان لم يكن ذلك كذلك فلنقسم د ح
بنصفين على
نقطة ح
ونصل ح ه
فخط ه ح
موازٍ لكن
خط ه د
اما قطر
فقطة ه



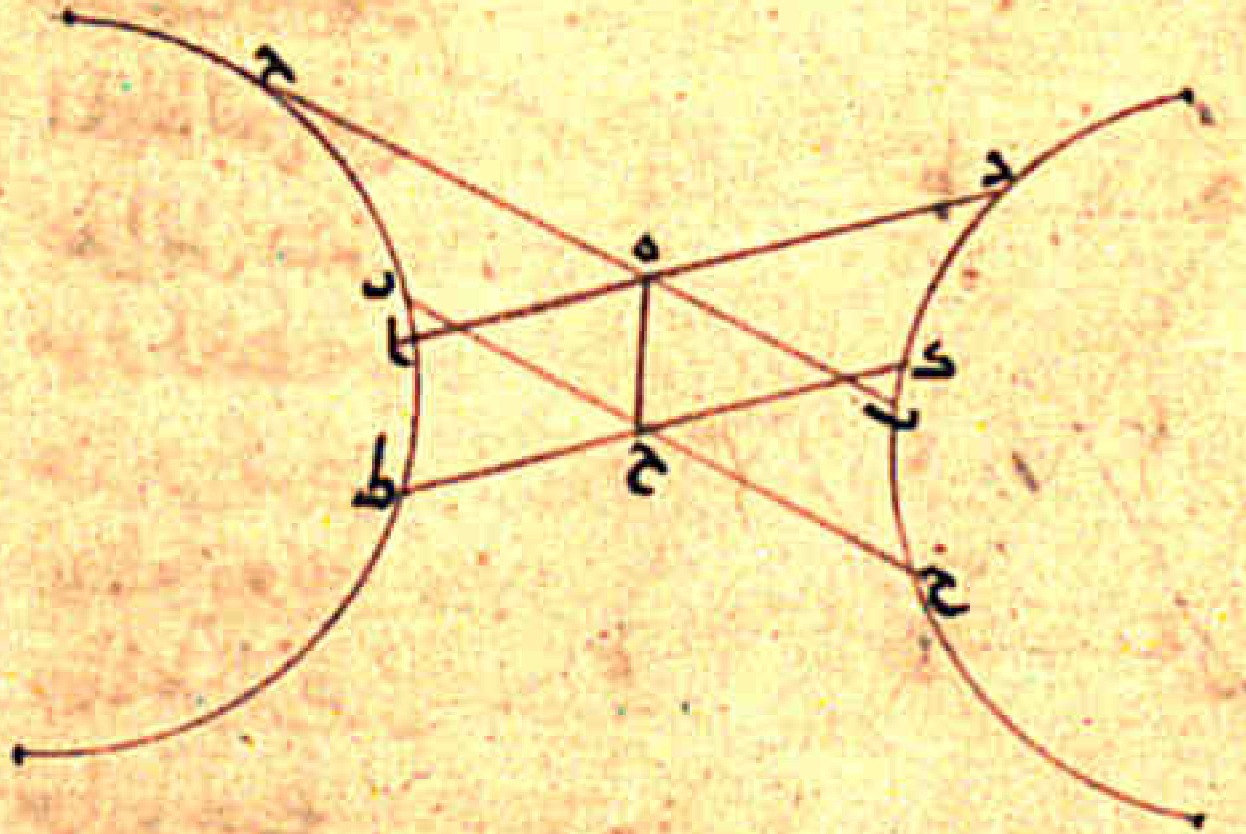
مركز فالتقاء الخطين المماسين يكون على مركز القطعين وذلك ما
لا يمكن لانه قد تبين ان كل خط يخرج من المركز الى القطع فهو قطر
وليس بمماس فليس خط د ح بغير مساوٍ لخط ح د ولكنه
مساوٍ له وذلك ما اردنا ان نبيـــــــــــــــــــن
م ان خطين مماسان القطعين المتقابلين واذا اخرجا على استقامة

التقيا واذا اخرج على موضع التقائهما خط موازٍ للخط الذي يصل
بين نقطتي التماس يقع على كل واحد من القطعين فان الخطوط
التي تخرج من موضع وقوع هذا الخط على كل واحد من القطعين
الى وسط الخط الذي هو يصل بين نقطتي التماس هي ايضا مماسة
للقطعين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخرج خطين مماسين
لقطعي ا ب عليهما ا ح ه د ونصل ح د وخرج خطا موازيا لخط ح د
يجوز على نقطة ه عليه د ه ح ونقسم ح د بنصفين على نقطة ط ونصل
د ط ط ح فاقول ان د ط ط ح مماسان القطعين برهانه انا نصل ه ط
فخط ه ط هو القطر القائم للقطعين والقطر المزاوج له الذي يقال
له المجانس هو
الخط الذي يجوز
على المركز
موازيا لخط ح د
فليكن المركز
نقطة ح ونخرج
خطا على المركز
موازيا لخط



ح د عليه ل ح ب فخط ط ه ا د قطران مزدوجان ونخرج خط ح ط
على الترتيب الى القطر الثاني ونخرج خط ح ه مماسا للقطع ووقع
على القطر الثاني ونخرج خط ح ه مماسا فسطح ه ح في ح ط مساوٍ
لمربع نصف القطر الثاني كما بين في الشكل لح من المقالة آ الذي هو
ربع السطح المضاف الى الخطات الذي عرضه الضلع القائم ولان خط

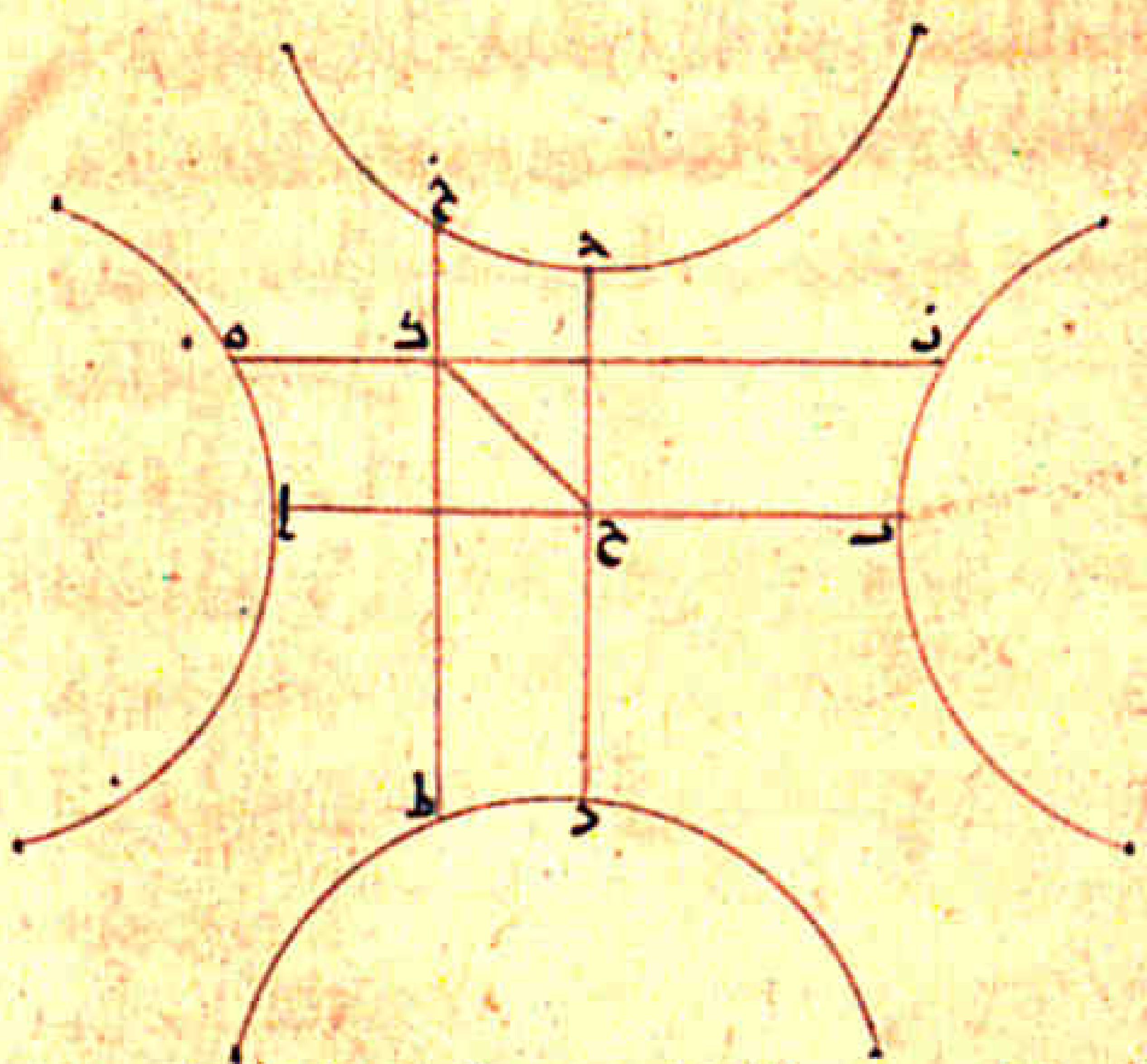
ذ ه خرج على الوسط وخرج خط ز ح ط من اجل ذلك يكون خط ح ط مماسا
للقطع كما بين في الشكل لج من المقالة آ وعلى مثال ذلك يكون خط
ح ط مماسا للقطع ب فخط ح ط مماس لقطعي ا ب وذلك ما اردنا ان نبين
ما كل خطين يقطع احدهما الآخر في القطعين المتقابلين ولا يمران على المركز
فانه ليس يقطع كل واحد منهما صاحبه بنصفين فليكن قطعان متقابلان
عليهما ا ب وفيهما خطان يقطع احدهما الآخر ولا يجوزان على المركز وهما
خطا ا ب ا د فاقول انه ليس يقطع كل واحد منهما صاحبه بنصفين
فان امكن ذلك فليقطع كل واحد منهما صاحبه بنصفين وليكن مركز
القطعين نقطة ح ونصل ه ح خط ه ح ونخرجه على استقامة ونخرج على نقطة



ح خطا موازيا
لخط ا ب عليه
خ ز فخط ح ز
قطر وا و ح
لقطر ه ح فالخط
الذي يخرج من
نقطة ز ويكون
مماسا
للقطع هو موازي لخط ه ح وعلى مثال ذلك ايضا اذا اخرجنا ط ك
مماسا للخط اذ كان الخط الذي يماس القطع ويخرج على نقطة ط موازيا
لخط ه ح فالخط المماس للقطع الذي يخرج على نقطة ز هو موازي للخط
المماس الذي يخرج على نقطة ط وذلك محال لانه قد بين في الشكل
كه من هذه المقالة انهما ملتقيان فليس يقاطع خطا ب د اذ على

78

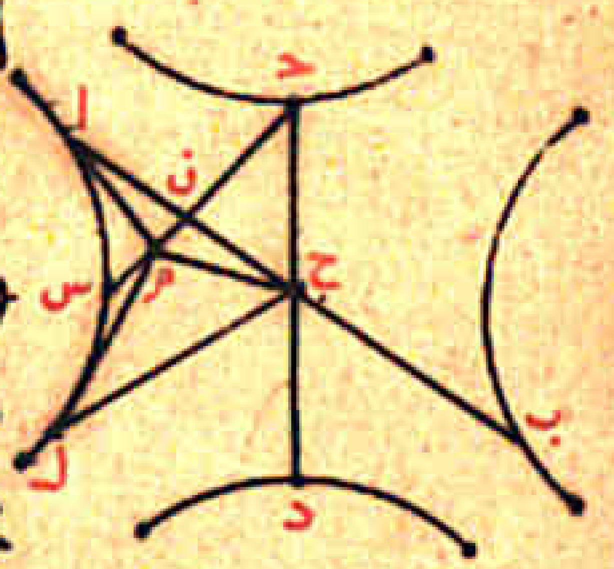
بنصفين ان لم يجوزا على المركز وذلك ما اردنا ان نبين
مب كل خطين يقطع احدهما الآخر في القطوع المتقابلة المزدوجة ولا
يمران على المركز فانه ليس يقطع كل واحد منهما صاحبه بنصفين 77
فلتكن قطوع متقابلة مزدوجة عليها ا ب ج د وفي قطوع ا ب ج د
خطان يقطع احدهما الآخر على نقطة ك ولا يجوزان على المركز وهما
خطا ه ح ز ط فاقول انه ليس يقطع كل واحد منهما الآخر بنصفين
فان امكن فليقطع كل واحد منهما الآخر بنصفين وليكن مركز القطوع



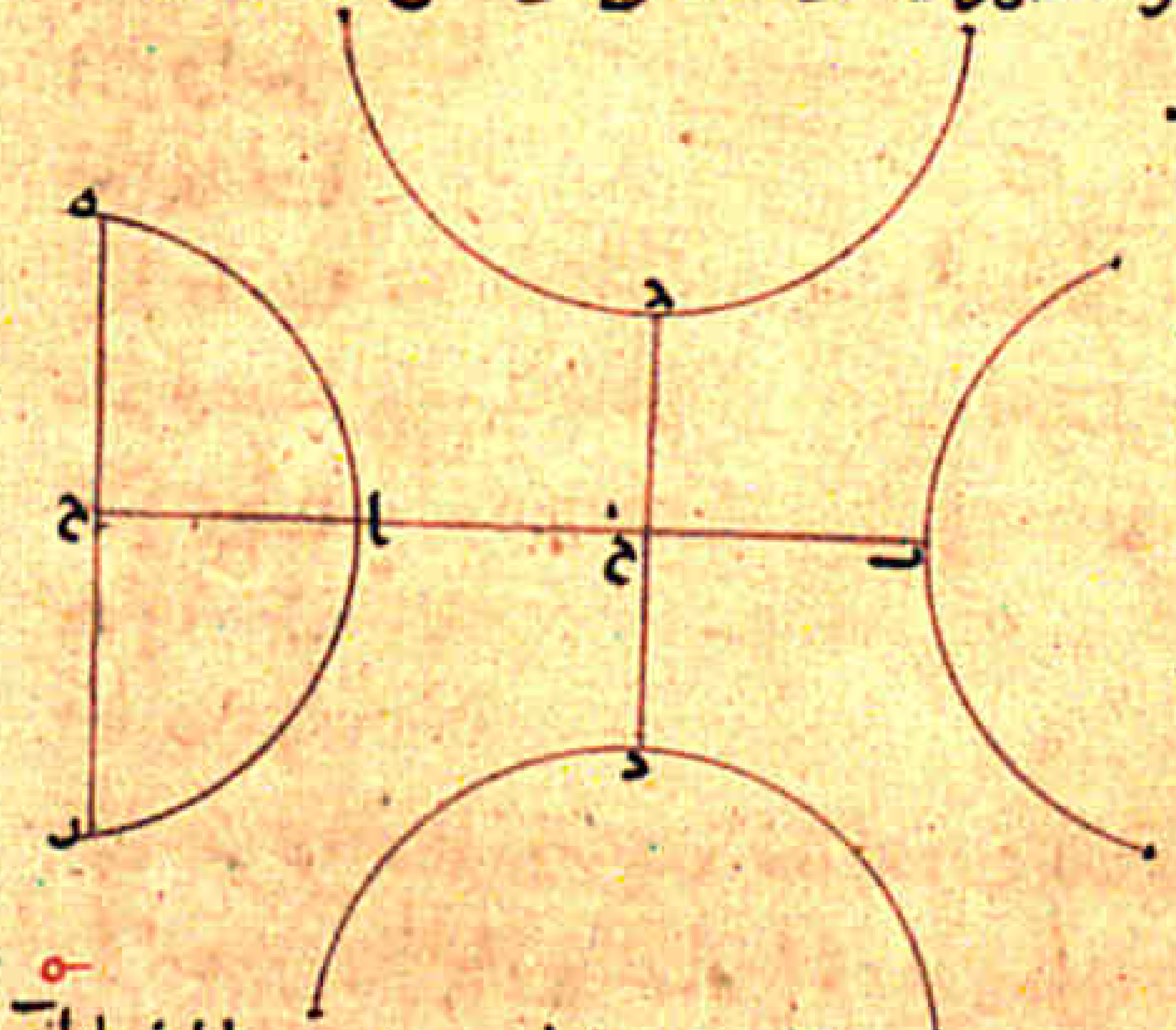
نقطة ح ونخرج
خطا موازيا
لخط ه ز عليه
ا ب واخرى
موازيا لخط
ح ط عليه
ح د ونصل
ك ح فخطا
ك ح ا ب
قطران مزدوجان
كما بين في الشكل لز من هذه المقالة وكذلك ايضا خطا ك ح ج د
قطران مزدوجان فالخط المماس الذي يخرج على نقطة آ اذا موازي
للخط المماس الذي يخرج على نقطة د لانهما موازيان لقطر ك ح كما
بين في الشكل ك من هذه المقالة وذلك محال لانه قد بين انهما يلتقيان من
اجل ان الخط المماس الذي يخرج على نقطة د يقطع قطعي ا ب والمماس

الذي يجوز على نقطة آ يقطع قطعي د ح مماسين وفي الشكل كط من هذه
المقالة وهو بين ان التقاءهما يكون داخل زاوية ا ح د وعلى
الخط الذي لا يقع على القطوع مماسين وفي الشكل كا من هذه المقالة
فليس يقطع كل واحد من خطي ب ح ط الآخر بنصفين لانه ليس يجوز على
المركز وذلك ما اردنا ان نبين ه

مج كل خط يقطع احد القطوع المتقابلة المزدوجة على نقطتين فان نقسم
بنصفين ويخرج من المركز خطان احدهما الى وسطه والآخر موازي
له فان الخطين قطران مزدوجان للقطوع المتقابلة المزدوجة فليكن



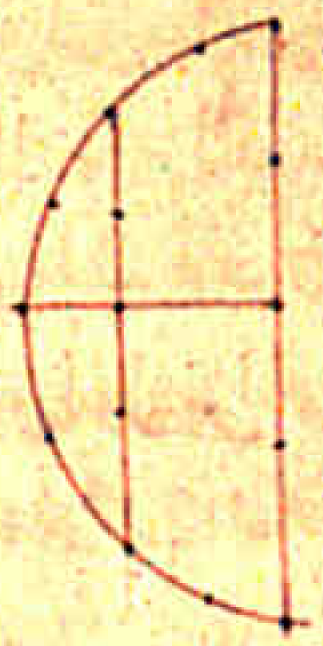
قطوع متقابلة مزدوجة عليها ا ب ج د وليقطع آ خطا على نقطتين
وهما نقطتا ه ز وينقسم خط ه ز بنصفين على نقطة ح وليكن المركز
نقطة خ ونصل
خ ح ونخرج خطا
موازيا لخط ه د
عليه د خ فاقول
ان خطي ا خ ح د
قطران مزدوجان

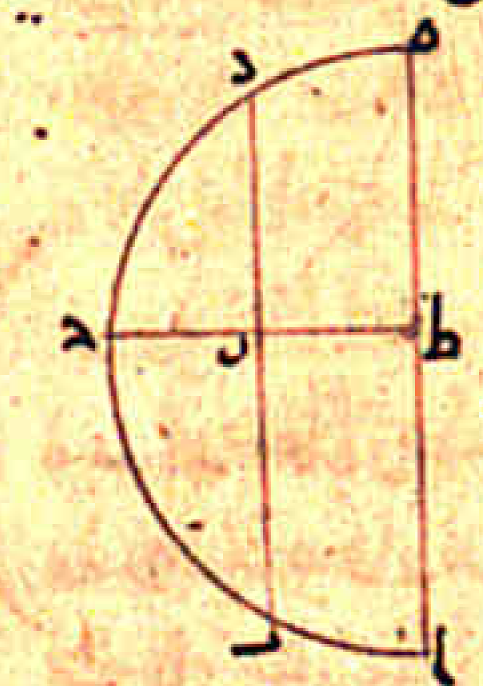


فلان قطر ا ح
يقطع خط ه د
بنصفين يكون
الخط المماس الذي يكون على نقطة آ موازيا لخط ه ز كما تبين في الشكل له
من هذه المقالة ولذلك ايضا يكون موازيا لخط د خ ولان هذه
القطوع متقابلة مزدوجة ويخرج من احدها من نقطة آ خط مماس

للقطع واخرج منه من مركز خ خطان احدهما الى موضع المماس وهو خط
خ ا والخط الآخر موازي للمماس وهو خط خ د يكون خطا خ ا خ د
قطرين مزدوجين كما تبين في الشكل كـ من هذه المقالة وذلك
ما اردنا ان نبين ه

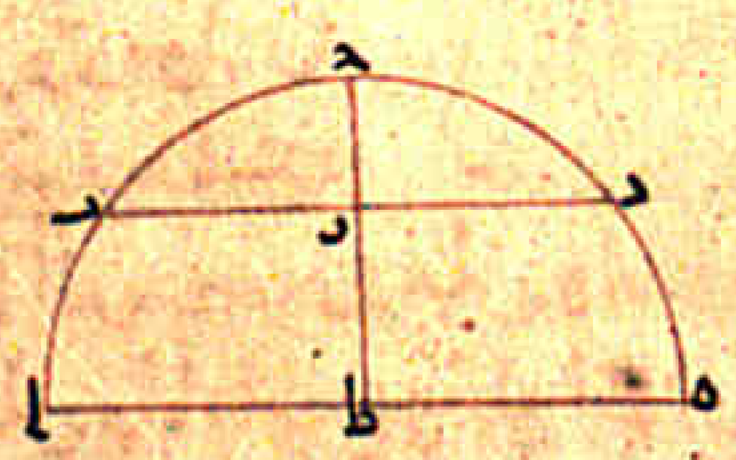
مد نريد ان نجد قطرا لقطع مخروط اردنا فليكن قطع المخروط ا ب ج د ه
ونريد ان نجد قطره فليكن قطره ج ط فاذا اخرجنا خطا د ز ه ط على
ترتيب ولنعلم ان كان
خط د ز مساويا





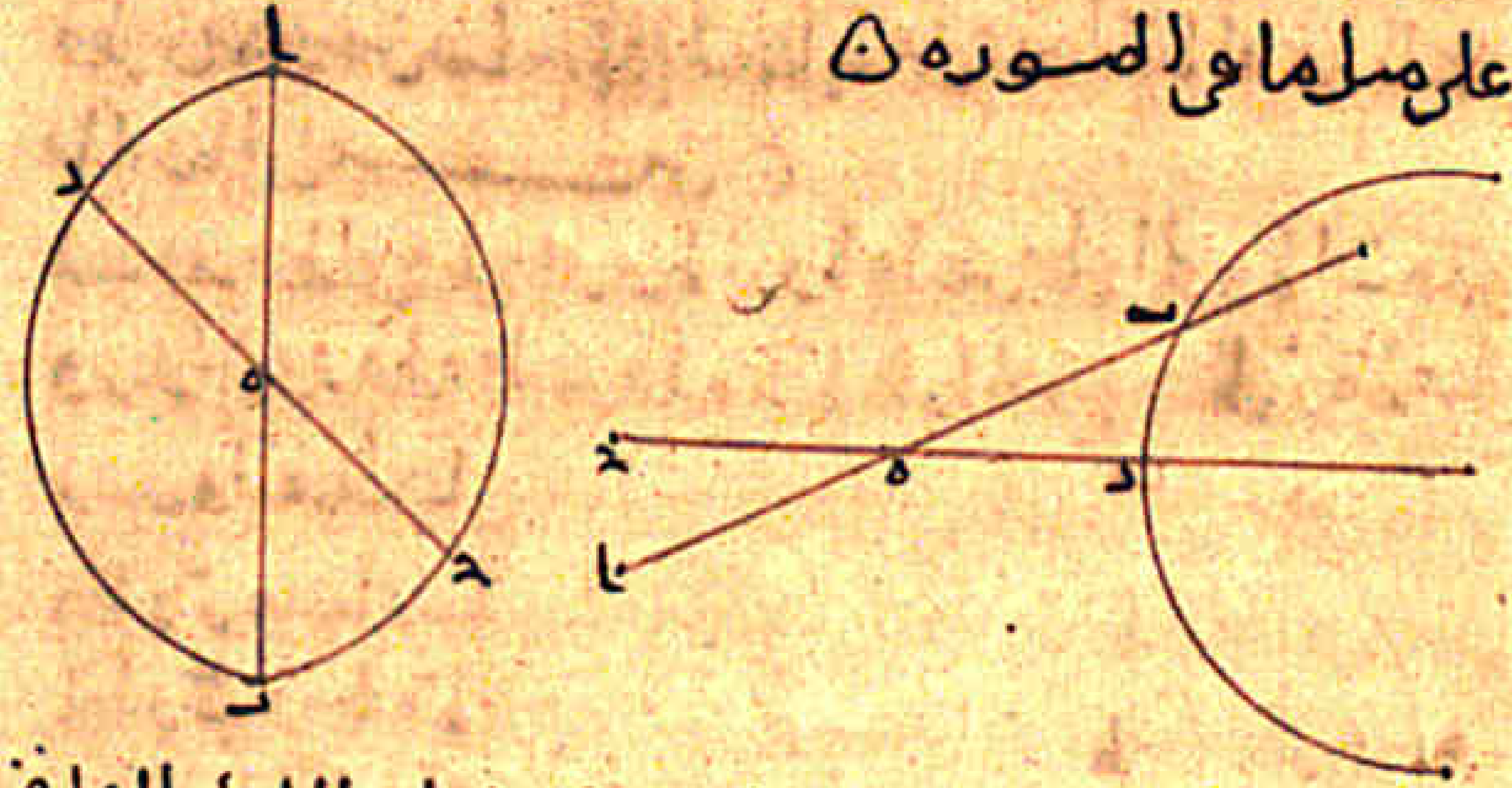
لخط ز ب وخط ه ط
مساويا لخط ط ا
فاذا اخرجنا
خطي ا ب د ه موازيين
كانت نقطتا ط ز معلومتين فيكون خط ط ز معلوما ه

مه ونركب ذلك هكذا نجعل قطع المخروط المفروض عليه ا ب ج د ه
ونخرج خطي ب د ا ه موازيين ونقطعهما بنصفين على نقطتي ز ط
ونصل ز ط فيكون خط
ز ط ج قطرا للقطع

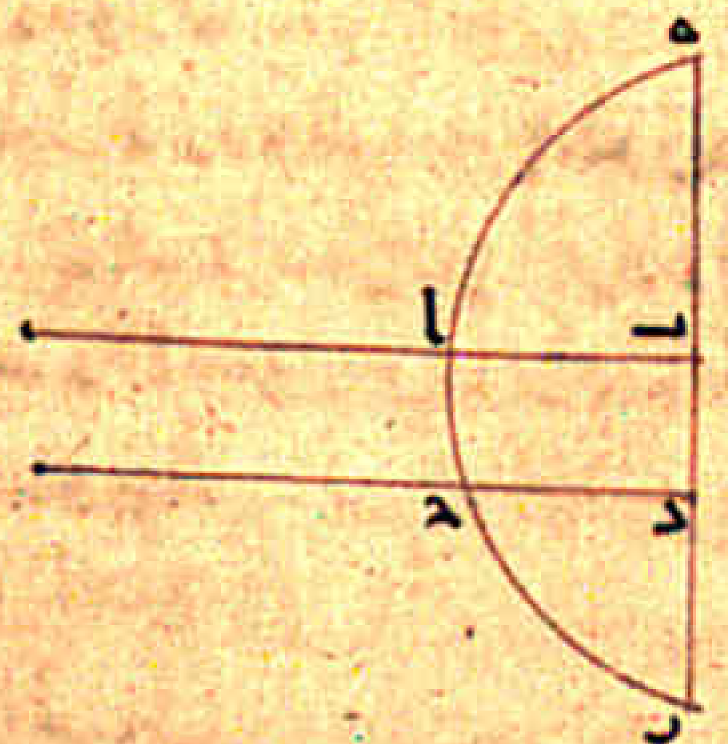


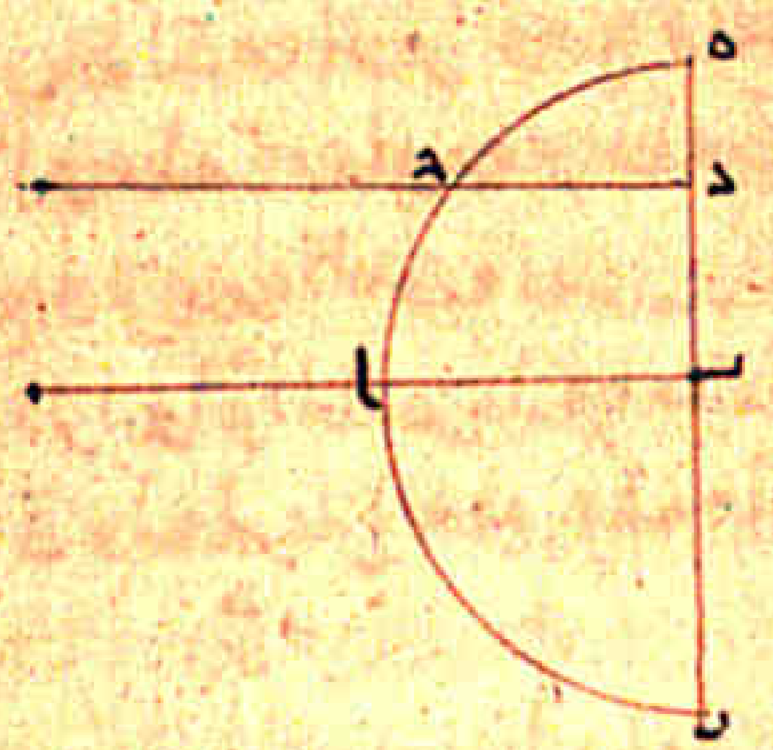
مماسين وفي الشكل
كح من هذه المقالة
وعلى هذا المثال
نجد اقطارا لا
نهاية لعددها وذلك ما اردنا ان نبين ه

مو لنعد نجد مركز القطع الناقص او الزايد وهذا من الاشياء التي احتجنا
فيها الى القطع عليهما اب جد كان المركز هو موضع تقاطعهما
على مثال ما في الصورة ٥



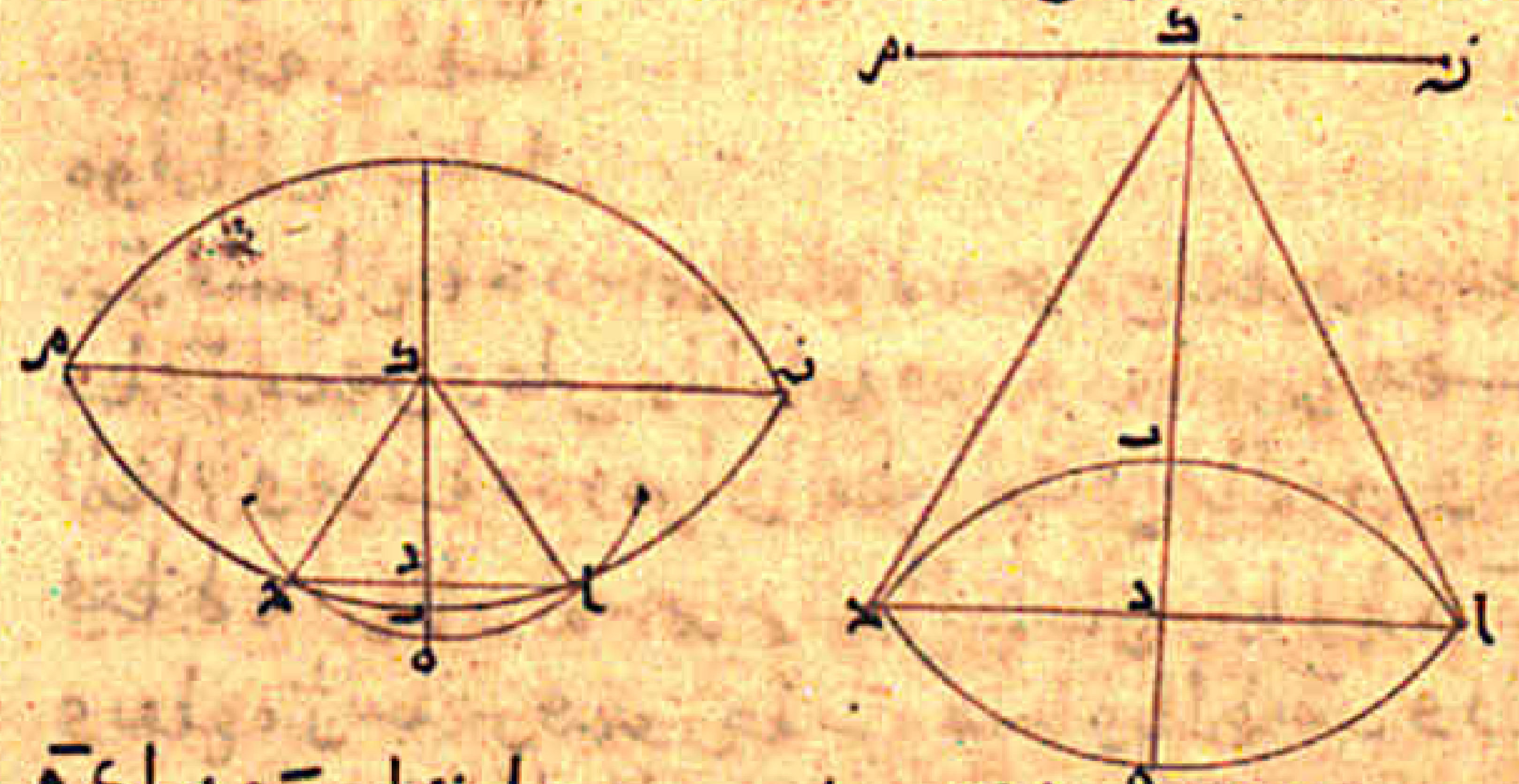
مز لنعد نجد سهم اي قطع مخروطي اردنا فليكن القطع اولا القطع المكافي
عليه ب ج د ه ونريد ان نجد سهمه فنخرج اولا احد اقطاره وهو خط
اب فان كان خط اب
هو سهم القطع فقد
وجدنا الذي اردنا
وان لم يكن كذلك فليكن
السهم خط جـ د
فسهم جـ د مواز
لخط اب ويقطع
خطوط الترتيب بنصفين وعلى زوايا قائمة وخطوط الترتيب التي يقطع
د ز على زوايا قائمة هي يقطع اب على زوايا قائمة فخط جـ د يقطع
الاعمدة التي تخرج على اب بنصفين فان وصلنا خط ه ر عمود ا
على اب كان معلوم الوضع فيكون لذلك خط ه ر مساويا





للخط د ر ونقطة د معلومة فخط د معلوم الوضع وذلك ما اردنا ان نبين
مح وبعكس ذلك نجد ان نجعل القطع المكافي الذي عليه ر ه وقطره
اب وقطره اب ونخرج عليه عمود ب ه ونمده الى نقطة ر فان
كان خط ه ب مساويا
لخط ب ر فقد تبين ان
اب سهم القطع وان
لم يكن كذلك فلنقسم
ه ر على نقطة د ونخرج
من نقطة د خطا
موازيا لخط اب عليه
د جـ فتبين ان خط جـ د سهم للقطع لانه مواز للقطر وهو يقطع
خط ه ر بنصفين وعلى زوايا قائمة فقد وجدنا سهم القطع
المكافي وهو خط جـ د وتبين ان القطع المكافي انما له سهم واحد
فقط لانه ان كان له سهم اخر كمثل اب كان موازيا للخط جـ د
ويقطع ه ر بنصفين فيكون خط ب ه مساويا للخط ب ر وذلك
غير ممكن فليس للقطع المكافي الا سهم واحد فقط ٥
مط لنعد نجد سهم القطع الزايد او الناقص فليكن قطع زايد او ناقص
عليه اب جـ ونريد ان نجد سهمه فلنوجد مركزه وهو نقطة د وليكن
مركز القطع نقطة ك فخط ك د يقطع للخطوط المرتبة التي نخرج عليه
بنصفين وعلى زوايا قائمة فنخرج عمودا عليه د ا ونصل ك ا ك جـ
فلان خط جـ د مساو لخط د ا وزاوية ا د ك جـ د ك قائمتان
يكون خط د ك مساويا لخط ك ا فان جعلنا نقطة د معلومة

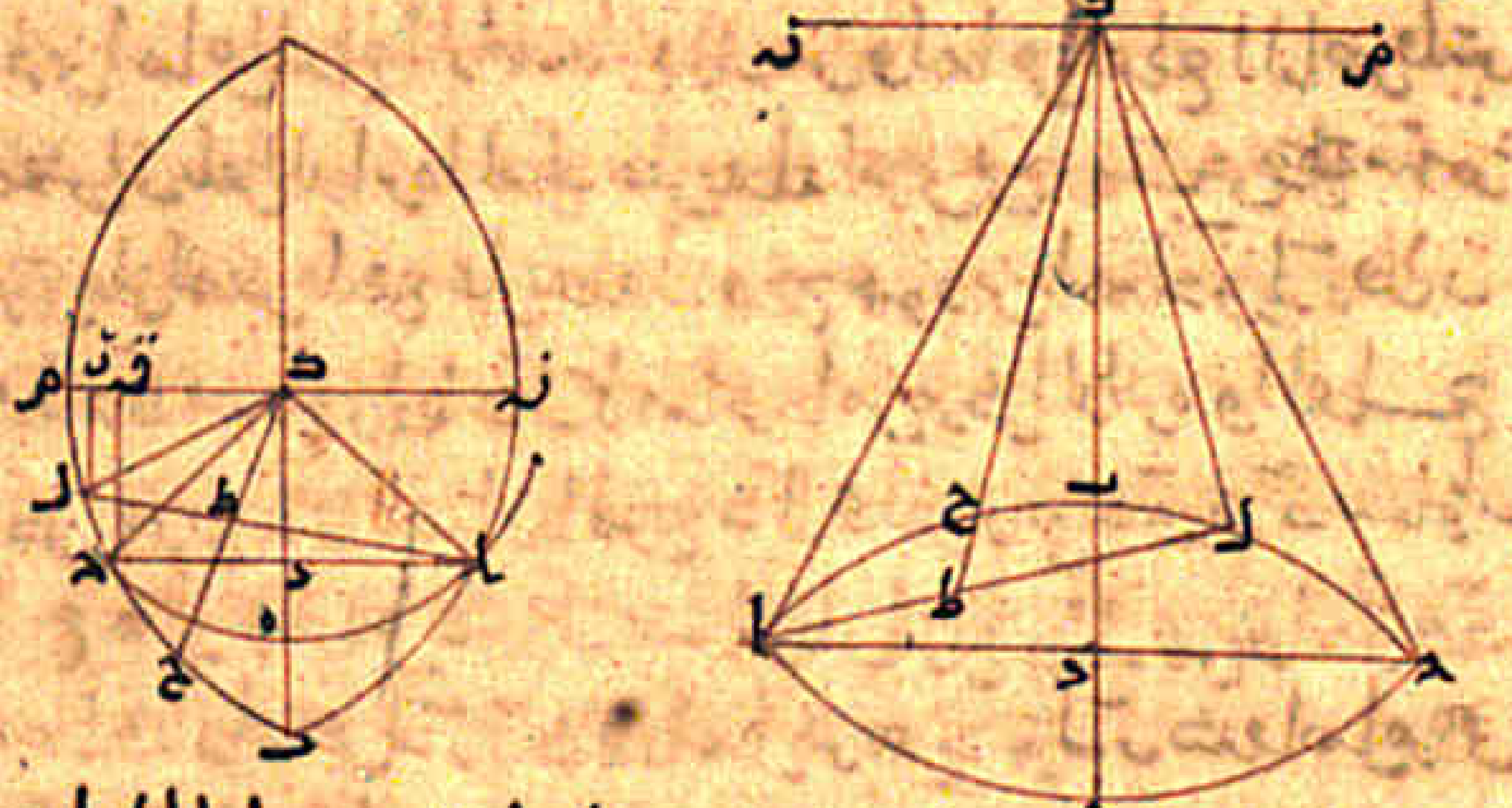
فان خط د ك معلوم او الدائرة التي مركزها ك وبعدها ك د
تمر على نقطة آ وتكون معلومة الوضع ويكون قطع ا ب د
معلوم الوضع فنقطة آ معلومة ونقطة د ايضا معلومة
فيكون خط ا د معلوم الوضع ويكون خط د د مساويا
لخط د ا ونقطة د معلومة ونقطة ك معلومة فخط د ك معلوم
الوضع وفي هذه الصورة يكون تركيب ذلك هكذا نجعل
القطع الزائد او الناقص عليه ا ب د وسهمه ح مركزه ولنكن
نقطة ك ونعلم على القطع نقطة ما عليها د وعلى مركز ك وبعد



دائرة عليها د ا او تمر آ د او تقطعه فتمس على نقطة د ونصل د ح
د ا ونصل ك د الى نقطة ب فلان خط ا د مساوي لخط د د وخط
د ك مشترك وخطا ح د د ك مساويان لخطي ا د د ك وقاعدة
ك ا مساوية لقاعدة ك د فزاويتا ا د ك د ك متساويتان فقط
قطع خط ك ب د خط ا د بنصفين وعلى زوايا قائمة فخط ك د
سهم ويخرج على نقطة ك خطا موازيا لخط د ا عليه م ن فخط
م ن يماس القطع والمزاوج له خط ك د وذلك ما اردنا ان نبين

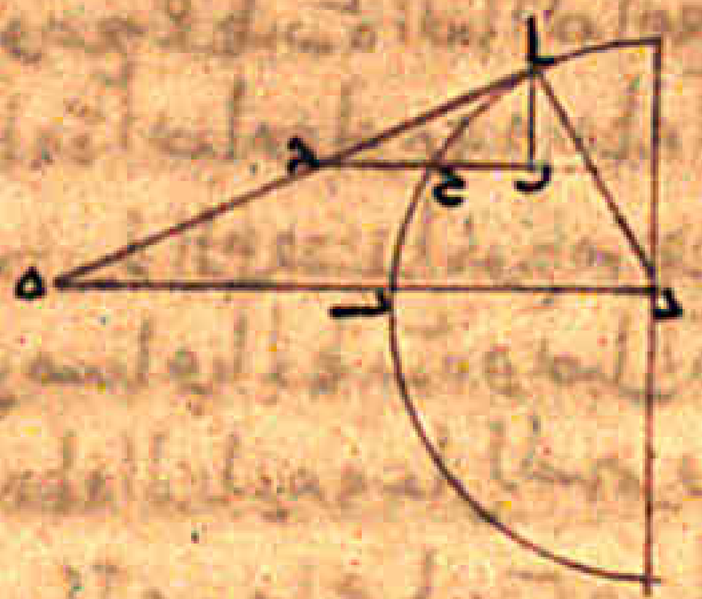
كه وايضا فاننا بما ذكرنا نبين انه لا يمكن ان يكون لهذه القطوع
سهام سوى التي ذكرنا فان امكن ذلك فليكن سهم اخر لها وليكن عليه
ك ح فعلى مثل ما عملنا فيما تقدم ذكره اذا اخرجنا خط ا ط ل عمودا
على ك ح يكون خط ا ط مساويا للخط ط ل وخط ا ك مساويا للخط
ك ل وهو ايضا مساوي لخط ك د فخط ك ل مساوي لخط ك د وذلك
بلغ ما لا يمكن لان الدائرة التي عليها ا ه د لا يمكن ان تقطع القطع على نقطة
اخرى اما في القطع الزائد فان ذلك بين واما في القطع الناقص فليتبين
يمكن ان تلقى الدائرة القطع على نقطة اخرى فيجب ان تبين قطع سهم
م ر فان امكن فليقع على نقطة ل ونخرج عمودا عليها ل ز فلان
خط ك د مساوي لخط ك ل لانهما خرجا من مركز الدائرة والقطع
يكون مربع د ك مساويا لمربع ك ل ولكن مربعي د ه ه ك مساويان
لمربع د ك ومربعي ك ز ز ل مساويان لمربع ك ل فمربعا د ه ه ك
مساويان لمربعي ل ز ز ك فاما فضل مربع د ه على ل ز كفضل مربعي
ز ك ه ك والان سطح م ه في ه ر مع مربع ه ك مساو
لمربع ك م وسطح م ز في ز ر مع مربع ز ك مساوي لمربع ك م فيكون
سطح م ه في ه ر مع مربع ه ك مساويا للسطح م ز في ز ر مع
مربع ز ك ففضل ما بين مربع ز ك ومربع ه ك كفضل ما بين سطح
د ك م ه في ه ر وسطح م ز في ز ر وقد استبان ان فضل ما بين مربع
ومربع ه ك كفضل ما بين مربع ه د ومربع ل ز فيجب ان يكون ما بين
مربع د ه ومربع ل ز هو مقدار ما بين سطح م ه في ه ر وسطح
م ز في ز ر ولان خطي د ه ل ز على الترتيب تكون نسبة مربع د ه
الى سطح م ه في ه ر كنسبة مربع ل ز الى سطح م ز في ز ر فيما نبين

و السكل كا من المقاله آ وقد تبين ان الفاصل وكلاهما مساوى
مربع د ق مساوى لسطح م ق في ق ر ومربع ل ر مساوى لسطح
م ر في ر ن لانه اذا كانت اربعة مقادير وكانت زياده الاول
منها على الثاني بمثل زياده الثالث على الرابع فان الاول مثل الثاني
والثالث مثل الرابع وذلك غير ممكن لانه كان قطعا ناقصا
وذلك ما اردنا ان نبين

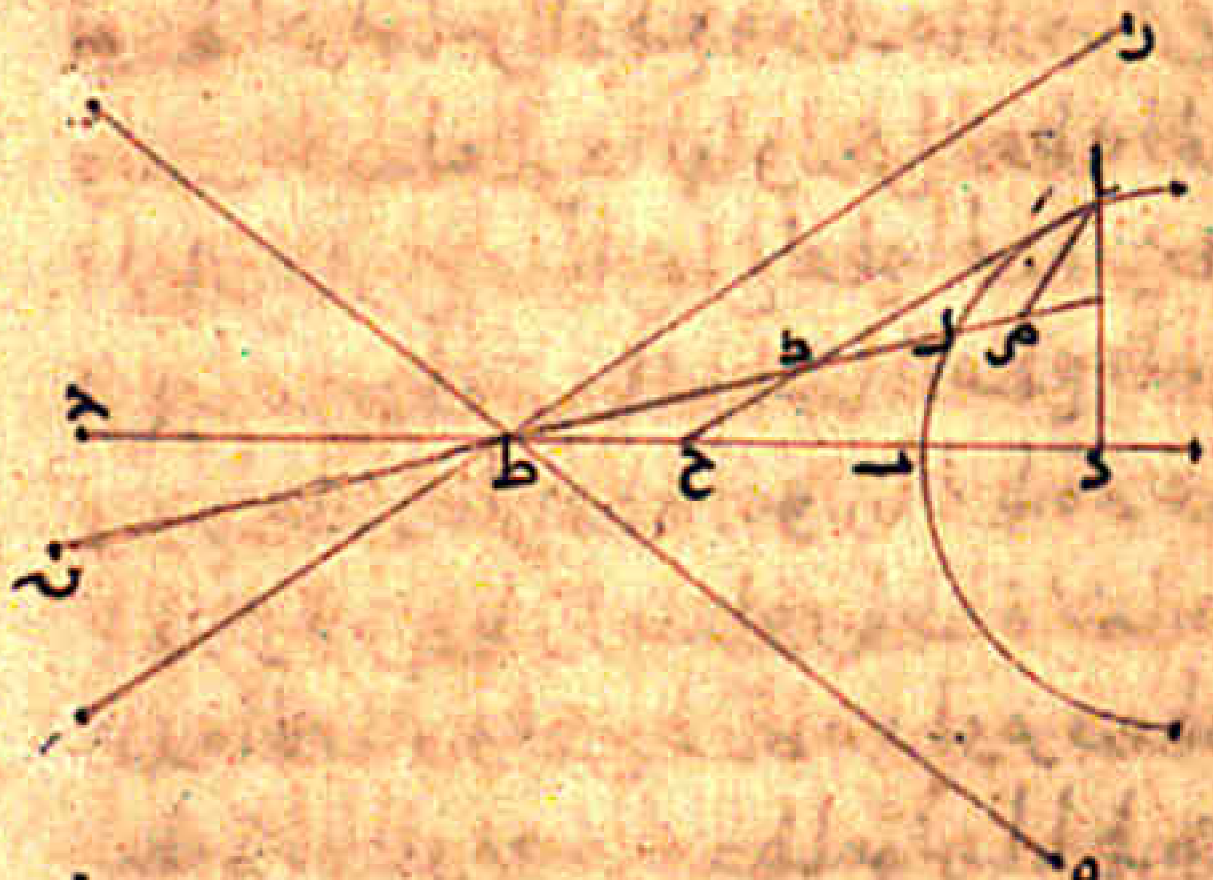


نا اذا كان قطع مخروط معلوم ونقطه ليست في داخل القطع
كيف نخرج من تلك النقطه خطا مماسا للقطع وتقع عليه على نقطه
واحده فقط فليكن القطع المعلوم اولا القطع المكافى ونخرج
سهمه كما تبين في الشكل مح من هذه المقاله وهو خط ب د ونريد
ان نخرج من النقطه المعلومه التي ليست في داخل القطع خطا
مماسا على ما ذكرنا فالنقطه المعلومه لا تخلو من ان تكون اما
على خط القطع واما خارجا منه واما على السهم فلتكن اولا
على خط القطع وهي نقطه آ ولنخرج خط ا د مماسا عمودا على
سهم ب د ونخرج ا ه مماسا فيكون معلوم الوضع ويكون خط

د ه مساويا للخط ب د كما تبين في الشكل لح من المقاله آ وخط
ب د معلوم الوضع فخط د ه ايضا اذا معلوم الوضع ونقطه ب
معلومه فنقطه ه ايضا معلومه ونقطه آ موضوعه فخط ا ه
موضوع ونركب ذلك هكذا نخرج من نقطه آ عمودا عليه ا د
ولنجعل خط ب ه مساويا للخط ب د ونصل ا ه فتبين انه مماس القطع
ولتكن ايضا النقطه المعلومه على السهم وهي نقطه ه ونخرج خط
ه ا مماسا ونخرج ا د عمودا فخط ب ه مساوي لخط ب د ولكن
خط ب ه معلوم فخط ب د معلوم ونقطه ب معلومه فنقطه د
ايضا معلومه وخط ا د عمود على ب د فخط د ا معلوم الوضع
ونقطه آ معلومه ونقطه ه معلومه فخط ا ه معلوم الوضع
ونركب ذلك هكذا نجعل ب ه مثل ب د ونقيم على نقطه د عمودا
عليه د ا ونصل ا ه فتبين لذلك ان خط ا ه مماس القطع ومن
البين انه اذا انعلمت نقطه مثل نقطه ب كان العمود الذي يخرج
من ب مماسا للقطع كما تبين في الشكل لب من المقاله آ ثم نجعل
النقطه المعلومه نقطه د وليست تاتي على السهم ونجعل القطع
والخط المماس خط د آ ونخرج من نقطه د خطا موازيا للسهم الذي
هو خط ب د عليه د ر فخط د ر معلوم الوضع ونخرج من نقطه آ الى
خط د ر خط ا ح على الترتيب فيكون خط د ح مساويا للخط د ح
ونقطه ح معلومه الوضع فنقطه ر ايضا معلومه الوضع
ونخرج ر ا على الترتيب اعني بذلك انه يخرج موازيا للخط المماس
الذي يمر على نقطه ح فخط ر ا معلوم الوضع فنقطه ا معلومه
ونقطه د معلومه فخط ا د معلوم الوضع ونركب ذلك هكذا

نخرج خطا موازيا لخط ب د يجوز على نقطة ج ونجعل د ح مساويا
لخط ز ح ونخرج

خط ز ا موازيا
للخط المماس
الذي يجوز على
نقطة ح ونصل
ا ح فبين انه
مماس للقطع وذلك ما اردنا ان نبين ه

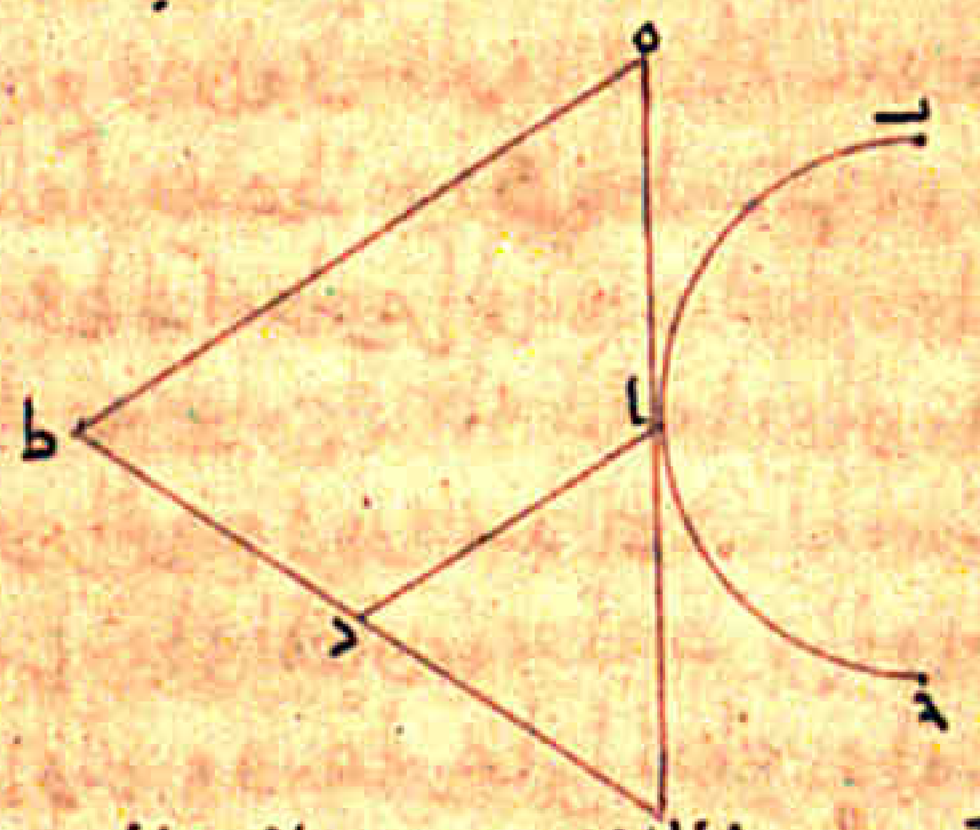
ولكن القطع زائدا ونخرج شبيه كما بين في الشكل ط
من هذه المقالة وهو ب ج د ومركزه ط والخطان اللذان لا يقعان
عليه خطا ط ه ط ز فالنقطة المفروضة اما ان تكون على خط
القطع واما على السهم واما داخلا من زاوية ه ط د واما
في الزاويتين اللتين تليانها واما على احد الخطين اللذين لا
يقعان على القطع المحيطين به واما فيما بين الخطوط التي تحيط
بالزاوية التي تقابل زاوية د ط ه فلتكن اولا على القطع مثل
نقطة ا ولنكن خط مماس عليه ا ح ونخرج عمود ا د وقطر
الشكل الذي يسمى المجانب ب د ولنخرج خط مماس عليه ه
ا ح ونخرج فيكون نسبة ح د الى د ب كنسبة ح ج الى ج ب
كما بين في الشكل لد من المقالة ا ولكن نسبة ح د الى د ب
معلومة لان كل واحد منهما معلوم فنسبة ح ج الى ج ب
ايضا معلومة و ب ج معلوم فنقطة ح معلومة ونقطة
ا معلومة فخط ا ح معلوم الوضع ونركب ذلك هكذا

نخرج من نقطة ا عمودا عليه ا د ولتكن نسبة د ح الى ح ب كنسبة
د ج الى ج ب ونصل ا ح فبين ان خط ا ح مماس القطع ولتكن ايضا
النقطة المفروضة على السهم وهي نقطة ح ونخرج ا ح مماسا
ونخرج ا د عمودا فيكون نسبة د ح الى ح ب كنسبة د ج الى ج ب
ولكن خط ب د مفروض فنقطة د معلومة وخط د ا عمود على
د ب فخط د ا معلوم الوضع والقطع معلوم الوضع فنقطة
ا معلومة ونقطة ح معلومة فخط ا ح معلوم الوضع ونركب
ذلك هكذا ليكن ما ذكرنا على حاله ونجعل نسبة د ج الى ج ب
كنسبة د ح الى ح ب ونخرج د ا عمودا على د ب ونصل ا ح فيبين
ان خط ا ح مماس

للقطع وانه
يخرج من نقطة ح
خط اخر مماس
للقطع الى
الناحية الاخرى
وليكن ما ذكرنا
على حاله ولتكن
النقطة المفروضة داخلا من زاوية ه ط ز على غير السهم وهي نقطة
ك ونريد ان نخرج من نقطة ك خطا مماسا للقطع فلنخرجه وهو خط
ك ا ونصل ك ط ونخرجه على استقامة ونجعل ط ل مساويا لخط ك ط
فيجمع ما تقدم ذكره يكون معلوما وخط ل م معلوم الوضع
ونخرج ا م على الترتيب على خط ل م فيكون نسبة ن ك الى ك ل كنسبة

م ر الى م ر ك ولكن نسبة ر ه الى ر ك معلومة ونقطة ا معلومة=
فنقطة م معلومة فنخرج م ا على الزاوية موازيا للخط المماس الذي
يجوز على نقطة ل فخط م ا معلوم الوضع وخط القطع معلوم
ونقطة ا معلومة ونقطة ك معلومة فخط ا ك معلوم وبرهان
ذلك هكذا لتكن ما ذكرنا على حاله ولتكن النقطة المعلومة
نقطة ك ونصل ك ط ونخرجه الى نقطة ر ونجعل ر ط مثل ط ك
ونجعل نسبة ر م الى م ك كنسبة ر ه الى ر ك ونخرج خطا=
موازيا للخط المماس للقطع الذي يجوز على نقطة ل عليه
م ا ونصل ك ا فخط ك ا مماس للقطع وتبين انه لا يخرج من نقطة
ك خط آخر مماس للقطع وذلك ما اردنا ان نبين
ونترك الاشياء على حالها ولتكن النقطة المعلومة على احد نب
الخطين اللذين لا يقعان على القطع المحيطين به وهي نقطة د ونريد
ان نخرج من نقطة د خطا مماسا للقطع فلنخرج خط د ا ه
ونخرج خط ا ر على نقطة ا موازيا لخط ه ط فيكون د ر مساويا
لخط ر ه لان خط د ا مساو لخط ا ه كما تبين في الشكل ح من
هذه المقالة ولكن خط ر ط معلوم فنقطة ر معلومة وعلى
نقطة د المعلومة نخرج خطا موازيا لخط ه ط المعلوم الوضع
الوضع عليه د ا فخط د ا معلوم الوضع والقطع معلوم فنقطة
ا معلومة ونقطة د معلومة فخط د ا معلوم وبرهان ذلك
هكذا فليكن القطع ا ب ج وخطا ه ط ط ر الخطان اللذان لا=
يقعان على القطع ولتكن النقطة المعلومة على احد الخطين=
المحيطين بالقطع اللذين لا يقعان عليه وهي نقطة د ونقطع ط ك=

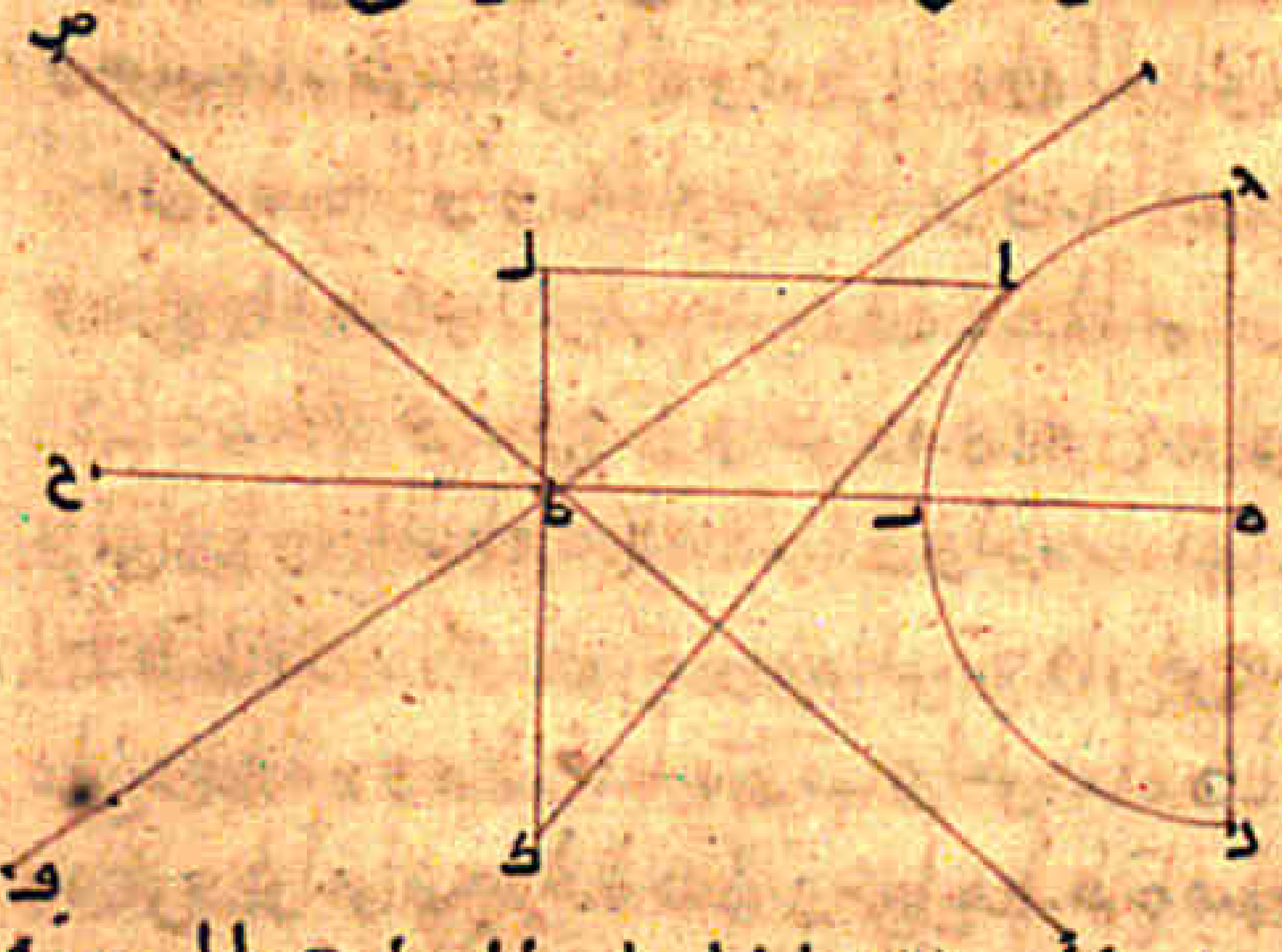
84

سهمين على نقطة د ونخرج خطا على نقطة د موازيا لخط ط ه



عليه د ا ونصل
د ا ه فلان خط
د ك مساو لخط
ك ط يكون خط
د ا مساويا لخط
ا ه فيكون خط
د ا مماسا للقطع
كما تبين في الشكل ط من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين
ونترك ما ذكرنا على حاله ولتكن النقطة المعلومة في الموضع نا
الذي يحيط به الزاوية التي تلي الزاوية المحيطة بالقطع
وهي نقطة ك ونريد ان نخرج من نقطة ك خطا مماسا للقطع فليكن
ذلك خط ك ا ونصل ك ط ونخرجه فيكون معلوم الوضع فان
نحن جعلنا على القطع نقطة عليها د واخرجنا منها خطا موازيا
لخط ك ط عليه د ح يكون معلوم الوضع فان نحن قسمناه بنصفين
على نقطة ه ووصلنا خط ه ط ب واخرجناه كان معلوم الوضع
وكان قطرا لمرافق الخط ك ط ونجعل خط ط ح مساويا لخط ك ط
ونخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ح ط يكون سطح ك ط في ط ل
مساويا لـ ط ب عليه ا ل من اجل ان ك ل ل ح قطران دو حادث=
وخط ك ا مماس وخط ا ل موازي لخط ح ط يكون سطح ك ط في
ط ل مساويا لربع السطح المضاف الى خط ح ط الذي عرضه
الضلع القائم كما تبين من الشكل لح من المقالة ا فسطح ك ط

وط ك معلوم وخط ك ط معلوم فخط ط ل معلوم القدر ومعلوم
الوضع ونقطة ط معلومة فنقطة ل معلومة ونخرج على نقطة
ل المعلومة خطا موازيا لخط ب ح المعلوم الوضع عليه
ل ا فخط ل ا معلوم الوضع والقطع معلوم الوضع فنقطة ا
معلومة الوضع ونقطة ك ايضا معلومة الوضع فخط ا ك
معلوم الوضع ونركب ذلك هكذا ليبق ما ذكرنا على حاله
ولتكن النقطة المعلومة نقطة ك في الموضع الذي ذكرنا ونصل
ك ط ونخرجه ونعلم على القطع نقطة عليها خ ونخرج خط
خ د موازيا لخط ك ط ويقطع خط ح ك على نقطة ه ونخرجه
على استقامة

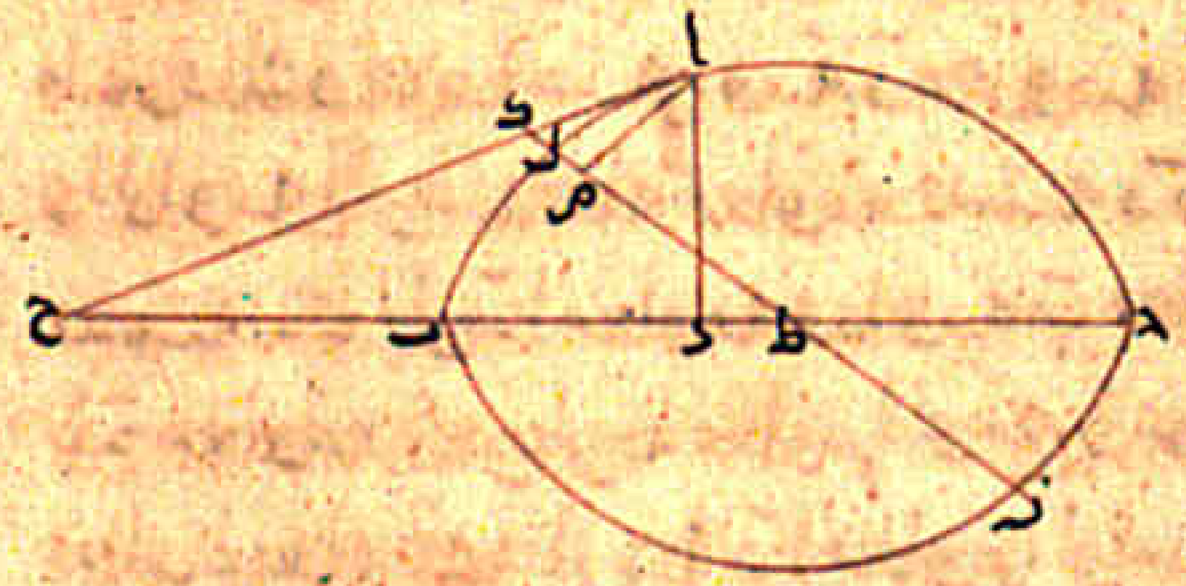


ونجعل خط ط ح
مساويا لخط
ب ط فخط
ب ح هو قطر
مجانب مزاوج
لخط ك ط ل
وليكن سطح
ك ط في ط ل مساويا لربع السطح المضاف الى خط ب ح الذي منه
الضلع القائم ونخرج من نقطة ك خطا موازيا لخط ب ح عليه
ل ا ونصل ك ا فـ ا ك يماس القطع من اجل ما قد تبين في الشكل لح من
المقالة ا فان كانت النقطة المفروضة فيما بين خطي ط ق ط ف فليس
يمكن ان نخرج منها خطا مماسا للقطع لان الخط الذي يقع على القطع

لا يماسه وذلك ان الخط المماس يقع على قطر ط ح كما تبين في الشكل
كح من المقالة ا ويقع على كل واحد من خطي ط ق ط ف فلا يمكن ذلك
من اجل ما قد تقدم بيانه في الصورة لا من المقالة ا وفي الصورة
د من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين

نه

ونثبت ما ذكرنا على حاله وليكن القطع القطع الناقص والنقطة
المعلومة على خط القطع وهي نقطة ا ونريد ان نخرج من نقطة ا
الى السهم ب د خط ا د على الترتيب فتكون نقطة د معلومة وتكون
نسبة ه د الى د ب كنسبة ه ح الى ح ب كما تبين في الشكل لو
من المقالة ا ولكن نسبة ه د الى د ب معلومة فنسبة ه ح الى ح ب
معلومة فنقطة ح
معلومة ونقطة ا
ايضا معلومة
فخط ا ح معلوم
الوضع ونركب
ذلك هكذا ان
نسهم السهم



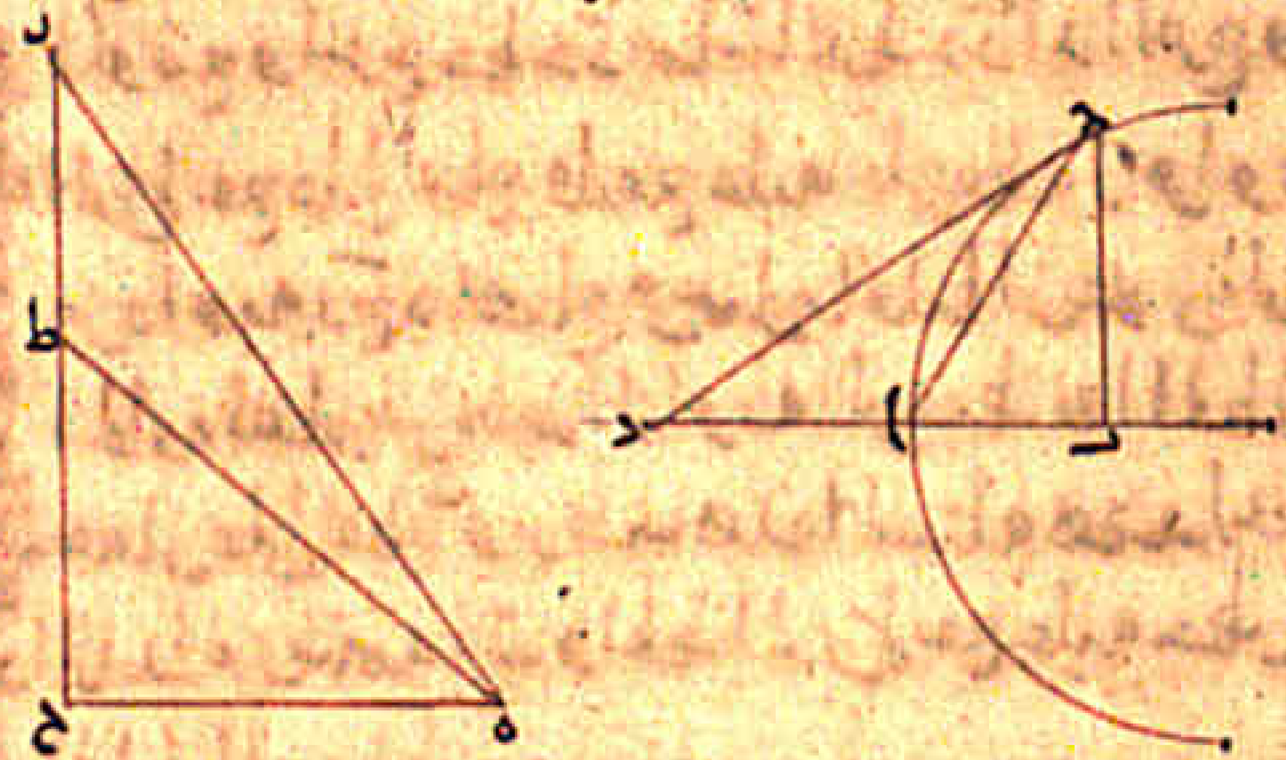
فهو ب د كما تبين في الشكل ن من هذه المقالة ونخرج عمود ا د
ولتكن نسبة ه ح الى ح ب كنسبة ه د الى د ب ونصل ا ح فان ا ح
يماس القطع كما تبين في الشكل لد من المقالة ا ولتكن ايضا النقطة
المعلومة نقطة ك ونريد ان نخرج منها خطا مماسا فلنخرجه وهو خط
ك ا ونخرج خط ك ط الى م ح ط ونعده الى نقطة ن فيكون معلوما
واذا لكن اخرجنا خط ا م على الترتيب كانت نسبة ن ك الى ك م كنسبة

خطا مماسا للقطع فنخرجه وليكن خط ا ح ونخرج من نقطة ا الى

ز م الى ز ل ولكن نسبة د ز الى ز ل معلومة فنسبة ز م الى ز ل
معلومة فنقطة م معلومة وقد خرج منها خط م ا على الترتيب ولنا
للخط المماس الذي يكون على نقطة ل فخط م ا معلوم الوضع ونقطة
ا معلومة ونقطة ك ايضا معلومة فخط ك ا معلوم الوضع وتركيب
ذلك يكون على مثل ما قد مضى بيانه وذلك ما اردنا ان نبين
نريد ان نبين كيف نخرج خطا مماسا لقطع صنوبري اي قطع كان نو
يحدث مع سهم ذلك القطع زاوية مساوية لزاوية حادة
مفروضة مما يلي القطع فليكن قطع صنوبري فنجعله اولا القطع
المكافي ونسميه ا ب ونريد ان نخرج خطا مماسا للقطع يحدث مع
السهم زاوية مساوية لزاوية حادة مفروضة مما يلي القطع
فليكن ذلك وهو خط ح د وزاوية د مفروضة ونخرج عمود ب ح
والزاوية التي عند نقطة د معلومة فنسبة د ب الى ب ح معلومة
فنسبة ب د الى ب ا معلومة وزاوية ب معلومة فتكون زاوية
ا د معلومة وهي على خط معلوم الوضع وهو خط ب ا ولذا
تعلمت نقطة ا وكان خط ح ا معلوم الوضع والقطع ايضا
معلوم الوضع تكون نقطة ح معلومة الوضع وخط ح د مماس
فخط ح د معلوم الوضع وتركيب المسئلة هكذا نجعل القطع
اولا المعلوم الوضع المكافي ونسميه ا ب والزاوية المفروضة
الحادة زاوية ه ز ح ونعلم نقطة على خط ه ز عليها ه فنخرج
عمود ه ح ونقطع خط ز ح بنصفين على نقطة ط ونصل ط ه ونقسم
زاوية ب ا د مساوية لزاوية ح ط ه ونخرج عمود ب د ونجعل
خط ب ا مساويا للخط ا د ونصل ح د فخط ح د مماس للقطع كما بين

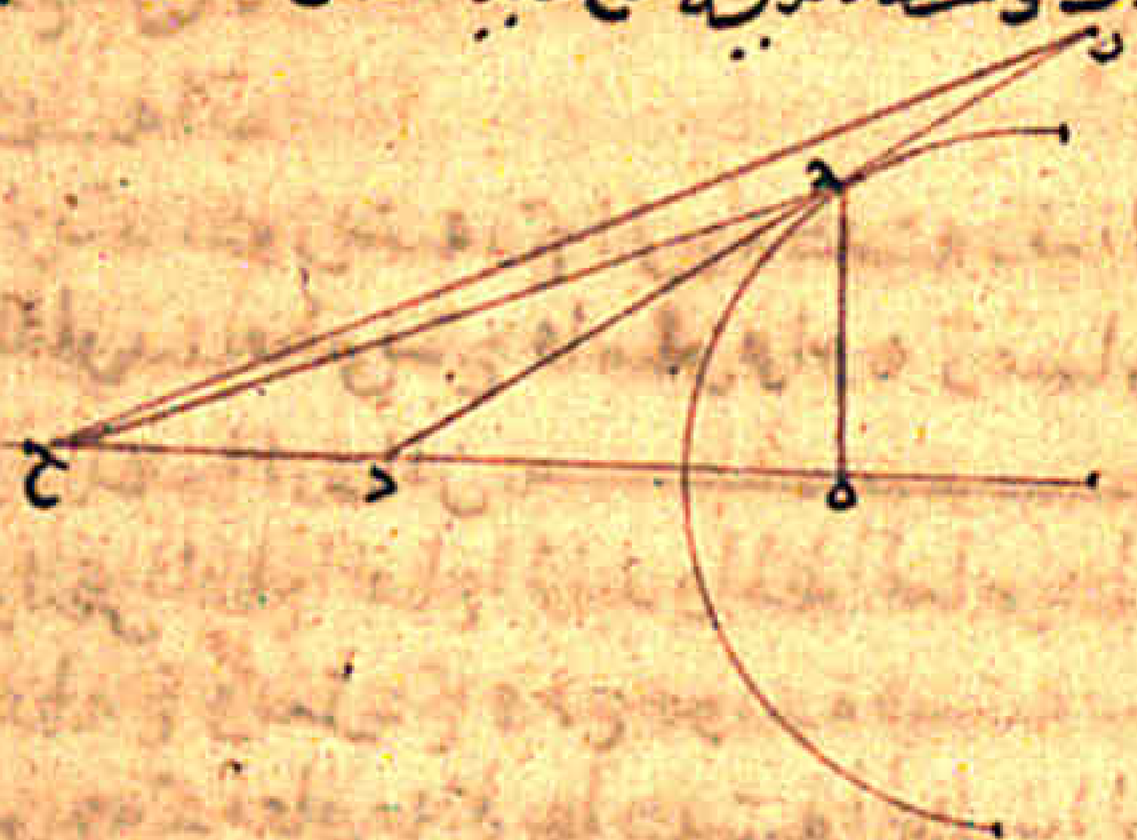
86 ٨٥

في الشكل الخمسين من المقالة ا واقول ان زاوية ح د ب مساوية لزاوية



ه ز ح فلان
نسبة ز ح
الى ح ط
كنسبة د ب
الى ب ا ونسبة
ط ح الى ح ه
كنسبة ا ب
الى ب د تكون نسبة ز ح الى ح ه كنسبة د ب الى ب د والزاويتان
اللتان عند نقطتي ب ح قائمتان فزاوية ز مساوية لزاوية د
وذلك ما اردنا ان نبين
ولتكن القطع القطع الزائد والخط المماس خط ح د ومركز القطع نز
نقطة ح ونصل د ح ونخرج عمود د ه فنسبة سطح ح ه في ه د الى
مربع ه د معلومة لانها كنسبة المجانب الى القائم كما بين في
الشكل ... من المقالة ا ونسبة مربع ح ه الى مربع ه د ايضا
معلومة لان كل واحدة من زاويتي د ه ه د معلومة فنسبة
سطح ح ه في ه د الى مربع ه د معلومة فيكون لذلك نسبة ح ه
الى ه د معلومة ونسبة د ه الى ه د معلومة ونسبة ح ه الى ه د
معلومة والزاوية التي عند نقطة ه معلومة فالزاوية التي عند
نقطة ح معلومة فالزاوية التي عند نقطة ح معلومة والزاوية
التي عند ... فخط ... معلوم الوضع وهو خط ح ه ونقطة معلومة
الوضع وهي نقطة ح خرج خط د ح على زاوية معلومة فيكون خط

د ح معلوم الوضع والقطع ايضا معلوم الوضع فنقطة د معلومة
الوضع ولنخرج خط د ك مماسا للقطع فهو اذا اخرج وقع على الخط
الذي لا يقع على القطع فليقع عليه على نقطة ز فزاوية ر د ه اعظم
من زاوية ر ح د فحينئذ قد عملنا ما قلنا ان تكون الزاوية المفروضة
الحادة اعظم من نصف الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان لا
يقعان على القطع ونركب هذه المسألة هكذا نجعل القطع القطع
الزائد الذي سهمه ا ب والخط الذي لا يقع عليه خط ح د والزاوية

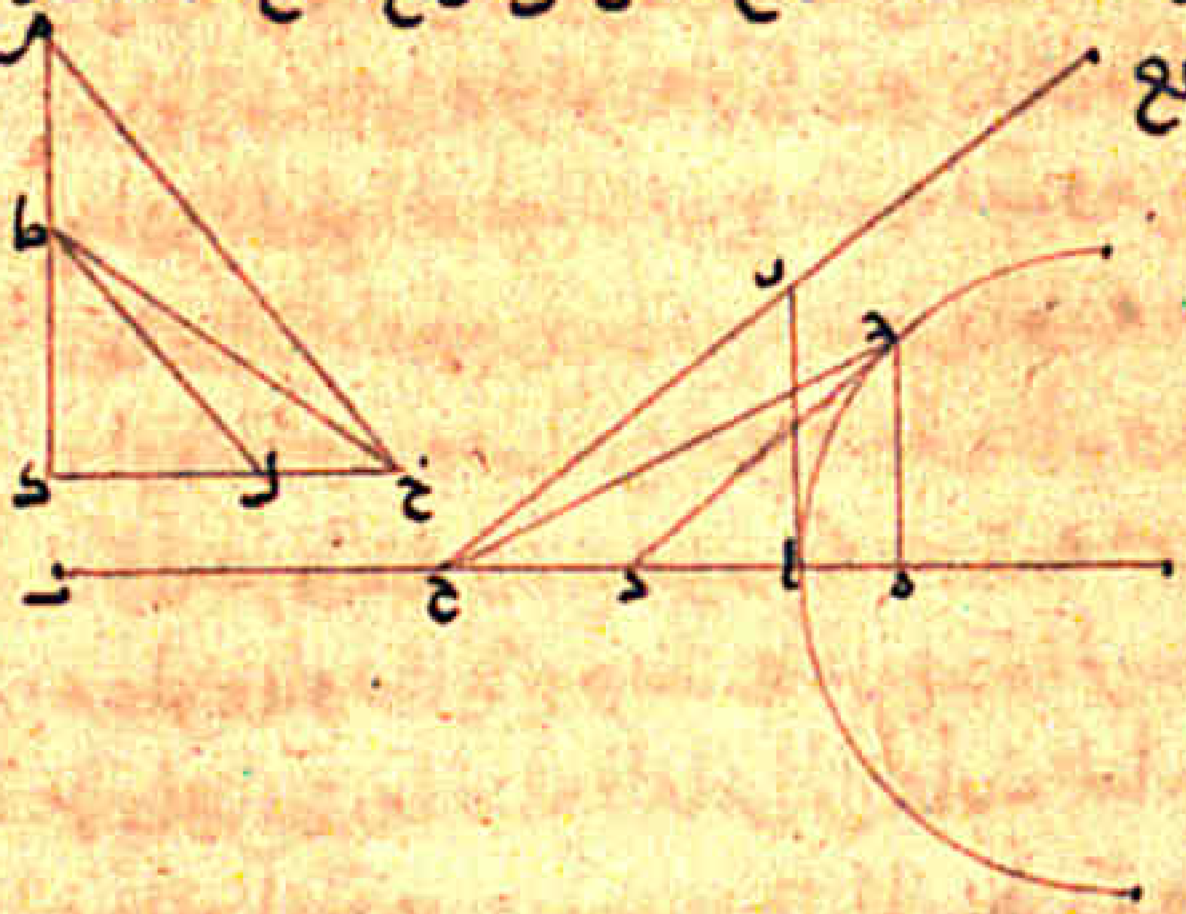


الحادة المفروضة
التي هي اعظم من
زاوية ا ح د زاوية
ك ط خ ولنجعل زاوية
ا ك ط مساوية
لزاوية ا ح ب
ونخرج من نقطة
ا عمودا على خط ا ب عليه ا ز ونعلم نقطة على خط خ ط وهي نقطة خ
ونخرج منها عمودا الى خط ط ك عليه خ ك فلان زاوية د ح ل مساوية لزاوية
ل ط ك والزاويتين اللتين عند نقطتي ا ك قائمتان تكون نسبة ح ل
الى ا ل كنسبة ط ك الى ك ل ولكن نسبة ط ك الى ك ل اعظم من نسبة
الى خ ك فنسبة ح ا الى ا ز اعظم من نسبة ط ك الى د خ ولذلك تكون
نسبة مربع ح ا الى مربع ا ز اعظم من نسبة مربع ط ك الى مربع د خ
ولكن نسبة مربع ح ا الى مربع ا ز كنسبة المجانب الى القائم كما
بين في الشكل ح من هذه المقالة فنسبة المجانب الى القائم اعظم

معلوم الوضع ونخرج الخط الذي لا يقع على القطع وهو خط

صح

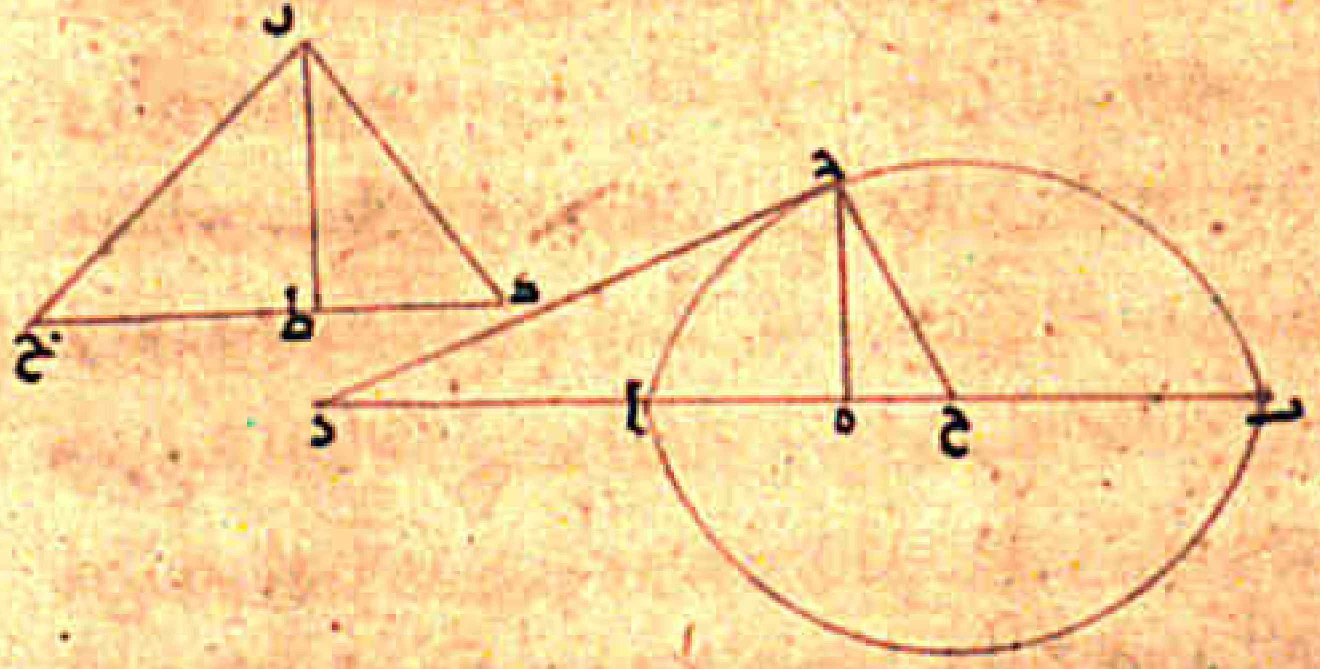
من نسبة مربع ط ك الى مربع د خ فان نحن جعلنا نسبة مربع ح ال
مربع ا ز كنسبة سطح ما الى مربع خ ك كان ذلك السطح اعظم من
مربع ط ك فليكن مساويا لسطح م ك في ك ط ونصل خ م فلان مربع
م ك اعظم من سطح م ك في ك ط فنسبة مربع م ك الى مربع د خ اعظم من
نسبة سطح م ك في ك ط الى مربع د خ التي هي مثل نسبة مربع ح ا
الى مربع ا ز فان نحن جعلنا نسبة مربع د م الى مربع د خ كنسبة



مربع ح ا الى مربع
خط اخر كان ذلك
المربع اعظم من
مربع ا ز ولذلك
فليكن ا ل مثل
ضلع ذلك المربع
فان الخط الذي
يخرج من نقطة
ح الى النقطة التي يفصل عليها بين المثلثات متشابهة ومن اجل
ذلك يكون زاوية د ح ل اعظم من زاوية خ م د ولكن زاوية ا ح د
مساوية لزاوية خ م د فخط ح د يقطع القطع كما بين في الشكل ب
من هذه المقالة فليقطعه على نقطة د ونخرج من نقطة د خطا مماسا
للقطع عليه د ه ونخرج عمود د ه فمثلث ح د ه شبيه بمثلث خ م ك
ونسبة مربع ح ه الى مربع ه د كنسبة مربع م ك الى مربع د خ ونسبة
المجانب الى القائم كنسبة سطح ح ه في ه د الى مربع ه د كما بين في الشكل
لز من المقالة ا فكنسبة سطح م ك في ك ط الى مربع د خ وعلى عكس

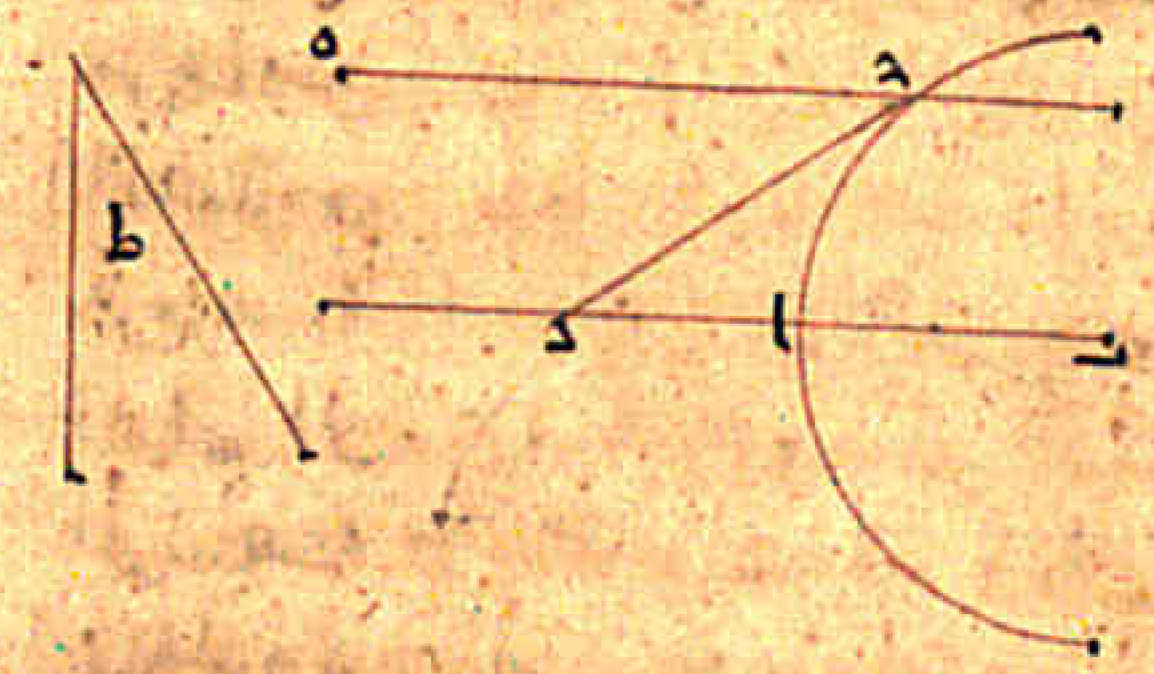
النسبة تكون نسبة مربع حه الى سطح حه في هك كنسبة مربع خك
الى سطح مك في كط وتكون نسبة مربع حه الى سطح حه في هد
كنسبة مربع مك الى سطح مك في كط فنسبة حه الى هد
كنسبة مربع مك الى سطح مك الى كط وكانت نسبة ده الى هح
كنسبة خك الى كم فتكون نسبة ده الى هد كنسبة خك الى
كط والزاويتان اللتان عند نقطتي ه ك قائمتان فالزاوية التي عند
نقطة د مساوية لزاوية خ ط ك وذلك ما اردنا ان نبيّنه
ولنكن القطع القطع الناقص وسهمه اب ومركزه ح ونريد ان نخرج نط
خطا مماسا للقطع يحدث مع السهم زاوية مساوية لزاوية
حادة مفروضة مما يلي القطع فليكن ذلك وهو خط حد وزاوية
ده ا مفروضة ونخرج عمود حه فنسبة مربع ده الى مربع هد
معلومة ونصل دح ونسبة مربع ده الى سطح ده في هح معلومة
لانها هي نسبة الضلع القائم الى المجانب كما تبين في الشكل الث
من المقالة ا فنسبة مربع ده الى سطح ده في هح معلومة
ونسبة ده الى هح معلومة ونسبة ده الى هد ونسبة حه
الى هح كل واحدة منهما معلومة والزاوية التي عند نقطة ه
قائمة فهي معلومة فزاوية هح معلومة وهي على خط معلوم الوضع
وعلى نقطة معلومة منه فنقطة د معلومة ومن نقطة د التي
هي معلومة نخرج خطا مماسا للقطع عليه حد فخط حد معلوم
الوضع وتركيب هذه المسالة هكذا نجعل القطع الناقص
الذي سهمه اب والزاوية الحادة المفروضة زاوية نخ ك
ونعلم على خط خ ك نقطة ن ونخرج عمود نط ونجعل نسبة مربع

نط الى سطح خط في طك كنسبة القائم الى المجانب ونصل ك ن
ومن مركز القطع نقطة ح نعمل زاوية عليها ح د مساوية
لزاوية خ ك ن ونخرج خطا مماسا للقطع عليه حد وعمود ده
فاقول ان حد هو الخط المماس الذي يحدث الزاوية التي اردنا
وان زاوية حده مساوية لزاوية نخ ط فلان نسبة حه
الى هد كنسبة كط الى نط ونسبة مربع حه الى مربع هد
كنسبة مربع كط الى مربع نط ونسبة مربع ده الى سطح
ده في هح كنسبة مربع نط الى سطح كط في طخ لان كل واحدة
منهما مثل
النسبتين
هي كنسبة
القائم الى
المجانب فنسبة
حه الى هد
كنسبة
كط الى طخ



ولكن نسبة حه الى ده كنسبة كط الى نط فنسبة ده الى هد
كنسبة خط الى نط فالاضلاع المحيطة بالزاويتين القائمتين
متناسبة فزاوية حده مساوية لزاوية نخ ط فخط حد هو
الخط الذي اردنا وذلك ما اردنا ان نبيّنه
نريد ان نخرج خطا مماسا للقطع مخروط معلوم اي قطع كان يحدث مع س
القطر المخرج على نقطة التماس زاوية حادة مساوية لزاوية

معروضة فليكن القطع المفروض اولا قطعا مكافئا سهمه اب والزاوية
المفروضة زاوية ط ونريد ان نخرج خطا مماسا للقطع يحدث زاوية
عند النهاية مع القطر الذي يخرج على موضع المماس مساوية
لزاوية ط فليكن ذلك ونخرج خط د ج مماسا للقطع يحدث مع
النهاية والقطر الذي يخرج على موضع المماس وعليه ه ج
زاوية مساوية لزاوية ط وهي زاوية ه ج د ولنقع د على
السهم على نقطة د فلان خط اد موازي لخط ه ج يكون زاوية
ا د ج مساوية



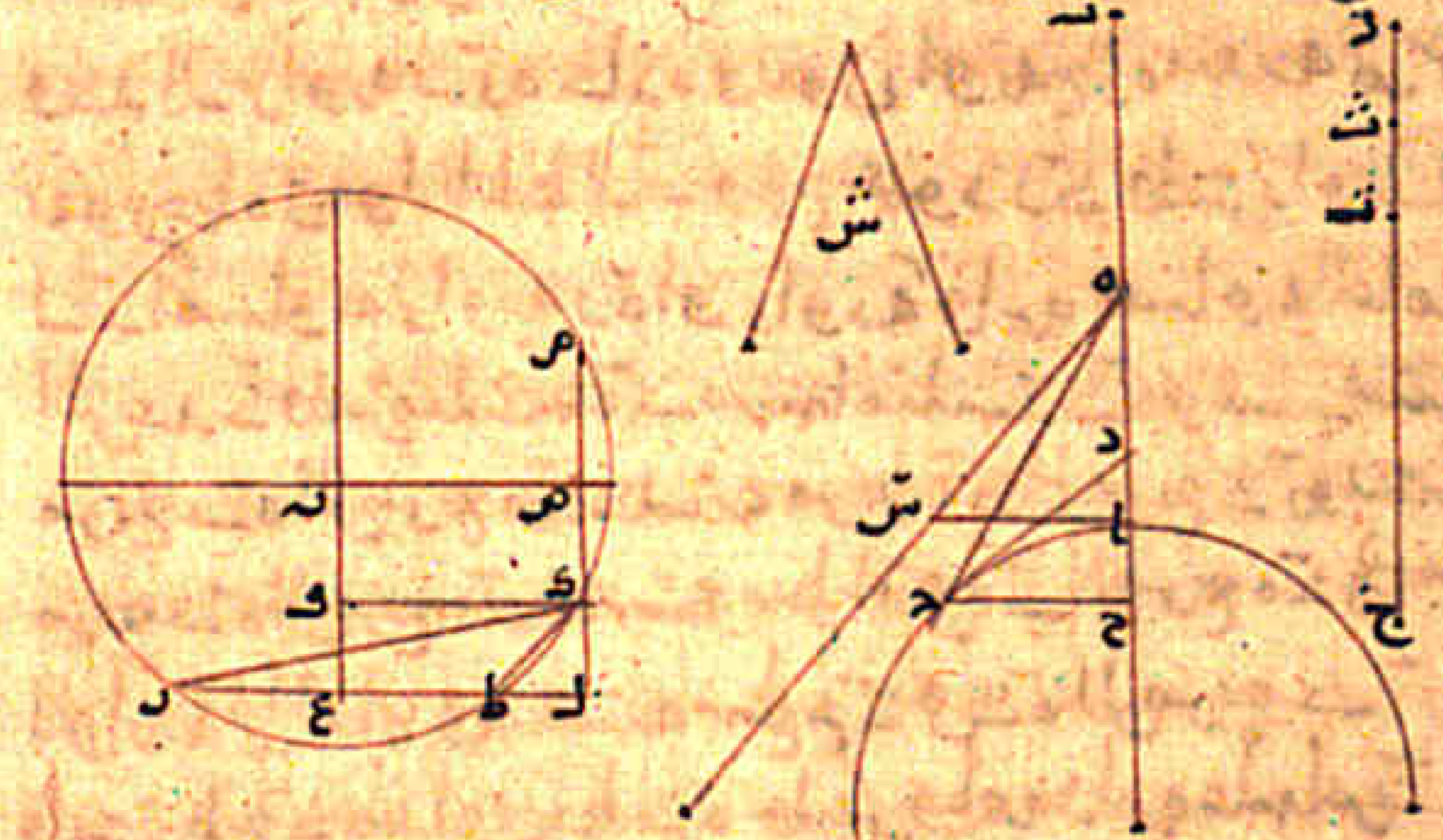
لزاوية ه ج د
وزاوية ه ج د
مساوية
لزاوية ط
وتخرج زاوية
ا د ج مساوية
لزاوية ط فهي معلومة ونركب ذلك هكذا فليكن القطع
المكافي هو الذي سهمه اب والزاوية المفروضة زاوية ط
ونخرج خطا مماسا للقطع عليه ج د يحدث مع النهاية والسهم
زاوية ا د ج وتكون مساوية لزاوية ط ونخرج من نقطة
ج خطا موازيا لخط اب عليه ه ج فلان زاوية ط مساوية
لزاوية ا د ج وزاوية ا د ج مساوية لزاوية ه ج د تكون
زاوية ط مساوية لزاوية ه ج د وذلك ما اردنا ان نبين
ولیكن القطع القطع الزايد وسهمه اب ومركزه نقطة ه والخط سا

الذي لا يقع على القطع خط ه س والزاوية الحادة المفروضة
زاوية س والخط المماس خط د ج ونصل ج ه الذي يحيط مع
خط د ج بزاوية س ونخرج عمود ج ح فنسبة المجانب للسهم
الى القائم معلومة فلذلك تكون نسبة سطح ه ح في ح د الى مربع
ح ج معلومة لانها كنسبة المجانب الى القائم فليكن خط معلوم
عليه ز ط ونرسم عليه قطعة من دائرة تقبل زاوية مساوية
لزاوية س ويكون اعظم من نصف دائرة ونخرج من نقطة من تلك
القطعة عمودا عليه ك ل حتى تكون نسبة سطح ز ل في ل ط
الى مربع ل ك كنسبة المجانب الى القائم وهذا القطع الزايد
ونصل ز ك ك ط فلان نسبة المجانب الى القائم وهذا القطع
الزايد كنسبة سطح ه ح في ح د الى مربع ح ج وكنسبة سطح ز ل
في ل ط الى مربع ل ك يكون مثلث د ز ل شبيها بمثلث ه ح ج
ومثلث ز ك ط شبيها بمثلث ه ج د ونركب ذلك هكذا نجعل
القطع الزايد قطع ا د وسهمه اب ومركزه نقطة ه والزاوية
المفروضة الحادة زاوية س ونكون نسبة خ د الى خ ك كنسبة
المجانب الى القائم ونقطع خط د ت بنصفين على نقطة ن ولنكن
خط ز ط معلوما ونرسم عليه قطعة دائرة اكبر من نصف دائرة
تقبل زاوية س وهي قطعة ز ك ط ونكون مركز الدائرة نقطة
ن ونخرج عمودا من نقطة ن الى خط ز ط عليه ن ع ونقسم خط
ن ع على نسبة ن ت الى ت خ على نقطة ف ونخرج من نقطة
ف خطا موازيا لخط ز ط عليه ف ك ونخرج من نقطة ك عمود
ك ل على خط ز ط اذا اخرج على استقامة ونصل ز ك ك ط ونخرج

[illegible] زاوية مساوية
لزاوية س [illegible]
[illegible] حادة

خط ك على استقامة الى نقطة م ونخرج من نقطة ر عمودا نقع
عليه ر ص فيكون موازيا لخط ر ط ومن اجل ذلك تكون نسبة ن ف و هو
الى ف ع التي هي مثل نسبة ن ت الى ت خ كنسبة ص ك الى ك ل ونسبة
المقدمات كنسبة اضعافها نسبة د ن الى ن خ كنسبة م ك الى ك ك
واذا ركبنا كانت نسبة ذ خ الى خ ن كنسبة م ل الى ل ك ولكن
نسبة م ل الى ل ك كنسبة سطح م ل في ل ك الى مربع ل ك فنسبة
ذ خ الى خ ن كنسبة م ل في ل ك الى مربع ل ك التي هي مثل نسبة
سطح ر ل في ل ط الى مربع ل ك ولكن نسبة ذ خ الى خ ن كنسبة
المجانب الى القائم ونخرج من نقطة ا من القطر عمودا على ا ب فنسبة
سطح ر ل في ل ط الى مربع ل ك كنسبة المجانب الى القائم ونخرج
من نقطة ا من القطر عمودا على ا ب عليه ا ش فلان نسبة مربع
ه ا الى مربع ا ش كنسبة المجانب الى القائم كما بين في الشكل
ح من هذه المقالة ونسبة المجانب الى القائم كنسبة سطح ر ك
في ك ط الى مربع ل ك ونسبة مربع ر ل الى مربع ل ك اعظم من
نسبة سطح ر ل في ل ط الى مربع ل ك فنسبة مربع ر ل الى مربع
ل ك اعظم من نسبة مربع ه ا الى مربع ا ش والزاويتان اللتان عند
نقطتي ا ل قائمتان فزاوية ر اصغر من زاوية ه فليكن زاوية
مساوية لزاوية ل ر ك وهي زاوية ا ه د فمن اجل ان خط ه د يقع
على القطع كما بين في الشكل ت من هذه المقالة فليقع على نقطة
د ونخرج من نقطة د خطا مماسا للقطع عليه د د وعمود د ا
عليه د ح فيكون نسبة سطح ه ح في ح د الى مربع ح د كنسبة
المجانب الى القائم ونسبة سطح ر ك في ك ط الى مربع ل ك كنسبة

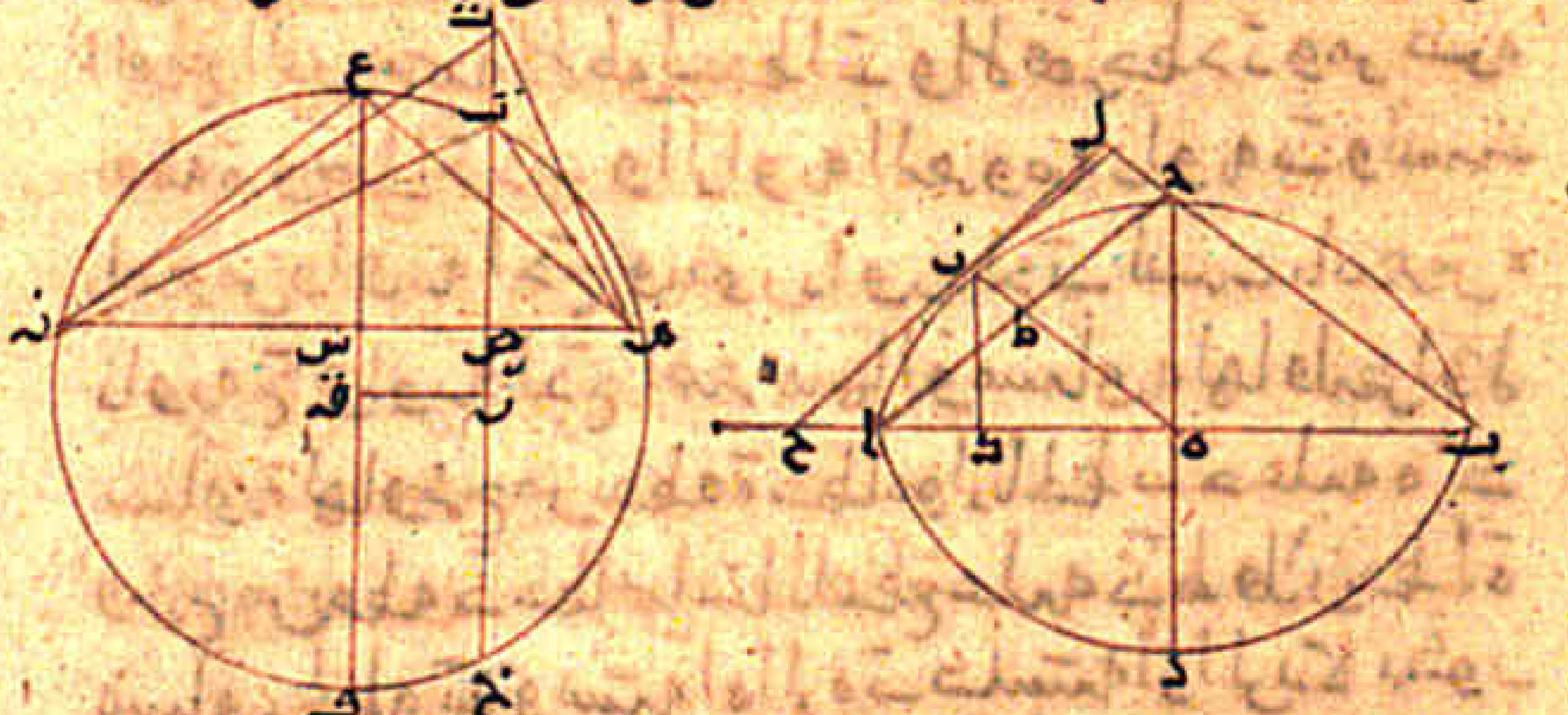
سطح ه ح في ح د الى مربع ح د فمثلث ك ر ل شبيه بمثلث ه ح د
ومثلث ك ط ل شبيه بمثلث ح د د ومثلث ك ر ط شبيه بمثلث
ح ه د وزاوية ه د د مساوية لزاوية ر ك ط التي هي مثل زاوية
س فان كان المجانب مثل القائم كان خط ك ل مماسا للدائرة
على طرف قطر من ر و ذلك ما اردنا ان نبين



كل قطع ناقص يماسه خط فان الزاوية التي يحيط بها الخط المماس له
والقطر الذي يخرج الى موضع المماس ليست باصغر من الزاوية التي
تلي الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان يميلان من طرفي السهم
الاطول وطرف السهم الاقصر فليكن قطع ناقص سهماه خطا ا ب
ح د ومركزه نقطة ه والطول السهمين ا ب وليكن خط ر ح مماسا
للقطع ونصل ا ح د ب ونخرج خط ب د الى نقطة ل فاقول ان
زاوية ل ر ه ليست باصغر من زاوية ل د ا لان خط ر ه اما
ان يكون موازيا لخط ل ب واما غير مواز له فليكن اولا موازيا
له وخط ا ه مساو لخط ه ب فخط ا ط مساو لخط ط د وخط

ده قطر وا لخط المماس الذي يجوز على نقطة د موازي لخط اد كما
تبين في الشكل ق من هذه المقالة وخط ده موازي لخط ا ب
فسطح د ط ح ا موازي الاضلاع ومن اجل ذلك تكون زاوية
ا د ط مساوية لزاوية ا ح ه ولان د ط اعظم من خط ا ه
اعظم من ه د تكون زاوية ا ح ب منفرجة وزاوية ا د ا حادة
وكذلك زاوية ا ده حادة وتكون زاوية ح ده منفرجة ثم لا
تكون خط ده موازيا لخط ا ب ونخرج عمود د ك فليس زاوية
ا د ا مساوية لزاوية ده او زاوية قائمة مساوية للقائمة
التي عند ك فليس مثلث ح ه ب شبيها بمثلث ر ك ه وليست نسبة
مربع ب ه الى مربع ه د كنسبة مربع ه ك الى مربع ك د ونسبة
مربع ب ه الى مربع ه د كنسبة سطح ا ه في ه ب الى مربع ه د ونسبة
المجانب الى القائم وكنسبة سطح ح ك في ك ه الى مربع ك د
فليس خط ح د مساويا لخط د ه ولنكن قطعة دائرة عليها م ث ن
تقبل زاوية مساوية لزاوية ا د ب وزاوية ا د ب منفرجة
فتكون القطعة اصغر من نصف دائرة ونجعل نسبة ح ك الى ك ه
كنسبة ن ص الى ص م ونخرج عمودا من نقطة ص عليه ص خ وننفذه
الى ث ونصل ث ن ث م ونقطع خطا م ن بنصفين على نقطة س
ونخرج س ع ف قائما على ن م على زوايا قائمة فتبين انه قطر
ولتكن المركز نقطة ف ونخرج منها عمودا عليه ف ق ونصل ع ن
ع م فلان زاوية م ع ن مساوية لزاوية ا د ب وقطع كل واحد
من خطي ا ب م ن بنصفين على نقطتي ه س والزاويتان اللتان عند نقطتي
ه س قائمتان تكون مثلث ع ن س شبيها بمثلث ب ه د ونسبة

مربع ش ن الى مربع ش ع كنسبة مربع ب ه الى مربع ه د ولان
خط س ع مساوي لخط ر ص وخط ف ع اطول من خط ر ث تكون
نسبة خط ف ع الى خط ف ش اعظم من نسبة ث ر الى ر ص واذا
قلبنا النسبة كانت نسبة ف ع الى ع ش اصغر من نسبة ر ث الى ث ص
ونسبة المقدمات كنسبة اضعافها فنسبة ف ع الى ع ش اصغر
من نسبة خ ث الى ث ص ولكن نسبة ف ش الى ش ع كنسبة مربع ش ن
الى مربع ش ع ونسبة مربع ب ه الى مربع ه د كنسبة المجانب الى
الى القائم كما تبين في الشكل كا من المقالة ا وكنسبة سطح
ح ك في ك ه الى مربع ك د فنسبة سطح ح ك في ك ه الى مربع ك د اصغر



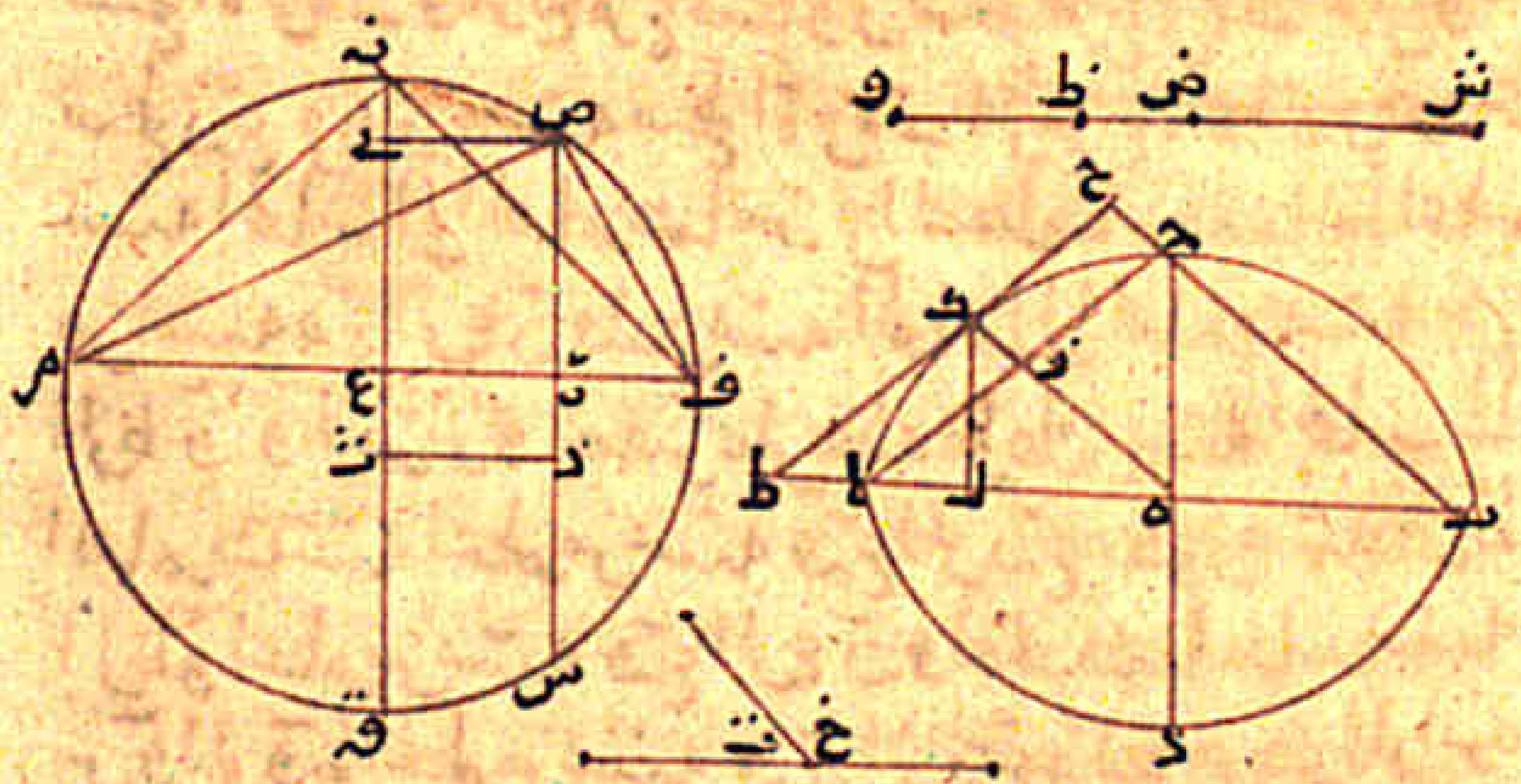
من نسبة خ ص الى ص ث التي هي مثل نسبة سطح ن ص في ص م الى مربع
ص ث فان نحن جعلنا نسبة سطح ح ك في ك ه الى مربع ك د كنسبة
سطح م ص في ص ن الى مربع اخر فانه يكون اعظم من مربع ص ث
فليكن ذلك مربع ص ت فلان نسبة سطح ح ك في ك ه كنسبة ن ص
الى ص م وخطا ك د ص ت عمودان ونسبة سطح ح ك في ك ه الى مربع
ك د كنسبة م ص في ص ن الى مربع ص ت تكون من اجل ذلك الزاوية

واذا فصلنا كانت نسبة ف ش الى ش ع اصغر من نسبة خ ص الى ص ث ولكن

حـ ح ه مساوية لزاوية م ح ن وزاوية م ح ن التي هي مثل زاوية
ا د ب اعظم من زاوية ح ح ه فالزاوية التي يوترها زاوية ل ح ط
اعظم من زاوية ل ح ط التي يوترها الاخرى فزاوية ل ح ط ليست
باصغر من زاوية ل ح ط وذلك ما اردنا ان نبين ٥
لنخرج خطا مماسا للقطع الناقص يحدث زاوية حادة مع
الغاية والقطر الذي يخرج على موضع التماس مساوية لزاوية
مفروضة وينبغي ان تكون الزاوية المفروضة الحادة اصغر من
الزاوية التي يوترها الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان يخرجان
من طرفي السهم الاطول الى طرف السهم الاقصر فليكن القطع الناقص
القطع الذي سهمه الاطول خط ا ب والاقصر خط حـ د ومركزه
نقطة ه ونصل ا د د ب والزاوية المفروضة زاوية ن ولست
باصغر من زاوية ا د ح ويكون زاوية ا د ب ليست باصغر من
زاوية ح وزاوية ا د ح اصغر منها او مساوية لها فلتكن اولا
مساوية لها ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ب د عليه ه ك
ونخرج من نقطة ك خطا مماسا للقطع عليه ك ط ولان خط ا ه
مساوي لخط ه ب ونسبة ا ه الى ه ب كنسبة ا د الى د د يكون
خط ا د مساويا لخط ب د ونسبة ا ه الى ه ب وخط ك ه فالخط
ط ك ح مماس القطع على نقطة ك فهو موازي لخط ا د او خط ه ك موازي
لخط د ب فسطح ك ه ح موازي الاضلاع ومن اجل ذلك يكون زاوية
ح ك ه مساوية لزاوية ح د ه وزاوية ح د ه مساوية للزاوية
المفروضة التي هي زاوية ن وزاوية خ ك ه مساوية لزاوية ن
ولتكن زاوية ن اعظم من زاوية ا د ح ويكون زاوية ن اصغر

من زاوية ا د ب فليكن دائرة ويقطع منها قطعة م ق يقبل زاوية
مساوية لزاوية ح ويقطع خط م ق بنصفين على نقطة ع ونخرج
من نقطة ع عمودا على م ق عليه ع ن ق ونصل م ن ق وزاوية
م ن ق اصغر من زاوية ا د ب ولتكن زاوية م ن ع مثل نصف زاوية
م ن ق وزاوية ا د ه مثل نصف زاوية ا د ب وزاوية م ن ع اعظم
من زاوية ا د ه والقوسان اللتان عند نقطتي ه ع قائمتان فنسبة
ا ه الى ه د اعظم من نسبة ع م الى ع ن ونسبة مربع ا ه الى مربع
ه د اعظم من نسبة مربع م ع الى مربع ن ع ولكن مربع ا ه مساوي
لسطح ا ه في ه ب ومربع م ع مساوي لسطح م ع في ع ق الذي هو مثل
سطح ن ع في ع ق فنسبة سطح ا ه في ه ب الى مربع ه د الذي هو مثل
نسبة المجانب الى القائم كما بين في الشكل كا من المقالة ا اعظم
من نسبة ق ع الى ع ن فلتكن نسبة المجانب الى القائم كنسبة ن ظ
الى ظ ق ونقسم ن ق بنصفين على نقطة ض ولان نسبة المجانب الى
القائم كنسبة ن ظ الى ظ ق تكون نسبة ق ع الى ن ع اعظم من نسبة ن ظ
الى ظ ق اعظم من نسبة ق ع الى ع ن ولذلك كما كانت نسبة
ن ق الى ق ظ اعظم من نسبة ق ن الى ن ع ولكن مركز الدائرة
نقطة ت فيكون نسبة ض ق الى ق ظ اعظم من نسبة ت ن الى ن ع
واذا فصلنا كانت نسبة ظ ض الى ظ ق اعظم من نسبة ت ع الى ع ن
ولتكن نسبة ظ ض الى ظ ق كنسبة ت ع الى اصغر من ع ن فهو مثل
ن ع ونخرج ع ص و ت د موازيين لخط ق م وص ش لخط ن ق فيكون
نسبة ظ ض الى ظ ق كنسبة ت ع الى ع ي وكنسبة ذ د الى د ص
واذا كما كانت نسبة ض ق الى ق ظ كنسبة ذ ص الى ص د ونسبة

المعدمات كنسبه اصعافها فنسبه ش و الى و ظ كنسبه س ص
الى ص د واذا فصلنا كانت نسبه ش ظ الى ظ و التي هي مثل نسبه
المجانب الى القايم كنسبه س د الى د ص ونصل م ص ق وتقسم على
خط ا ه ونقطه ه زاويه ا ه ك مساويه لزاويه م ق ص ونخرج
على نقطه ك خطا مماسا للقطع عليه ك ط ونخرج ك ل على الترتيب فلان
زاويه م ق ص مساويه لزاويه ا ه ك والزاويه التي عند نقطه د
قايمه مساويه للزاويه القايمه التي عند نقطه ل تكون مثلث
ص د ق مساوي الزوايا لمثلث ك ه ل وتكون نسبه المجانب سطح ك و ك ل الرمع كـ ل كنسبة المحاسب الى القائم ونسبة ع المحاسب



الى القايم كنسبه س د الى د ص التي هي مثل نسبه سطح س د في د ص
الى مربع ص د التي هي مثل نسبه سطح م د في د ق الى مربع د ص فمثلث
ك ل ه شبيه بمثلث د ص ق ومثلث ك ط ه شبيه بمثلث م ص ق
ومن اجل ذلك تكون زاويه م ص ق مساويه لزاويه ط ك ه ولكن
زاويه م ص ق مساويه لزاويه م ن ق التي هي مثل زاويه
خ فزاويه ط ك ه مساويه لزاويه خ والزاويه التي يليها

زاويه ح ك ه مساويه للزاويه التي يليها التي هي مثل زاويه
ت فقد اخرج خط مماس القطع عليه ح ط يحدث مع القطر الذي
خرج على موضع المماس الذي هو خط ك ه زاويه ح ك ه مساويه
للزاويه المفروضه التي هي زاويه ت وذلك ما اردنا ان نبين

تمت المقاله الثانيه من كتاب ابلونيوس في المخروطات والحمد لله =
وصلواته على خيرته من خلقه محمد واله وسلامه

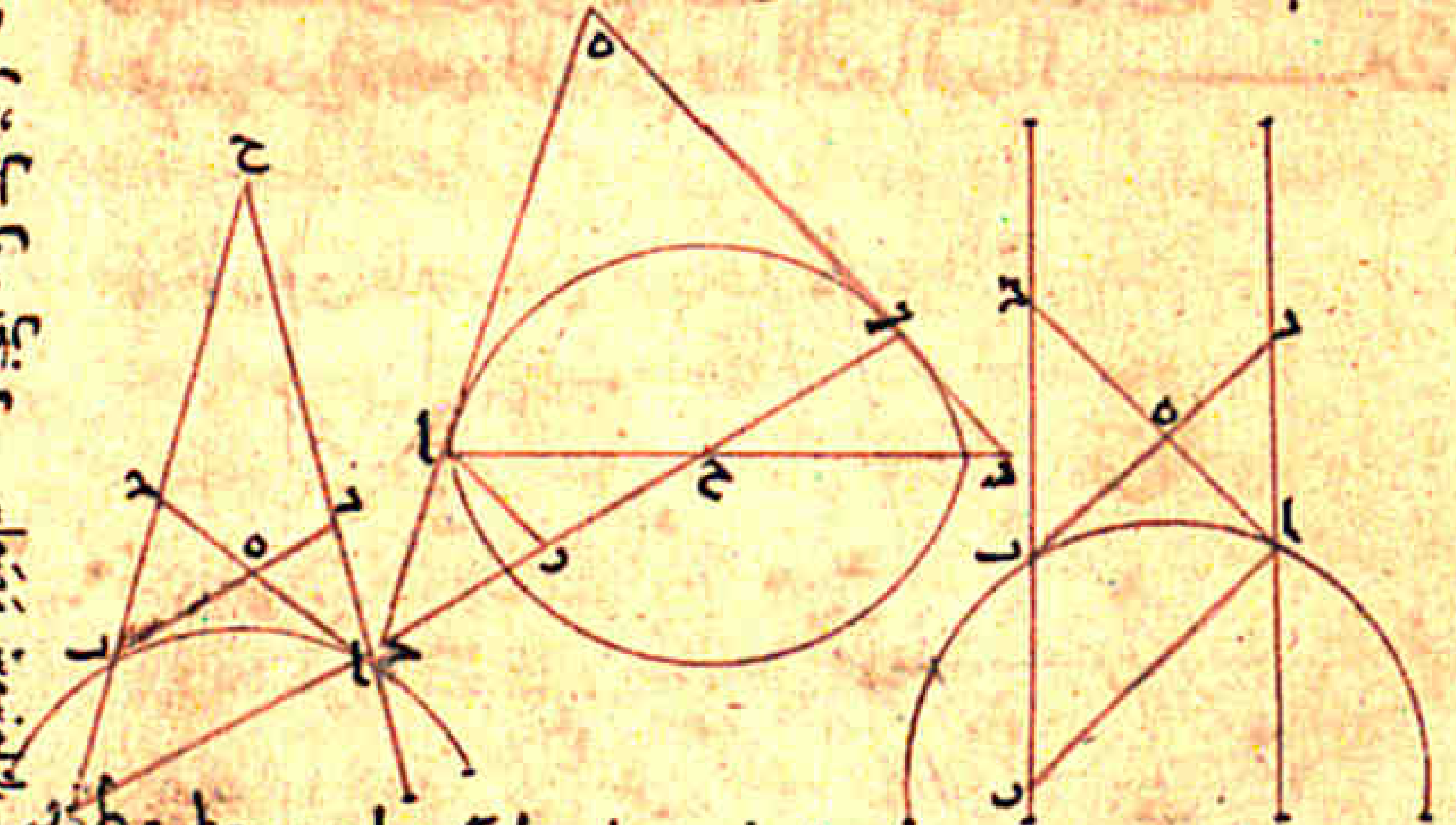
بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة الثالثة من كتاب

ابلونيوس في المخروطات

ا إذا خط مماسان قطع مخروط أو دائرة وخرج من كل واحد من نقطتي
التماس قطر للقطع ينتهي إلى الخط الآخر المماس فإن المثلثين اللذين
قاعدتاهما القطران المخرجان ورأساهما ملتقى الخطين المماسين
متساويان. فليكن قطع مخروط أو محيط دائرة عليه اب وليخرج
خطان مماسان لقطع اب عليهما اح د ب يلتقيان على نقطة ه وليخرج
من نقطتي اب قطران للقطع عليهما اح ب د ا يلقيان الخطوط المماسة
على نقطتي ح د فأقول إن مثلث اد ه مساو لمثلث ب ه ح فليخرج
خط ار موازيا لخط ب د فقد تبين على الترتيب في الشكل مى
من المقالة ا فيكون في القطع المكافي سطح ا ب ك د المتوازي الأضلاع
مساويا لمثلث اد ك وخط ر ب مثل خط ب د مماس وفي الشكل
له من المقالة ا ويلقي سطح اه ب د المشترك فيبقى مثلث اد ه
مساويا لمثلث د ه ب وأما في القطوع الباقية فليكن التقاء
الأقطار على نقطة ح المركز فلأن خط ار على الترتيب وخط
اد مماس يكون سطح رح في دح مساويا لمربع اح مماس في
الشكل لز من المقالة ا ويكون نسبة دح إلى حب كنسبة ح
إلى حد فنسبة دح إلى حد كنسبة مربع دح إلى مربع ح ب ولكن

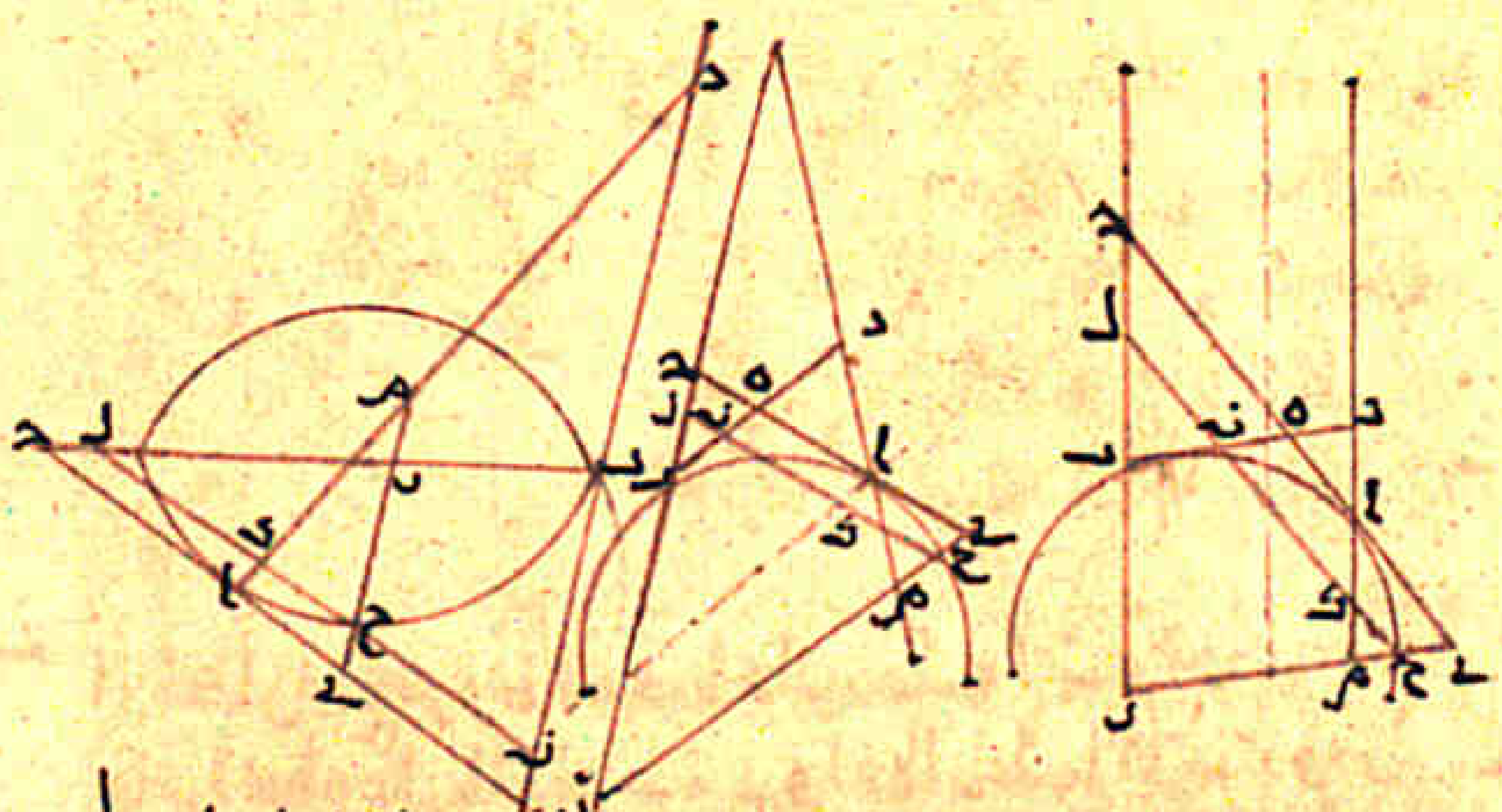
نسبة مربع دح إلى مربع ح ب كنسبة مثلث اح د إلى مثلث
دح ب ونسبة دح إلى ح د كنسبة مثلث اح د إلى مثلث اح د فنسبة
مثلث اح د إلى مثلث اح د كنسبة مثلث اح د إلى مثلث دح ب فمثلث
اح د مساو لمثلث دح ب فنطرح في القطع الزائد سطح دح ح ه
المشترك فيبقى مثلث اه د مساويا لمثلث ح ه ب ونزيد في القطع
الناقص سطح د ح ده مشتركا فيصير مثلث اه د مثل مثلث
ده ب وذلك ما أردنا أن نبين



ب إذا كان قطع مخروط أو محيط دائرة عليه اب وأخرج خطوط ر
تماس القطع عليها اه ح ه د وأقطار عليها اد ب ح وتعلمت
نقطة على القطع عليها ح وأخرجت منها خطوط موازية للخطوط
المماسة عليها ح ك ل ح م ر د فأني أقول أن مثلث ا ي م مساو
لسطح د ل ح ي ذي الأربعة الأضلاع فلأنه قد تبين في الشكل
مح من المقالة ا أن مثلث ح ك م مساو لسطح ال الذي الأربعة
الأضلاع في القطع الزائد والناقص وأما في القطع المكافي فقد

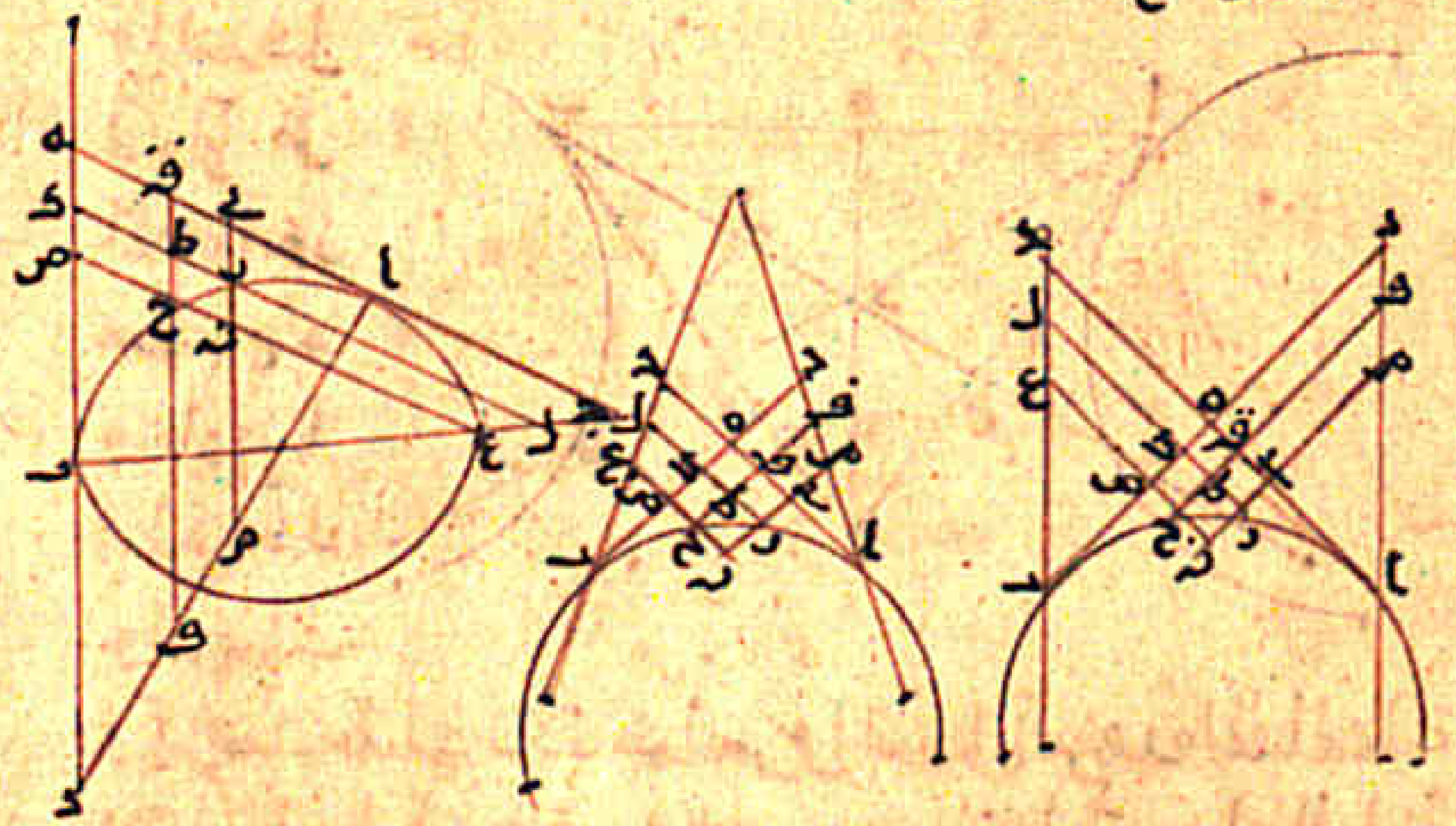
[illegible]

بين في الشكل مب من المقالة آ ان مثلث ل ر ح مساوي لسطح د ن فلنلق
المشترك وهو مخمس ك م ر ب ر يبقى مثلثا ك م ح ب ل ر ن مثل
مثلث ك ر د فيجعل سطح ه ل مشتركا فيكون مثلثا ك م ح ه د ب
مثل مثلث ك د ر مع سطح ه ل ولكن مثلث ه ح ب مثل مثلث ا ه د
كما بين في الشكل آ من هذه المقالة فيصير مثلث م ك ح مثل سطح
ا ل فان نحن زدنا سطح ك ذا الاربعة الاضلاع او نقصناه كما قد
يعرض احيانا اذا تغير موضع نقطة ح كان مثلث ا ي م مساويا
لسطح د ح ذي الاربعة الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين ه



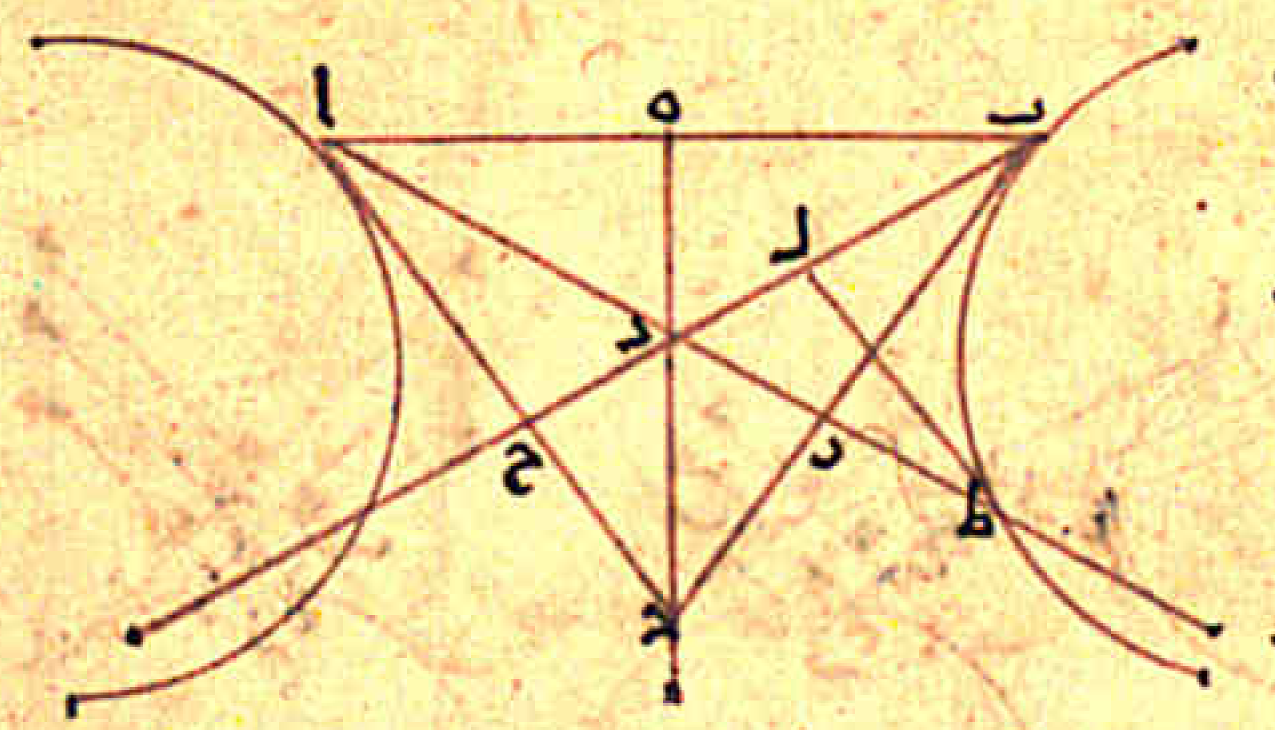
د واذا كان ما ذكرنا على حاله الا ان نحن تعلمنا نقطتين على القطع او على
محيط الدائرة واخرجنا منهما خطوطا موازية للخطوط المماسة
الى ان ينتهي الى الاقطار كما فعلنا في الشكل الذي قبل هذا فان
السطوح ذوات الاربعة الاضلاع التي تكون من الخطوط المخرجة
من الاقطار متساوية فليكن القطع والخطوط المماسة والاقطار

على مثل ما ذكرنا ونعلم على القطع نقطتين كيف ما كانتا عليهما
ر ح ونخرج على نقطة ح خطين موازيين للمماسين عليهما ر ط ك ل د ر ك م
وعلى نقطة ح ا خطين عليهما ح م ع ر ن ح ط ف ق فاقول ان سطح
ل ح ذا الاربعة الاضلاع مساوي لسطح م ط ذي الاربعة الاضلاع
وسطح ل ن ذا الاربعة الاضلاع مساوي لسطح ف ر ذي الاربعة
الاضلاع فلانه قد تبين ان مثلث ف ق ا مساوي لسطح ح ح د ي
الاربعة الاضلاع في الشكل الذي قبل هذا وان مثلث ا م ي مساوي
مساوي لسطح ح ر ذي الاربعة الاضلاع ومثلث ا و ق اعظم من مثلث



ا م ي بسطح ف م ذي الاربعة الاضلاع فسطح د ح اعظم من سطح د ر بسطح
م ق فسطح ح د مساوي لسطحي د ر و م اللذين هما مثل سطحي ح ط ف د
ونطرح سطح ح ط مشتركا فيبقى سطح ل ح مساويا لسطح ط م ويكون
سطح ل ر مساويا لسطح ف ر وذلك ما اردنا ان نبين ه
د الخطوط المماسة للقطوع المتقابلة اذا كانت تلتقي واخرجت اقطارها

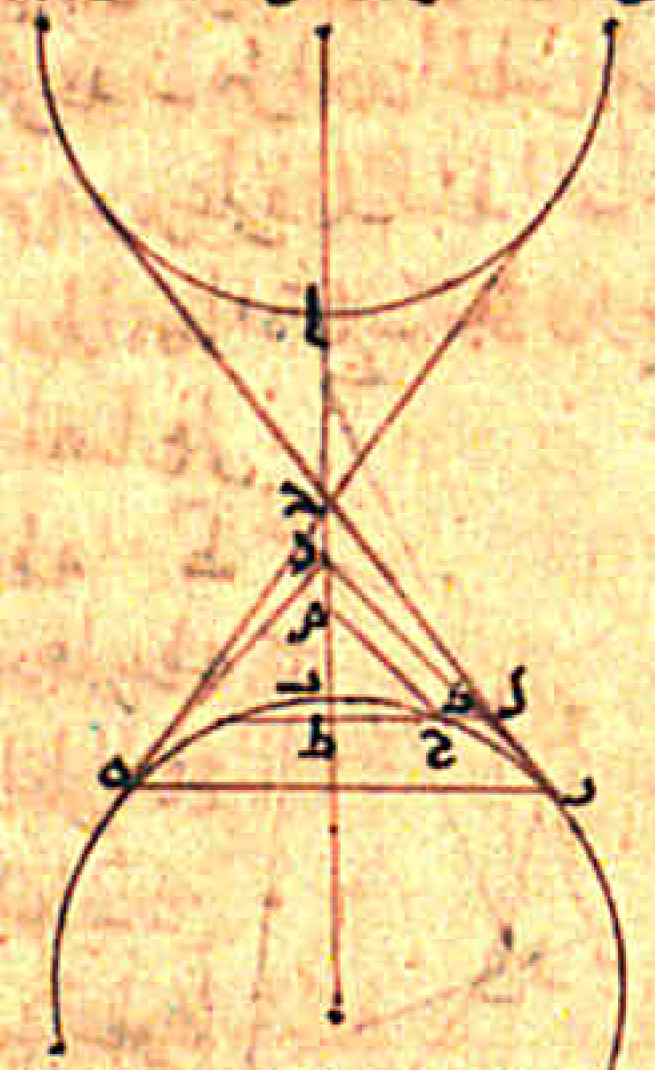
مر على موضع تماسهما وبلغاهما فان المثلثات الحادثة على الخطوط
المماسة متساوية فلنكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخطان مماسان
عليهما الذان ب د يلتقيان على نقطة د ومركز القطعين نقطة د ونصل ا د
ود د ونخرجه الى نقطة ه ونخرج خط د ل د ب الى القطر د ح فاقول ان
مثلث ا ح د مساوي لمثلث ب د ه ومثلث ا د ن لمثلث ب د ح
لانه ان اخرج على نقطة ط خط مماس للقطع عليه ط ك فيكون موازيا
لخط ا ح لانهما موازيان للخطوط التي تتبع ولان خط ا د مساوي لخط

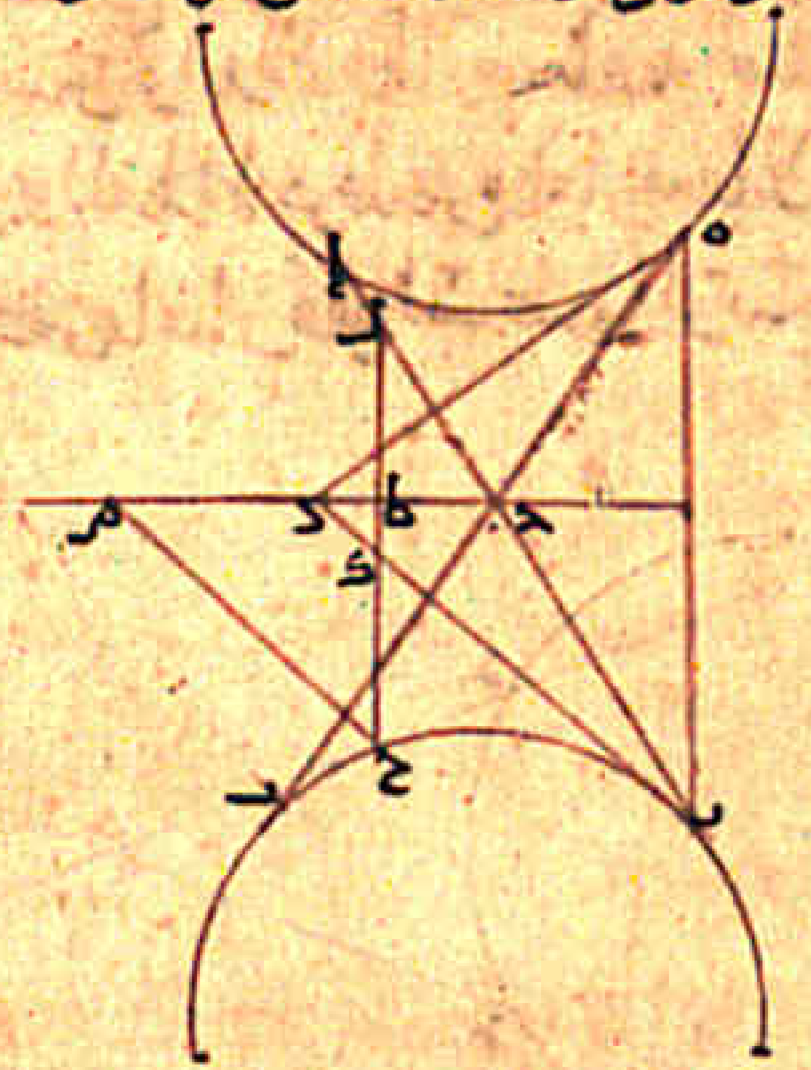


د ط مماس والشكل ك ولو من المقالة الاولى يكون مثلث ا ح د مساويا لمثلث د ط ل ولكن مثلث
د ط ل مساوي لمثلث ب د ه كما تبين في الشكل ا من هذه المقالة فمثلث
ا ح د مساوي لمثلث ب د ه ولذلك يكون مثلث ا د ن مساويا لمثلث
ب د ح وذلك ما اردنا ان نبين ه

ه اذا كان خطان مماسان للقطعين المتقابلين او احدهما ويلتقيان اذا
اخرجا وتعلمت نقطة على احد القطعين ايهما كان واخرج من تلك
النقطة خطان احدهما موازي للمماس والاخر موازي للخط الذي يصل ما بين
نقطتي التماس فان المثلث الذي يحدث منهما ومن القطر الذي يكون على

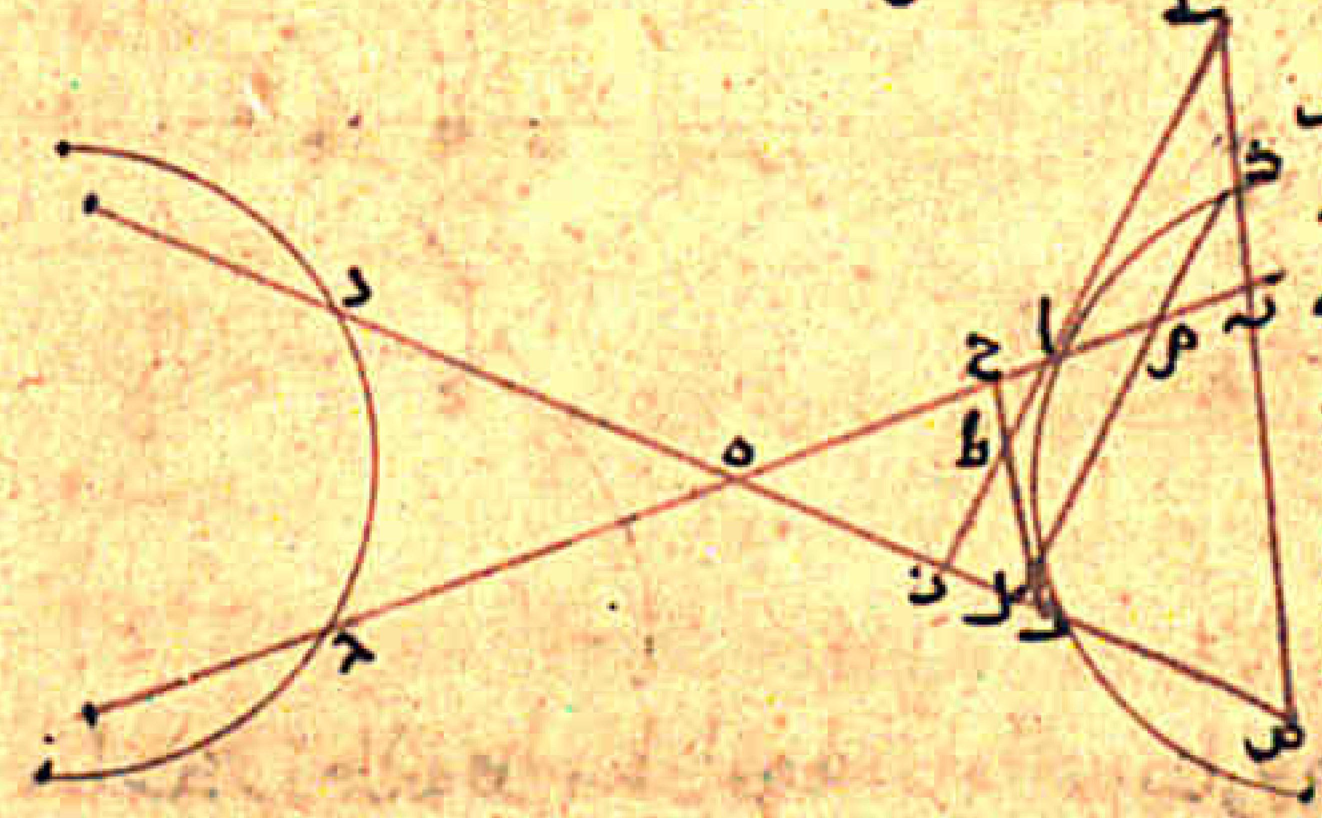
موضع التقاء الخطين المماسين يفاضل المثلث الذي يحدث عند التقاء الخطوط
المماسة والقطر بالمثلث الذي يحدث من الخط المماس والقطر الذي
مر على نقطة التماس فلنكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ومركزهما
نقطة د والخطان المماسان لهما ه د د ز يلتقيان على نقطة د ونصل
ه د ود د ونخرجهما ونصل د ه د ونخرجهما ونعلم نقطة على القطع
عليها ح ونخرج منها خطين احدهما موازي لخط ه ز عليه ح ك ل والاخر
موازي لخط د ز عليه ح م فاقول ان مثلث ح ط م يفاضل مثلث ط د





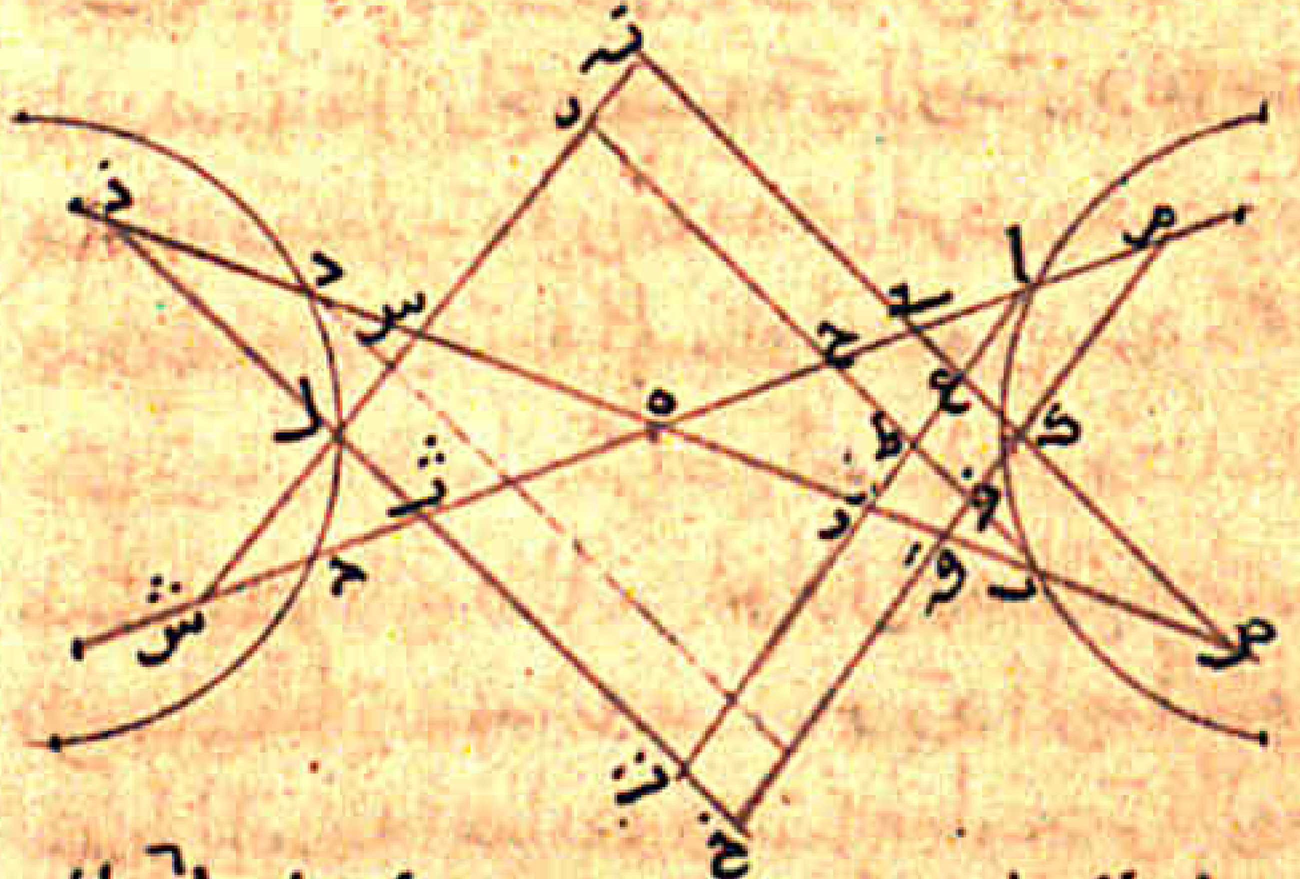
بمثلث ل د فلانه قد تبين ان خط د ا اذا اخرج كان قطرا للقطعين
المتقابلين وتبين ان خط ه د يكون عليه على الترتيب اما اذا كان الخطان
مماسين لقطع واحد فيتبين في الشكل ك من المقالة ب ولذلك كان الخطان
المماسان القطعين المتقابلين فمن الشكل لط فيها تبين انه على الترتيب
وخط ح ط موازي لخط ه د وخط م ح موازي لخط د د فمثلث م ح ط
تماسانه	يفاضل مثلث د ل ط بمثلث د د وتبين ذلك من الشكل مح من المقالة

الاولى ان كان الخطان المماسان يلتقيان قطعا واحدا وان كانا يماسان
قطعين من الشكل مه من المقاله آ سين ذلك فمثلث مرح ط يفاضل
مثلث ك ط د بمثلث د ز ل وبين ان مثلث د ز ل يكون مساويا
لسطح مرح ك د ذي الاربعه الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين
واذا كانا بما ذكرنا على حاله ان تعلمت نقطه على احد القطعين المتقابلين ق
واخرج منها خطان موازيان للخطوط المماسه يلقيها الاقطار ا د ز
احدث على استقامه كانت السطوح ذوات الاربعه الاضلاع
التي يحدث من احد الخطين المماسين واحد الاقطار مساويه للمثلثات
التي تقوم على ذلك الخط المماس والقطر الاخر فليكن قطعان متقابلان
وقطراهما ا ه ح ب ه د وخرج خطين يماسان قطع ا ب عليهما ا ز ب ح



ويلتقيان على
نقطه ط
ونعلم نقطه ن
ما على القطع
عليها ك ع ح
منها خطوطا
موازيه
للخطوط
المماسه عليها كمرك ن ص فاقول ان سطح ك ز ذا الاربعه الاضلاع
مساوي لمثلث ا ت ه لان ل ب ح د قطعان متقابلان وخط ا ز يماس
قطع ا ب ويقع على خط ب د واخرج خط ك ل موازيا للخط ا ز يكون
مثلث ا ت ه مساويا لسطح ك ذي الاربعه كما بين في الشكل من

هذه المقاله وذلك ما اردنا ان نبين
واذا انشاء الصوره على حالها ان تعلمت نقطه على كل واحد من القطعين ق
واخرج منها خطوط موازيه للخطوط المماسه يقع عليها وعلى
الاقطار كانت السطوح ذوات الاربعه الاضلاع التي تحدث على
الاقطار متساويه فليكن ما ذكرنا على حاله ونعلم على القطعين نقطتين
عليهما ك ل ونخرج منهما خطين موازيين لخط ا ز عليهما م ك ف ف خ ن ه د
س ل ش وخطين موازيين لخط ب ح عليهما ي ك ع ص ح ث ن ل ذ
فاقول ان سطح س ك مساوي لسطح ي ل وان سطح ك ث مساوي
لسطح ق ل لان مثلث ا ع ي مساوي لسطح ق ع ذي الاربعه الاضلاع

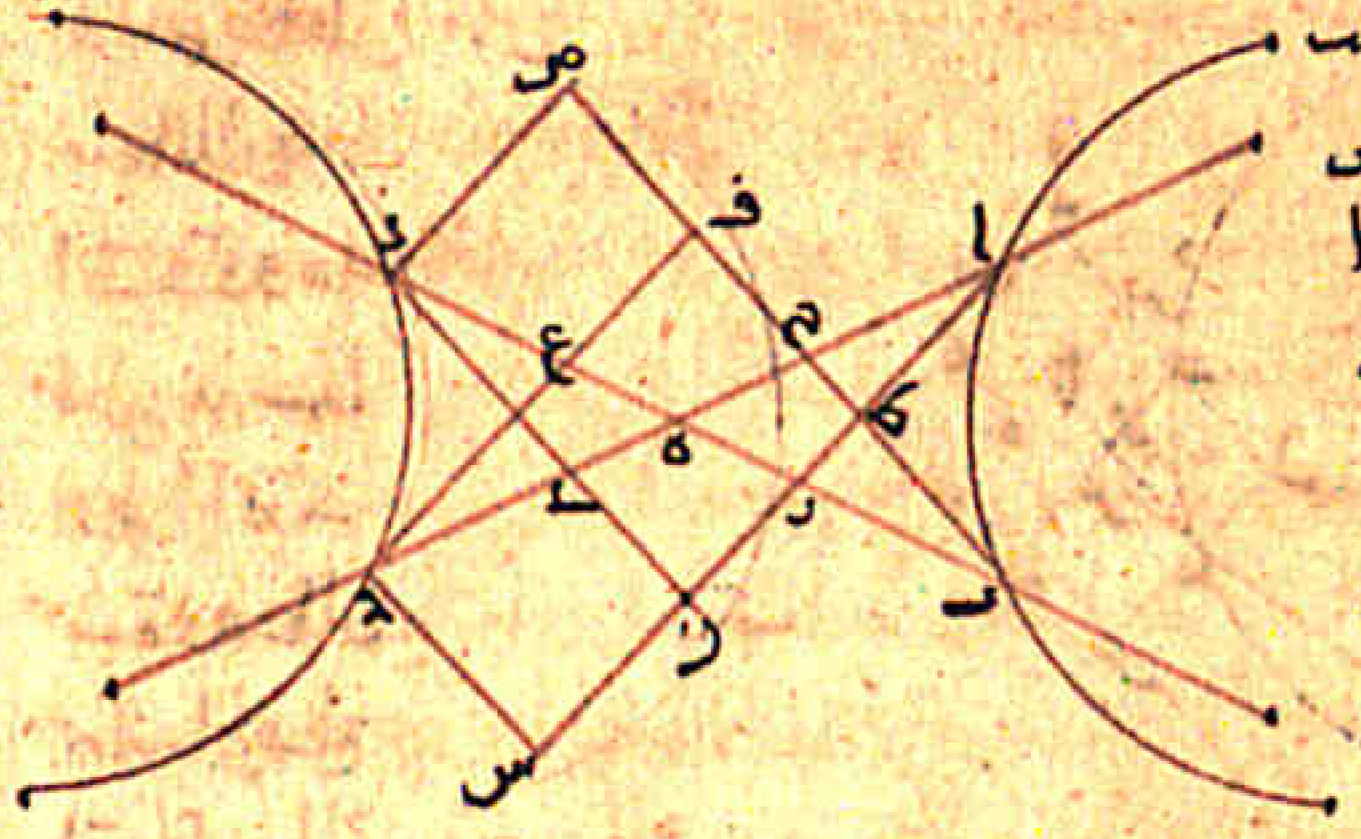


كما تبين
في الشكل
ت من
هذه المقاله
ويبقى
سطح ه ع
مشتركا
فيكون ثلث
ل ت ه م
مثلث ا ه ن مساويا لسطح د ه ومثلث ب ه ح مساوي لسطح ذي الاربعه
الاضلاع لانا ان اخرجنا من نقطه ح خطا مماسا للقطع ح د كان المثلث
الحادث مثل مثلث ب ه ح كما بين في الشكل ه من هذه المقاله ولكن
مثلث ا ه ن مساوي لمثلث ب ح ه كما بين في الشكل آ من هذه المقاله
فسطح ل ه مساوي لسطح د ه ونزيد سطح ن ه مشتركا فيكون

لسطح س د مساويا لسطحي ى ل وسطح د ث مساويا لسطح
ق ل وذلك ما اردنا ان نبين ٥

ح وبين الصوره على حالها ونجعل مكان نقطتي ك ل ونقطتي
د د من قطع واحد منهما في الموضع الذي يقع فيه القطران على
القطع ونخرج منهما خطين موازيين لخطي ا د ت ح المماسين وهما د ص
د س فاقول ان سطح د ح ذا الاربعة الاضلاع مساوي لسطح ح د
و سطح ص ى لسطح ع س لانه قد تبين في الشكل د من هذه المقاله
ان مثلث ا ح ط مساوي لمثلث ط ت د وان الخط الذي يخرج من نقطة
ا الى نقطة ب موازيا للخط الذي يخرج من نقطة ح الى نقطة ز فيكون
نسبه ا ه الى ه ح كنسبه ب ه الى ه ز ولذا قلبنا النسبه
كانت نسبه ه ا الى ا ح كنسبه ه ب الى ب ز ولكن نسبه ح ا الى ا ه
كنسبه د ب الى ب ه لان نقطه ه هي المركز و ح ا ضعف ا ه و د ب
ضعف ب ه فهي نسبه المساواه فيكون نسبه ح ا الى ا ح كنسبه
د ب الى ب ز ومثلثا د س ا ط ح متشابهان وكذلك مثلثا ص ت د
ط ت د يكونان متشابهين لموازاة الاضلاع فنسبه مثلث ح س ا
الى مثلث ا ط ح كنسبه مثلث ص ت د الى مثلث ط ت ب وعلى
تبديل النسبه انما يكون نسبه مثلث د س ا الى مثلث ص ت د
كنسبه مثلث ا ط ح الى مثلث ط ت ب ولكن مثلث ا ح ط مساوي
لمثلث ط ت ب فمثلث ا ح س مساوي لمثلث د ت ص وقد كان بين
ان مثلث ا ح ط مساوي لمثلث ح ط د فيصير سطح ح ط د ذو الاربعه
الاضلاع مساويا للسطح ح ط ذي الاربعه الاضلاع وسطح
د ح مساويا للسطح ح ن ولان خط د ع موازي لخط ا ت وخط ا ه

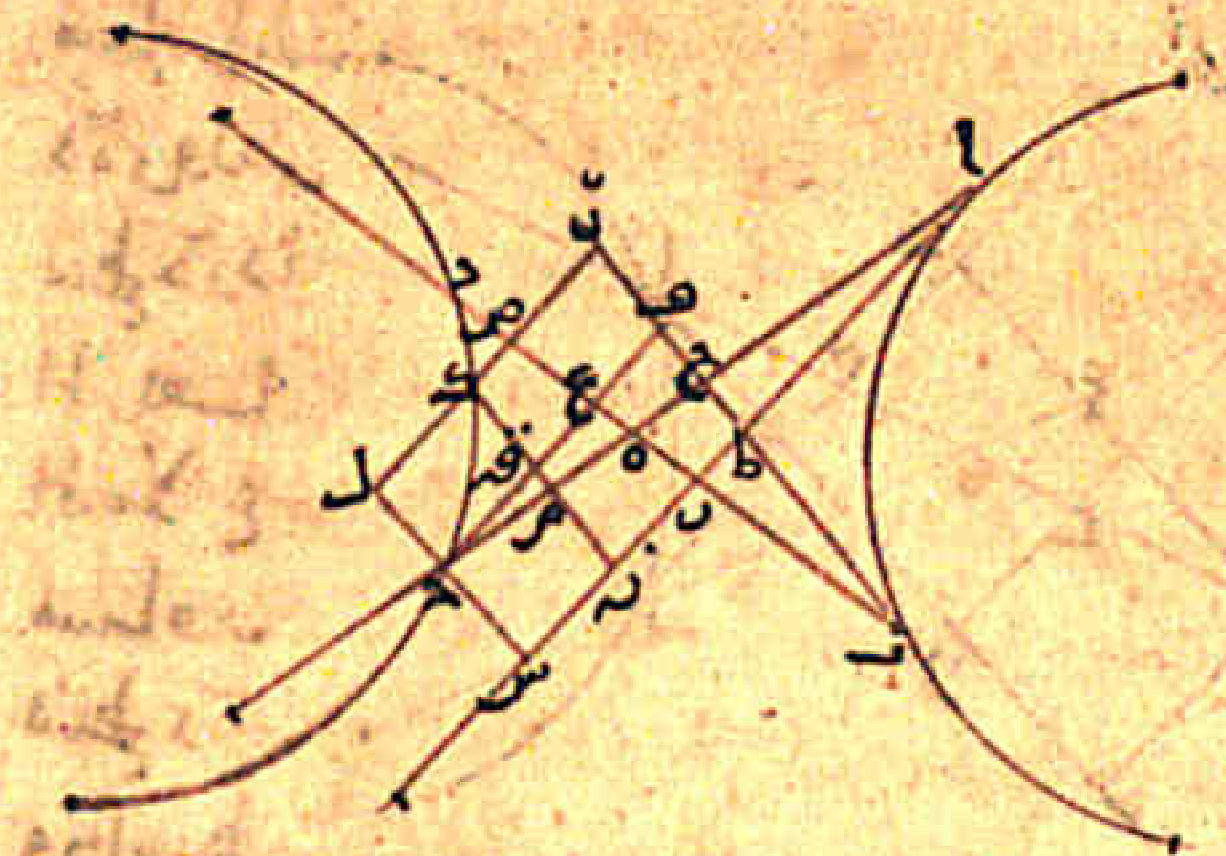
مثل خط ه د يكون مثلث د ع ه مساويا لمثلث ا ه د ومثلث د ه ى
لمثلث د ه ح ولكن مثلث د ه ح مساوي لمثلث ا ه ز فمثلث د ع ه
مساوي لمثلث
د ه ى ولكن
سطح د ر ذا
الاربعه
الاضلاع
مساوي
لسطح د ح
فكل سطح



ص ى مساوي لكل سطح ع س وذلك ما اردنا ان نبين ٥

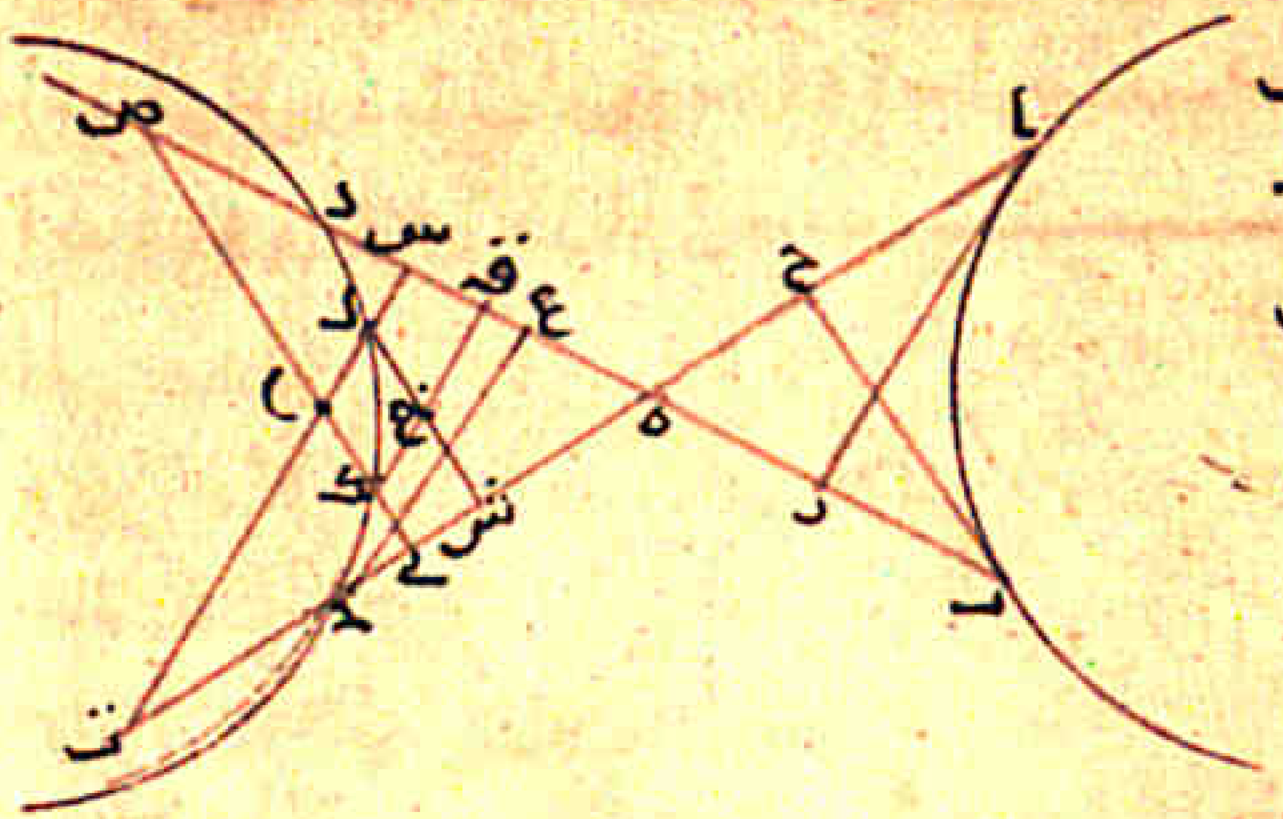
ط ولنعد قطعان متقابلان عليهما ا ت د د ونخرج مماسيهما فيلقيا ا ه د
ت ه د وخطان يماسان قطعي ا ت عليهما ا ت ح وتعلم على قطع د د
نقطتين لا يماسهما مماس القطرين وهي نقطه ك والنقطه الاخرى
اما نقطتي د د فنجعلها نقطه د ونخرج على نقطتي د ك خطين موازيين
لخط د ح المماس للقطع عليهما ل د س ك م ن وخطين موازيين لخط
ا د المماس عليهما ل ك ص د ع ق فاقول ان مثلث د ع ه مساوي
لسطح د ه ذي الاربعه الاضلاع وان سطح ل ع مساوي لسطح ل م
وذلك بين لان خط د ع موازي لخط ا ت وخط د ه مثل خط ه ا فمثلث
د ه ع مساوي لمثلث ا ه ز ومثلث ا ه ز مساوي لسطح ى ه د ى
الاربعه الاضلاع كما تبين في الشكل د من هذه المقاله فمثلث د ه ع
مساوي لسطح د ه ع مساوي لسطح د ه ذي الاربعه الاضلاع

ويكون مثلث د و م مساويا لسطح ك ع وسطح ل م مساويا
لسطح ل ع وذلك ما اردنا ان نبين



ولنكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د و ط و ليخرج منهما قطرا ا ه ج ب ه د وخطان يماسان قطع ا ب عليهما ا ت
ب ح ونجعل نقطتي ك ل في الموضع الذي تقع عليه الاقطار
على القطوع فاقول ان سطح ل س و ج ذا الاربعة الاضلاع مساوي
لسطح ش خ ك ي ذي الاربعة الاضلاع فلان خطي ا ت ب ح مماسان
للقطع وخطي ا ه ت ب ه قطران يجوزان على موضع التماس وخطي
ل س ك ي موازيان لخطي ب ح ا ت المماسين لقطع ا ب يكون خط ل ش
و خ ج على الترتيب وخط س ك موازي لخط ب ح المماس لقطع ا ب فقد
فقد نعلم على قطع ج د نقطة ل واخرج منها خطان احدهما
على الترتيب وهو ل ت والاخر موازي لخط ب ح المماس لقطع ا ب
وهو ل س ت فاما مثلث ه ت س فمثله م ح ع اذا كان خط ح ع
مماس قطع ج د كما بين في الشكل م من المقالة ا ولكن مثلث م ح ع
مساوي لمثلث ا ه ب لان خط ح ع موازي لخط ا ت وخط ح ه مساوي
لخط ه ا فمثلث س ت ه اعظم من مثلث ت س ل بمثلث ه ا ولا

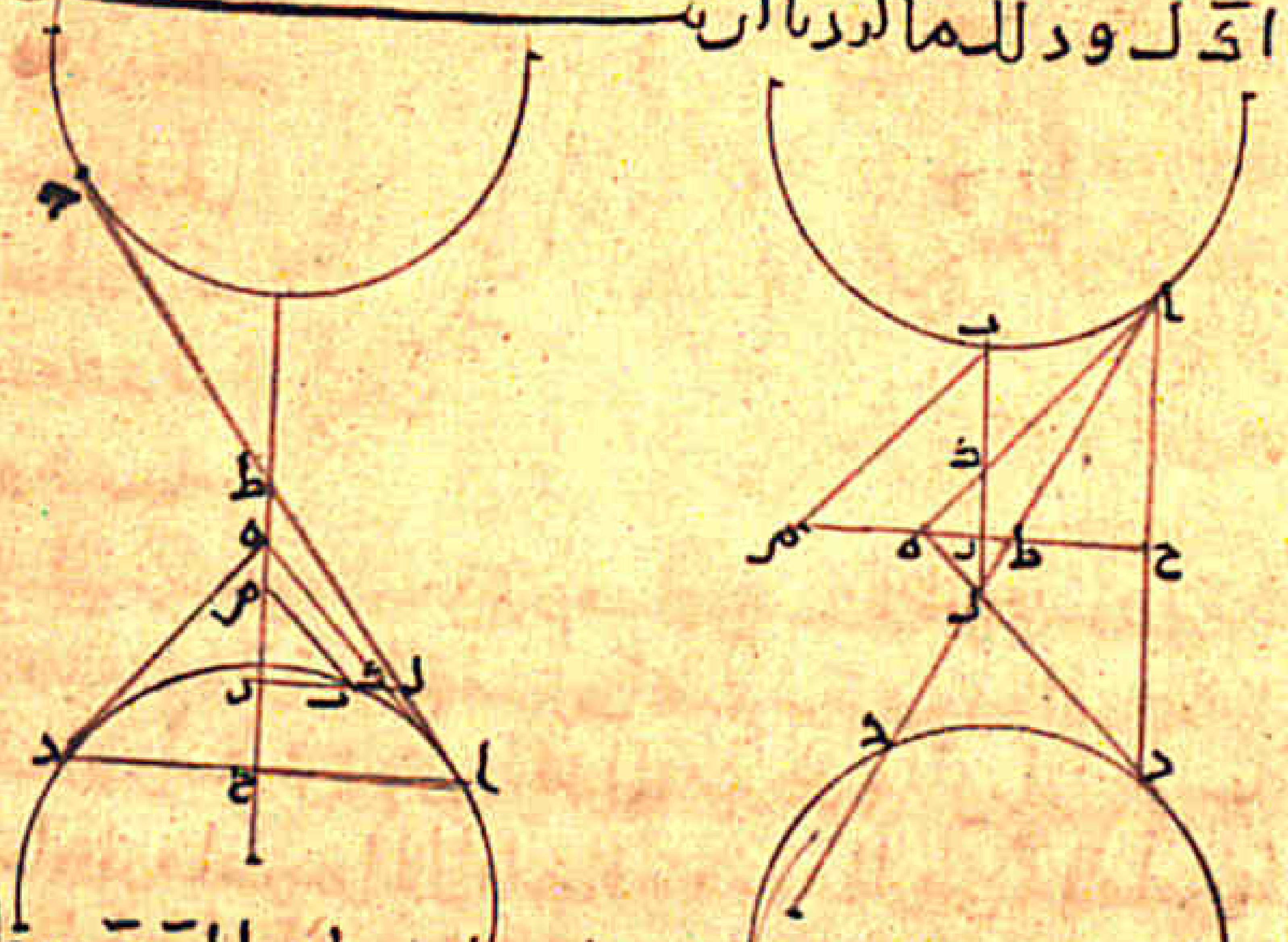
تبين ان مثلث ص ه ي اعظم من مثلث ص ق د بمثلث د ه ح ولكن
مثلث ا ه ت مساوي لمثلث د ه ح كما تبين في الشكل ا من هذه المقالة



فزيادة مثلث
س ه ت على
مثلث ش ل
وزيادة مثلث
ص ه ي على
مثلث ص ق
د مقدار
واحد

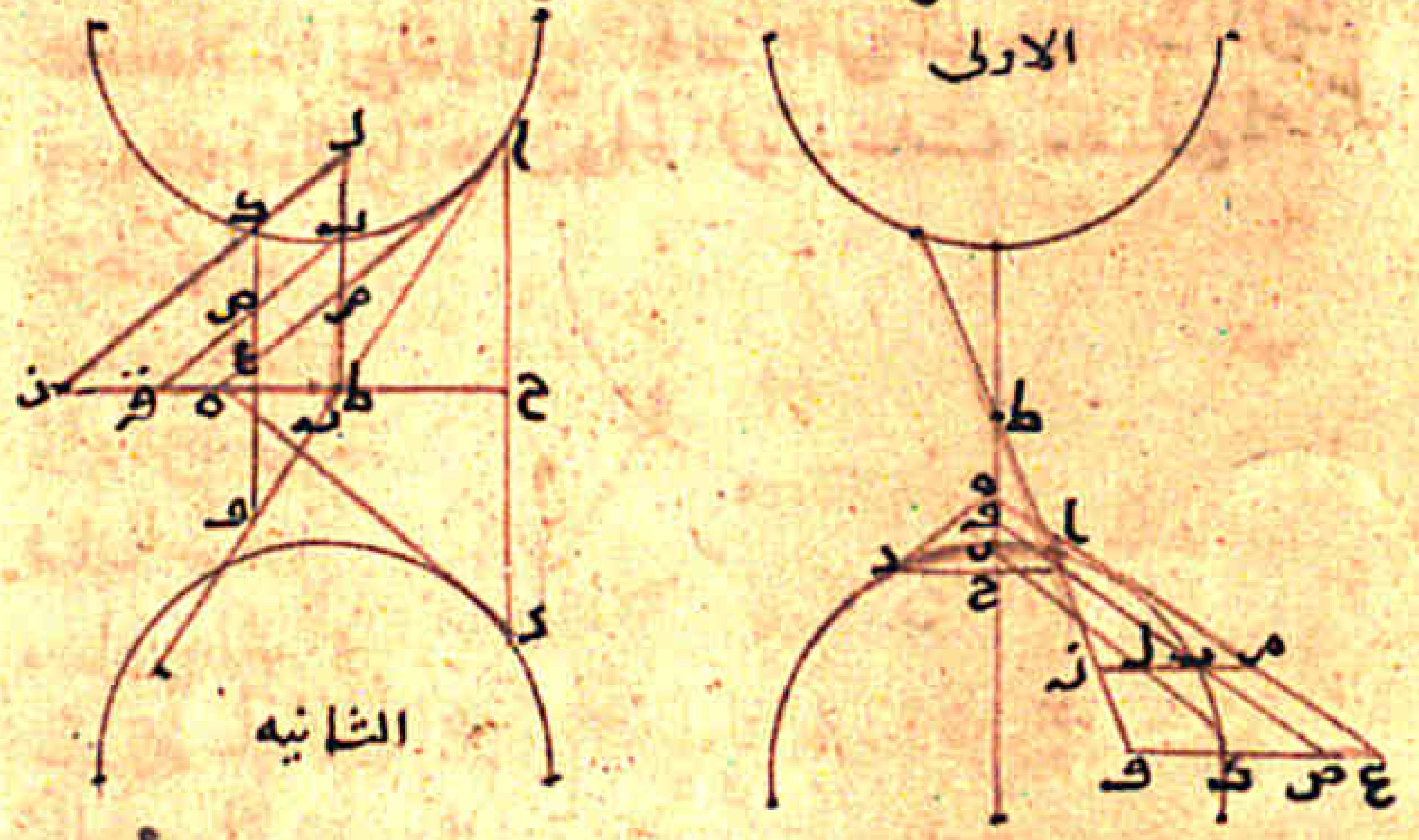
فمثلث س ت ه مع مثلث ص ق د مساوي لمثلث ص ه ي مع مثلث ش ك ل
فيبقى سطح ك ص ه ت ل خ مشتركا فسطح ل س ق خ د ذو الاربعة الاضلاع
مساوي لسطح ش ي خ ك ذي الاربعة الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين
اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د وخطان يماسان القطعين عليهما
ا ه د ه يلتقيان على نقطة ه والمركز نقطة ط وفصل خط ا د وخط ط ه ح
ونعلم نقطة على قطع ا ب كيف ما وقعت عليها ب خطا يوازي ا ح
عليه ك ب ز ل وخطا موازيا لخط ا ه عليه ب م فاقول ان مثلث
ك ز ه يفضل على مثلث ا ك ل بمثلث ب ز م فمن ان خط ا د يقسم بنصفين
على نقطة ح وان خط ه ح قطر او مرافق للقطر الذي يجوز على نقطة ط
ويكون موازيا لخط ا د كما بين في الشكل لح من المقالة ب فخط
ا ح قد خرج على خط ه ح على الترتيب ولان خط ح ه قطر وخط ا ه
مماس القطع وخرج خط ا ح على الترتيب ونعلم نقطة ب على القطع

واخرج على خط ه ح خط د ر موازيا للخط ا ح وخط ب م موازيا لخط
ا ه فيكون مثلث د م ر شبيها بمثلث ل ط ر شبيها بمثلث ط ا ه وسنبين ان
سطح ب ك ه م ذا الاربعة الاضلاع مساو لمثلث ا ك ل فهما لك
اسنان ان خط ت ل ان مر بنقطة ه مارا مثلث د ر م مثل مثلث
ا ك ل وذلك ما اردنا ان نبين



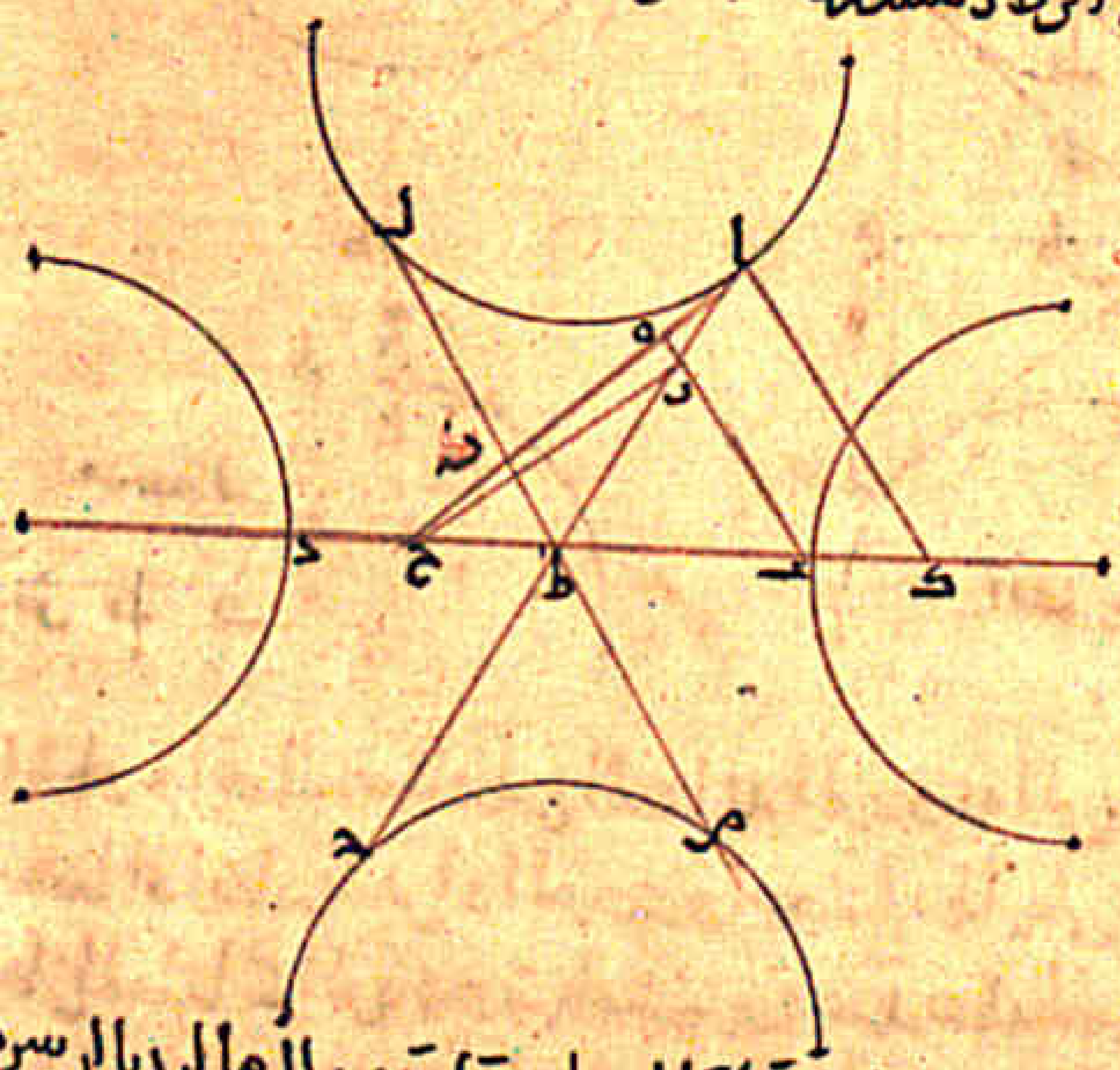
يب وايضا فانا نجعل قطعين متقابلين وخطين مماسين عليهما ا ه د ه ونعلم
على قطع ا ب نقطتين كيف ما وقعتا عليهما ب ك ونخرج منهما خطين
موازيين لخط ا د عليهما د م ر ك ص ع ف وخطين موازيين لخط ا ه
عليهما د ص ك ل د فاقول ان سطح ب ر و ص مساو لسطح
ك ص ق د وذلك انه قد تبين في الشكل الذي قبل هذا ان مثلث
ا ع ق مساو لسطح ك ع ه ر ذي الاربعة الاضلاع وان مثلث ا م ر
مساو لسطح د م ه ق فسطح ك ص ق د ان زيد عليه سطح
د ص ع م من الصورة الاولى التي فيها الخطان المماسان للقطع

واحدا او نقص منه في الصورة الثانية كان مساويا لسطح م ر ق ع
وان زيد في الصورة الثانية سطح د ع او نقص في الصورة الاولى
مشترك كان سطح د ف مساويا لسطح ص ر د وذلك ما اردنا ان نبين

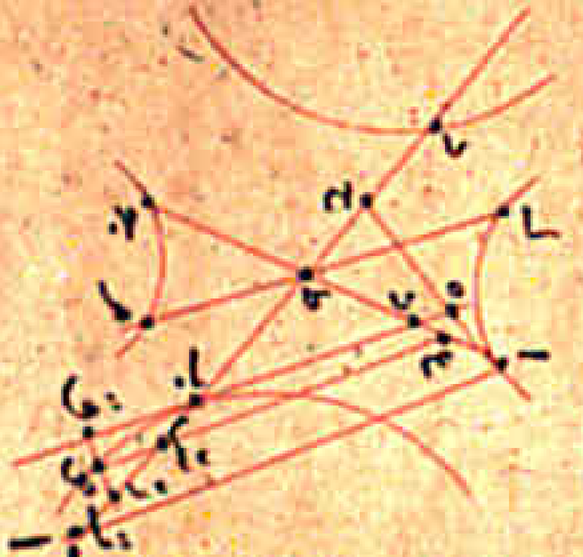


يج الخطوط المماسة للقطوع المتقابلة المزدوجة التي يلقى بعضها
بعضا اذا كانت تلتقي اذا اخرجت واخرجت اقطار على نقط تماسها
فان المثلثات التي ... مشتركة عند نقطة المركز ...
الخطوط المماسة مساوية فليكن قطوع متقابلة مزدوجة عليها
ا ب ج د وليماسها خطا ب ه ا ه ويلتقيا على نقطة ه وليكن
مركز الشكل نقطة ط ونصل ا ط ب ط ونخرجهما الى نقطتي ج د فاقول
ان مثلث ب ه ط مساو لمثلث ا ك ح ونخرج على نقطة ا ط خطين موازيين
لخطي ب ه عليهما ا ك ط ل م ولان خط ب ه مماس وقطع ب ز ونخرج
وطه د ط على نقطة التماس وقطر ل م موازي لخط ب ه فيكون قطر
ل م مرافقا لقطر ب د الذي هو القطر الثاني مماس في الشكل

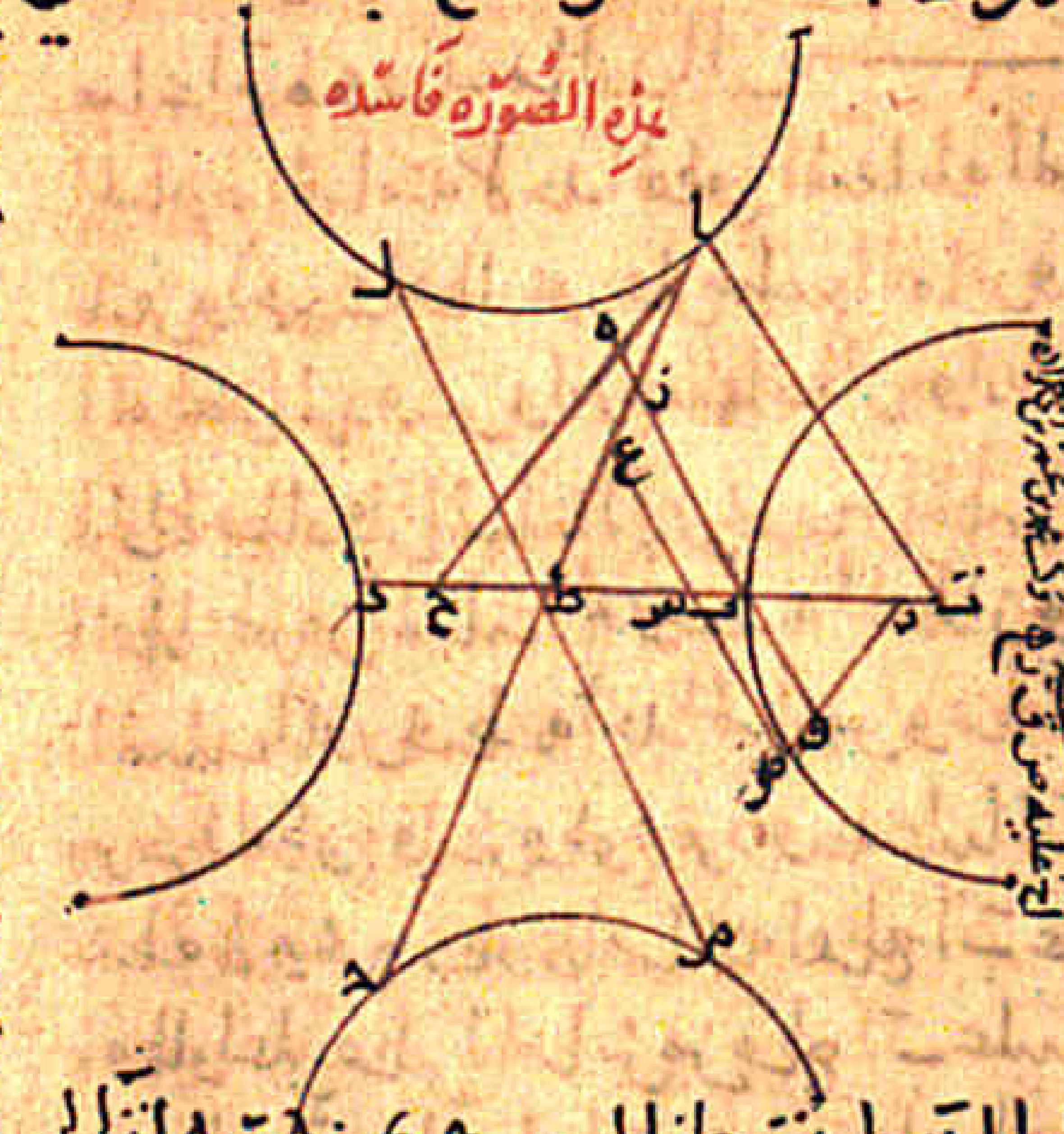
من المقالة ب ومن اجل ذلك يكون خط اد على الرسب على قطر ب د
وخط اح يماس القطع فسطح ك ط في ط ح مساوي لمربع ب ط كما
بين في القطع الزائد في السكل لح من المقالة آ ونسبة ك ط الى ط ب
كنسبة ب ط الى ط ح ولكن نسبة ك ط الى ط ب كنسبة ك ا الى ب د
وكنسبة ا ط الى ط د فنسبة ا ط الى د ط كنسبة ب ط الى ط ح و ا ب



ب ط ح ك د
مساوية لزاوية ساحس(?)
فمثلث اح ط
مساو لمثلث
ب ط د لما
ان اخرجنا
خط دح صار
نسبه مثلث
اح ... الى
مثلث د ط ح كنسبة مثلث ب ط د الى مثلث ط ح د وذلك ما اردنا ان نبينه
ونبقا الصورة على حالها فان نحن تعلمنا على كل واحد من القطعين نقطه
واخرجنا من تلك النقطة خطوطا موازيه للخطوط المماسه
الى الاقطار كان المثلث الذي يحدث عند المركز يماثل المثلث
الذي يحدث على تلك الزاويه بمثلث يكون قاعدته الخط المماس
وراسه مركز القطوع فلنحفظ الشكل على حالها ونتعلم نقطه ما
على قطع ب عليها س ونخرج من نقطة س خطا موازيا للخط اح عليه



س ق ذ وخطا موازيا للخط ب ه عليه س ع س فاقول ان مثلث ط س ع
يماثل مثلث س ذ س الهائل له بمثلث ط ب ذ فنخرج من نقطة ا ذ
خطا موازيا للخط ب ذ عليه ا ن فمن اجل ما قد تقدم من ذكره يكون
خط ل ك من الموازي لخط ب ه المماس للقطع ب قطر القطع
ال م ر د
والمراوح
له الذي يسمى
القطر الثاني
هو خط
ذ ط د و ع ح
من نقطة ا
خطا مماسا
عليه ا ح
محور وح



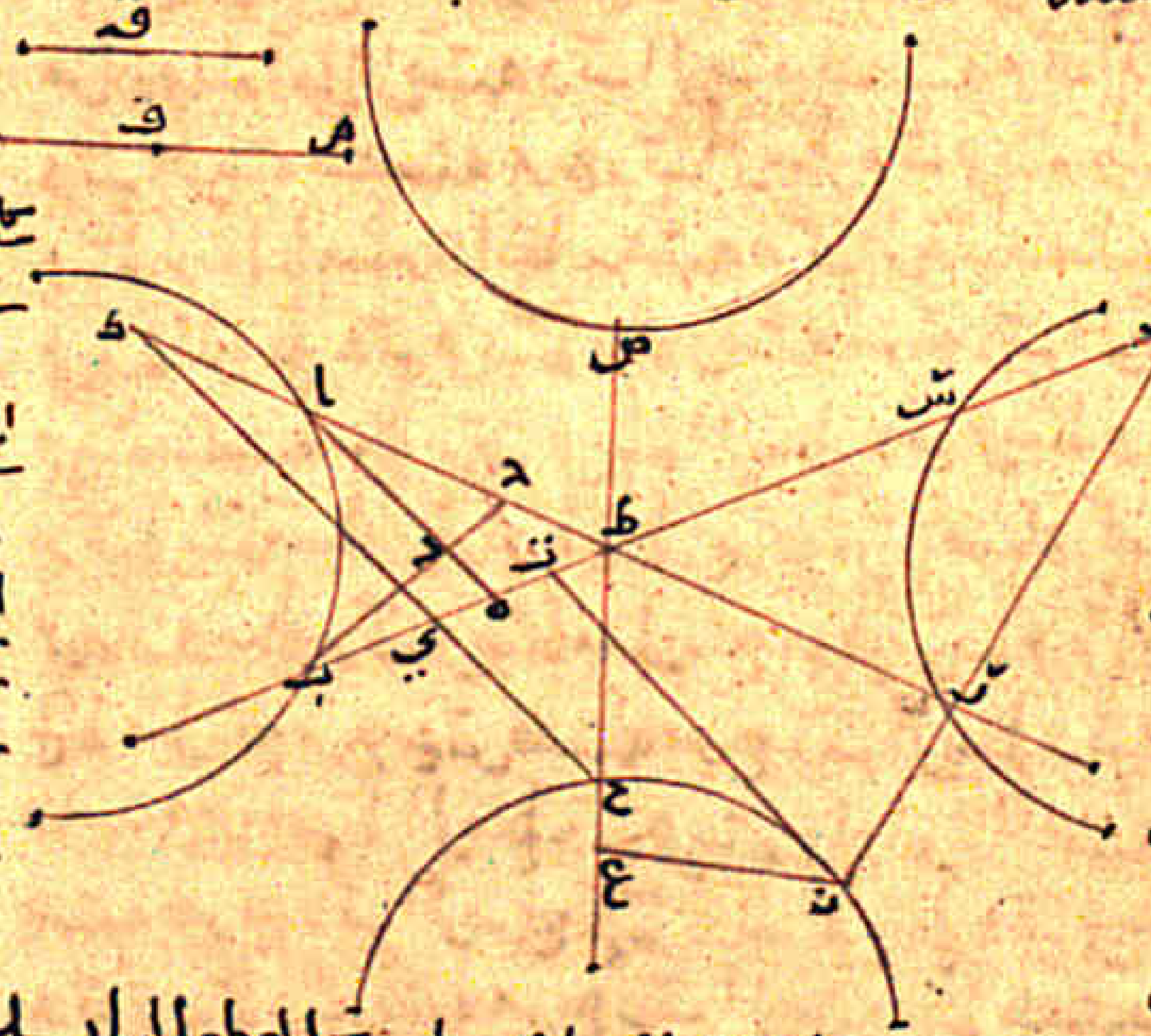
خط ل م الموازي لخط ا ن على ذ ن على الرسب فيكون نسبة ا ن الى
ن ح مركبة من نسبة ط ن الى ن ا ومن نسبة المحاسبا الى القايم
كما بين في الشكل م من المقالة آ ولكن نسبة ا ن الى ن ح نسبة
ع س الى س ن لتشابه المثلثات ونسبة ط ن الى ن ا كنسبة
ط س الى س ع وكنسبة ط ب الى ب ذ فيكون نسبة ع س الى س د
مركبة من نسبة ط ب الى ب ذ التي هي مثل نسبة ط س الى س ع
ومن نسبة المحاسب الذي هو ب د الى الضلع القايم له في خط س
خط س ب وقد عمل على خط ب ط س ط مثلثا نسبتاهما ونهما

بسبه
ب ط الى س ط ع وعمل على ص س مثلث اخر عليه ص س ذ فصارت نسبة
ص س الى س ذ مركبة من نسبة ط ب الى ب ذ ومن نسبة القايم
الى المجانب فالذي تقدم ذكره في المقالة الاولى يكون
مثلث س ط ع مساويا لمثلث ص س ذ مثلث ب د ط الذي هو مثل
مثلث ا ح ط وذلك ما اردنا ان نبينه

اذا كانت
الخطوط المماسة لاحد القطوع المتقابلة المزدوجة
تلتقي واخرجت اقطار تمر على مواضع التماس وتلتقي بنقطة على احد
القطعين المزدوجين واخرج منها خطان موازيان للمماسين ينتهيان
الى الاقطار فان المثلث الذي يحدث من الخطين الموازيين للمماسين ومن
القطر اعظم من المثلث الذي يحيط به القطران وخط موازٍ للخط المماس
بالمثلث الذي يحيط به احد المماسين وقطعتان من القطرين عند النسبة
مركز القطوع فليكن قطوع مزدوجة عليها ا ب ح د س ص ومركزها
نقطة ط وخرج خط مماسة لقطع ا ب عليها ا د ه ب ذ د وع
اقطار على نقطتي التماس من قطع ا ب عليها ا ط ب ط س ويعلم
على قطع ح نقطة عليها ن وخرج منها خط موازيا للخط ب ذ عليه
ن ذ ل وخط موازيا للخط ا د عليه ن ك فاقول ان مثلث ن ك ل
اعظم من مثلث ط ك ن بمثلث ط ح ب فنخرج خطا موازيا للخط ب د يجوز
على نقطة ط عليه ص ط ح وخطا موازيا للخط ا ه عليه ذ ح وخطا
موازيا للخط ب س عليه ن ع فخط ص ح قطر اول لقطعي ب س ح كما
بين في الشكل من المقالة ب وخط ن ع موازٍ لخط ب س وقد
خرج على الترتيب الى قطر ح ط وسطح ن ل ط ع موازي الاضلاع
ولان خط ب د يماس القطع وخرج خط ب ط على موضع التماس

وخط ا ه ايضا يماس القطع فاما اذا جعلنا نسبة د ب الى ب ه كنسبة
م ن الى م ع فضعف ب د صار خط م ن هو الضلع القايم لقطر ب س
وقطع م ن نصفين على نقطة ف فنسبة د ب الى ب ه كنسبة
م ف الى ب د وجعل نسبة م ح الى س ب كنسبة س ب الى ق فيكون
ق هو الضلع القايم لقطر م ح لان قطري م ح س ب مزدوجان واذا
كان قطران مزدوجان فان نسبة الاول منهما الى الثاني كنسبة
الثاني الى الضلع القايم للقطر الاول كما ذكرنا مع الشكل في
من المقالة ا فلان نسبة د ب الى ب ه كنسبة م ف الى ح ب ونسبة
د ب الى ب ه كنسبة مربع د ب الى سطح د ب في ب ه واذا صيرنا
ب ط ارتفاعا مشتركا كانت نسبة م ف الى ح ب كنسبة سطح م ف
في ب ط الى سطح ح ب في ب ط فتكون نسبة مربع د ب الى سطح د ب
في ب ه كنسبة سطح م ف في ب ط الى سطح ح ب في ب ط ولكن سطح
م ف في ب ط مساوي لمربع ط ح لان مربع م ح مساوي لسطح س ب
في م ن وسطح م ف في ب ط مثل ربع سطح س ب في م ن ومربع
ح ط مثل ربع مربع ح ص فنسبة مربع د ب الى سطح د ب في ب ه
كنسبة مربع ح ط الى سطح ح ب في ب ط واذا بدلنا النسبة كانت
نسبة مربع د ب الى مربع ح ط كنسبة سطح د ب في ب ه الى سطح
ح ب في ب ط ولكن نسبة مربع د ب الى مربع ح ط كنسبة مثلث
د ب ه الى مثلث ح ط ي لانهما متشابهان وذلك لان اضلاعهما متوازية
ونسبة سطح د ب في ب ه الى سطح ح ب في ب ط كنسبة مثلث د ب ه
الى مثلث ح ب ط فنسبة مثلث د ب ه الى مثلث ح ط ي كنسبته
مثلث د ب ه الى مثلث ح ب ط فمثلث ح ط ي مساوي لمثلث ح ب ط

فمثلث ح ط ك مثل مثلث ط ب ى ومثلث ب ط ح الذي هو مثل
ح ط ى واصلاً ان نسبة ط ب الى ب ح مركبة من نسبة ط ب الى
م ق ومن نسبة ق م الى ب ح ونسبة ط ب الى ق م كنسبة
س ب الى م ز وكنسبة ق ذ الى ص ح ونسبة م ق الى ب ح كنسبة
د ب الى ب ه فيكون نسبة ط ب الى ب ح مركبة من نسبة د ب
الى ب ه ومن نسبة ق ذ الى ص ح ولان خط ب ح موازي لخط ل ك ومثلث
ط ح ب شبيه بمثلث ط ل ن ونسبة ط ب الى ح ب كنسبة ط ل
الى ل ن



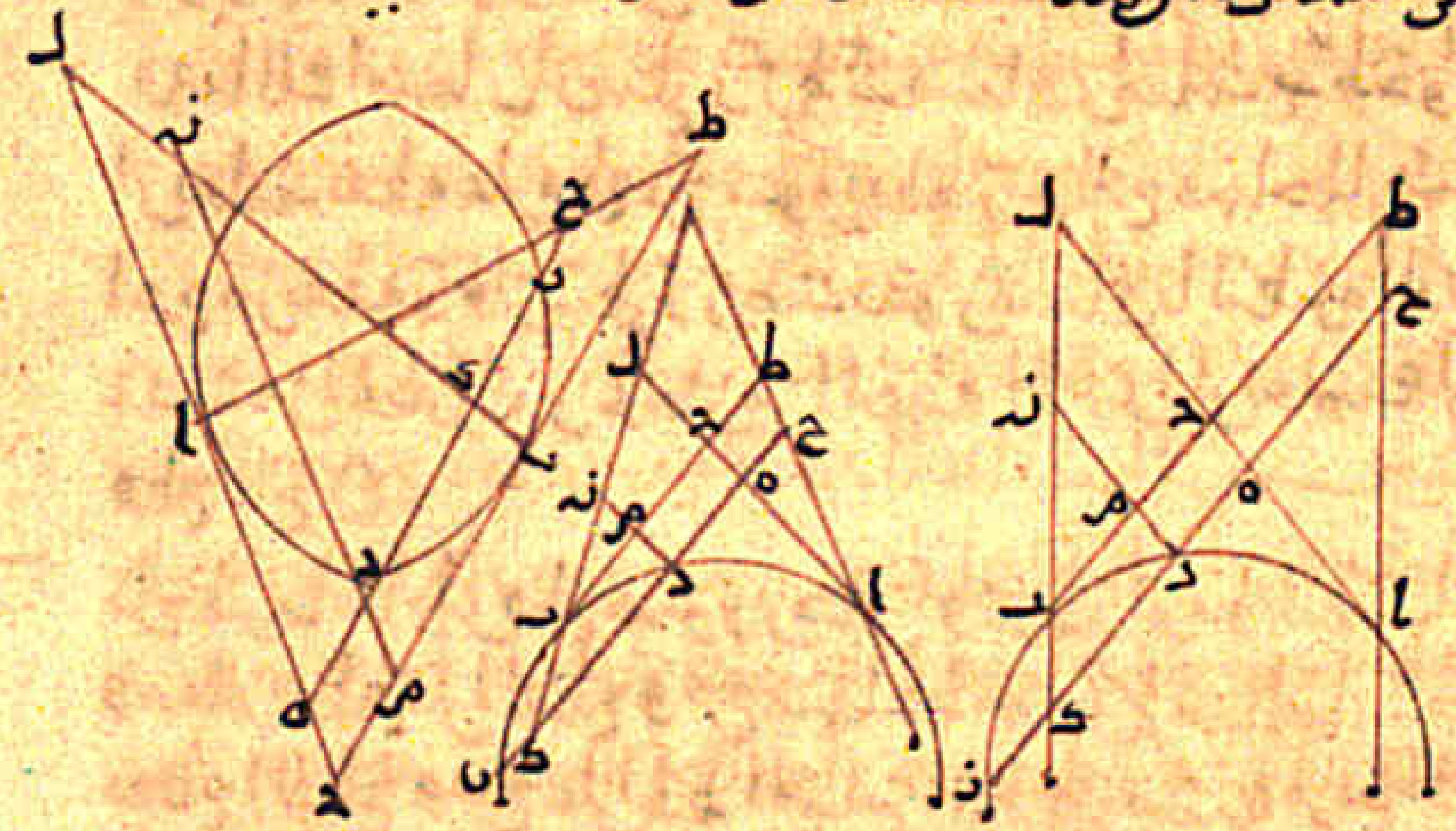
تكون
نسبة
ط ا الى
ل ن =
مركبة
من نسبة
ق الى ق
ح ومن
نسبة
د ب الى
ب ه الى هو مثل نسبة ط ح الى ط ى فلان قطع ح ز القطع الزائد
وقطره ص ح وضلعه القائم ق ذ وخرج من نقطة ما وهي نقطة ن
خط ن ع على الترتيب وعمل على خط ط ح الذي هو نصف شكل
ط ب ح وعلى خط ط ل المساوي لخط ن ع الذي هو خط ترتيب شكل

ط ل ن وعلى خط ط ك المساوي لخط ط ع الذي هو مماس المركز
ومسقط خط الترتيب شكل ذ ل ن وهو شكل شبيه بالشكل
الذي على نصف القطر الذي عليه ط ب ح ونسبة اضلاعهما النسب
التي ذكرنا تكون مثلث ذ ل ن اعظم من مثلث ط ل ذ بمثلث
ط ب ح المساوي لمثلث ط د ب كما بين في الشكل من المقالة
ا وذلك ما اردنا ان نبين

وهنالك ايضا تبين ان سطح ذ ز ط ن مساوي لمثلث ب ط د وانه
ان تعلمت نقطة على قطع ز ح سوى نقطة ز واخرج منها خطان كما
اخرج من نقطة ن كان سطح ذ ز ط ن يكون مساويا للنظيره الذي
حدث من الخطين اللذين اخرجا من النقطة الاخرى التي تعلمت على
قطع ز ح ○

نو كل خطين مماسين لاي قطع مخروطي كان او محيط دائرة ويلتقيان
وتعلم نقطة على القطع ويخرج منها خط موازي لاحد المماسين
يقطع القطع ويقع على الخط المماس الاخر فان نسبة مربعي الخطين
المماسين احدهما الى صاحبه كنسبة السطح الذي يكون من
ضرب الخط الموازي للمماس في قسمه الذي فيما بين القطع والخط
الاخر المماس الى مربع الخط الذي فيما بين مسقط الخط الموازي
للمماس ومن نقطة المماس فليكن قطع مخروطي او محيط دائرة
عليه ا ب ويخرج خطين مماسين له عليهما ا د ب د يلتقيان على
نقطة د ونعلم نقطة على قطع ا ب عليها ذ ويخرج من نقطة
ذ خطا موازيا لخط ب د عليه ه ذ ن فاقول ان نسبة مربع د ب
الى مربع د ا كنسبة سطح ن ذ في ه ذ الى مربع ه ا فيخرج قطرين على

بقطري اب عليهما ا ح ط د ك ل وخرج من نقطة د خطا موازيا لخط
ال عليه د م ن فقد تبين في الشكل مو من المقالة ا ان خط
د ك مساو لخط ك ن لانه موازي لخط ب د المماس ومثلث
ا ه ح مساو لسطح د ل ذي الاربعة الاضلاع كما تبين في الشكل
ب من هذه المقالة ومثلث ب د ك مساو لمثلث ا ح ط كما تبين
في الشكل ا من هذه المقالة ولان خط ر ك مساو لخط ك د وقد



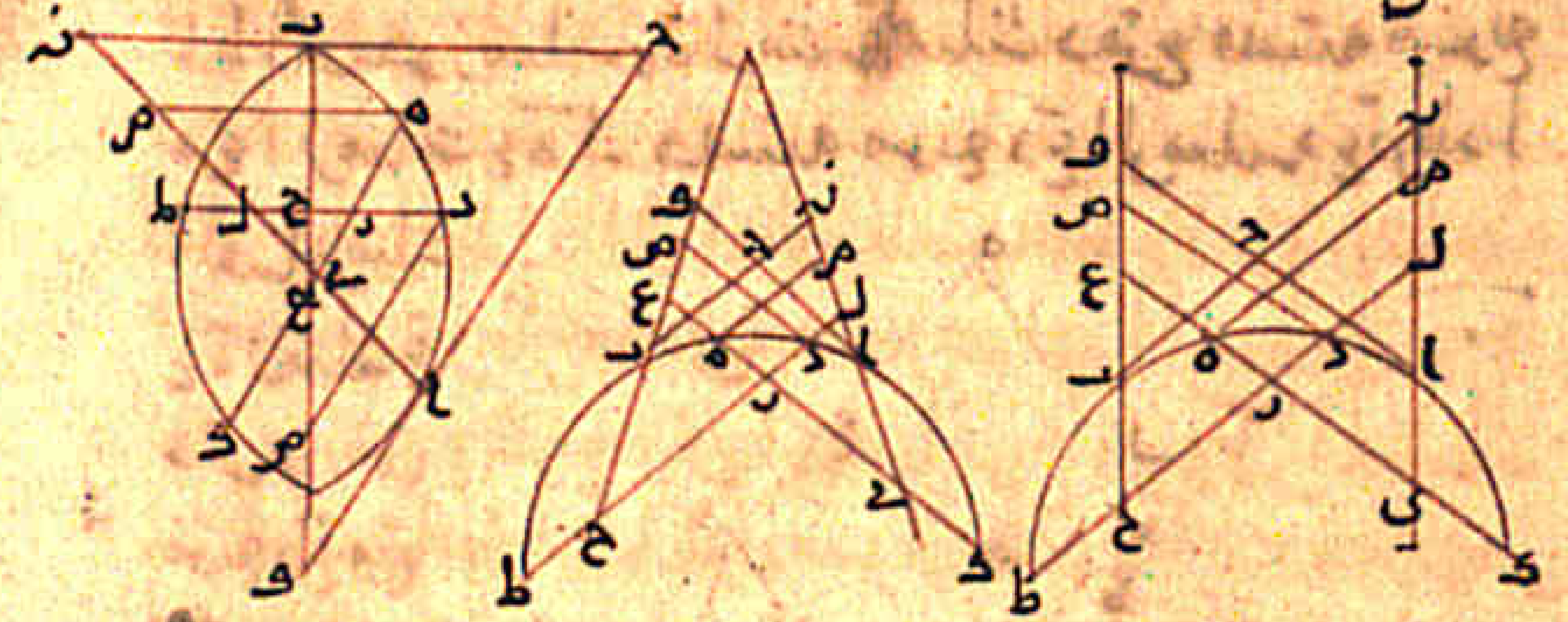
وطوله خط د ه يكون سطح ر ه في ه د مع مربع د ك مساويا لمربع
ك ه ولان مثلث ه ل ك شبيه بمثلث د ن ك يكون نسبة مربع
ه ك الى مربع د ك كنسبة مثلث ه ك ل الى مثلث د ن ك واذا
بدلنا النسبة كانت نسبة مربع ه ك الى مثلث ه ل ك كنسبة
مربع د ك الى مثلث ل ه ك كنسبة مربع د ك الى مثلث د ن ك
وتبقى نسبة سطح ر ه في ه د الى سطح د ل الباقي كنسبة مربع
ه ك الى مثلث ل ه ك ولكن نسبة مربع ه ك الى مثلث ه ل ك

104 ١١٢

ولكن نسبة مربع ه ك الى مثلث ه ل ك كنسبة مربع د ب
الى مثلث ل د ب لتشابه المثلثين فنسبة سطح ر ه في ه د الى
سطح ل د ذي الاربعة الاضلاع كنسبة مربع د ب الى
مثلث ل د ب ولكن سطح د ل مساو لمثلث ا ه ح ومثلث ل د ب
مساو لمثلث ا ط ح فنسبة سطح ر ه في ه د الى مثلث ا ه ح
كنسبة مربع د ب الى مثلث ا ط ح واذا بدلنا كانت نسبة
سطح ر ه في ه د الى مربع د ب كنسبة مثلث ا ه ح الى مثلث ا ط ح
ونسبة مثلث ا ح ه الى مثلث ا ط ح كنسبة مربع ه ا الى مربع
ا ح فنسبة سطح ر ه في ه د الى مربع د ب كنسبة مربع ه ا الى
مربع ا ح واذا بدلنا كانت نسبة سطح ر ه في ه د الى مربع ه ا
كنسبة مربع د ب الى مربع ا ح وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا خرج خطان مماسان لاي قطع مخروطي كان او محيط دائرة ويلتقيان يز
ويعلم نقطتين على القطع كيف ما وقعتا وخرج منهما خطين
موازيين للخطين المماسين يتقاطعان ويقطعان القطع فان نسبة
مربعي الخطين المماسين احدهما الى صاحبه كنسبة السطح
الذي يكون من احد قسمي احد الخطين والقسم الاخر منه الى السطح
الذي يكون من ضرب احد قسمي الخط الاخر في القسم الباقي منه
فليكن قطع مخروطي او محيط دائرة عليه ا ب ووقع خطان
مماسان لقطع ا ب عليهما ا د د ب يلتقيان على نقطة د ويعلم
على القطع نقطتين كيف ما وقعتا وهما نقطتا ر ه ويخرج
عليهما خطين موازيين لخطي ا د د ب عليهما ه ن ر ك د ر ح ط
فاقول ان نسبة مربع ا د الى مربع د ب كنسبة سطح ك ر

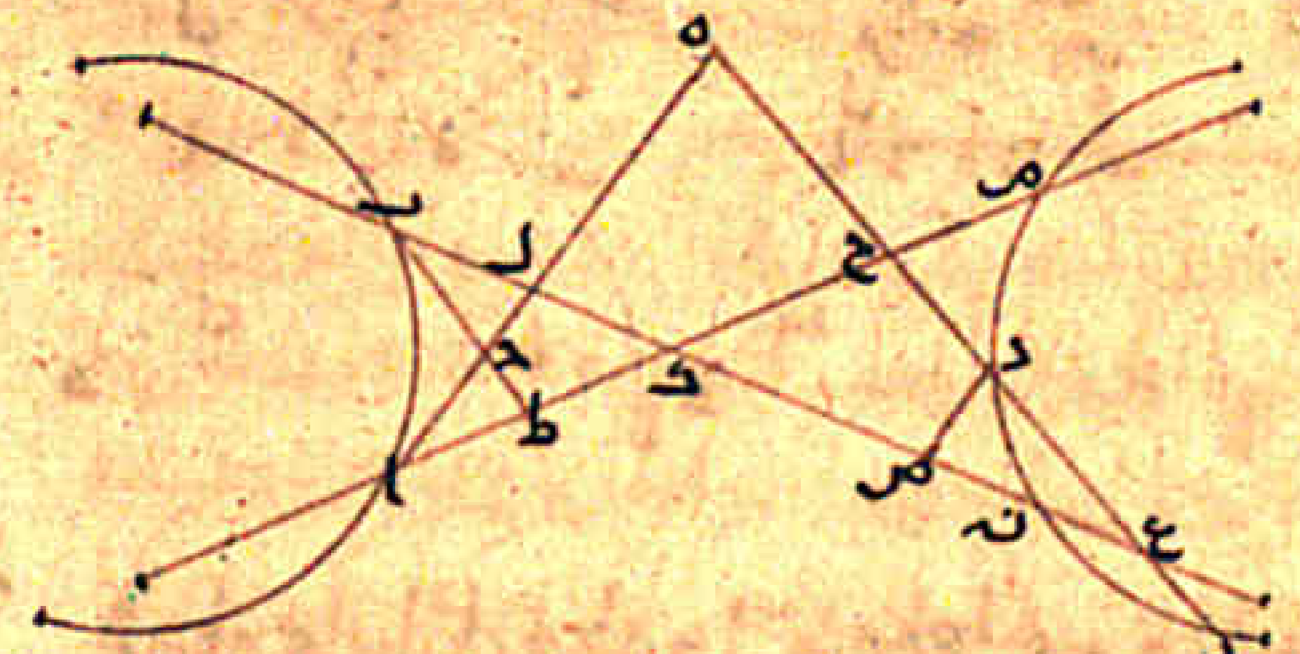
ى د ه الى سطح ط ر فى ر د فنخرج على نقطتى ا ب قطرين عليهما
ا ك م ر ب ع ص ف وننفذهما كما فى الصوره ونخرج الخطين
المماسين والخطين الموازيين لهما حتى يقع على القطرين ونخرج
من نقطتى د ه خطين موازيين للخطين المماسين عليهما د ى ه م و س ت
من الشكل مو ومن من المقاله ا ان خط ك ى مساو لخط ب ه لان
ك ه موازى لخط ا د المماس وخط ط ح لخط ح د ولان خط ك ه
انقسم بنصفين على نقطة ى وبقسمين مختلفين على نقطة ر نكون سطح
ك ر فى ر ه مع مربع ر ى مساويا لمربع ه ى ولان المثلثات
متشابهه من اجل ان الخطوط متوازيه تكون نسبة مربع ه ى
الى مثلث ه م ى كنسبة مربع ى د الى مثلث ر ى ل واذا القينا
من مثلث ه م ى مثلث ر ل ى ومن مربع ه ى مربع ر ى بقيت نسبة
سطح ك ر فى ر ه الى السطح د ه م ل ذى الاربعة الاضلاع الباقي
كنسبة مربع ه ى الى مثلث ا د ر لتشابه المثلثين فنسبة سطح
ك ر فى ر ه الى السطح ر م ر ذى الاربعة الاضلاع كنسبة مربع
ا د الى المثلث د ا ن ولكن مثلث ا د ر مساو لمثلث د ق ب
كما بين فى الشكل ا م من هذه المقاله وسطح د م مساو لسطح
د ص كما بين فى الشكل د م من هذه المقاله فنسبة سطح ك ر فى
ر ه الى السطح د ص كنسبة مربع ا د الى مثلث د ب ف وكذلك
ايضا يبين ان نسبة سطح ط ر فى ر د الى السطح ص ر كنسبة مربع
د ب الى مثلث د ق ب فلان نسبة سطح ك ر فى ر ه الى السطح د ص
ذى الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ا د الى مثلث ق د ب وعلى
وعلى عكس ذلك تكون نسبة د ص ذى الاربعة الاضلاع الى سطح

ط ر فى ر د كنسبة مثلث د ق ب الى مربع د ب فالمساواه تكون
نسبة مربع ا د الى مربع د ب كنسبة سطح ك ر فى ر ه الى سطح
ط ر فى ر د وذلك ما اردنا ان نبين

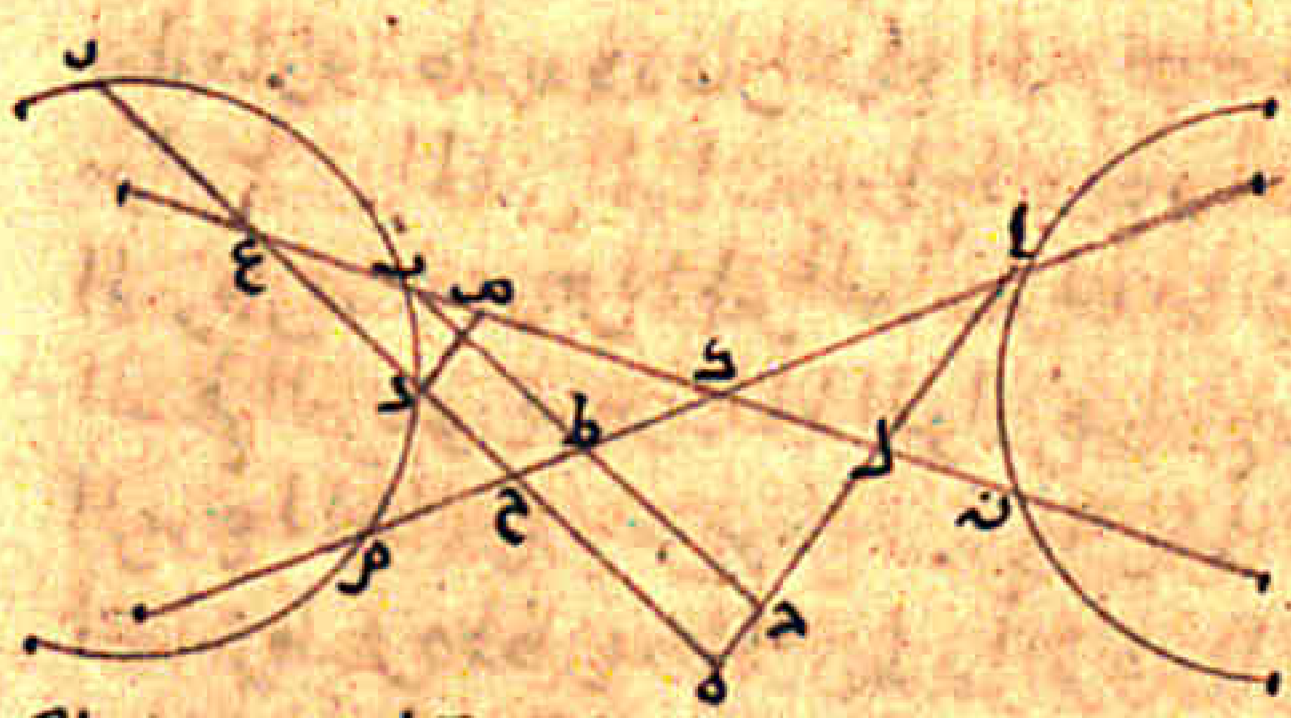


ى ط إذا خطان مماسان لقطع كان من قطعي الخطوط المتقابلة او كلاهما
قطعهما وتعلم نقطة على القطع الاخر نقطة ونخرج منها خط
موازى لاحد الخطين المماسين يقطع القطع ويلقا الخط المماس
الاخر فان نسبة مربعي الخطين المماسين احدهما الى صاحبه كنسبة
السطح الذي يكون من ضرب الخط الموازى فيما يقع منه خارج القطع
الى مربع الخط الذي يخرج من موضع مس ذلك الخط الموازى الى نقطة
التماس فليكن قطعان متقابلان عليهما ا م و خطان مماسان لاحدهما
او لكليهما اد ل ب ح ط ونخرج قطرين على موضع نقطتى التماس عليهما
لم ب ر ه وتعلم على قطع م نقطة ما عليها د ونخرج من نقطة د خطا
موازيا لخط ب ط عليه د ه ر فاقول ان نسبة مربع ب ح الى مربع
ح ا كنسبة سطح د ه في ه ر الى مربع ه ا ونخرج على نقطة د خطا موازيا
لخط ا ح عليه د ص فلان قطع ب قطع د ا ب و قطره ب ن وخط ب ط

مماسه واخرج خط د ه موازيا لخط ب ط يكون خط د ع مساويا لخط
ع د كما بين في الشكل مح من المقالة ا او قد بين فيطول له خط د ه
فسطح د ه في ه د مع مربع د ع مساوي لمربع ه ع ولان خط ه ل موازي
لخط د ص يكون مثلث ع ه ل شبيها بمثلث د ص ع فنسبة مربع
ه ع الى مثلث ع ه ل كنسبة مربع د ع الى مثلث د ع ص فاذا



القينا مثلث
ع ه ل من مثلث
د ص ع ومن
مربع ه ع مربع
د ع بقي نسبة
سطح د ه في
ه د الى سطح
د ه ل ص ذي
الاربعة
الاضلاع
كنسبة
مربع ه ع



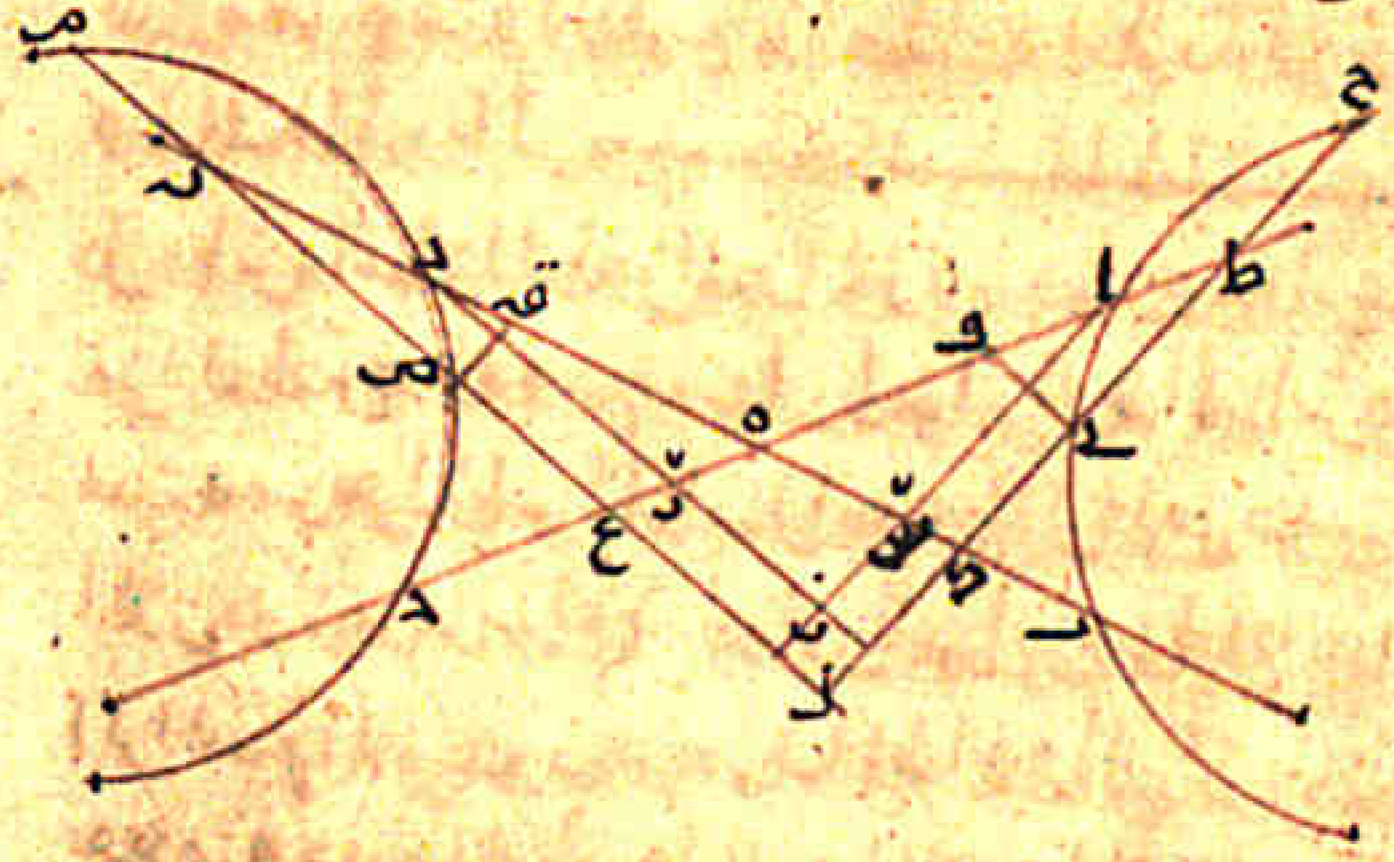
الى مثلث ع ه ل ولكن نسبة مربع ع ه الى مثلث ع ه ل كنسبة مربع
ب ح الى مثلث ب ح ل لتشابه المثلثين فنسبة سطح د ه في ه د
الى سطح د ص ل ه ذي الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ب ح الى
مثلث ب ح ل ولكن سطح د ص ل ه ذو الاربعة الاضلاع مساوي
لمثلث ا ه ح لان مثلث ا ك ه مساوي لسطح ك ص د ح كما بين في الشكل

ب من هذه المقالة فاذا جعلنا سطح ك ل ه ح مشتركا صار مثلث
ا ه ح مثل سطح د ص ل ه ومثلث ب ك د مساوي لمثلث ا ح ط كما
بين في الشكل ا من هذه المقالة فنسبة سطح د ه في ه د الى مثلث
ا ه ح كنسبة مربع ب ح الى مثلث ا ح ط ونسبة مثلث ا ه ح الى
مربع ه ا كنسبة مثلث ا ح ط الى مربع ا ح فبالمساواة تكون
نسبة مربع ب ح الى مربع ح ا كنسبة سطح د ه في ه د الى مربع ه ا
وذلك ما اردنا ان نبين ٥

نط كل خطين مماسين للقطعين المتقابلين ويلتقيان ويعلم على كل واحد
من القطعين نقطة ويخرج منها خط موازي للخط المماس فليلقى القطع فان
نسبة مربعي الخطين المماسين احدهما الى الاخر كنسبة السطح
الذي يكون من ضرب الخط الموازي للمماس فيما يقع منه خارج القطع
الى السطح الذي يكون من ضرب الخط الاخر الموازي للمماس الاخر فيما
يقع منه خارج القطع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د وخطا
نقطة ه وخطان مماسان للقطعين عليهما ا ز ز د يلتقيان على نقطة ز ونعلم
من نقطتين من القطعين خطوطا موازية لخطي ا ز ز د عليهما ح ك ي ك ل
م ن ص ع ل فاقول ان نسبة مربع ا ز الى مربع ز د كنسبة سطح
ح ك في ك ي الى سطح م ل في ل ص برهانه انا نخرج من نقطتي ص ح
خطين موازيين لخطي ا ز ز د عليهما ي ف ص ق فلان نسبة مربع ا ز الى
مربع ز د كنسبة سطح ح ك في ك ي الى سطح م ل في ل ص برهانه انا
نخرج من نقطتي ص ح خطين موازيين لخطي ا ز ز د عليهما ي ف ص ق فلان
مثلث ا ن ذ كنسبة مربع ط ك الى مثلث ط ك ع وكنسبة مربع ط ي
الى مثلث ط ف ي فاذا القينا من مربع ط ك مربع ط ي بقي سطح ح ك في

اما الصورة التي ... فانها ... في نسخة ...

لأن خط ح ى قد انقسم بنصفين على ط وزيد في طوله خط ل ى واذا
القسام من مثلث ط ل ع مثلث ط ق ى بقي سطح ق ى ل ع نصير نسبته
ح ك في ل ى الى سطح ى ق ع ل ذى الاربعة الاضلاع كنسبة مربع
ا ن الى مثلث ا ز د ولكن مثلث ا ز د مساوي لمثلث د ز س كما بين في
الشكل د من هذه المقالة وسطح ق ع ل ى مساوي لسطح ك ق ص ل

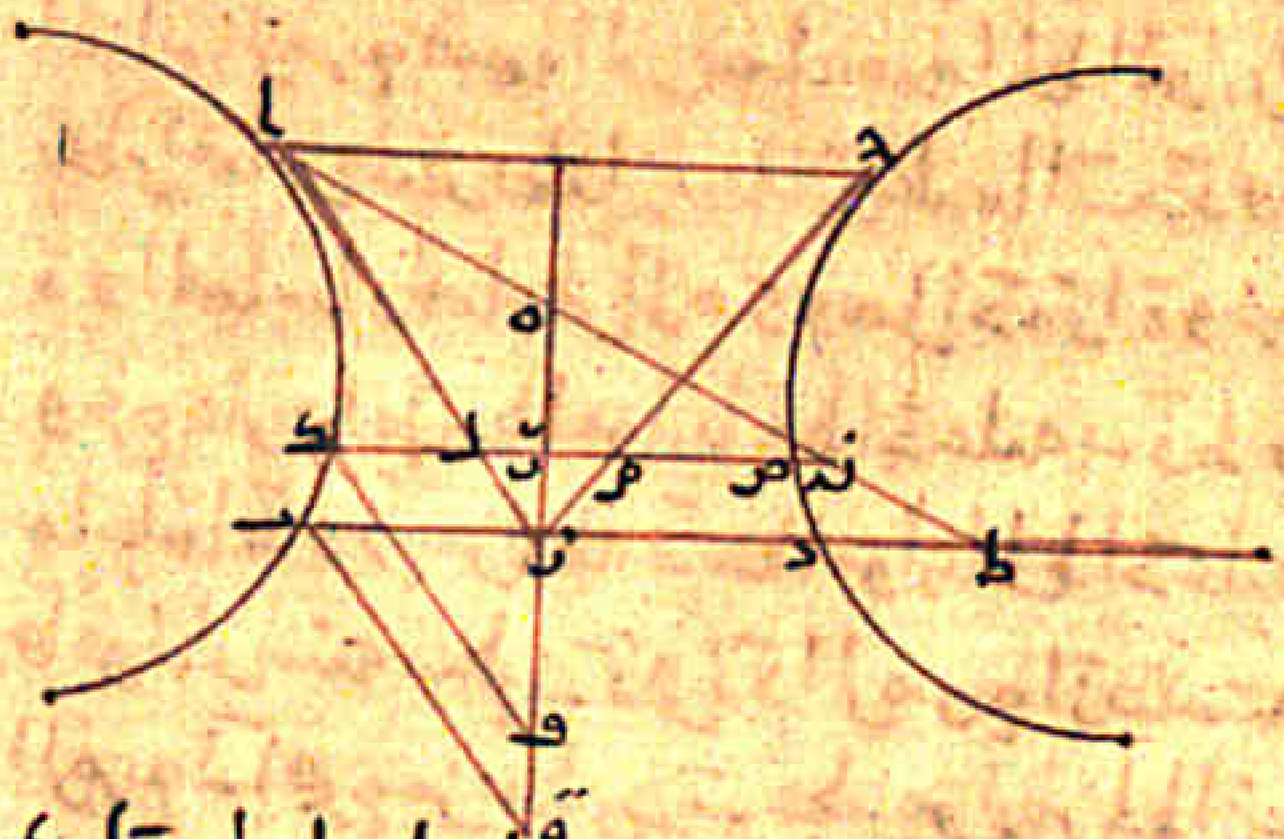


كما بين في
الشكل ن
من هذه
المقالة
ونسبة
مربع ا ن
الى مثلث
د ز س =

كنسبة سطح ح ك في ل ى الى سطح ق ص ل ك وبمثل هذا الطريق
الى
نبين ان نسبة مثلث د س ز الى مربع ز د كنسبة سطح ق ص ل ك
وبمثل هذا الطريق نبين ان نسبة مثلث د س ز الى مربع د ك كنسبة
سطح م ل في ل ص وبالمساواة تكون نسبة مربع ا ن الى مربع ز د
كنسبة سطح ح ك في ل ى الى سطح م ل في ل ص وذلك ما اردنا ان نبينه
ك اذا خط خطان مماسان لقطعين المتقابلين ويلتقيان واخرج من موضع التقائهما
خط موازي للخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس يقطع القطعين جميعا
واخرج ايضا خط اخر موازي له يقطع الخطين المماسين والقطعين فان
نسبة السطح الذي يكون من ضرب قطعة الخط الذي هو ما بين موضع

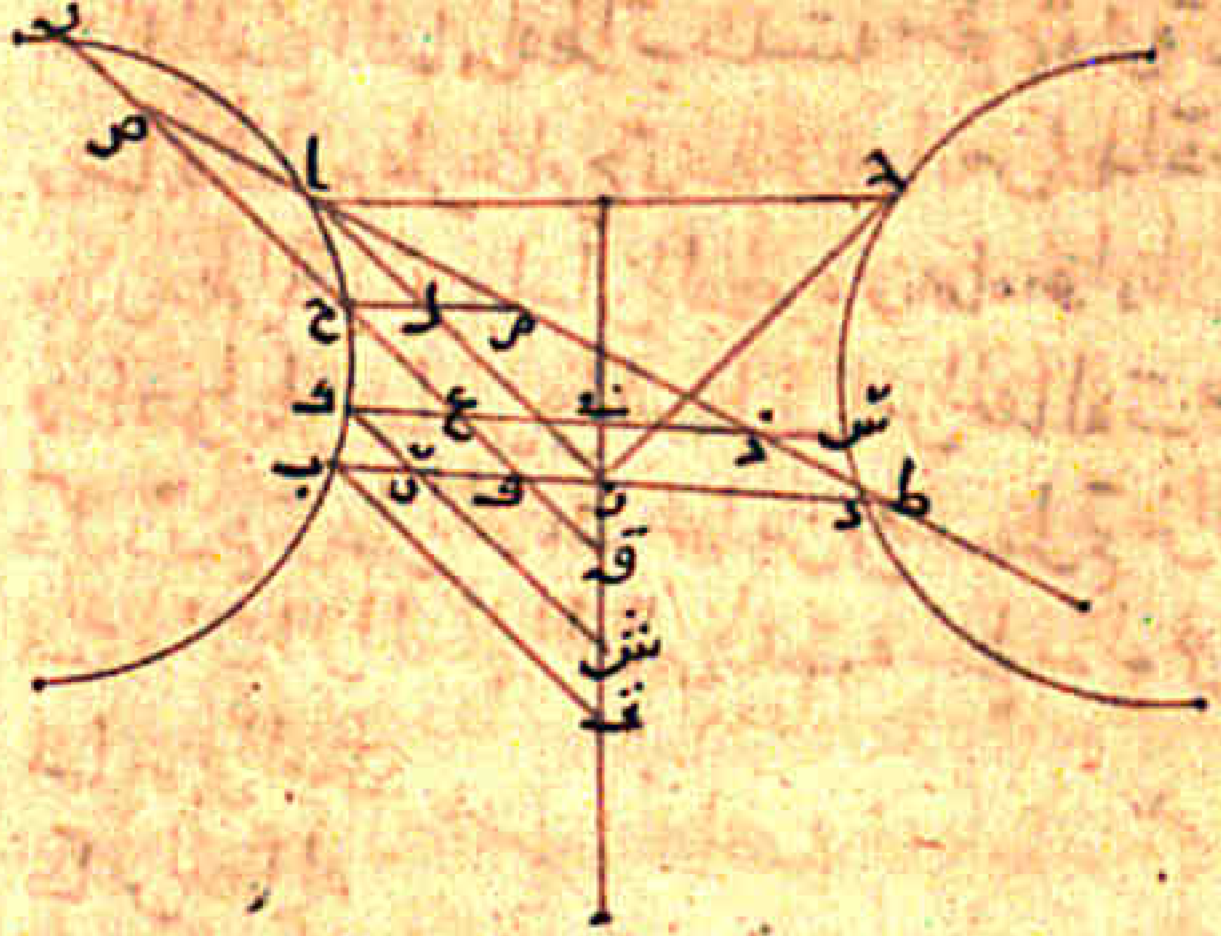
التقاء الخطين المماسين احدهما والاخر الى السطح الذي يكون من ضرب
قطعتي الخط الاخر الموازي له احدهما والاخر كنسبة مربع الخط
المماس الى مربع قسمه الذي يفصله منه الخط الموازي للخط الذي يصل بين
نقطتي التماس فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د ومركزهما نقطة
ه والمماسان لهما خطي ا ز ح ز ونصل ا ح ه ز ا ه ونخرجهما على استقامة
ونخرج على نقطة ز خطا موازيا لخط ا ح عليه ب ز ط ونعلم نقطة
ما عليها ك ونخرج من نقطة ك خطا موازيا للخط ا ح عليه ك ل م ص س ع
فاقول ان نسبة سطح ب ز في ز د الى مربع ا ز كنسبة ك ل في ل ص
الى مربع ل ا فنخرج من نقطتي ب ح خطين موازيين لخط ا ز عليهما ك ف ب ق
فلأن نسبة مربع د ز الى مثلث د ز ق كنسبة مربع ك ن الى مثلث
ك ن ف لتشابه المثلثين وكنسبة مربع ل ز الى مثلث ل ا ز وخط
ز ه ينقسم خط ح د بنصفين كما بين في الشكل لط من المقالة ب على
نقطة ز وبنصفين بقسمين مختلفين على ك فسطح د ك في ك ح مع مربع
ل ز مثل مربع د ز فاذا القينا من مربع ك ز مربع ل ز بقي سطح ك ك
في ك ص ومن مثلث ك ف ن مثلث ز ل ا بقي سطح ك ل ز ف فيكون
نسبة سطح د ك في ك ح الى سطح ك ل ز ف ذي الاربعة الاضلاع
كنسبة مربع ب ز الى مثلث ب ز ق ولكن مربع ب ز مساوي لسطح
ب ز في ز د ومثلث د ق ز مساوي لمثلث ا ز ط كما بين في الشكل
ب من هذه المقالة وسطح ك ك ز ف ذو الاربعة الاضلاع
الاضلاع مساوي لمثلث ل ز ن كما بين في الشكل يا من هذه المقالة
فنسبة سطح ب ز في ز د الى مثلث ا ز ط كنسبة سطح ك ل في ل ص الى
مثلث ل ن ا ولكن نسبة مثلث ا ز ط الى مربع ا ز كنسبة مثلث ل ا ن

الى مربع ا ك هما المساواة يكون نسبة سطح ب ذ في ذ د الى مربع ا ز
كنسبة
سطح د ل
في ل ص
الى مربع
ا ك وذلك
ما اردنا
ان نبينه
واذ قد بين



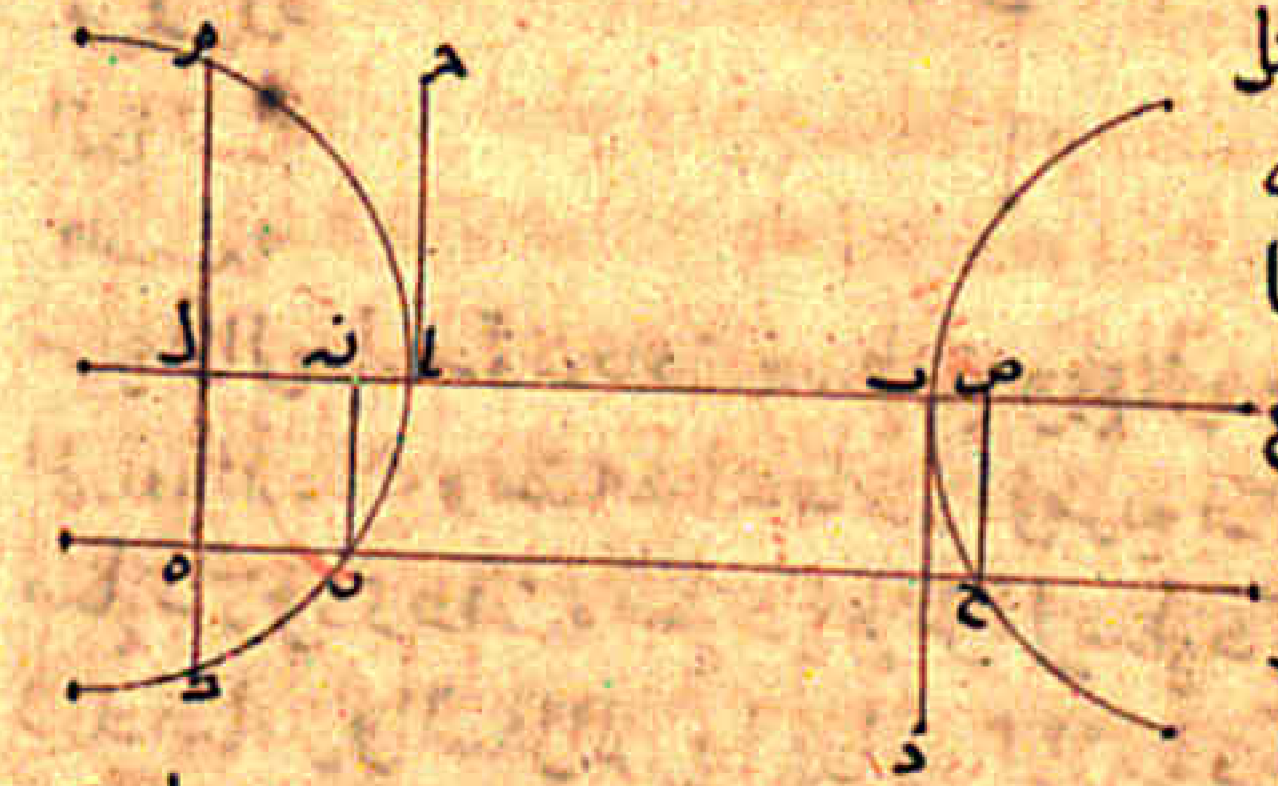
ما ذكرنا فليكن قطعا ا ب ح د متقابلين ونعلم عليهما نقطتي ح ا و ح ح
منهما خطي ح د ذ ا يماسان القطعين ويلتقيان على ن ونصل خط اد ونعلم
على قطع ا ب نقطتي ح ك ونخرج عليهما خطي ك ص ح ع ف و ك ش ن موازيين
لخط ا ز وخطي ح ل م ك ع ى ش ذ ن موازيين لخط اذ ونخرج قطر ص ا م ر ذ ط
ونخرج على نقطة ن خطا موازيا لخط اذ عليه ب ذ ف ز ذ ط فاقول ان نسبة
سطح ب ذ في ذ ز الى مربع ا ز كنسبة سطح ك ع في ع ش الى سطح ن ع
في ع ح برهان ذلك انا نخرج خط ب ت موازيا لخط ا ز و ع ح وقطر ز ش ق ف ر
فنسبة مربع ا ز الى المثلث ا ز ط كنسبة مربع ا ل الى المثلث ا ل م
وكنسبة مربع ص ع الى المثلث ص ع ذ وكنسبة مربع ص ح الى
مثلث ص ح م فنسبة مربع ص ع الى المثلث ص ع ذ كنسبة مربع
ص ح الى مثلث ص ح م واذا انقصنا من مربع ص ع مربع ص ح بقي سطح
ن ع في ع ح لان خط ن ح خط ر ب وهو مقسوم بقطر ذ ا م بنصفين على
ص ويزيد في طوله خط ح ع واذا انقصنا من مثلث ص ع ذ مثلث ص ح م

من سطح م ذ ع ح ذو الاربعة الاضلاع فنسبة سطح ن ع في ع ح
الى سطح ح ع ذ م ذي الاربعة الاضلاع كنسبة مربع ا ز الى المثلث ا ز ط
ولكن مثلث ا ز ط مساوي لمثلث ب ذ ن كما تبين في الشكل ب من



هذه المقالة
وسطح ح ع
ذ م مثل سطح
ذ ع ف ش
كما تبين في
الشكل ب
من هذه
المقالة
فنسبة
مربع ا ز الى مثلث ب ذ ن كنسبة سطح ن ع في ع ح الى السطح ذ ع ف ش ذ ى
الاربعة الاضلاع ونسبة مثلث ب ذ ن الى المربع ب ذ ز الذي هو مثل
سطح ب ذ في ذ ز كنسبة سطح ذ ع ف ش الى السطح ذ ع في ع ش وبين
ذلك كما تبين في الشكل الذي قبل هذا وذلك ان خط ى ش قد قسم بنصفين
على ى كما تبين في الشكل له من المقالة ب ويقسم بقسمين مختلفين على ع ومثلثات
ب ت ذ ك ش ى ع ف ذ ى متشابهة فهي نسبة المساواة اذا القينا سطح
ذ ع ف ش ذا الاربعة الاضلاع ومثلث ب ز ت يكون نسبة مربع
ا ز الى سطح ب ذ في ذ ز كنسبة سطح ن ع في ع ح الى السطح ك ع في ع ش
وعلى عكس ذلك يكون نسبة سطح ب ذ في ذ ز الى مربع ا ز كنسبة سطح
ك ع في ع ش الى السطح ن ع في ع ح وذلك ما اردنا ان نبين ٥

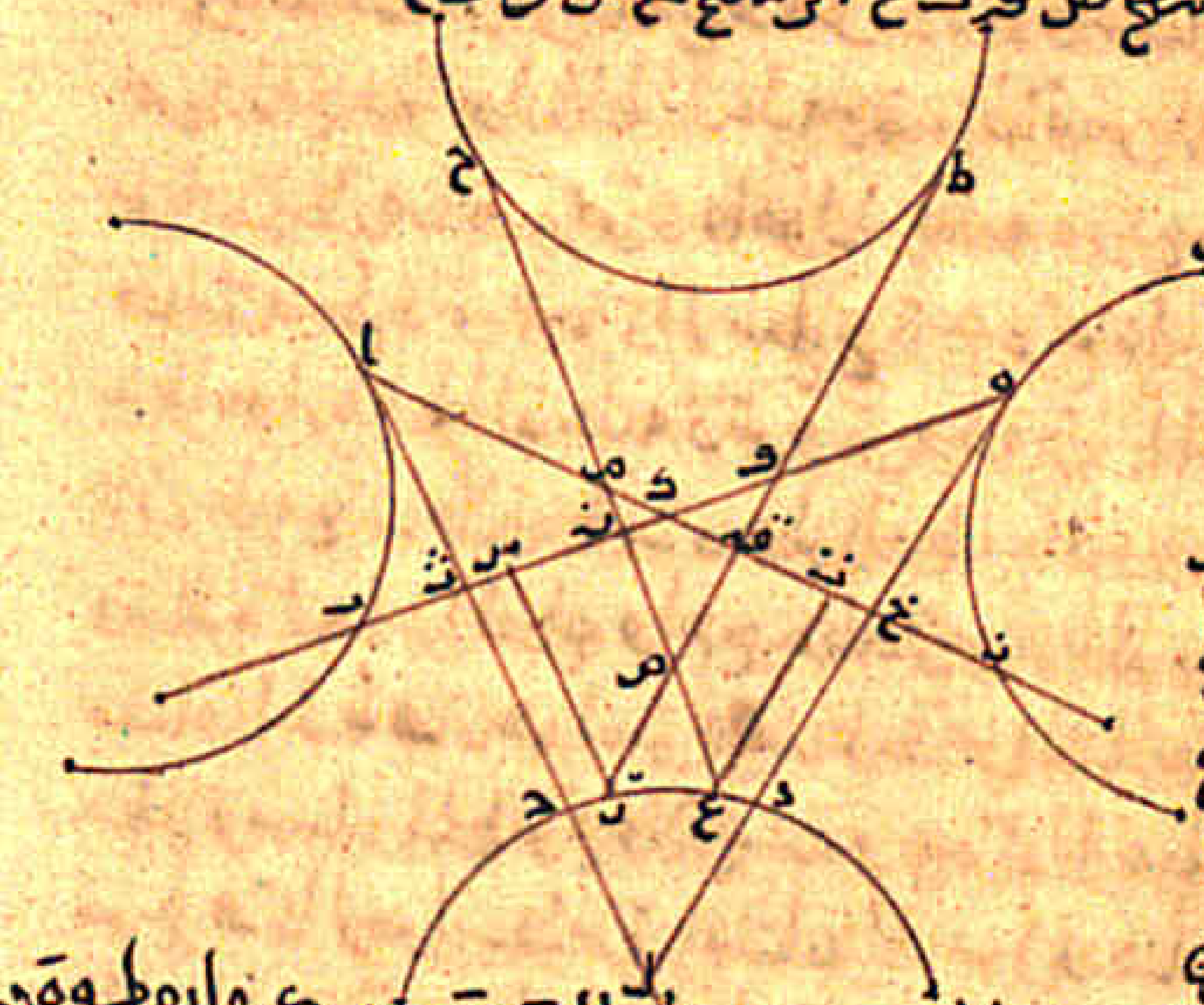
كب إذا كان قطعا اب متقابلين وخطان مماسان لهما اد بد وهما
متوازيان ووصل اب واخرج خط دح موازيا لخط اب كيف ما
وقع وخط هـ كل موازيا لخط اد كيف ما وقع فإن الذي نسبته
اب إلى الضلع القائم لقطر اب كنسبة سطح حه في هد إلى كه في هم
برهانه انا نخرج على نقطتي ح د خطين موازيين لخط اد عليهما دن حم
فلأن خطي اد بد مماسان القطوع وهما متوازيان فالقطر اب
فهما متوازيان فيماس في الشكل لـ من المقالة ب وقد خرجت خطوط
كل دن حم على الترتيب فيماس في الشكل مح من المقالة آ تكون
نسبة اب الى الضلع القائم كنسبة سطح بل في لا الى مربع لك



فيماس في الشكل
كا من المقالة
آ وهو أيضا
كنسبة سطح
بن في نا
الى مربع ند
الذي هو مثل
مربع لـ ه فنسبة سطح بل في لا الى مربع كل كنسبة سطح بن في
نا الذي هو مثل صا الى مربع لـ ه لأن لأن مساوي لخط ده مربع لـ ه فإذا
نقصنا مربع كل من مربع لـ ه بقي سطح كه في هم ولذا نقصنا من سطح بل
في لا سطح بن في نا بقي سطح بل في لن مع سطح لن في نا ولكن
نا مثل بن فالذي يجتمع هو سطح صل في لن فنسبة سطح صل في
لن الى سطح كه في هم كنسبة اب الى الضلع القائم له وسطح صل
في لن الى سطح ...

كج إذا كان قطعا اب متقابلين وخطان مماسان لهما اد بد وهما
متوازيان ووصل اب واخرج خط دح موازيا لخط اب كيف ما ... فإن
... سطح حه في هد الى سطح كه في هم كنسبة ...
اذا كان سطوح متقابلة مزدوجة عليها اب حد ه ز ح ط ومركزها
نقطة ك وخرج خطين مماسين لقطعي اب ه ز المتقابلين عليهما ان د ل
ه ح د ك يلتقيان على نقطة ل ووصل اك ه ك واخرجهما الى نقطتي ن ع ح
من نقطة ح خطا موازيا لخط ال عليه ح م ز ص ومن نقطة ط خطا موازيا
لخط ه د عليه ط ق وص د فأقول إن نسبة مربع ه ل الى مربع ا ك
كنسبة سطح ط ص في ص ق الى سطح ح ص في ص ع فلنخرج على نقطة ك
خطا موازيا لخط ال عليه ك س ومن نقطة ع خطا موازيا لخط
ه ل عليه ع ث فلأن خط ب ه قطر للقطوع المزدوجة المتقابلة
وخط ه ل يماس القطع واخرج خط ط ق موازيا له يكون خط ط ق
مساويا لخط ق ت فيماس في الشكل ك من المقالة ب وكذلك يكون
خط ح م مساويا لخط م ع فلأن نسبة مربع ه ل الى مثلث ه ث ك
مربع ق ك الى مثلث ق س ت لتشابه المثلثين وكنسبة مربع ق ص
الى مثلث ق ت ص وإذا نقصنا من مربع ق ك من مربع ق ص بقي سطح
ط ص في ص ق وإذا نقصنا من مثلث ق س ت مثلث ق ت ص بقي سطح
س ن ص ت د والرباعي الأضلاع فنسبة سطح ط ص في ص ق الى سطح
س ص د ي الرباعي الأضلاع كنسبة مربع ه ل الى مثلث ه ث ك
ولكن مثلث ه ث ك مساو لمثلث ا ل ح فيماس في الشكل ...
من هذه المقالة وسطح س ت ص ت د والرباعي الأضلاع مساوي
لسطح ص ع ت د ي الرباعي الأضلاع لأنه قد تبين في الشكل ... من
هذه المقالة أن سطح ... يكون أبدا مثل سطح ع ت ... زاد ا

العنا المشترك وهو سطح ق ص ن ك نعى سطح س ر ص د دو الاربعه
الاضلاع مثل سطح ص و ن ع ذى الاربعه الاضلاع فنسبة
مربع ه ك الى المثلث الذى كنسبة سطح ط ص و ص د الى السطح ص ع د ف
ذى الاربعه الاضلاع وكذلك تبين ان نسبة مثلث اخ ل الى مربع
ا ل كنسبة سطح ص ف ن ع الى السطح ح ص و ص ع فالمساواه

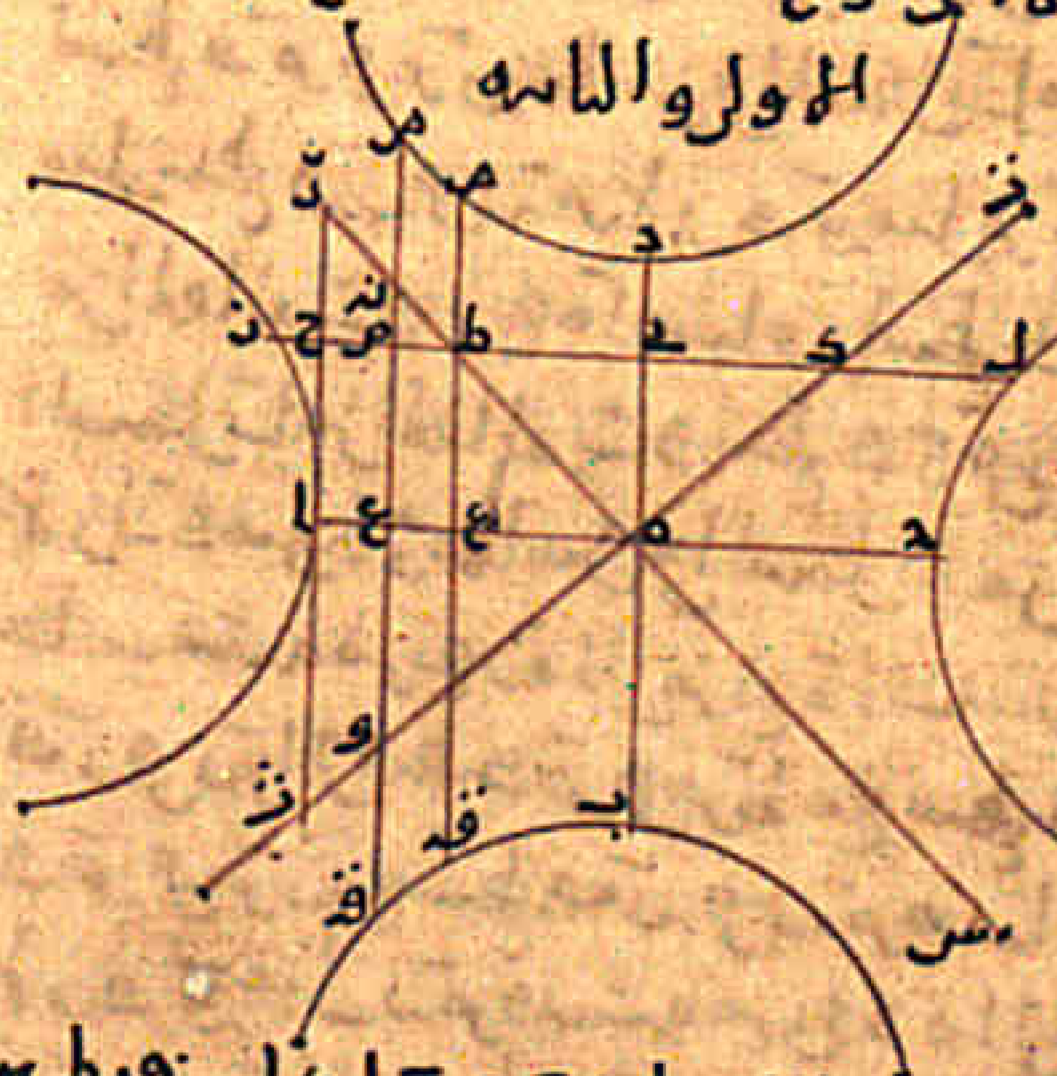


يكون نسبة
مربع ه ل الى
مربع ك ا
كنسبة
سطح ط ص و
ص د الى السطح
ح ص و ص ع
وذلك ما
اردنا ان نبين

اذا كان قطوع متقابله مزدوجه عليها ا ب ح د ومركزها نقطة ه ونخرج — كد
واخرج خطان موازيان لخطى اد ب عليهما ز ح ط ب ك ل م ن ص ع ف ق
ملتقيان على نقطة ص فاقول انه ان كانت نقطة ص داخل المزاويه
ز ه ث او داخل المزاويه ن ه س فان سطح ن ص و ص ل مع سطح
اخر يكون نسبته الى السطح م ص و ص ق كنسبة مربع احد المربع د ب
يكون مساويا لضعف مربع ا ه وخرج الخطوط التى لا تقع على
القطوع وهى ز ه س ن ه ث وخرج على نقطة ا خطا مماسا للقطوع
عليه اح ر ث فخط ر ا مثل ا ث لان خاسين والسكل ح من المقاله

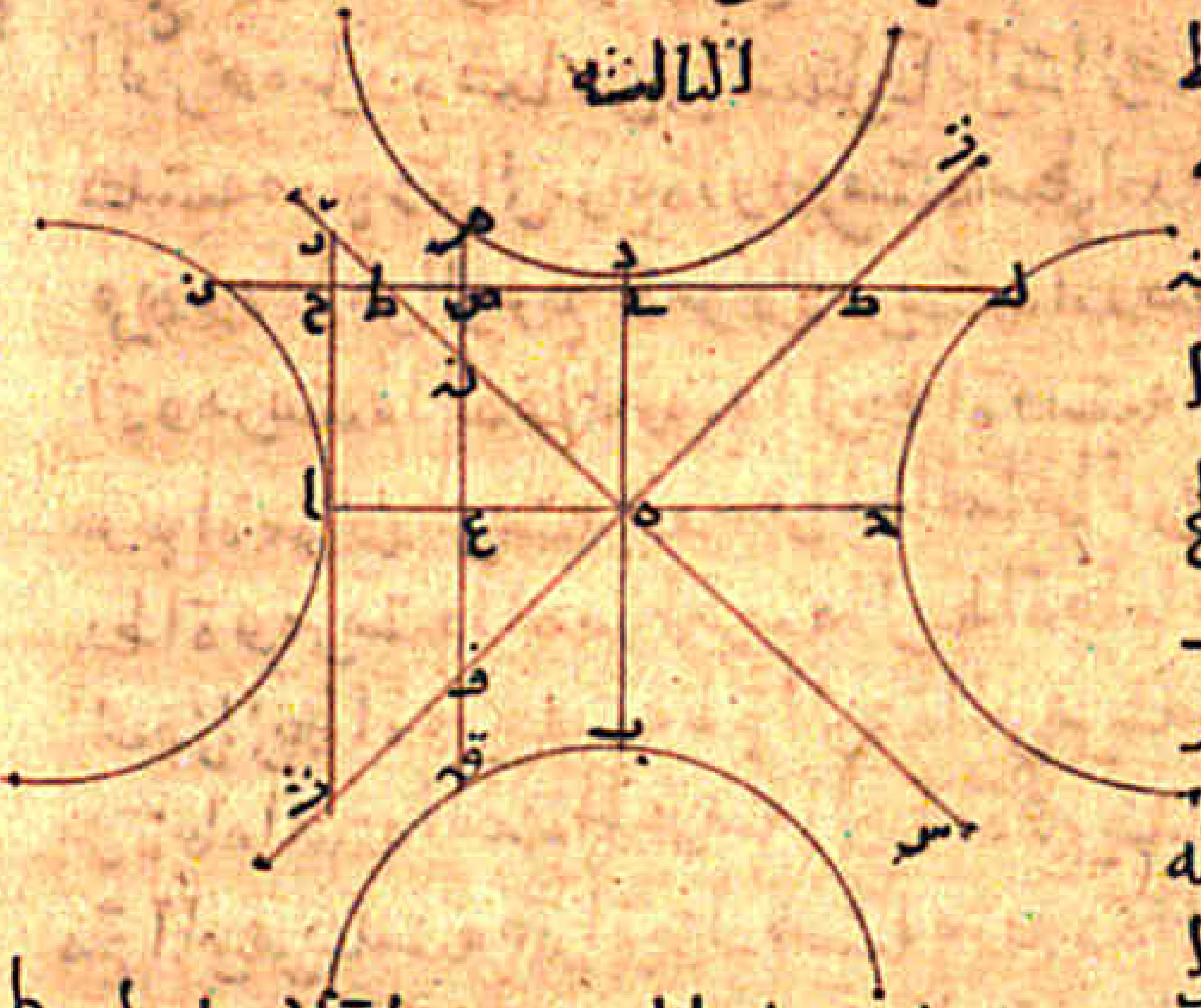
ب وسطح ر ا و ا ث مساوى لمربع د ه كما تبين فى السكل ا من المقاله
ب فيكون نسبة د ا و ا ث الى مربع ه ا كنسبة مربع د ه الى مربع
ه ا ولكن نسبة ر ا و ا ث الى مربع ا ه مركبة من نسبة ر ا الى ا ه
ومن نسبة ث ا الى ا ه ولكن نسبة ر ا الى ا ه كنسبة ن ص الى ص ط
لمشابهة المثلثين ونسبة ث ا الى ا ه كنسبة ف ص الى ص ك فنسبة
مربع د ه الى مربع ه ا مركبة من نسبة ن ص الى ص ط ومن نسبة
ف ص الى ص ك والنسبة المركبة من نسبة ن ص الى ص ط ومن نسبة
ف ص الى ص ك هى كنسبة سطح ف ص و ص ن الى سطح ك ص و ص ط
للذى تبين فى المقدمات التى قدمت لهذا الكتاب فنسبة مربع
د ه الى مربع ه ا كنسبة سطح ف ص و ص ن الى سطح ك ص و ص ط واذا
جمعنا كانت نسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة مربع د ه مع سطح
ف ص و ص ن الى مربع ا ه مع سطح ك ص و ص ط ولكن مربع د ه مساوى
لسطح ف م و م ن كما تبين فى السكل يا من المقاله ب الذى هو
مثل سطح ف ن و ن م لان ف ومثل م ن كما تبين فى السكل يو
من المقاله ب ومربع ه ا مساوى لسطح ك ز و ز ط كما تبين فى
السكل يا من المقاله ب وسطح ك ز و ز ط مثل سطح ل ط و ط ك
لان ز ك مثل ط ل كما تبين فى السكل يو من المقاله ب فاذا جمعنا
كانت نسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة ف ص و ص ن مع سطح
ف ن و ن م الى السطح ك ص و ص ط مع سطح ل ط و ط ك ولكن سطح
ف ص و ص ن مع سطح ف ن و ن م مساوى لسطح ف ص و ص م
لان ف ن مثل ن م فنسبة مربع د ه الى مربع ه ا كنسبة سطح
ف ص و ص م الى السطح ك ص و ص ط مع سطح ك ز و ز ط فسطح

زص وصل مع سطح دص وصط مثل مربع اه لان ذلك مثل طز
وسطح دن وزط مساوى لمربع اه فسطح زص وصل مع سطح
دص وصط ومع سطح دن وزط مساوى لضعف مربع اه وقطع
زل على م ق وعلى احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع على نقطة
ط كما بين في الصورة ب فيكون سطح زط وطل مساويا لمربع
اه كما بين من الشكل يا من المقالة ب ومن بين منها فنسبة مربع
وسطح مط وطق مساوى لمربع ده كما بين من الشكل يا وبو
من المقالة ب وسطح فنسبة مربع ده الى مربع اه كنسبة سطح
مط وطق الى سطح زط وطل ولكن سطح زط وطل مساوى
لمربع اه وضعفه لضعفه فان كانت نقطة ق داخل احدى زاويتي
زهك او داخل احدى زاويتي نهس على ما في الصورة ج فكذلك
بين ان نسبة مربع ده الى مربع اه كنسبة سطح فص وصق الى



السطح دص
وصط ولكن
سطح فص وصق
مثل الذي هو
مثل سطح فق قد
في ... مساوى
لمربع ده فنسبة
سطح فق قد
نص الى مربع
اه كنسبة سطح فص وصق الى السطح دص وصط كما بين في الصوره

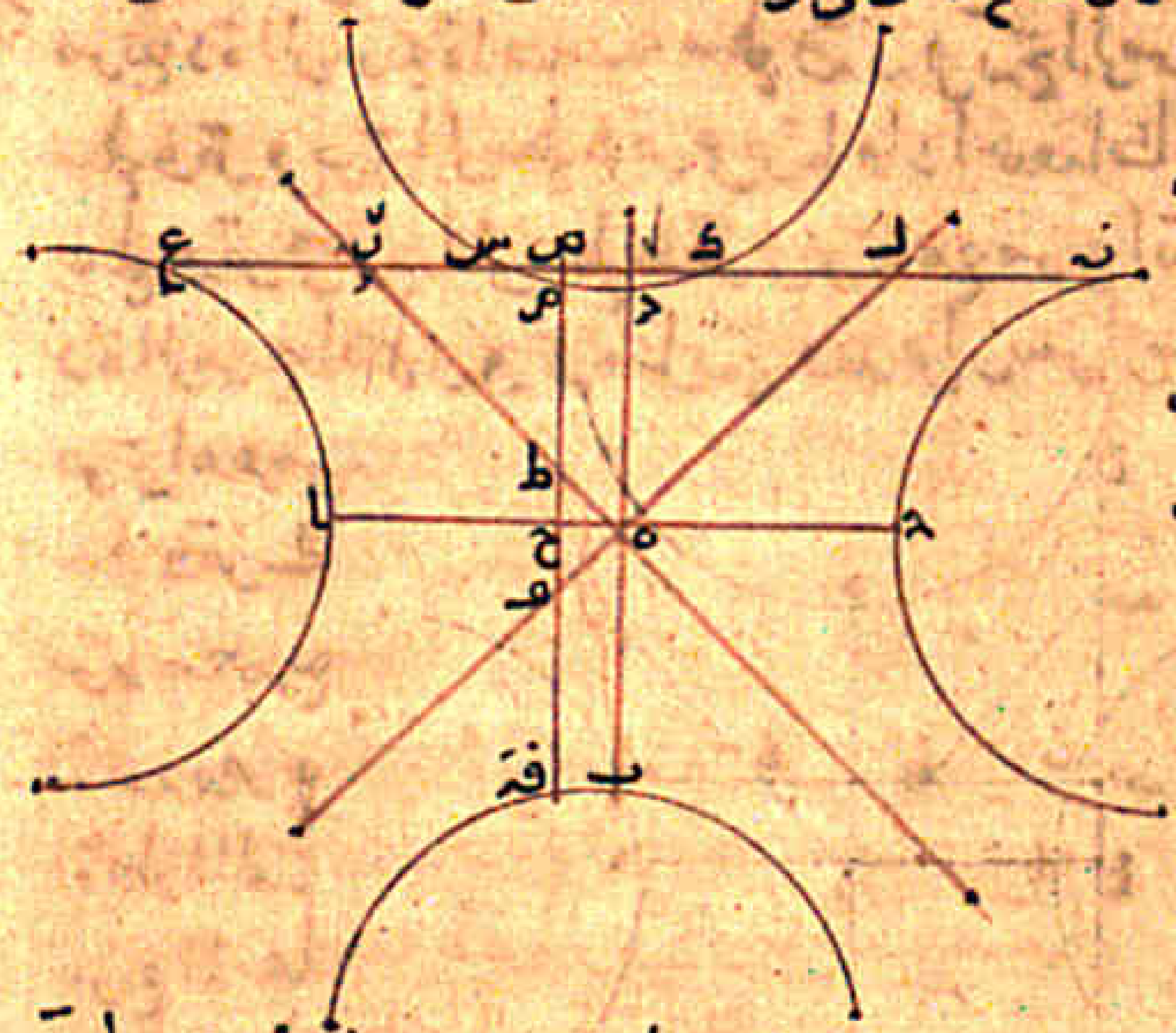
من فل وسا بنسبة سطح قص وصم الى فضلة مربع اه على سطح



دص وصط
كنسبة
سطح قن نه
... الى
مربع ه ا
وبين ان سطح
نص وصل
اذا زيد
عليه فضلة
مربع ه ا
على سطح دص وصط كان مساويا لضعف مربع اه المساوى لسطح
زط وطل وذلك انا ان نقصنا من سطح زص وصل سطح طص
في صك بقي سطح زط وطل فسطح زص وصل مع سطح يكون نسبته
الى سطح مص وصق كنسبة مربع اد الى مربع دب مساوى لضعف
مربع اه وذلك ما اردنا ان نبين ـــــــــــ ه
كه ونبين ايضا على حالها ولنقطع الخطوط الموازية لخطي اد بد
داخلا في احد قطعي د ب على نقطة ص على مثل ما في هذه الصورة فاقول
ان السطح الذي يكون من ضرب ع ص في ص ن اعظم من السطح الذي يكون
نسبته سطح قص وصم اليه كنسبة مربع نصف القطر القائم الى
مربع نصف المجانب بضعف مربع نصف المجانب برهان ذلك انا ان
اخرجنا من نقطة ا خطا مماسا للقطع ا وانفذناه حتى يلقى الخطين
اللذين لا يقعان على القطع انقسم بنصفين على نقطة ا وصار نسبة

سطح احد نصفيه في الاخر الى المربع اه كنسبة مربع احد نصفيه
الذي هو مثل دة كما تبين في الشكل كا من ب الى المربع اه الى
كنسبة مربع دة الى المربع اه ولكن نسبة سطح احد نصفي الخط المماس
في نصفه الاخر الى المربع اه مؤلفة من نسبة احد نصفيه الى خط
اه ومن نسبة النصف الاخر منه الى خط اه فنسبة مربع دة الى
مربع اه مؤلفة من نسبة احد نصفي الخط المماس الذي بنقطة آ الى
خط اه ومن نسبة النصف الاخر منه الى خط اه فاما نسبة احد
النصفين الى خط اه فهي كنسبة طح الى حه التي هي كنسبة طص الى
ص د فاما نسبة النصف الاخر منه الى خط اه فهي كنسبة فح الى
مح التي هي كنسبة فق الى ق ل فنسبة مربع ده الى المربع اه مؤلفة
من نسبة طص الى ص د ومن نسبة فق الى ق ل ولكن النسبة
المؤلفة من نسبة طص الى ص د ومن نسبة فق الى ق ل هي نسبة
سطح فق في طص الى السطح د ص في ق ل من اجل ما تقدم بيانه في
الاشكال التي جعلت مقدمات لهذا الكتاب فنسبة مربع ده الى
مربع ه آ كنسبة سطح فق في طص الى السطح د ص في ق ل ولكن مربع
ده مساوي لسطح فم في مط كما تبين في الشكل يا من المقالة ب
ولذلك يكون مربع ه ا مساويا للسطح ل ع في ع د فنسبة مربع
ده الى المربع ه ا كنسبة سطح فم في مط الى السطح ل ع في ع د ولان
نسبة سطح فق في طص الى السطح ل ص في ص د كنسبة المنقوص
منه وهو سطح فم في مط الى المنقوص من الاخر وهو سطح ل ع
في ع د الذي هو مثل د ه في د ع لان د ل مثل د ع كما تبين في الشكل
يو من المقالة ب والباقي من سطح فق في صط فم في مط يكون

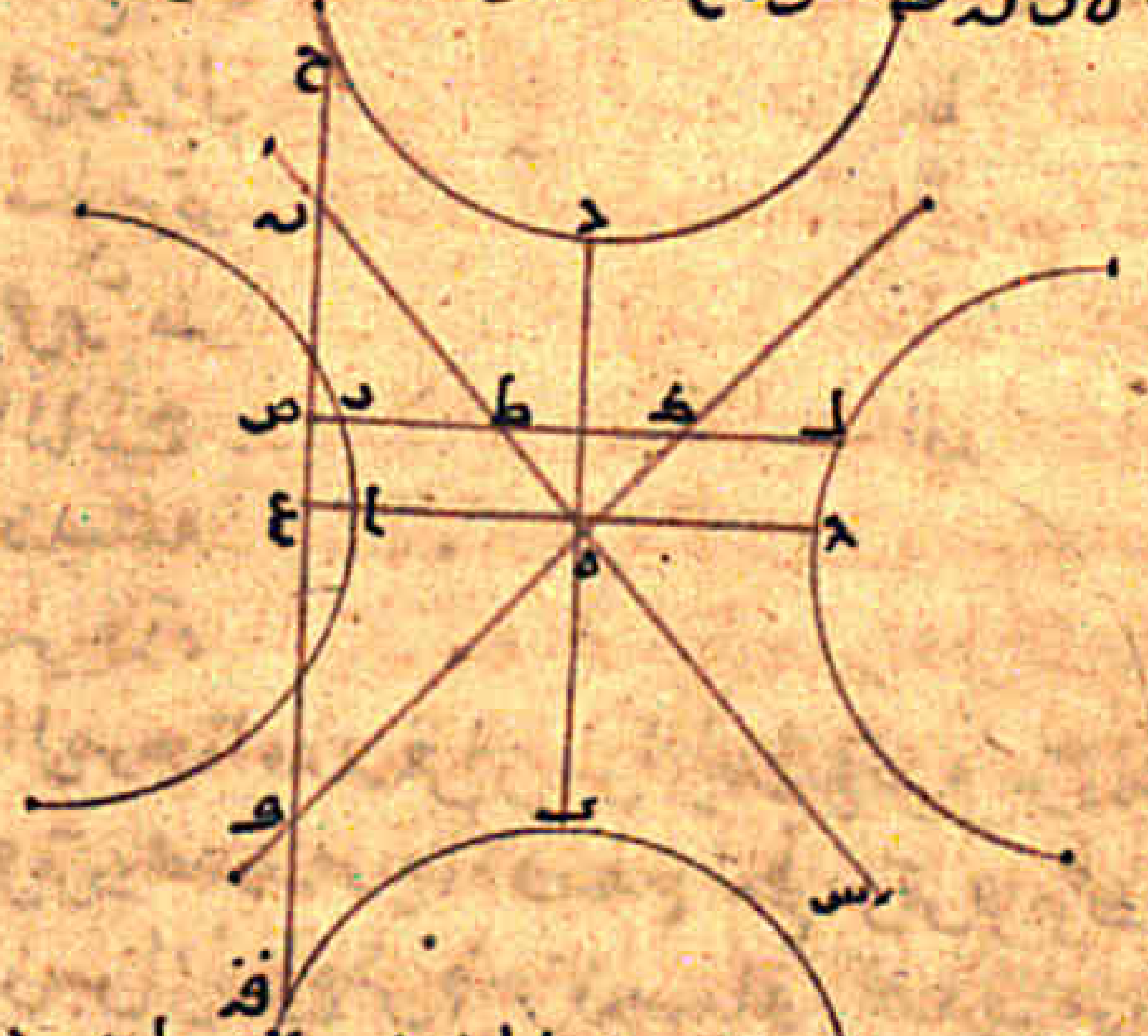
الباقي مثل سطح فص في صم من اجل ان فق مثل طم والباقي من سطح
د ص في ص ل سطح د ع في ع ل يبقى سطح س ص في ص ك لان سطح ع د في د ل
مثل مربع اه وسطح د س في س ل ايضا مثل مربع اه كما تبين في الشكل



ح ومن كا
من المقالة
ب فنسبة
سطح فص
في صم الى
سطح س ص
في ص ك
الباقي
كنسبة
مربع ده
الى المربع ه ا فقد تبين ان سطح ع ص في ص د اعظم من سطح س ص
في ص ك بضعف مربع اه وبطرح سطح س ص في ص ك المشترك منهما
انه تبين ان سطح ع س في س ل مساوي لضعف مربع ه ا وهو ذلك
من اجل ما تبين في الشكل كج من المقالة ب

كو فان كان يقطع الخطين على نقطة ص احد الاخرى احد وطعي ا ح على مثل
ما في هذه الصورة كان السطح الذي يكون من ضرب ل ص في ص د اصغر
من السطح الذي يكون نسبته السطح الذي يكون من ضرب فص في
صح اليه كنسبة مربع نصف القطر القائم الى مربع نصف المجانب
بضعف مربع نصف المجانب الذي هو اه من اجل ما قد تقدم ذكره

وفى الشكل الذى قبل هذا نكون نسبته مربع ده الى مربع ه ل كنسبة
سطح ف ص وص ر الى سطح د ص وص ط ولكن مربع ده مساوى
لسطح فر د وز ح كما بين فى الشكل ٣ و ٤ من المقالة ٣ فنسبة
مربع ده الى مربع ه ا كنسبة سطح ق د و ر ح الى مربع ا ه ونسبة
سطح ف ق وص ر الى سطح د ص وص ط فاذا جمعنا كانت نسبة
سطح ف ص وص ح الى سطح د ص وص ط مع مربع ا ه كنسبة مربع
ده الى مربع ا ه لان ف ق مثل ر ح فقد تبين ان سطح ل ص في



ص ر اصغر من
سطح د ص في
ص ط مع مربع
ا ه بمقدار مربع
ا ه فاذا القينا
مربع ا ه بقى
ان سطح
ل ص في ص د
اصغر من
سطح د ص في ص ط بمربع ا ه الذى هو مثل ل ط في ط ن ولكنه
اصغر منه بهذا المقدار لان سطح ل ط في ط ن مع سطح ل ص في ص ر
مساوى لسطح د ص في ص ط لان ل ن د مثل ط د فقد تبين ان سطح
ل ص في ص د اصغر من سطح د ص في ص ط مع مربع ا ه بمقدار مربع
ا ه وذلك ما اردنا ان نبين

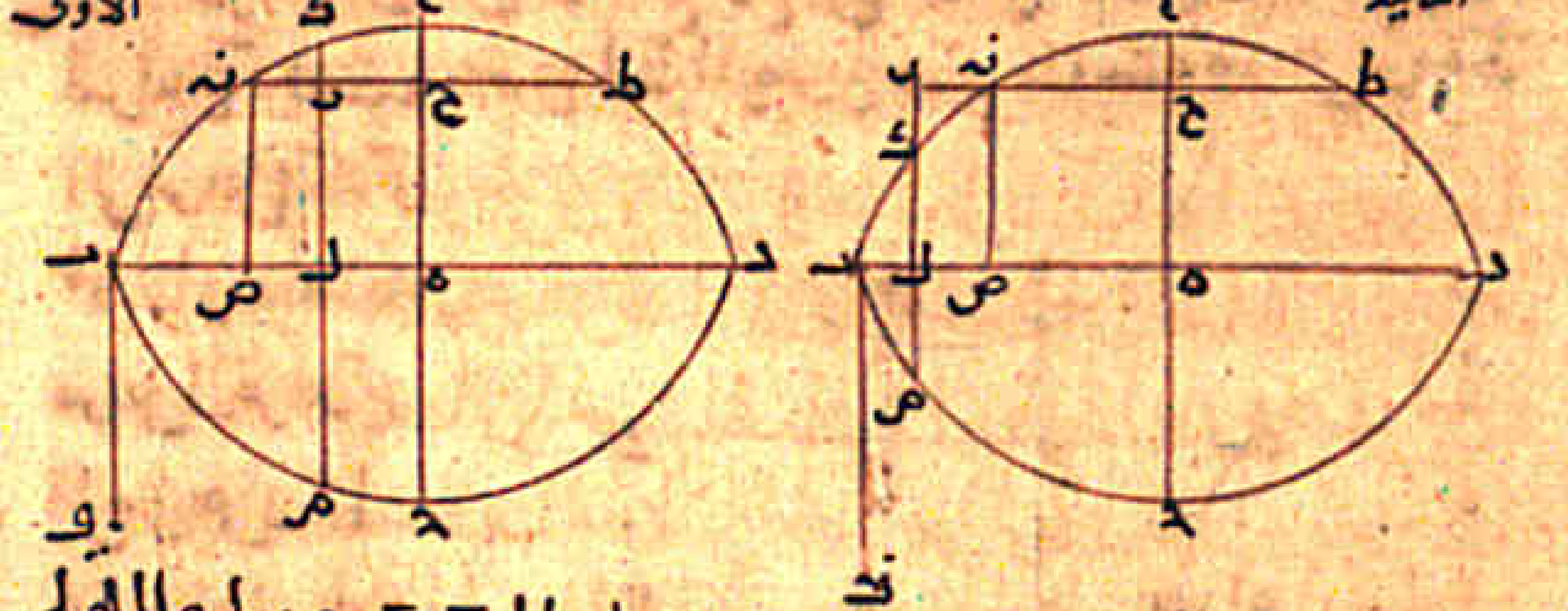
اذا كان شكل ا ب ج د قطعا ناقصا او محيط دائرة ومركزه

نقطة ه واخرج قطران مزدوجان احدهما ا ج القائم وهو خط
ا ه ج والاخر المجانب وهو خط ب ه د واخرج خطان موازيان للخطين
ا ج ب د عليهما ف ن ح ط ك ر ل م فان مربعى خطى ن ح ط ل اذا ابدل عليهما
السطوح التى تكون على خطى ك ب د م الشبيهة بالسطح المضاف الى
خط ا ج الذى عرضه الخط القائم له كانا مساويين لمربع ب ه مثل ج
من نقطة ب خط موازيا لخط ا ه عليه ب ص فمن انه يخرج على الذى سبب
الى خط ب د ولنكن الضلع القائم لقطر ب د خط ب ق ولان نسبة
ب ق الى ا ج كنسبة ا ج الى ب د كما بين فى الشكل ١٥ من المقالة
١ تكون نسبة ب ق الى ب د كنسبة مربع ا ج الى مربع ب د
ولكن مربع ب د مساوى للسطح المضاف الى خط ا ج الذى عرضه
الضلع لقطر ا ج لان نسبة الضلع القائم لقطر ا ج الى ب د كنسبة
ب د الى ا ج فنسبة ب ق الى ب د كنسبة مربع ا ج الى السطح المضاف
الى خط ا ج الذى عرضه الضلع القائم لقطر ا ج ونسبة مربع ا ج
الى السطح المضاف الى خط ا ج الذى عرضه الضلع القائم لقطر ا ج
كنسبة مربع ب ص الى السطح المضاف الى ب ص الشبيه بالسطح
المضاف الى ا ج الذى عرضه الضلع القائم لقطر ا ج فنسبة ق ب
الى ب د كنسبة مربع ب ص الى السطح المضاف الى ب ص الشبيه
بالسطح المضاف الى ا ج الذى عرضه الضلع القائم له ولكن نسبة
ق ب الى ب د كنسبة مربع ب ص الى سطح ب ص في ص د كما بين فى
الشكل ٢١ من المقالة ١ فالسطح المضاف الى خط ب ص الذى هو مثل ذلك
الشبيه بالسطح المضاف الى خط ا ج الذى عرضه الضلع القائم له
هو مساوى لسطح ب ص في ص د وكذلك تبين ان السطح المضاف

الخط ك ل الشبيه بالمضاف الى اح الذي عرضه الضلع القائم له
هو مساوي لسطح ب ل في ل د ولان خط ب ط من الصورة آ قد
انقسم بنصفين على نقطة ح وبقسمين مختلفين على نقطة د وخط
ب ط من الصورة الثانية قد انقسم بنصفين على نقطة ح وزيد في
طوله ب د يكون مربعا ط د د ب ضعف مربعي ط ح ح د ومربعا ط ح
ح د مساويان لمربعي ب ح ح د ومن اجل ذلك انما يكون مربعا
ط د د ب ضعف مربعي ك ل ل د فالسطحان المضافان الى خطي
ط د د ب الشبيهان بالسطح المضاف الى خط اح الذي عرضه الضلع
القائم له هما ضعف السطحين المضافين الى ك ل ل د الشبيهين
بالسطح المضاف الى خط اح الذي عرضه الضلع القائم له ولكن
السطحان المضافان الى خطي ك ل ل د مساويان لسطحي ب ل في ل د
و د ل في ل د ومربعا ز ح ح د مساويان لمربعي ص ه ه ل فمربعا
ب د د ط مع السطحين المضافين الى خطي ك د د م الشبيهين بالسطح
المضاف الى خط اح الذي عرضه الضلع القائم له هما ضعف سطحي
ب ص في ص د و د ل في ل د ومربعي ص ه ه ل ولان خط ب د قد
انقسم بنصفين على نقطة ه وبقسمين مختلفين على نقطة ص يكون
سطح ب ص في ص د مع مربع ص ه مساويا لمربع ب ه وسطح
ب ل في ل د مع مربع ل ه مساويا لمربع ب ه فسطح ب ص في ص د
وسطح ب ل في ل د ومربعا ص ه ه ل مساوية لضعف مربع
ب ه فمربعا ب د د ط مع السطحين المضافين الى خطي ك د د م
الشبيهين بالسطح المضاف الى خط اح الذي عرضه الضلع القائم
له هما اربعة امثال مربع ب ه ولكن مربع ب د اربعة امثال

مربع ب ه فمربعا ط د د ب اذا زيد عليهما السطحان المضافان الى
ك د د م الشبيهان بالسطح المضاف الى خط اح الذي عرضه الضلع
القائم له كانا مساويين لمربع ب د فقد تبين ما اردنا بيانه

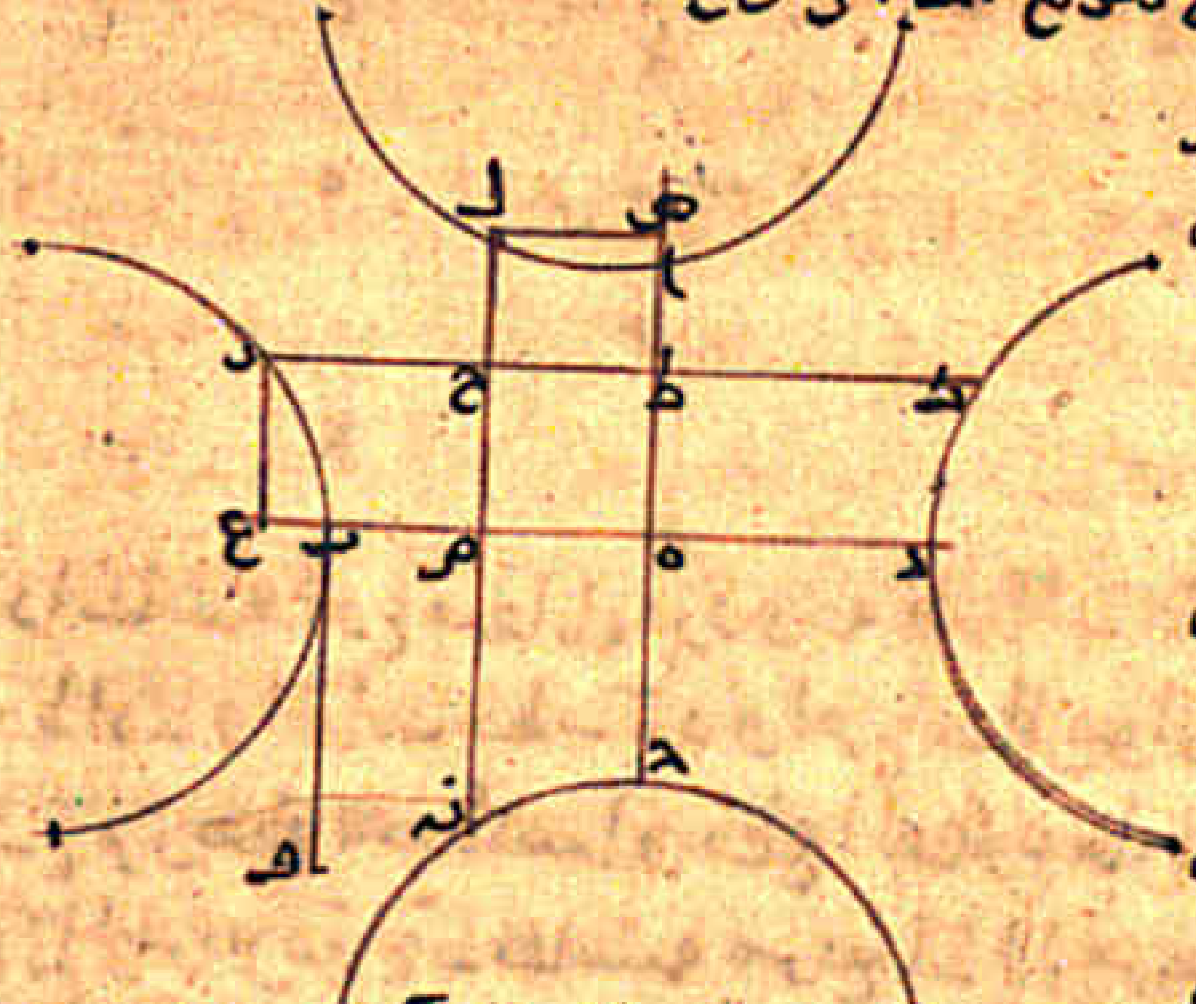
الثانية — الأولى



يح

اذا كان قطعان متقابلان مزدوجة عليها اب ح د وقطرها القائم
خط ا ه د والمجانب خط ب ه د واخرج خطان موازيان لهما وهما ح ط ك
ل ح م ن يقطع بعضها بعضا ويقطع القطوع فان نسبة مربعي ل ح
ح م الى مربعي د ح ح ك كنسبة مربع اح الى مربع ب د فليخرج
من نقطتي ب ل خطان على الترتيب عليهما ل ق ب ع ومن ابهما موازيان
لخطي ا ح ب د ويخرج الضلع القائم وهو خط ب ف فمن البين ان نسبة
ف ب الى ب د كنسبة مربع اح الى مربع ب د كما تبين في
الشكل يو من المقالة آ وهي ايضا كنسبة مربع ل ه الى مربع ه ب
وكنسبة مربع د ع الى السطح ب ع في ع د كما تبين في الشكل كا
من المقالة آ وكنسبة سطح د ص في ص ب الى مربع ل ص لان نسبة
الضلع القائم للقطر اح الى قطر ب د كنسبة ب د الى قطر اح
ونسبة واحد من المقدمات الى واحد من التوالي كنسبة جميع
المقدمات الى جميع التوالي فنسبة مربع اح الى مربع ب د كنسبة

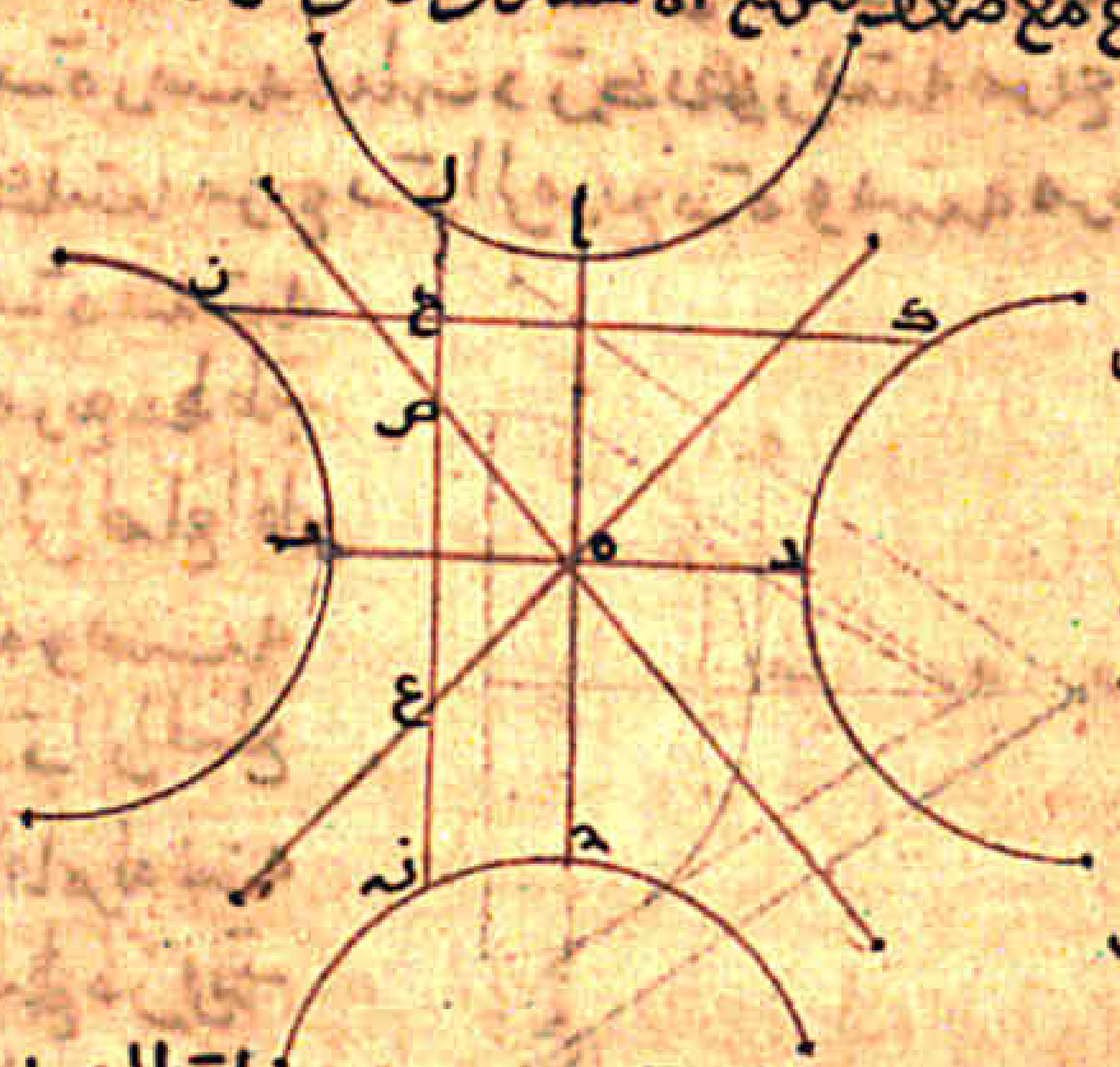
سطح دص في صا مع مربع اه ومع مربع ع د الذي هو مثل مربع
ه ط الى سطح دع في ع ب مع مربع ب ه ومربع ل ص الذي هو مثل
مربع م ه ولكن سطح دص في صا مع مربع ه ا مساوي لمربع م ه لان
اه قسم بنصفين على ه وسطح دع في ع ب مع مربع ب ه مساوي
لمربع ع ه فنسبة مربع اد الى مربع ب د كنسبة مربعي م ه ه ط



الى مربعي ع ه ه م
المساويه لنسبة
مربعي ل م م ح
الى مربعي د ط
ط ح ولكن مربعي
ب ح ح ل ضعف
مربعي ل م ح م
لان ل ب قسم
بنصفين على م كما بين في الشكل التاسع من المقالة الثانية وقسم بنصفين
مختلفين على ح ومثل ذلك يتبين ان مربعي د ح ح ك ضعف مربعي د ط
ط ح فنسبة مربع اد الى مربع ب د كنسبة مربعي ل ح ح ب الى
مربعي د ح ح ك وذلك ما اردنا ان نبين ٥

مط اذا كانت قطوع مزدوجة عليها ا ب ج د وكان قطرها المجانب
ب د والقطر القائم ا ج وكان د ح ك موازيا لقطر ب د وكان
ل ح ن موازيا للقطر ا ج وقطع لـ ... الخطوط التي لا تقع على
القطوع على نقطتي ص ع فان نسبة مربعي ص ح ح ع اذا زيد عليهما
مثلا ضعف مربع اد الذي هو مثلا مربع اه الى مربعي د ح ح ك يكون

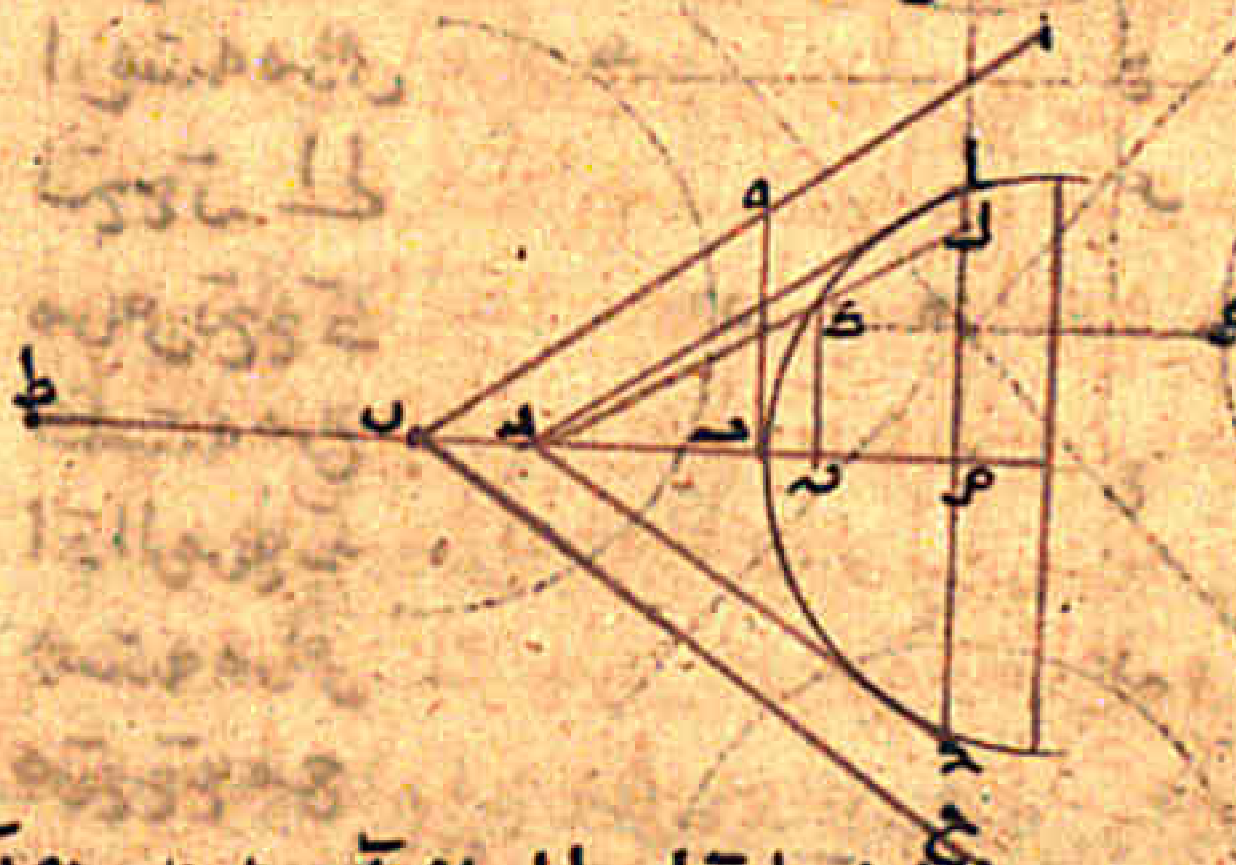
كنسبة مربع اد الى مربع ب د برهان ذلك ان مربع اه مثل سطح
ل ص في ص ن لانهما يتبين من الشكل الثاني من المقالة الثانية والشكل الثامن منها
وخط ل ص مثل خط ع ن كما يتبين في الشكل الثامن من المقالة الثانية فيكون
زيادة مربعي ل ح ح ن على مربعي ص ح ح ع بضعف سطح ن ص في ص ل
فمربعا ص ح ح ع مع ضعف مربع اه مساوي لمربعي ل ح ح ن وقد



تبين في الشكل
الذي قبل هذا
ان نسبة مربعي
ل ح ح ن الى
مربعي د ح ح ك
كنسبة مربع
اد الى مربع ب د
فنسبة مربعي
ص ح ح ع مع
ضعف مربع اه الى مربعي د ح ح ك كنسبة مربع اد الى مربع
ب د وذلك ما اردنا ان نبين ٥

ن اذا خط خطان مماسان للقطع الزائد ويلتقيان واخرج خط يصل نقطتي
المماس واخرج من موضع التقاء المماسين خط موازي لاحد الخطين
اللذين يقعان على القطع يقطع القطع وينتهي الى الخط الذي يصل ما
بين نقطتي المماس فان الخط الذي اخرج من موضع التقاء الخطين
المماسين وانتهى الى الخط الذي يصل ما بين نقطتي المماس ينقسم
بنصفين نقطة القطع فليكن قطع زائد عليه ا ب ج وخطان مماسان

عليهما ا د ب د وخطان لا يقعان على القطع عليهما ه ز ح وصل ا د ويخرج على نقطة د خطا موازيا لخط ز ه عليه د ك ل فاقول ان خط د ك مساو لخط ك ل وصل د ب م ونخرجه ونخرج من ز خطا موازيا لخط ب ز مساويا للخط ز ط ونخرج على نقطتي ب ك خطين موازيين لخط ا ح عليهما ب ه ك ز هو انهما على الترتيب ولان مثلث ب ه ز نسبته مثلث د ك ز يكون نسبة مربع د ك الى مربع ز ك كنسبة مربع ب ز الى مربع ب ه ونسبة مربع ب د الى مربع



ب ه كنسبة مربع خط ط ب الى الضلع القائم له ونسبة ط ب الى الضلع القائم له كنسبة سطح ط ز في ز ب

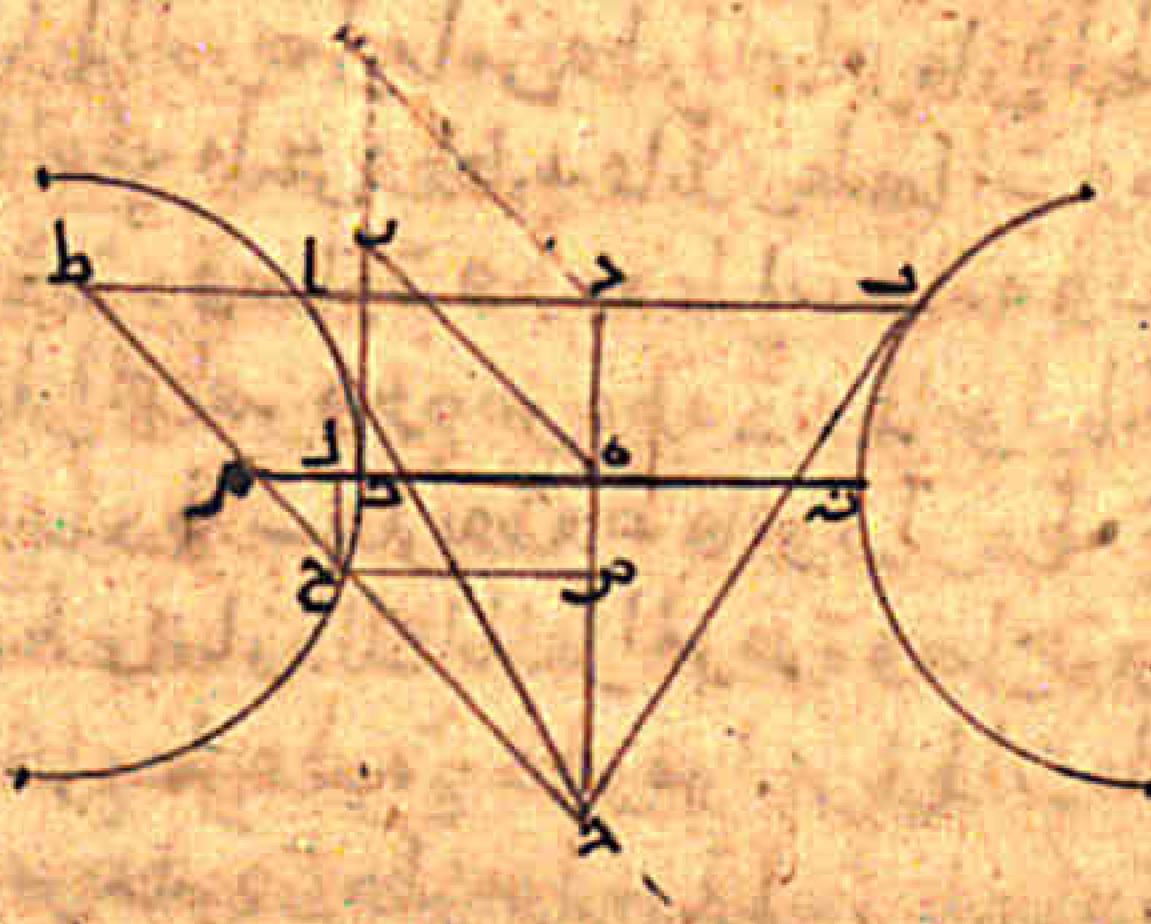
الى مربع ز ك كما تبين في الشكل كا من المقالة ا فنسبة مربع د ك الى مربع ز ك كنسبة سطح ط ز في ز ب الى مربع ز ك فسطح ط ز في ز ب مساو لمربع د ك وسطح م د في د ز مساو لمربع ز ب كما تبين في الشكل له من المقالة ا من اجل ان خط ا د مماس وخط ا م على الترتيب فسطح ط ز في ز ب مساو لمربع د ز وسطح م ز في ز د مساو لمربع ز ب كما تبين في الشكل لو من المقالة ا من اجل ان خط ا د مماس وخط ا م على الترتيب فسطح ط ز في ز ب مع مربع ز ب مساو لسطح م ز في ز د مع مربع د ز وسطح ط ز في

116 115

ز ب مع مربع ز ب مساو لمربع ز ه فسطح م ز في ز د مع مربع د ز مساو لمربع د ز فخط د م قد انقسم بنصفين على نقطة ز وقد زيد في طوله خط د ز متصلا به على استقامة وخطا ك ز ل م موازيان فخط د ك مساو لخط ك ل وذلك ما اردنا ان نبين

كل خطين مماسين للقطعين المتقابلين ويلتقيان ويوصل ما بين نقطتي التماس بخط ويخرج خط من موضع التقاء الخطين المماسين يكون موازيا لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع بقطع القطع ويقطع الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس فان الخط الذي يقسم بنصفين بالقطع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب وخطان مماسان عليهما ا د ب د ووصل ا ب وخرجه على استقامة وليكن خط د ه لا يقع على القطعين ونخرج من نقطة د خطا موازيا لخط د ه عليه ح ط يقاطع خط ا ب على نقطة ط فاقول ان خط ح د مساو لخط ح ط برهان ذلك انا نجعل المركز ه ونصل ح ه ونخرجه الى نقطة د ونخرج على نقطتي ه ح خطين موازيين لخط ا ب عليهما م ك ه ز ح م ومن نقطتي ح ك خطين موازيين لخط د ه عليهما ا د ح ل فمثلث ك د ه نسبته مثلث م ل ح ونسبة مربع ك ه الى مربع ك د كنسبة مربع م ل الى مربع ل ح وقد تبين من الشكل كا من المقالة ا والشكل ح من المقالة ب ان نسبة مربع ه ك الى مربع ك د كنسبة سطح ن ل في ل ك الى مربع ل ح فنسبة سطح ن ل في ل ك الى مربع ل ح كنسبة مربع م ل الى مربع ل ح فسطح ن ل في ل ك مساو لمربع م ل ونزيد مربع ك ه مشتركا فسطح ن ل في ل ك مع مربع ك ه اللذين هما مثل مربع ل ه المساوي لمربع

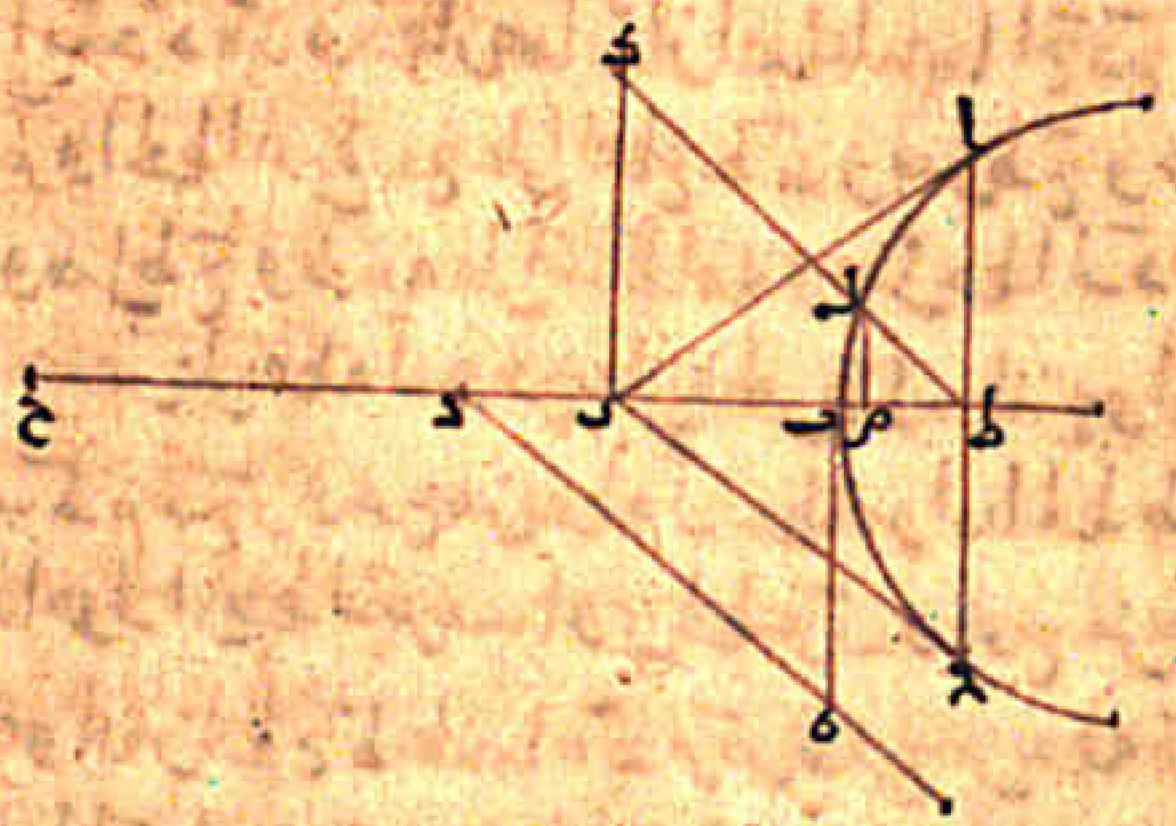
ح ق مساوي لمربعي م ك ك ه ولكن نسبة مربع ح ق الى مربعي م ك
ك ه كنسبة مربع ص د الى مربعي ح ك ك د لتشابه المثلثات فمربع
ص د مساو لمربع نصف القطر ب كما تبين في الشكل الثاني من
المقالة ب لمربعي ح ك ك د ولكن مربع ك ح مساو لمربع م ه
ومربع ك د مساو لمربع نصف القطر الثاني كما تبين في الشكل
الثامن من المقالة ب ومربع نصف القطر الثاني مثل سطح ح ه في ه د كما
تبين في الشكل ح من المقالة آ فمربع ح ق مساو لمربع م ه مع



سطح د ه في ه د
فخط د ق قد انقسم
بنصفين على نقطة
ص وبغير نصفين
فقد انقسم على نقطة
ه وخط د ط موازي
لخط ح م فخط
د ح مساوي
لخط ح ط وذلك ما اردنا ان نبين ٥

لد اذا خطين مماسان القطع الزائد ويلتقيان واخرج خط يصل ما بين نقطتي
التماس واخرج من موضع التقاء الخطين المماسين خط مواز له واخرج
خط من وسط الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس يكون موازيا
لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع فيقطع ذلك الخط الموازي
فان الخط الذي فيما بين وسط الخط الذي يصل بين نقطتي التماس
وبين الخط الموازي ينقسم بنصفين بالقطع فليكن قطع زائد عليه

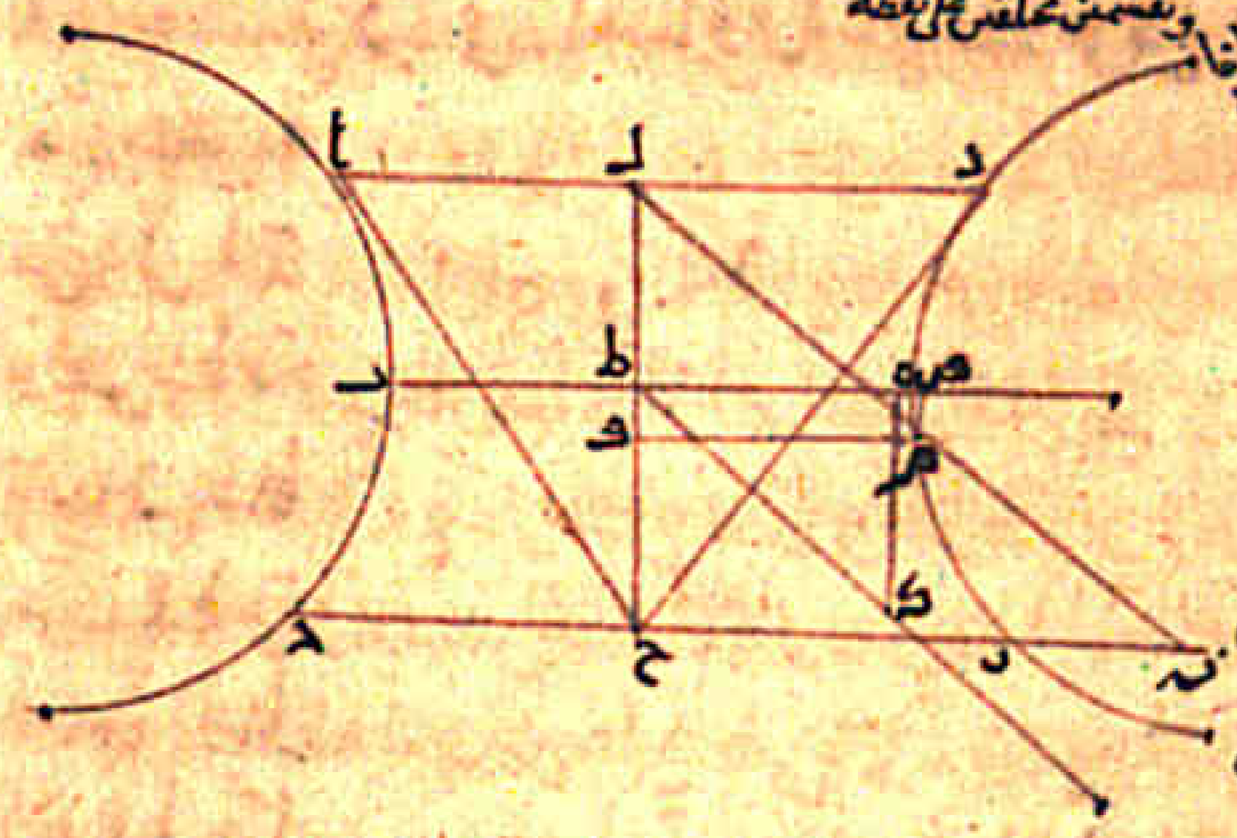
ا ب ج د ومركزه نقطة د والخط الذي لا يقع عليه خط د ه ويكون خطا
ا ز د ج مماسين له ويلتقيا على د واخرجه الى نقطتي ح ك هذا تبين
فقد تبين في الشكل ل من المقالة ب ان خط ا ط مساو لخط ط ج
ونخرج من نقطة ب خطا موازيا للخط الذي عليه د ك ومن نقطة ط
خطا موازيا للخط د ه عليه ط ل ك فاقول ان خط ك ل مساوي
لخط ل ط برهان ذلك انا نجعل د ح مثل د ب ونخرج على نقطتي ب ل
خطين موازيين للخط الذي عليهما ل م ب ه فنسبته فيكون نسبة



مربع د ب
الى مربع
د ه كنسبة
مربع ط م
الى مربع م ك
لتشابه
المثلثين
وكنسبة
سطح ح م في م ب الى مربع م ل كما تبين في الشكل الثامن من المقالة
آ فسطح ح م في م ب مساو لمربع م ط وسطح ط د في د ب مساو
لمربع د ب كما تبين في الشكل ل من المقالة آ من اجل ان خط ا ب مماس
القطع ونخرج ا ط على الترتيب فسطح ح م في م ب مع مربع د ب
المساوي لمربع د م مساو لسطح ط د في د ب مع مربع م ط
فخط ب ط قد انقسم بنصفين على نقطة م وبغير نصفين على نقطة د وخطا
ك ل م موازيان فخط ك ل مساو لخط ل ط وذلك ما اردنا ان نبين ٥

لج كل خطين مماسان القطعين المتقابلين وملتقيان فخرج خط يصل ما بين نقطتي التماس وخرج خط من موضع التقاء الخطين المماسين موازيا له وخرج خط من وسط الخط الذي يصل بين نقطتي التماس يكون موازيا لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع ويقع على القطع ويقطع الخط الذي خرج على موضع التقاء الخطين المماسين موازيا للخط الذي يصل بين نقطتي التماس فان الخط الذي يخرج من وسط الخط الذي ذكرنا الى الخط الموازي ينقسم بنصفين بالقطع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د ه ز وخطان مماسان لهما عليهما اح ح ج وهو كلهما نقطة ح والخط الذي لا يقع على القطع ط ك ي وليصل ط ج وليخرج على استقامته وليصل خط ا ج د فمن البين انه ينقسم بنصفين على نقطة ل وخرج على نقطتي ج ط خطين موازيين لخط ا ج عليهما ب ط ه ج ح ز وخرج من نقطة ل خطا موازيا لخط ط ك عليه ل م ن فاقول ان خط ل م مساو لخط م ن وخرج من نقطتي م ح خطين موازيين لخط ح ط عليهما ه ك م ص وخرج من نقطة م خطا موازيا لخط ا د عليه م ق فمن اجل ما قد بين من الشكل الثاني من المقالة الثانية ومن الشكل الثاني من المقالة الاولى يكون نسبة مربع ط ه الى مربع ه ك كنسبة سطح ب ص في ص ه الى مربع ص م فنسبة مربع ط ه الى مربع ه ك كنسبة سطح ب ص في ص ه مع مربع ط ه المساوي لمربع ط م الى مربع ه ك ه ص م وقد تبين من الشكل الثاني من المقالة الثانية وهو الثاني من المقالة الاولى ان مربع ك ه مساوي لسطح ج ط في ط ك مع مربع ص م مساوي لمربع ط ق فنسبة مربع ط ه الى مربع ه ك كنسبة مربع ط ص الذي هو مثل مربع م ق الى سطح ج ط في ط ل مع مربع

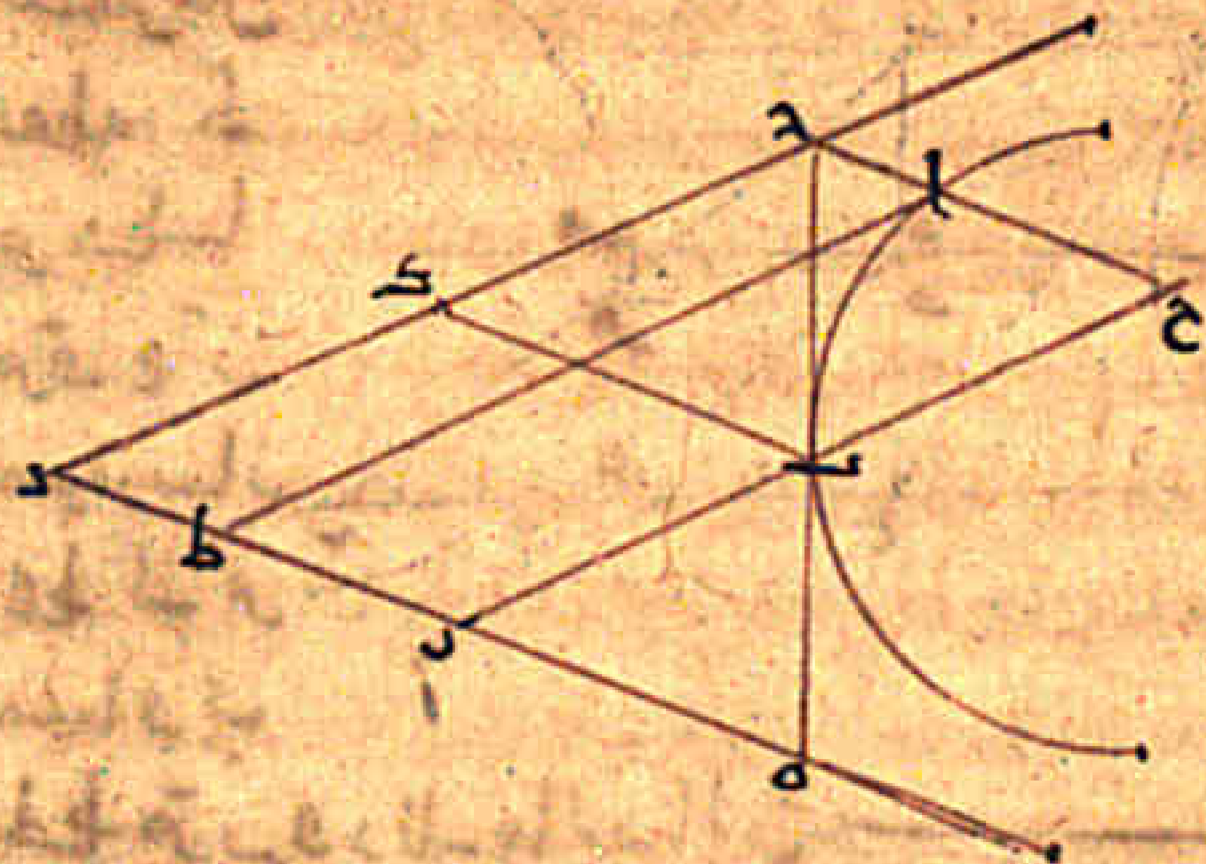
ط ق ونسبته مربع ط ه الى مربع ه ك كنسبة مربع م ق الى مربع ق ل من اجل تشابه المثلثين فنسبة مربع م ق الى مربع ق ل كنسبة مربع م ق الى سطح ج ط في ط ل مع مربع ط ق فمربع ل ق مساوي لسطح ج ط في ط ل مع مربع ط ق فخط ل ج منقسم وقد انقسم بنصفين على نقطة ط ونقطة ... على نقطة ... وخطا م ق ح ن متوازيان فخط ل م مساوي لخط م ن وذلك ما اردنا ان نبين



لد اذا وقعت نقطة على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع وخرج من تلك النقطة خط مماس للقطع وخرج من موضع التماس خط موازي للخط الذي لا يقع على القطع تنصف بنصفين بالقطع فليكن قطع زائد عليه ا ب وخطان لا يقعان على القطع عليهما ح د ه وتعلم على خط ح د نقطة حيثما وقعت عليها د وخرج من نقطة د خطا مماسا للقطع عليه د ب ه وخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط ح د عليه ب ح ومن نقطة ح خطا موازيا لخط د ه عليه د ا ح فاقول ان خط د ا مساوي لخط ا ح فلنخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ح د عليه ا ط ومن نقطة ب خطا موازيا لخط د ه عليه ب ك وان

فان الخط الذي يخرج من النقطة التي ... الخطين المتوازيين ... الذي يصل بين نقطتي ... القطع ... ينقسم ...

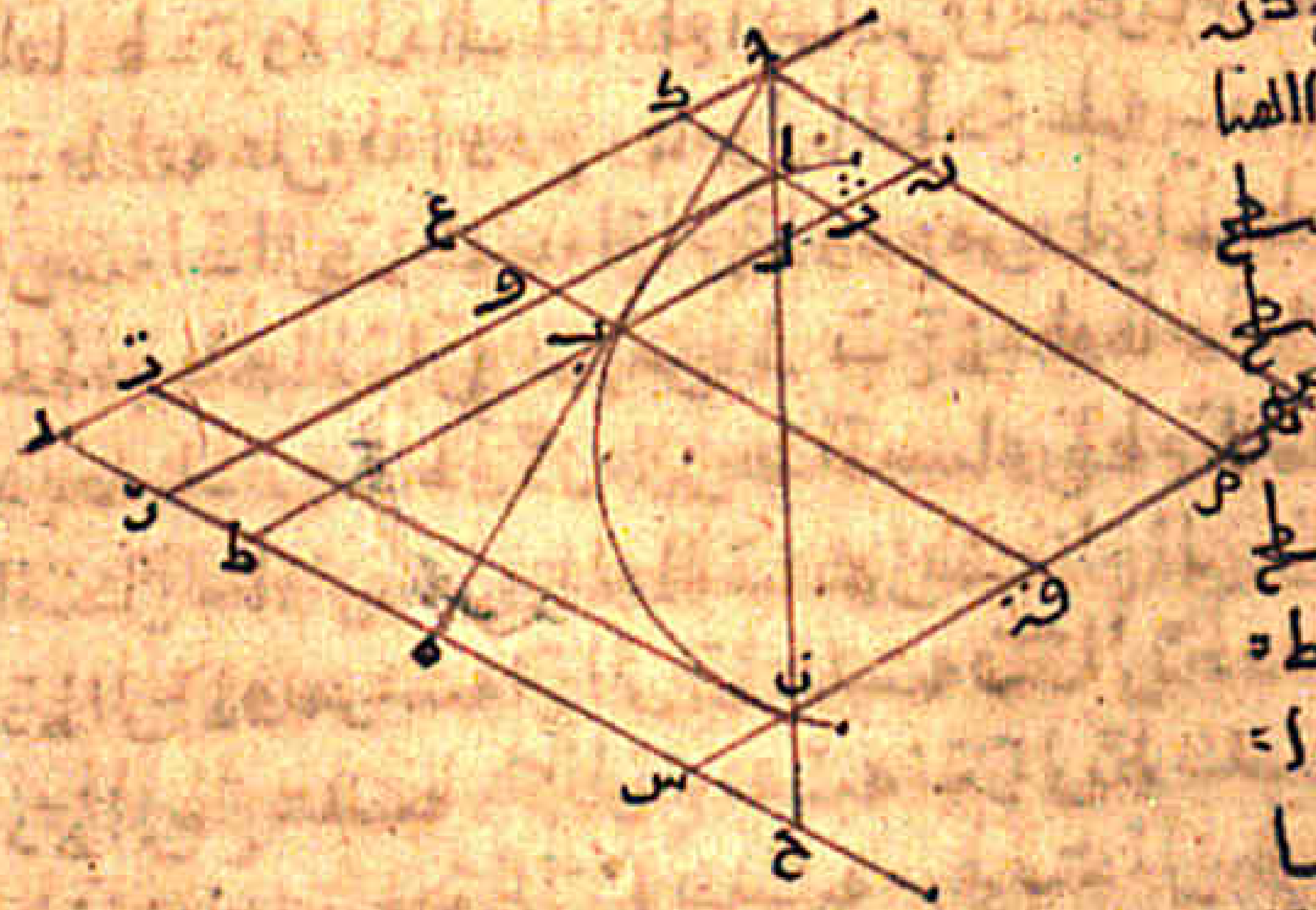
خط د ت مساوى لخط د ه كما تبين فى الشكل ح من المقالة ب يكون
د ى مساويا لخط ك د وخط د ن مساويا لخط ز ه ولان سطح ك ت ن ى
ت ن مساوى لسطح د ا فى ا ط كما تبين فى الشكل ت من المقالة ب
وخط د ت ن مساوى لخط د ك الذى هو مثل د ى وخط ا ط مساوى
لخط د ح فسطح د ج فى د ا مساوى لسطح د ى فى د ح فنسبة ى د الى
د ى كنسبة
د ح الى ا ه
ولكن خط ى د
ضعف خط
د ى فخط د ح
ضعف خط
ا ه فخط د ا
مساوى لخط



ا ح وذلك ما اردنا ان ـــــــــــــــ بين ه

اذا كان قطع زائد عليه ا ب وخطان لا يقعان عليه عليهما ح د د ه وخط
د ب ه مماس وخط ت ه موازى لاحد الخطين اللذين لا يقعان على القطع
واخرج من نقطه من ح د اى نقطه كانت وهى نقطه ح خط عليه د ا ن ح
يقطع القطع و موضعين على نقطتى ن ا فان نسبة ن ح الى ح ا كنسبة
ن ك الى ك ا ببرهان ذلك انا نخرج على نقطه ح ا ب ن خطوطا موازيه
لخط د ه عليها د ت ص ك ا ن م ع ق ب ق ز ن وعلى نقطتى ا ن خطين
موازين لخط د ع عليهما ا ق د ز س و م ص فلان خط د ا مساوى لخط
ن ح كما تبين فى الشكل ح من المقالة ب يكون خط ك ا مساويا لخط

شرح لتشابه المثلثين ولكن خط ك ا مساوى لخط د ز فخط س ح مساوى
لخط د ن و د ى لذلك لانه مساوى لخط ز س ولان خط ح ى مساوى
لخط د ن يكون خط د ى مساويا لخط د ت فنسبة د ى الى ى ح كنسبة
ن د الى د ى ونسبة ن د الى د ى كنسبة ن د الى د ا ونسبة
ن ه الى د ا كنسبة مربع ك الى ك ا ونسبة مربع ك الى ك ا كنسبة
سطح م د الى سطح د ا ونسبة د ى الى ى ح كنسبة سطح ط ى الى
سطح ى ز فنسبة سطح م د الى سطح د ا كنسبة سطح ط ى الى سطح
ى ز وسطح ا د مساوى لسطح د ن كما تبين فى الشكل ت من المقالة ب
وسطح د ب مثل سطح د ن وسطح د ب مثل سطح ع ن من اجل ان خط
د ب مساوى لخط ب ه كما تبين فى الشكل ح من المقالة ب فرح مساوى
لكن فسطح ا د مثل سطح ع ن فنسبة د م الى ع ن كنسبة سطح ط ى الى
سطح ى ن
واذا القينا
من سطح
د م سطح
ط ى بقى
سطح
م ط
ولد ا
القينا

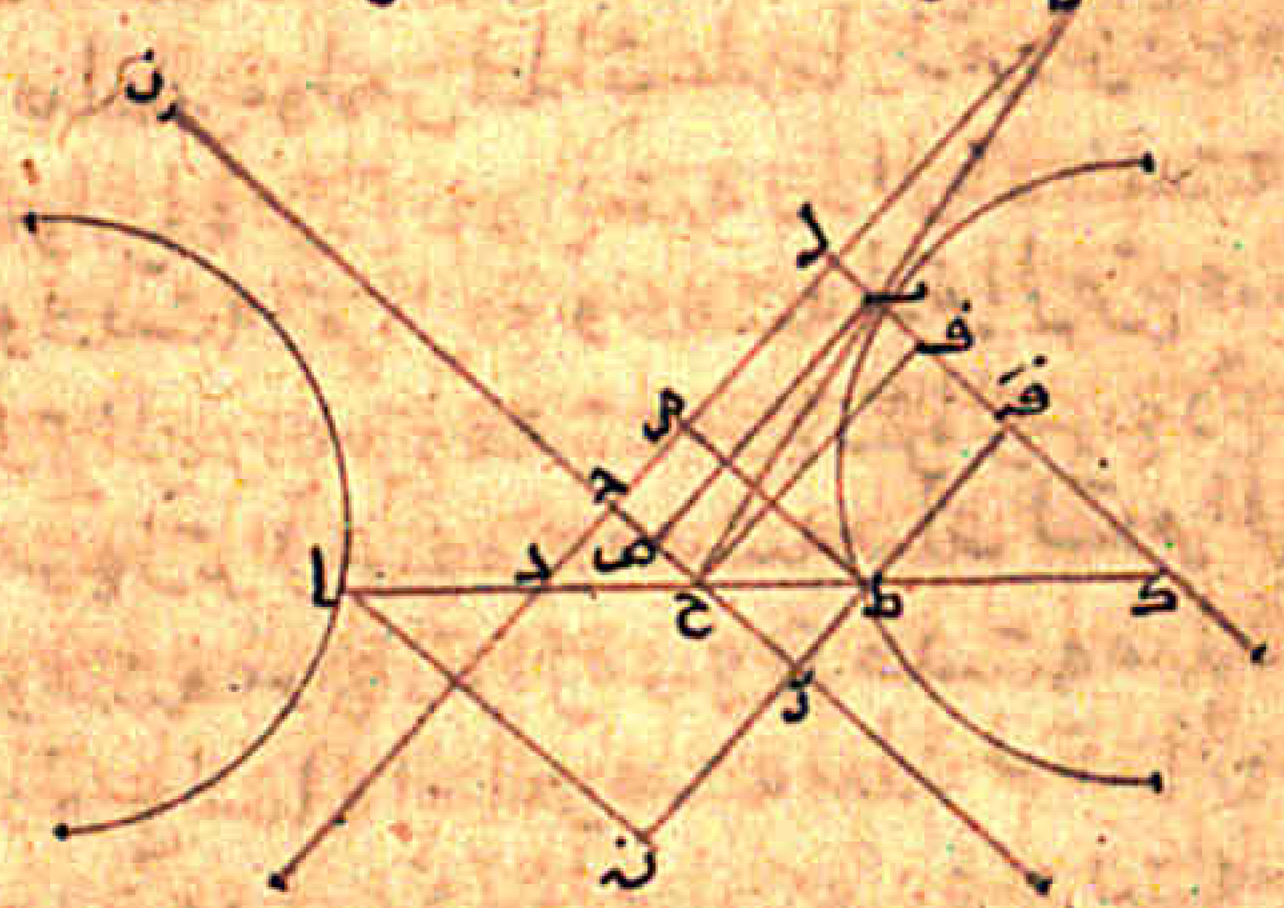


سطح ى ن من سطح ع ن بقى سطح ك ب فنسبة م ط الى ب ك كالنسبة
سطح م د الى سطح د ا ولان سطح ك ن مساوى لسطح ط ع كما تبين فى

الشكل يب من المقالة ب سطوح سطح دق مشتركا فهي سطح كق
مساوي السطح قط و نزيد سطح اب مشتركا فكل سطح كب مساوي
لسطح اط فنسبة سطح مركا الى سطح دا كنسبة سطح مرط الى سطح
طا ولكن نسبة سطح مرد الى سطح دا كنسبة مرك الى كا التي هي مثل
نسبة نح الى دا ونسبة سطح مرط الى سطح طا كنسبة مرن الى
نا التي هي مثل نسبة نك الى كا فنسبة نح الى دا كنسبة نك الى
كا وذلك ما اردنا ان نبين

لو اذا كان قطعتان متقابلتان عليهما ا ب ومركزهما نقطة د والخطان اللذان
لا يقعان عليهما ده دح ونعلم نقطة على خط ده عليها ه واخرج خط
ه ب ح مماسا واخرج على نقطة ح خط ح ط ولم يكن موازيا لخط ده
ولا قاطع للقطع في موضعين فبين ان خط ط ح اذا اخرج على استقامة
يلقا خط د ه ولا خط ذلك يلقا قطع ا كما بين في الشكل يا من المقالة
ب فليلقه على نقطة ا ونخرج خطا موازيا لخط دح عليه ب ك ل فاقول
ان نسبة اك الى كط كنسبة اح الى حط ونخرج من نقطتي ا ط خطين موازيين
لخط دح عليهما ط م ا ن ونخرج من نقط ب ح ط خطوطا موازية لخط
ده عليها ب ص ح ق ط ف د ن فلان خط اد مساو لخط ح ط كما بين في
الشكل السادس عشر من المقالة ب يكون نسبة اح الى حط كنسبة
دط الى حط ولكن نسبة اح الى حط كنسبة نه د الى رط ونسبة
دط الى طح كنسبة حر الى رح فنسبة نه د الى رط كنسبة حر
الى رح ولكن نسبة نه د الى رط كنسبة سطح نه د الى سطح ح ط سطح
ونسبة حر الى رح كنسبة قر د الى قرح فنسبة نه د الى رحط سطح
كنسبة كل ذلك الى حط وقح وه ب مساوي لب ح كما بين في

الشكل د من المقالة ب فخط ل ب مساوي لب ق وسطح ل ص
لسطح ب ح ولكن سطح ل ص مساوي لسطح د ط كما بين في الشكل
يب من المقالة ب فسطح د ح مساوي لسطح ح ط فنسبة سطح
نه د الى سطح ح ط كنسبة سطح ل ن الى سطح ق ح وب ح اللذين
هما مثل ق ص ولكن سطح ق ص مساوي لسطح ل ط من اجل ان
سطح د ب
مساوي
لسطح
ح ط
وسطح
م ب لسطح
ص ط
فنسبة



سطح نه د الى سطح د ط كنسبة سطح ن ل الى سطح ل ط ولكن نسبة
سطح نه د الى سطح ح ط كنسبة نه د الى ر ط التي هي مثل نسبة
اح الى ح ط ونسبة سطح ن ل الى سطح ل ط كنسبة فوق الى ك ط
التي هي مثل نسبة اك الى ك ط كنسبة اح الى ح ط وذلك ما اردنا ان نبين

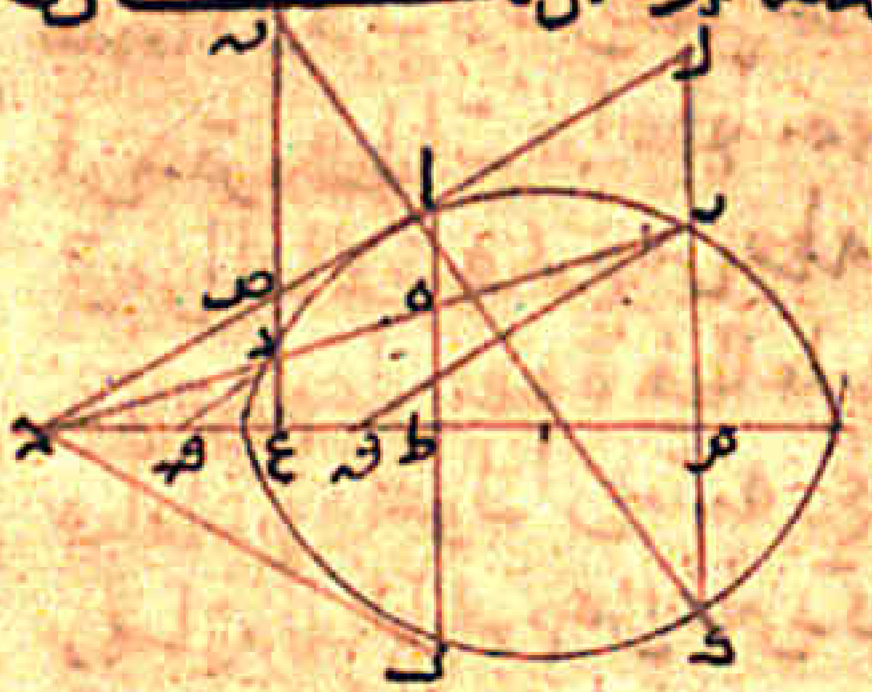
لز كل خطين مماسين لقطع مكافئ او لقطع زائد او لمحيط دائرة او للقطعين المتقابلين
ويلتقيان ونخرج خط يصل ما بين نقطتي التماس ويخرج من موضع التقاء
الخطين المماسين خط يقطع القطع في موضعين فان نسبة كل ذلك
الخط الى قطعته التي تقع خارجا من القطع كنسبة قطعتيه اللتين تقع
منه داخل القطع اللتين يقسمهما الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس

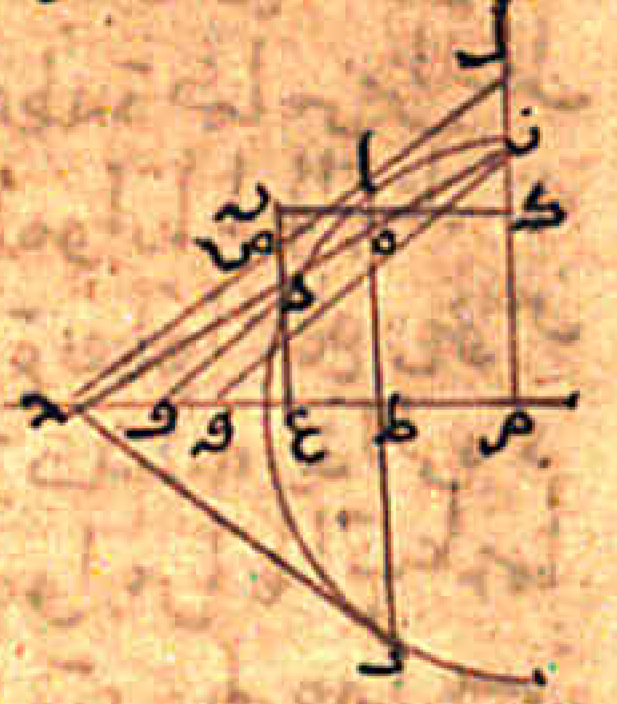
فنسبة ا ك الى ك ط كنسبة

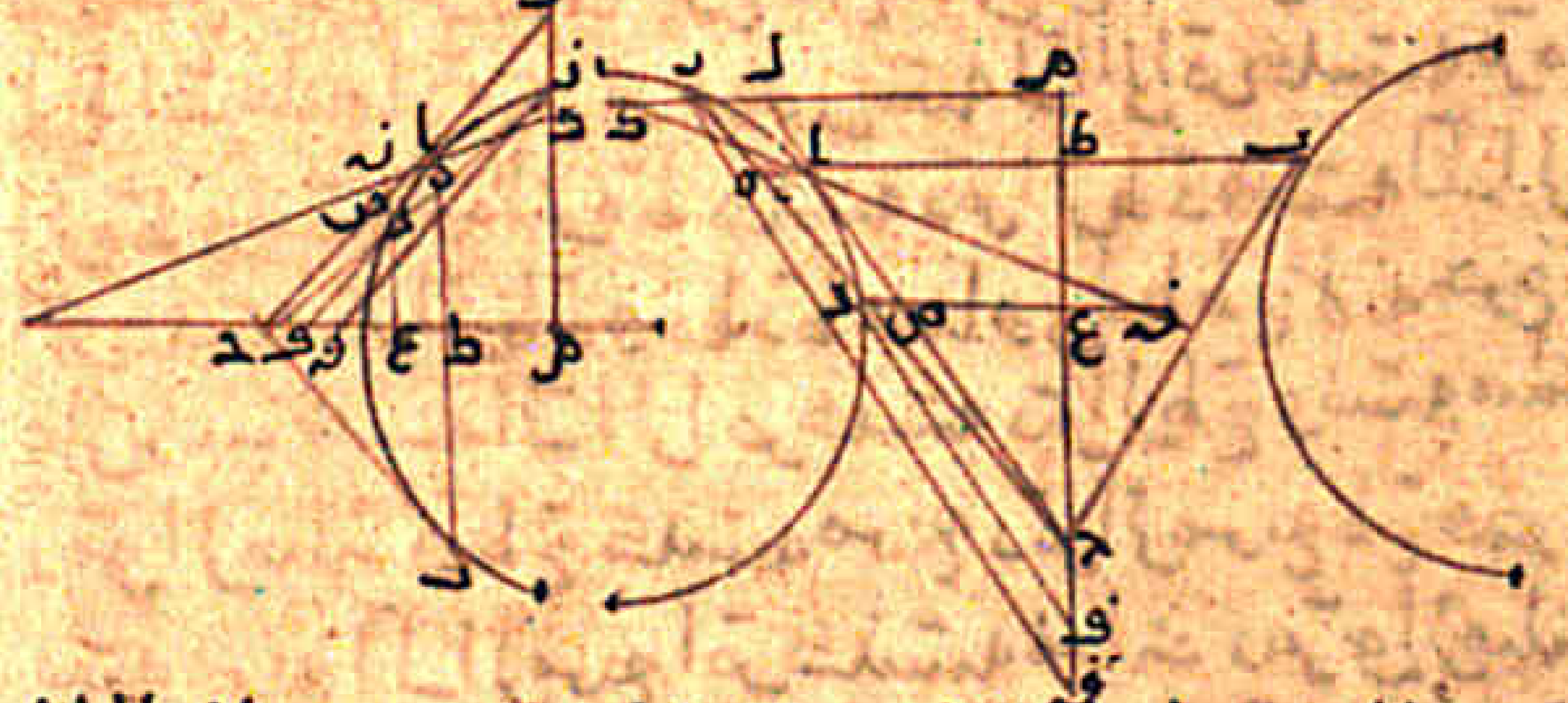
احدهما الى الاخرى ولنعر القطع اب وخطان مماسان عليهما اج دب
وخطان مماسان عليهما اه ده ب ونصل اب ونخرج جده زفاقطعا
للقطع في موضعين فاقول ان نسبة حز الى جد كنسبة هز الى هد
فنخرج قطرين للقطع على نقطتي د ا عليهما اط مك ونخرج على نقطتي
د ا عليهما دح خطين موازيين لخط اد عليهما دف اق ونخرج منهما
اما خطين موازيين لخط اب عليهما زل مد ص تع فلان خط لم
موازي لخط ص دع تكون نسبة حد الى جد كنسبة لت الى صد
وكنسبة مر الى دع وكنسبة لم الى صع فنسبة مربع
لم الى مربع صع كنسبة مربع مر الى مربع دع ولكن نسبة
مربع لم الى مربع صع كنسبة مثلث لحم الى مثلث صحع
ونسبة مربع مر الى مربع عد كنسبة مثلث دوم الى مثلث
دوع لتشابه المثلثين فنسبة مثلث لحم الى مثلث صحد
كنسبة مثلث دوم الى مثلث دوع ونسبة سطح لدون
ذي الاربعة الاضلاع الى سطح صحود ذي الاربعة الاضلاع كنسبة
مربع لم الى مربع صع ولكن سطح لدون ذا الاربعة الاضلاع
كنسبة مربع لم الى المساوي لمثلث اك [illegible] كما بين في الشكل
من هذه المقالة وسطح صحود مساوي لمثلث ات ص كما
بين في الشكل [illegible] من هذه المقالة [illegible] فنسبة
مربع لم الى مربع صع كنسبة مثلث [illegible] الى مثلث ات ص
ولكن نسبة مربع لم الى مربع صع كنسبة مربع لح الى
مربع حص وكنسبة مربع ده الى مربع حد ونسبة مثلث
[illegible] الى مثلث ات ص كنسبة [illegible] الى مربع [illegible] لتشابه المثلثين مربع م

121

وكنسبة مربع ده الى مربع هد فنسبة مربع حد الى مربع دد
كنسبة مربع ده الى مربع هد ومن اجل ذلك تكون نسبة حد الى
دد كنسبة ده الى هد وذلك ما اردنا ان نبين



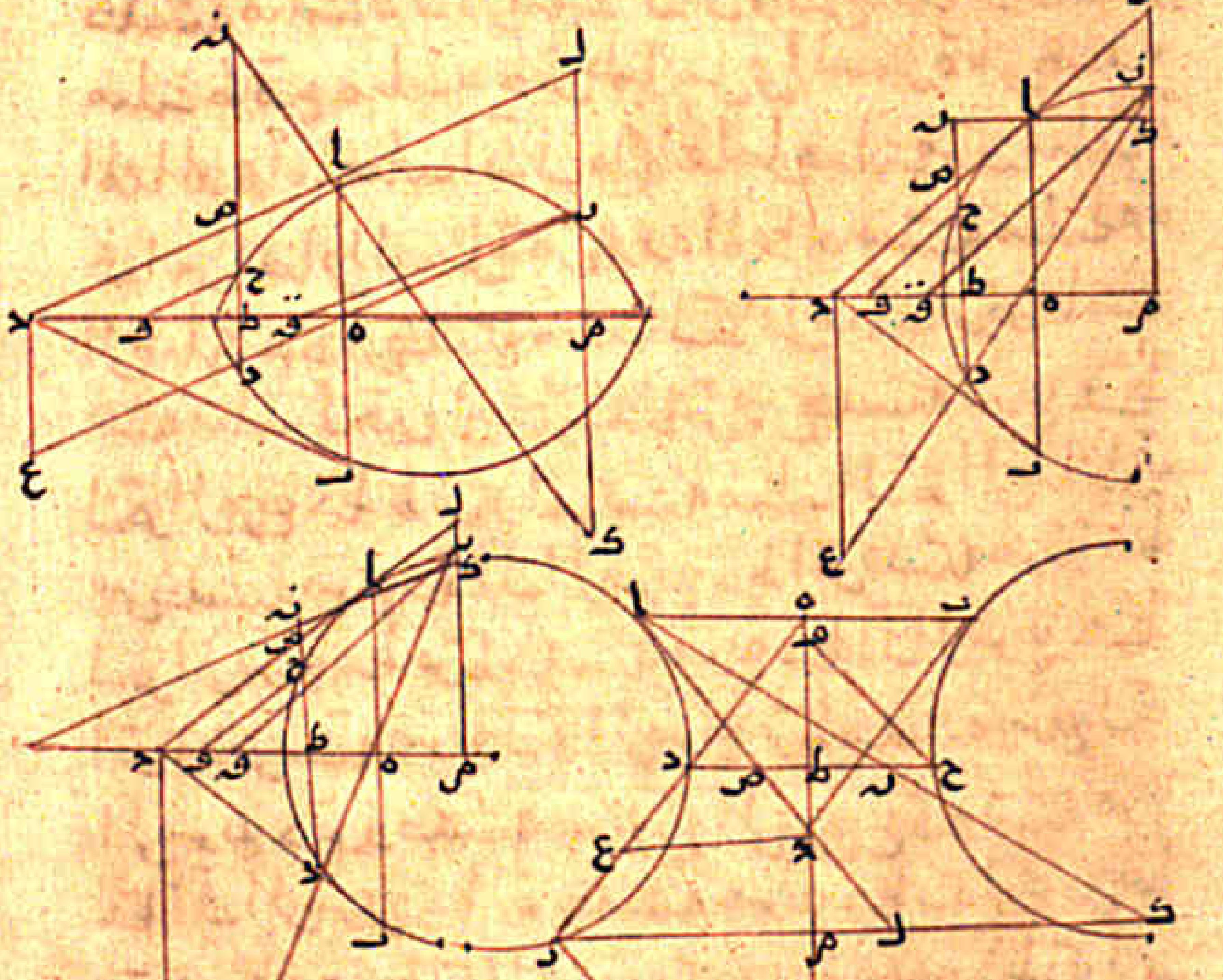




وبتلك الصورة على حالها فان نحن اخرجنا خطا من نقطة مع التقاء الخطين
المماسين للقطوع موازيا للخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس واخرجنا
خطا من وسط الخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس واخرجنا خطا قاطعا
يقطع القطع في موضعين ويلقى الخط الاول الموازي للخط الذي يصل بين
نقطتي التماس المخرج على موضع التقاء الخطين المماسين كانت نسبة
الخط كله الى قطعة التي وقعت خارجا من القطع فيما بين القطع
والخط الذي خرج موازيا للخط الذي يصل من نقطتي التماس كنسبة

فنسبه اللذين و هما احد القطع وفصلهما الخط الذي يصل بين نقطتي
التماس احدهما الى الاخرى فليكن قطعا عليهما اب وخطان مماسان
عليهما اد دب ونصل نقطتي التماس بخط اب ونخرج قطرا عليهما
ان خرجه خط اب قد انقطع بنصفين على نقطة ه كما بين من الشكل
ل من المقالة ب ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط اب عليه
حع ونخرج على نقطة ه خطا عليه ده دع يقطع القطع في موضعين
فليكن دع فاقول ان نسبة رع الى ع د كنسبة ره الى ه د
برهان ذلك انا نخرج من نقطتي ر د خطين موازيين لخط اب عليهما
لرك م د ط ح م ن ونخرج من نقطتي ن ح خطين موازيين
لخط اد عليهما د ق ح ف فيكون نسبة ل ا الى ا م كنسبة مر
الى ه ط ونسبة مر الى ه ط كنسبة د م الى ط د ونسبة ل ك الى
ا م كنسبة د م الى ط د وخط د ط مساو لخط ط ح لانه خرج
على ترتيب فنسبة ا ك الى ا ص كنسبة د م الى ط ح ونسبة مثلث
د م و الى مثلث ف ط ح كنسبة مربع د م الى مربع ط ح فيكون
نسبة مربع ا ك الى مربع ا ص كنسبة مثلث د م و الى مثلث
ف ط ح من اجل تشابه المثلثين ونسبة مربع ا ك الى مربع ا ص
كنسبة مثلث ا ل ك الى مثلث ا ن ص فنسبة مثلث د م و
الى مثلث ف ط ح كنسبة مثلث ا ك ل الى مثلث ا ن ص ولكن
مثلث ا ل ك في كل الصور ما خلا الصورة التي للقطوع المقابلة
مساو لسطح ل ر و د كما بين في الشكل ب من هذه المقالة
ومثلث ا ن ص مثل سطح ص ح ق ح كما بين في الشكل ب من هذه
المقالة فيكون نسبة مثلث د م و الى مثلث ف ط ح كنسبة

سطح ل ر و د ذي الاربعة الاضلاع الى سطح ص ح ق ح ذي الاربعة
الاضلاع واذا جمعنا كانت نسبة مثلث ل م د الى المثلثين ص ط ح
كنسبة سطح ل ر و د ذي الاربعة الاضلاع الى سطح ص ح ق ح فاما
نسبة مثلث ل م ح الى مثلث ص ه ط فهي كنسبة مربع ل م الى



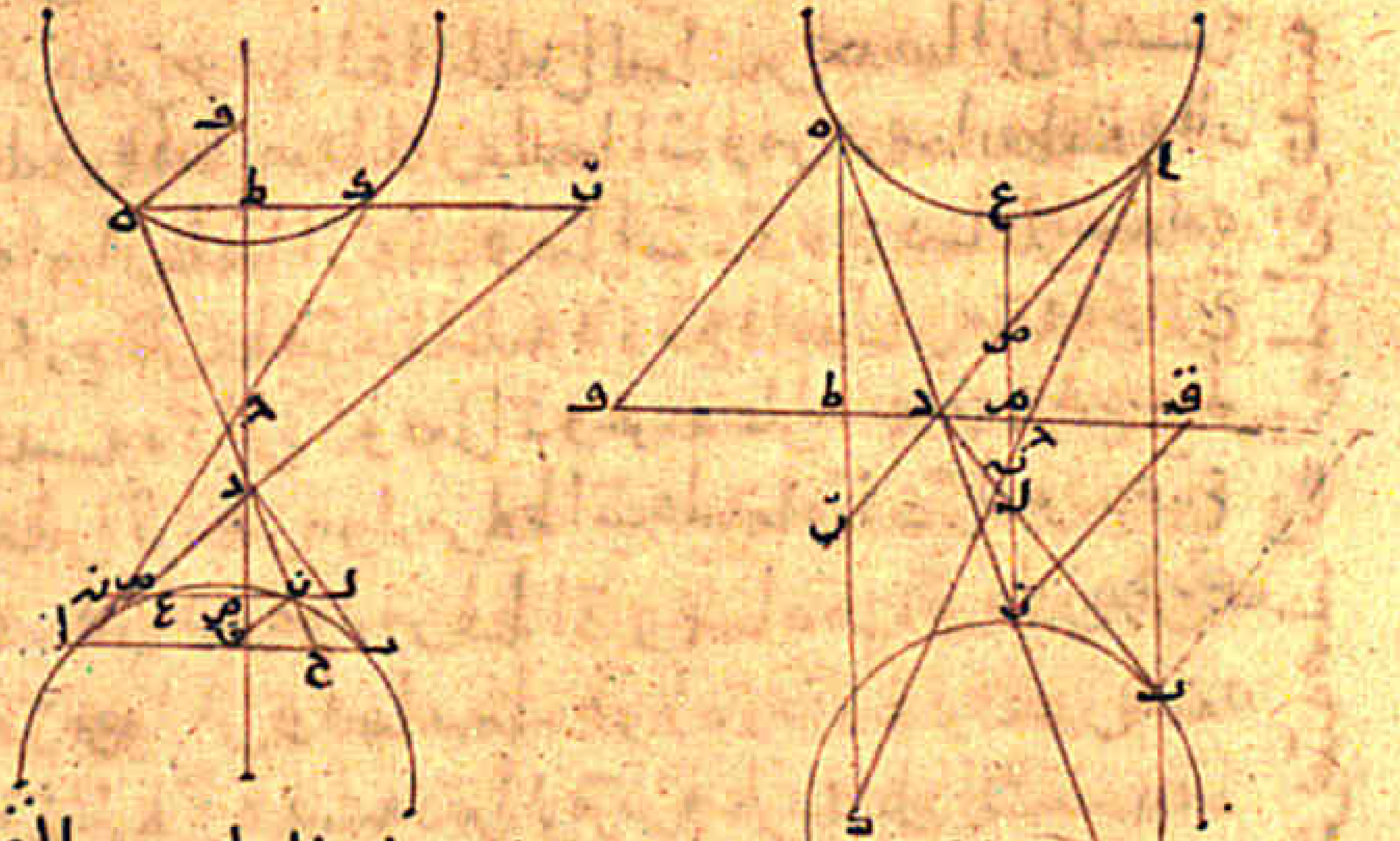
مربع ص ط واما نسبة سطح ل د و ر الى سطح ص ح ق ح فهي كنسبة
مثلث ا ل ك الى مثلث ا ن ص التي هي كنسبة مربع ا ك الى مربع
ا ص فنسبة مربع ل م الى مربع ص ط كنسبة مربع ا ك الى مربع
ا ص ولكن نسبة مربع ل م الى مربع ص ط كنسبة مربع ل ح الى
مربع ح ص وكنسبة مربع ر ع الى مربع ع د ولكن نسبة مربع

لكن الى مربع اه كنسبة مربع ده الى مربع هز فنسبة مربع
دع الى مربع عز كنسبة مربع ده الى مربع هز ونسبة دع
الى عز كنسبة ده الى هز فاما في القطعين المتقابلين فانا نبين
كما بينا في القطوع الاخر ان نسبة مثلث دمر الى مثلث قطح
كنسبة مثلث اكل الى مثلث ادص ولكن مثلث ادص يعادل
مثلث طقح ومثلث دطص كما بين في الشكل من هذه
المقالة واما مثلث اكل فانه يعادل مثلث مرو ومثلث ملح
كما بين ايضا في الشكل من هذه المقالة فنسبة مثلث لمرد
الى مثلث دطص كنسبة مثلث الك الى مثلث ادص فاما
نسبة مثلث لحم الى مثلث دطص فهي كنسبة مربع خط
لم الى مربع خط طص واما نسبة مثلث الك الى مثلث ادص
فهي كنسبة مربع خط اك الى مربع خط اص فنسبة مربع خط
لم الى مربع خط صط كنسبة مربع خط اك الى مربع خط
اص ولكن نسبة مربع لم الى مربع صط كنسبة مربع لح
الى مربع دص وكنسبة مربع دع الى مربع عز ونسبة مربع
خط اك الى مربع خط اص كنسبة مربع خط ده الى مربع خط
هز فنسبة مربع دع الى مربع عز كنسبة مربع خط ده الى
مربع خط هز ونسبة دع الى عز كنسبة ده الى هز وذلك
ما اردنا ان نبين

لط كل خطين مماسين للقطعين المتقابلين ويلتقيان ويخرج خط يصل ما بين
نقطتي التماس ويخرج خط من موضع التقاء الخطين المماسين
يقطع كل واحد من القطعين المتقابلين والخط الذي يصل ما بين

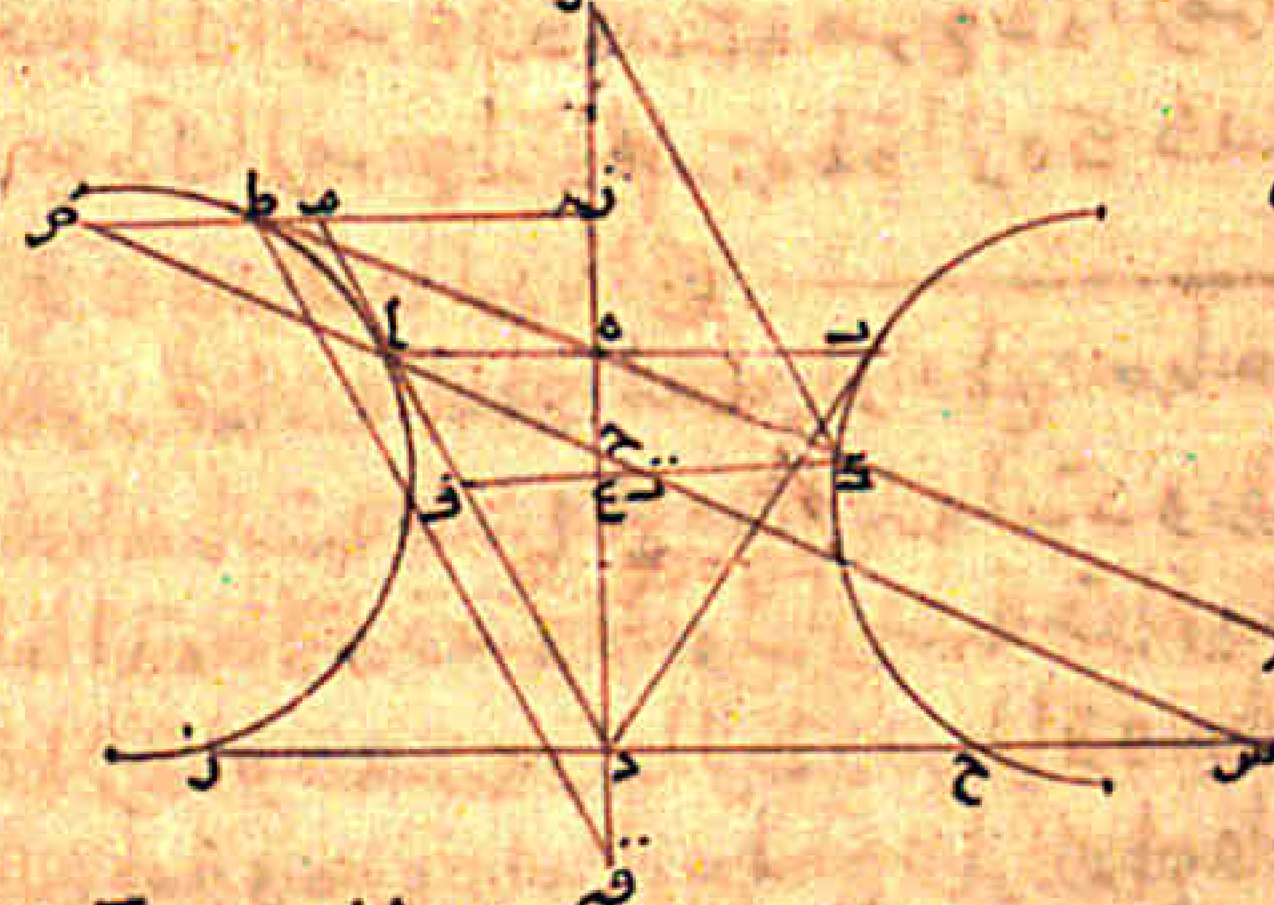
نقطتي التماس فان نسبة الخط كله الى القطعة التي تقع فيما
بين القطع والخط الذي يصل ما بين نقطتي التماس اذا اخرج
على استقامة كنسبة قطعتي الخط اللذين يحدثان القطعين
عن جنبي موضع التقاء الخطين المماسين احدهما الى الاخر
فليكن قطعان متقابلان عليهما اب ومركزهما نقطة د وخطان
مماسان عليهما اذ دب ويصل اب دد ويخرجا على استقامة
ويخرج على نقطة د خطا عليه ه د ح ج فاقول ان نسبة هح الى زح
كنسبة هد الى دز نوصل اد ونخرجه على استقامة ونخرج على
نقطة ه خطين موازيين لخطي اب عليهما طك نلمن صع
وخطين اخرين موازيين لخطي اد وهما ه ف ذ ق فلان خطي رص
هن موازيان وفيما بينهما خطوط هز ضد طم يكون نسبة
هط الى طز كنسبة زم الى مص وعلى مثل ذلك نسبة هط
الى نم كنسبة طد الى دم فنسبة مربع طه الى مربع من
كنسبة مربع طد الى مربع دم ولكن نسبة مربع هط الى
مربع من كنسبة مثلث هطق الى مثلث نوم من اجل
تشابه المثلثين ونسبة مربع طد الى مربع دم كنسبة مثلث
دطن الى مثلث دمر فنسبة مثلث هطق الى مثلث نوم
كنسبة مثلث دطن الى مثلث دمر ولكن مثلث هطق يعادل
مثلث طدن ومثلث كان كما بين في الشكل من هذه المقالة
وكذلك ايضا يبين ان مثلث نوم يعادل مثلث دمر ومثلث
مثلث ارص فنسبة مثلث اكل الى مثلث ارص الباقي
كنسبة مربع كا الى مربع ار التي هي كنسبة مربع مح الى

مربع زح ونسبه مثلث دط ى الى مثلث مرد م كنسبه مربع
طد الى مربع دم الى هى كنسبه مربع ه د الى مربع د ز فنسبه
ه ح الى ح ز كنسبه ه د الى د ز وذلك ما اردنا ان نبين ه



واذا انسا الصوره على حالها ان نخرج خطا على موضع التقا د
الخطين المماسين يكون موازيا للخط الذى يصل ما بين نقطتى التماس
واخرجنا خطا من موضع قسمة الخط الذى يصل بين نقطتى
التماس يقطع كل واحد من القطعين المتقابلين والخط
الذى يصل بين نقطتى التماس فان نسبه كل الخط الى قطعته
التى بين منتهاه من القطع والخط الموازى كنسبه قطعتيه اللتين
يقطعهما القطوع والخط الذى يصل بين نقطتى التماس فليكن
قطعان متقابلان عليهما ا ب ومركزهما نقطه د وخطان
مماسان عليهما ا د د ب ونصل ا ب د د فانه مساوى لخط ه ب
ولنخرج من نقطه ه خط موازى لخط ا ب عليه ز ح ومن نقطه

ه خط كيف ما وقع عليه ط ه ك ل فاقول ان نسبه ط ل الى ل ك
كنسبه ط ه الى ه ك برهانه انا نخرج من نقطتى ط ك خطين موازيين
لخط ا ب عليهما ط م ن ك ع ف وخطين موازيين لخط ا د عليهما
ط ق ك ث ونخرج ا د من س فلانه يكون على خط ط م ك ف الموازيين
خطا مر ا ثم ا ق تكون نسبه مر ا الى ا ث كنسبه مر ا الى ا ق
ولكن نسبه مر ا الى ا ث كنسبه ط ه الى ه ك ونسبه ط ه الى
ه ك كنسبه ط ن الى ك ع من اجل تشابه مثلثى ط ه ن ك ه ع
فنسبه
ط ن الى
ك ع كنسبه
مر ا الى ا ق
ونسبه
مربع ط ن
الى مربع س
ك ع كنسبه



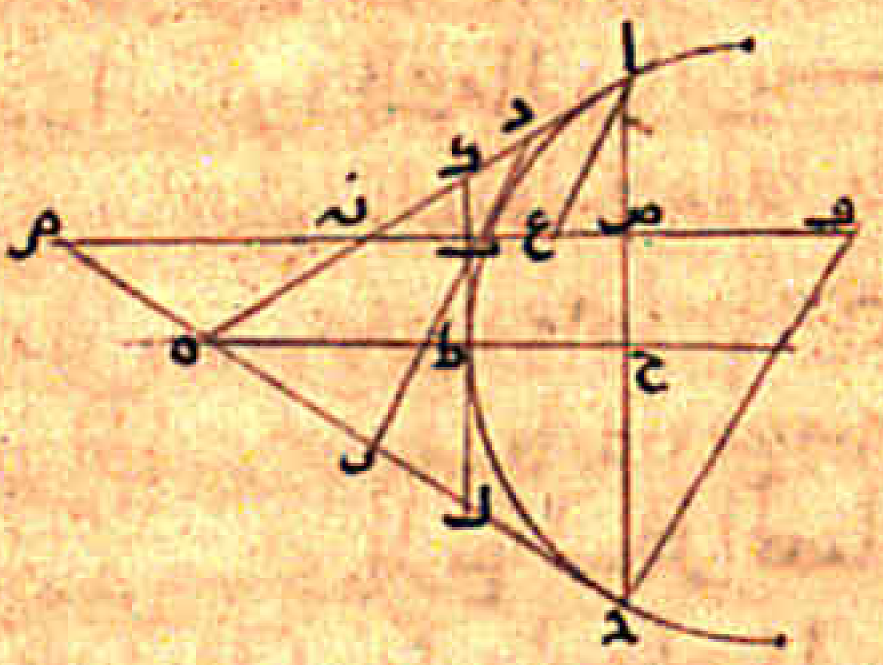
مربع مر ا الى مربع ا ق ونسبه مربع ط ن الى مربع ك ع كنسبه
مثلث ط و ن الى مثلث ك ث ع لتشابه المثلثين ونسبه مربع
مر ا الى مربع ا ق كنسبه مثلث مر ا الى مثلث ا ث ف ولكن
مثلث ط ن و مساوى لمثلثى مر ا م ر د كما بين في الشكل
يا من هذه المقاله ومثلث ث ع ك مساوى لمثلثى ا ث ف د ع ف
كما بين في الشكل يا من هذه المقاله فنسبه مثلث مر ا م مع
مثلث ر د الى مثلث ا ث ف مع مثلث د ع ف كنسبه

مثلث ﻫ م ز الى مثلث ا ن ف وهي نسبة مثلث ﻫ م ز الى
مثلث ا ن ف الباقي فنسبة مثلث م د ز الى مثلث د ع ف
ولكن نسبة مثلث ﻫ م ز الى مثلث ا ن ف كنسبة مربع
ﻫ ز الى مربع ا ن ونسبة مثلث م د ز الى مثلث ف د ع كنسبة
مربع ز د الى مربع د ع فنسبة مربع ز د الى مربع د ع كنسبة
مربع ﻫ ز الى مربع ا ن ونسبة مربع ﻫ ز الى مربع ا ن كنسبة
مربع ط ﻫ الى مربع ﻫ ك ونسبة مربع ز د الى مربع د ع كنسبة
مربع ط ل الى مربع ل ك فنسبة مربع ط ﻫ الى مربع ﻫ ك كنسبة
مربع ط ل الى مربع ل ك فنسبة ط ﻫ الى ﻫ ك كنسبة ط ل
الى ل ك وذلك ما اردنا ان نبين

الخطوط المماسة للقطع المكافئ اذا قطع بعضها بعضا فان
قطعها متناسبة فليكن قطع مكافئ عليه ا ب ج د وخطوط مماسة
عليها ا د ﻫ ﻫ ز ح د ح ت ز ع فاقول ان نسبة ح ز الى ز ﻫ كنسبة
ﻫ د الى ز ا وكنسبة ز ت الى ت د فنصل ا د ونقطعه بنصفين
على نقطة ح ونصل ح ص فمن اجل ان خط ﻫ ح قطر للقطع فان كان مماسه
على نقطة ب فان ذ د موازٍ لخط ا د لانه يكون موازيا للخطوط
الترتيب ويقطع بنصفين على نقطة ب لخطه ح ويكون من اجل
ذلك خط ا د مساويا لخط د ﻫ وخط ح ز لخط ز ﻫ كما بين في
الشكل له من المقالة آ وبين ما طلبنا وان لم يجز على نقطة ب
ولكن على نقطة ط فلنخرج على نقطة ط خطا موازيا لخط ا د
عليه ط ك ل فمن اجل انه مماس القطع على نقطة ط ومن اجل ما
تقدم ذكره يكون خط ا ك مساويا لخط ك ﻫ وخط ل د لخط

مربع ﻫ ح ز الى مربع ... كنسبة مربع ز د

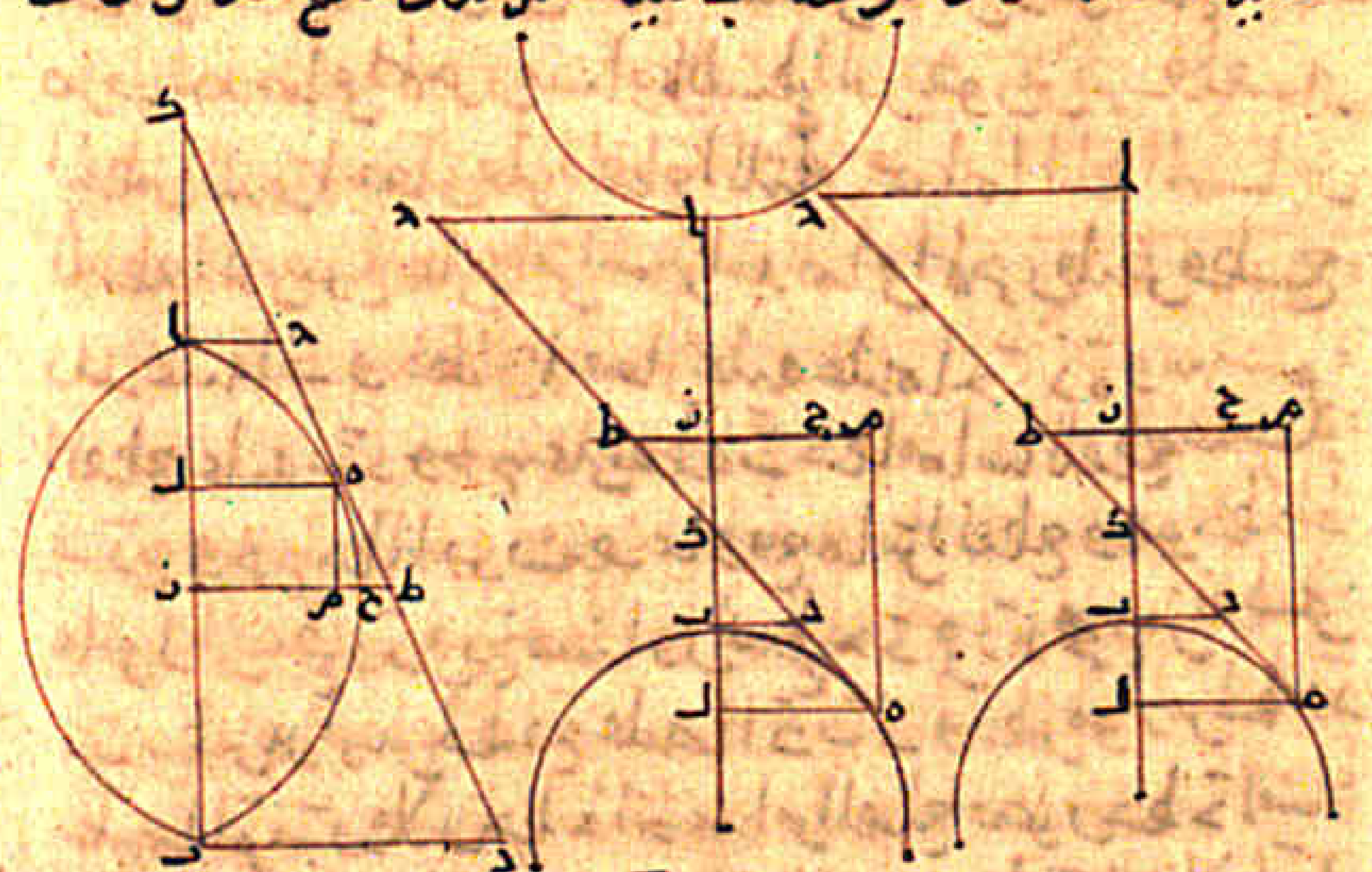
ل ﻫ وخرج على نقطة ب خطا موازيا لخط ﻫ ح عليه م ر ت س وعلى
نقطتي ا د خطين موازيين لخط د ت عليهما ا ع د ق فلان خط م ب
موازٍ لخط ﻫ ط يكون خط م ب قطرا كما بين في الشكل مو
من المقالة آ وخط د ت مماس القطع على نقطة ب وخطا ا ع د ق
قد خرجا على الترتيب ولان م ب قطر وخط م س مماس وخط د ق
يكون خط م ب مساويا لخط ب ق كما بين في الشكل له من المقالة
آ فمثلث ر ت د ولان خط م ر مساوٍ لخط ر ت وخط ﻫ ط مساوٍ
لخط ط د يكون نسبة م د الى د ت كنسبة ﻫ د الى د ل واذا
بدلنا كانت
نسبة م د
الى د ﻫ كنسبة
ت د الى د ل
ولكن نسبة
م د الى د ﻫ



كنسبة ص د
الى د ح فنسبة ت د الى د ل كنسبة ص د الى د ح ونسبة ح د الى
د ت كنسبة ل د الى د ﻫ لان كل واحد منهما ضعف صاحبه
فنسبة ا د الى د ص كنسبة ﻫ د الى د ت واذا قلبنا النسبة
كانت نسبة ﻫ د الى ﻫ ت كنسبة د ا الى ا ص واذا فصلنا
كانت نسبة ت د الى ت ﻫ كنسبة د ص الى ص ا ولان م ت ب
قطر و ا ع مماس و ا ع على الترتيب يكون ن ت مساويا لـ ت ع
ون ت ك لذا فلـ ع ﻫ ك مساوٍ لـ ك ا فنسبة ا ﻫ الى ا ك كنسبة

ن ا الى ا د وإذا بدلنا كانت نسبة ه ا الى ا ز كنسبة ك ا الى ا د ولكن
نسبة ه ا الى ا ز كنسبة ح ا الى ا ص فنسبة ك ا الى ا د كنسبة ح ا
الى ا ص ونسبة ح ا الى ا ح كنسبة ه ا الى ا ك لأن كل واحد منهما ضعف
الآخر فبالمساواة تكون نسبة ح ا الى ا ص كنسبة ن ا الى ا د وإذا
فصلنا كانت نسبة ح ص الى ص ا كنسبة ن د الى د ا وقد تبين أن
نسبة ح ص الى ا ص كنسبة ه ن الى ن ه فنسبة ح ن الى ن ه كنسبة
ن د الى د ا وإذا أبدلنا تكون نسبة ح ص الى ص ا كنسبة د ف الى ع وخط ان م
مثلا ن لأن ح ص أضعاف مثلا ص ن وا ع مثلا ا د من أجل أن ا مثلا
ن د فنسبة ح ص الى ص ا كنسبة د ب الى ب د وكنسبة ح ن الى ن ه
وكنسبة ه د الى د ا وذلك ما أردنا أن نبين
كل خطين يخرجان في القطع الزائد أو الناقص أو الدائرة أو المتقابلين من مب
طرفي القطر على الترتيب ويخرج خط مماس للقطع من أي موضع كان
منه يقع على الخطين ويقطعهما فإنه يقطع منهما خطين يكون ضرب
أحدهما في الآخر مساويا لربع الشكل المضاف الى ذلك القطر
الذي عرضه الضلع القائم عليه أي قطع كان وقطره ا ب ولنخرج
من نقطتي ا ب خطين على الترتيب عليهما ا ح ب د ونخرج خطا آخر
على نقطة ما وهي نقطة ه يماس القطع عليه ح ه د فأقول إن سطح
ا ح في ب د مساو لربع الشكل المضاف الى ا ب الذي عرضه
الضلع القائم للقطر ا ب وليكن المركز نقطة ز ونخرج منه خطا
موازيا لخطي ا ح ب د عليه ز ح ط فلأن خطي ا ح ب د متوازيان وخط
ز ح إما مواز لهما يكون ز ح وإما ... القطرات ولذلك
يكون مربع ز ح مساويا لربع السطح المضاف الى ا ب الذي عرضه

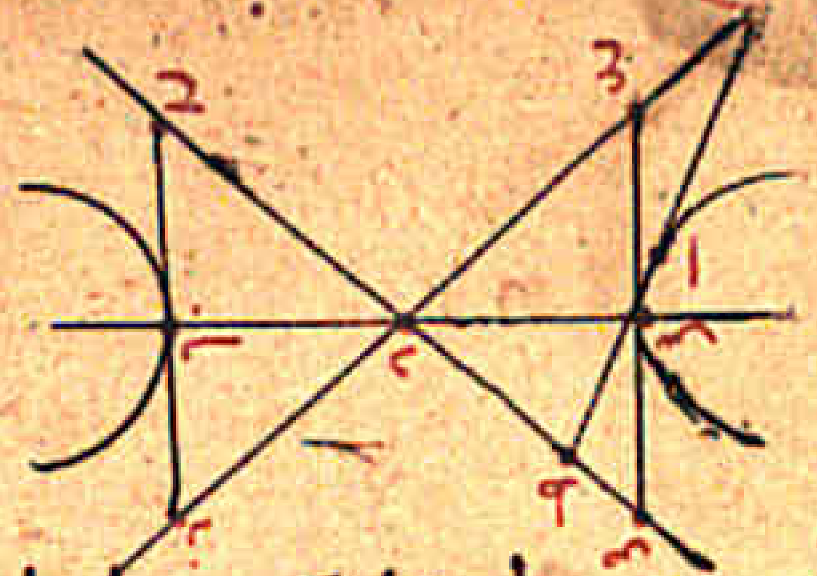
الضلع القائم كما تبين في الشكل من المقالة ا وبعد السادس عشر منها
فإن كان خط د ح على القطع الناقص أو الدائرة وكان مماسا على نقطة
التماس التي هي ه فإن ا ح ب د متساويان وتبين أن سطح ا ح
في ب د مساو لمربع ز ح الذي هو ربع السطح المضاف الى ا ب الذي
عرضه الضلع القائم وإن لم يخرج خط د ح على نقطة ه فليلتق د ح
ب ا إذا أخرجا على نقطة ك ونخرج على نقطة ه خطا موازيا لخط ا ح
عليه ه ل ونخرج موازيا لخط ا ب عليه ه م فلأن سطح ك ز في ز ل



مساو لمربع ا ز كما تبين في الشكل لز من المقالة ا تكون نسبة ك ز
الى ز ا كنسبة ا ز الى ز ل وتكون نسبة ك ا الى ا ل كنسبة ك ز الى
ز ك وعلى عكس ذلك تكون نسبة ب ا الى ا ك كنسبة ب ل الى ل ك
وإذا ركبنا في القطع الناقص وفصلنا في القطع الزائد وفي المتقابلين
كانت نسبة ب ك الى ك ا كنسبة ب ل الى ل ا فنسبة د ب الى ا ح
كنسبة ه ل الى ح ا فسطح د ب في ح ا مساو لسطح د ط في ل الذي

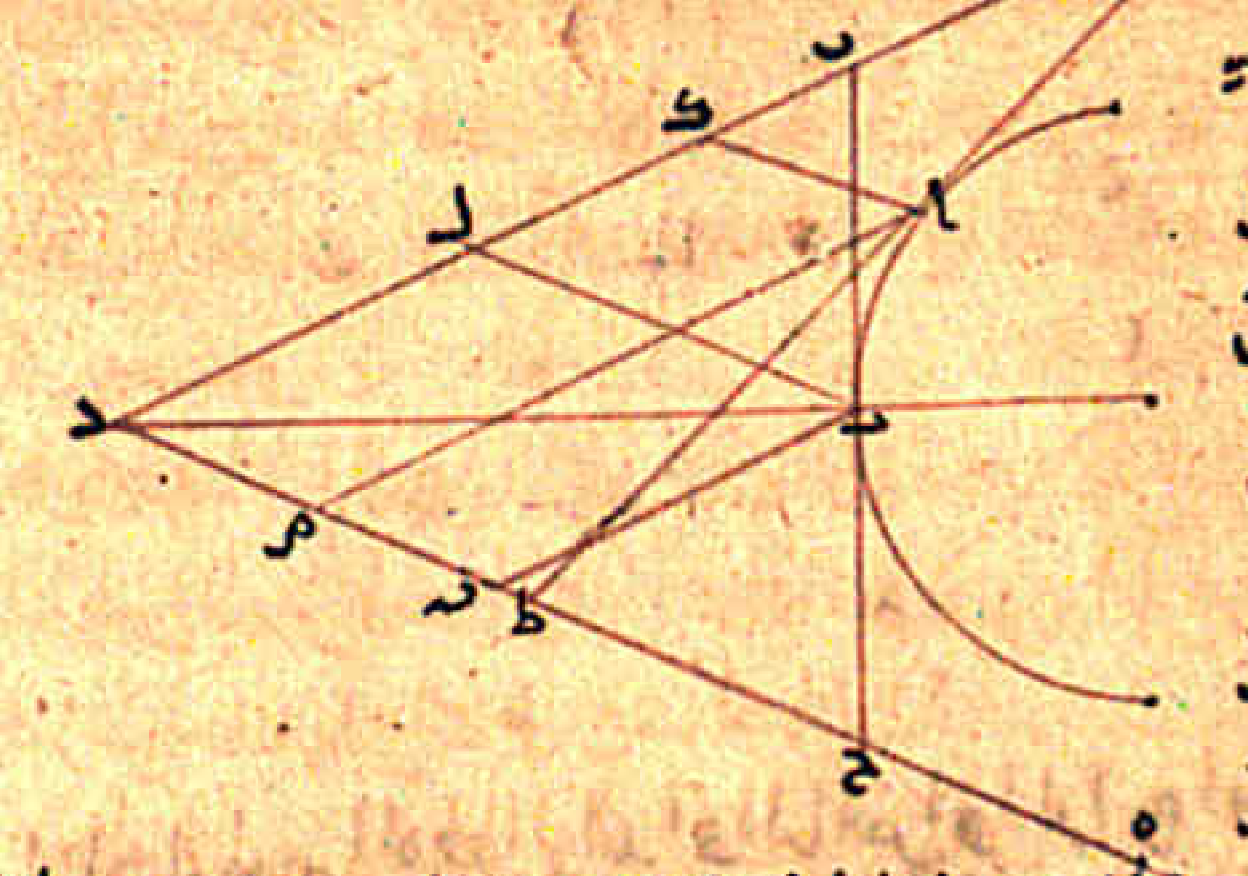
هو مثل سطح ط آ في ت م وسطح ط ر في د م مساوي لمربع د ح كما تبين في الشكل لج من المقالة آ الذي هو مثل ربع الشكل المضاف الى اب الذي عرضه الضلع القائم لقطر اب فسطح ب ك في د ا مساوي لربع السطح المضاف الى اب الذي عرضه الضلع القائم لقطر اب وذلك ما اردنا ان نبين

كح كل خط مماس للقطع الزائد فانه اذا اخرج على استقامته قطع من الخطين اللذين لا يقعان على القطع قطعتين مما يلي مركز القطع يكون ضرب احدهما في الاخرى مساويا للسطح الذي يكون من ضرب قطعتي الخطين اللذين لا يقعان على القطع اللتين يفصلهما الخط المماس للقطع الذي يخرج على راس السهم احدهما في الاخرى فليكن قطع زائد عليه ا ب وخطان لا يقعان عليه عليهما ح ز ذ ه وسهم القطع عليه ب د وليخرج على نقطة ب خطا مماسا للقطع عليه د ح وليخرج خطا اخر كيفما وقع مماس القطع وهو خط ح ا ط فاقول ان سطح د ك في د ح مساوي لسطح ح د في د ط فيخرج من نقطتي ا ب خطين موازيين لخط د ح عليهما ا ك ب ل وخطين موازيين لخط ح د عليهما ا م ب ن ولان خط ح ا ط مماس للقطع يكون خط ح ا مساويا لخط ا ط كما تبين في الشكل ج من المقالة ب فخط ح ط مثلا ط ا وخط ح د ضعف ا م وخط د ط ضعف ا ك فسطح ح د في د ط اذا اربعة امثال سطح ك ا في ا م وعلى مثل ذلك يتبين ان سطح د ك في د ح اربعة امثال سطح ل ب في ب ن ولكن سطح ك ا في ا م مساوي لسطح ل ب في ب ن كما تبين في الشكل يب من المقالة ب فسطح ح د في د ط مساوي لسطح د ك في د ح وتبين ايضا على مثل ذلك وكان



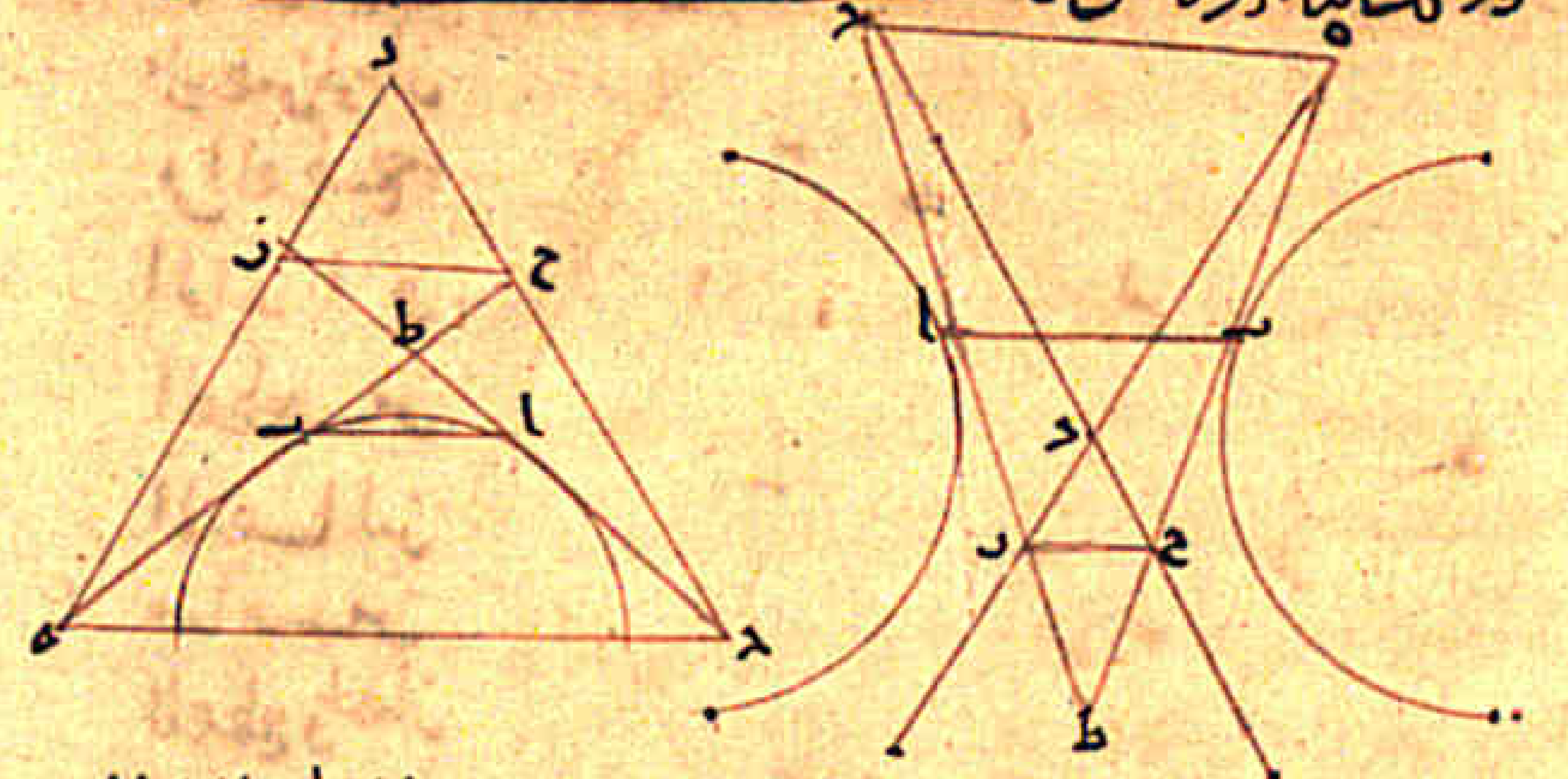
لم يكن د ب مساويا ولكن قطرا آخر وذلك ما اردنا ان نبين

مه كل خطين يخرجان في القطع الزائد او القطعين المتقابلين مماسين للقطع ويلتقيان ويقطعان الخطين



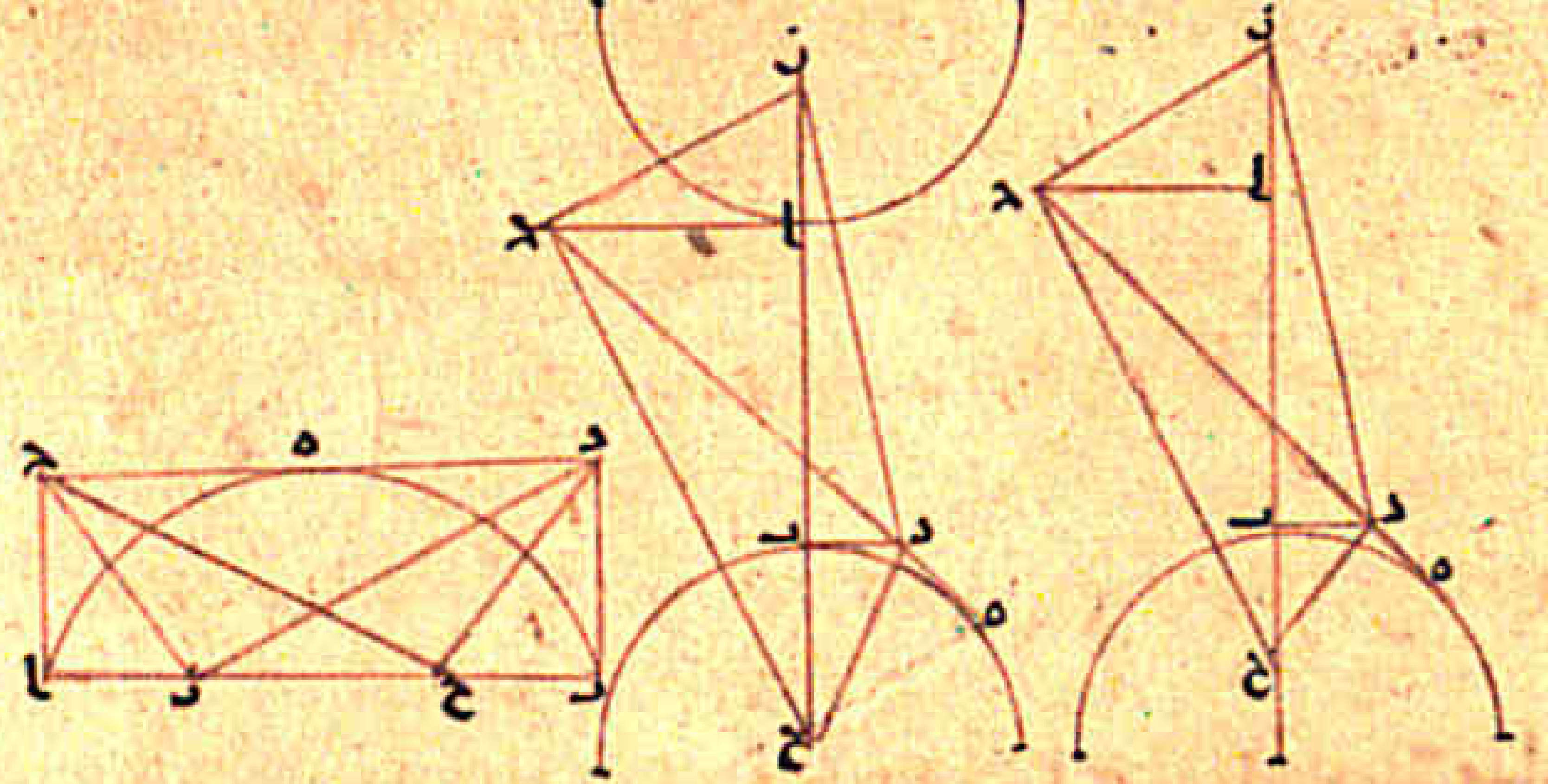
اللذين لا يقعان على القطع فان الخطوط التي تصل ما بين نقاطها هي موازية للخط الذي يصل ما بين نقطتي المماس فليكن قطع زائد او قطعان متقابلان عليهما ا ب وخطان لا يقعان على القطع عليهما ح د ده وخطان مماسان عليهما ا ط ز ه ب ط ح ونصل ا ب فيما بين نقطتي المماس ونصل د ح ح ه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان على القطع والخطين المماسين فاقول ان خطوط د ه ا ب د ح متوازية ولان سطح ح د في د ر مساوي لسطح ح د في ده اما في القطع الزائد فكما تبين في الشكل الذي قبل هذا واما في القطعين المتقابلين فكما تبين من الشكل الذي قبل هذا مع الشكل د من هذه المقالة يكون نسبة ح د الى ر ده كنسبة ح د الى ر د فخط ح ه موازي لخط ر ح ومن اجل ذلك يكون نسبة ط ر الى ر ح كنسبة ط ح الى ح ه ونسبة ه ح الى ح ر كنسبة د ر الى ر ل ولكل واحد منهما ضعف الآخر فنسبة ط ح الى ح ر كنسبة ط ر الى ر ل فخط د ح موازي لخط ا ب فخط ا ب موازي لخط ده وذلك

وذلك ما اردنا ان نبين

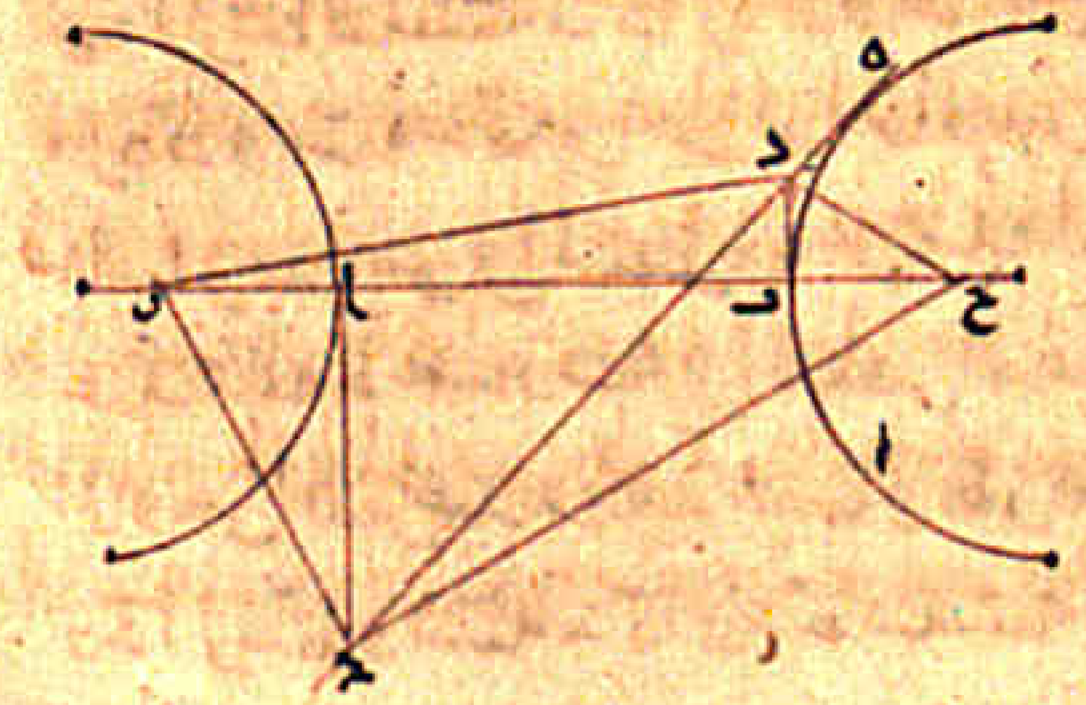


مه اذا كان سهم القطع الزايد او الناقص او الدائرة او القطعين المتقابلين
اب ولتخرج من طرفيه خطان على زوايا قائمة عليهما اج بد ولنخرج
خط مماس للقطع عليه جده د واضيف الى السهم سطحان يكون كل واحد
منهما مساويا لربع السطح المضاف اليه الذي عرضه الضلع القائم
له ويكونان عن جنبي المركز في القطعين المتقابلين وفي القطع الزايد
زايدين على السهم سطحين مربعين وينقصان في الناقص سطحين مربعين
وهما سطحا ار في رب وا ح في ح ب ونصل د ر د ح د ر د ح فاقول
ان كل واحد من زاويتي ح ر د ح د قائمة برهان ذلك ان سطح ا ح
في ب ح مساوي لربع السطح المضاف الى اب الذي عرضه الضلع القائم
له كما بين في الشكل مب من هذه المقالة وسطح ار في رب مساوي
لربع السطح المضاف الى اب الذي عرضه الضلع القائم له فسطح اج في
د ب مساوي لسطح ار في ر ب ونسبة ج ا الى ا ر كنسبة ر ب الى ب د
والزاويتان اللتان عند نقطتي ا ب قائمتان فتكون زاوية ا ج ر مساوية
لزاوية ب ر د وزاوية ا ر ج مساوية لزاوية ر د ب ولان زاوية

د ا ر قائمة تكون زاويتا ا ج ر ا ر ج مساويتين لقائمة وقد تبين ان

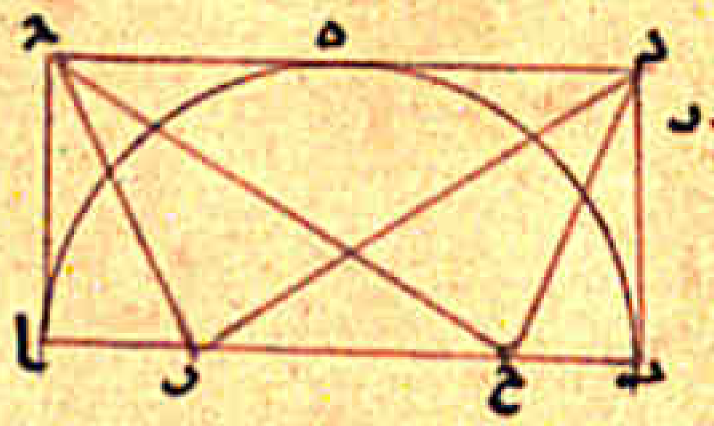


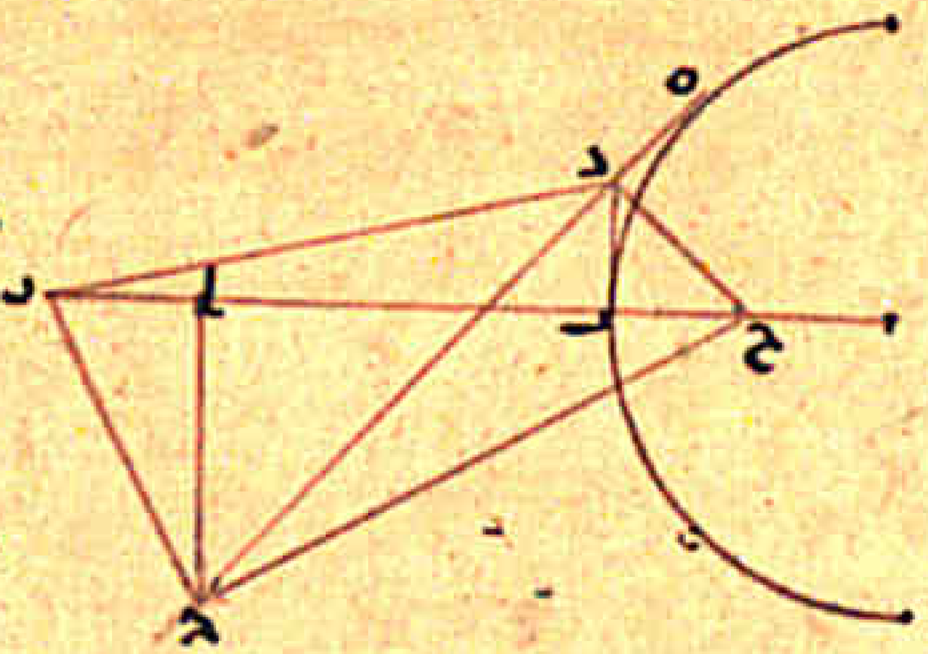
زاوية ا ج ر مساوية لزاوية د ر ب فزاويتا ا ر ج د ر ب مساويتان
لزاوية قائمة وتكون زاوية ج ر د قائمة وعلى مثل ذلك نبين ان
زاوية ج ح د قائمة ايضا وذلك ما اردنا ان نبين
مو وتبقى الصورة على حالها واقول ان زاوية ا ج ر مساوية لزاوية
ر ح ح وزاوية ر د ر مساوية لزاوية ر د ح برهان ذلك انه
قد استبان ان كل واحدة من زاويتي ج ر د ج ح د قائمة فتكون الدائرة
المخطوطة على قطر ج د تمر على نقطتي ر ح وتكون زاوية د ج ح مساوية
لزاوية د ر ح
لانهما في قطعة
واحدة من
الدائرة وقد
تبين ان زاوية
د ج ح مساوية



[illegible]

لزاويه د ح لانهما في قطعه واحده من الدائرة وقد تبين ان زاويه

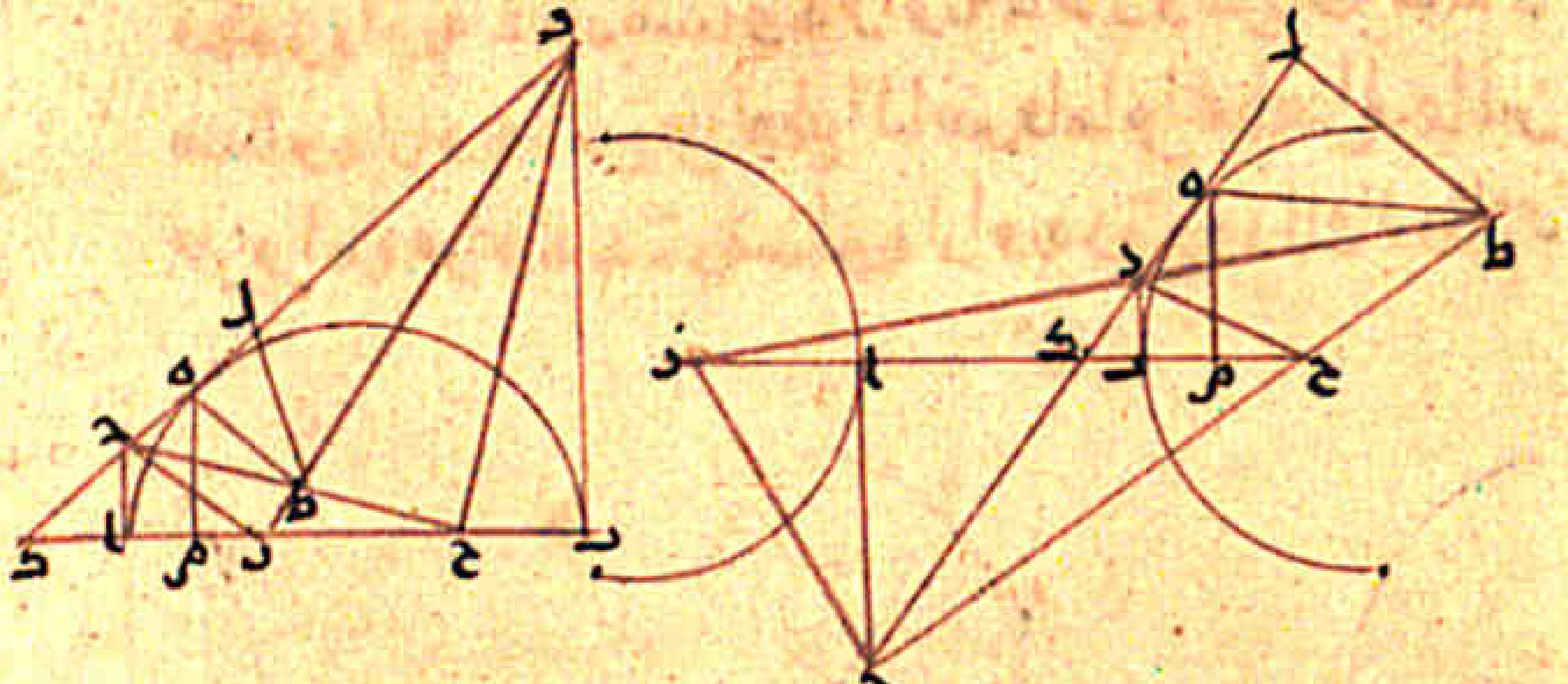




بتغير صورة شكل مو

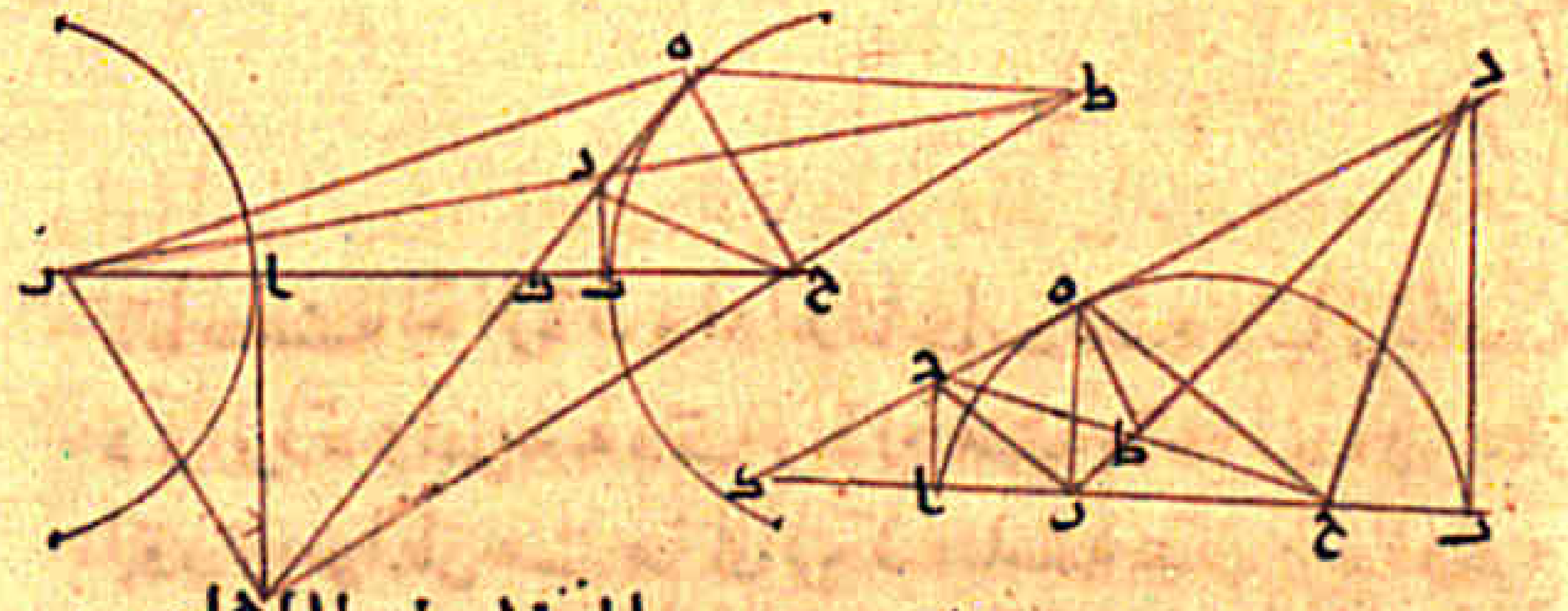
لزاويه ا ح د فزاويه د ح مساويه لزاويه ا د ب وزاويه ح د ر مساويه
لزاويه ب د ح وذلك ما اردنا ان نبين
ولنثبت الاشياء على حالها فاقول ان خطي د ح ب د اذا اخرجا والتقيا مس
على نقطه ط وخطي ح د ب ا اذا اخرجا على استقامه فالتقيا على نقطه
ك ووصل ط ك فان خطه ط عمود على خط د ك المماس للقطع فان لم
يكن كذلك فليكن العمود ط ل فلان زاويه د ك ر مساويه ح د ب لزاويه
كما تبين في الشكل الذي قبل هذا وزاويه ح ب د قائمه مساويه
لزاويه د ل ط القائمه فمثلث د ح ب شبيه بمثلث ل ط د فنسبه
ح د الى ح ب كنسبه د ط الى د ل ونسبه ح د الى د ط كنسبه فد
الى د ط ونسبه ح د من اجل ان الزاويتين اللتين عند نقطتي د ح
قائمتان كما تبين في الشكل مه من هذه المقاله والزاويه التي
عند نقطه ط مشتركه في القطعين المتقابلين واما في الناقص فان
الزاويتين اللتين عند نقطه ط متساويتان فنسبه ح د الى د ط كنسبه
ب د الى د ط ونسبه د ب الى ح ط كنسبه ا د الى د ل من اجل تشابه

مثلثي ا ب د ل د ط فنسبه ب د الى د ل الى ه كنسبه ح د الى

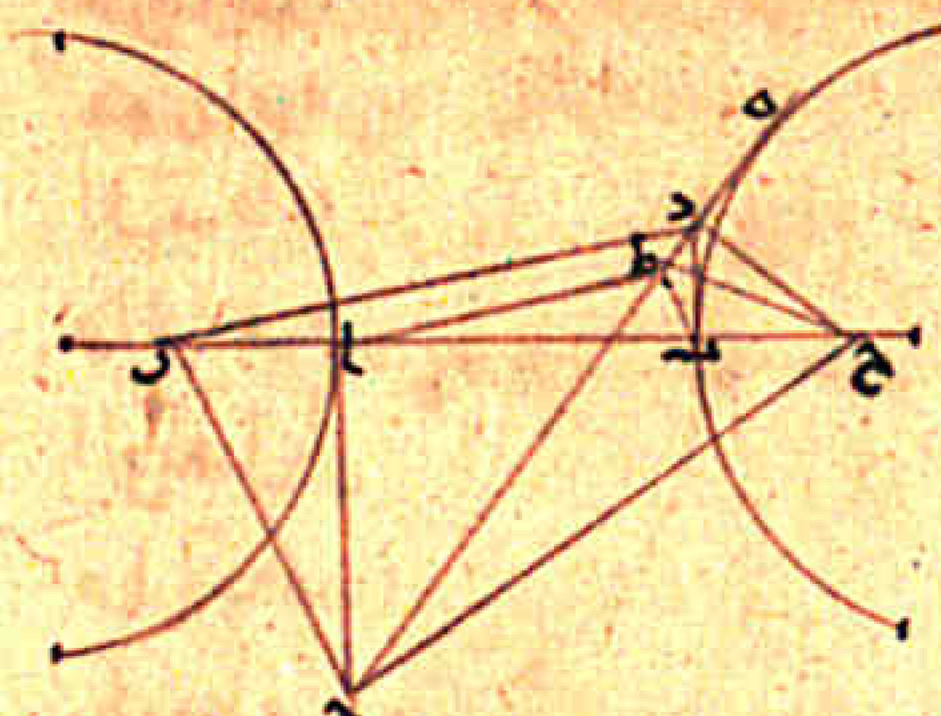


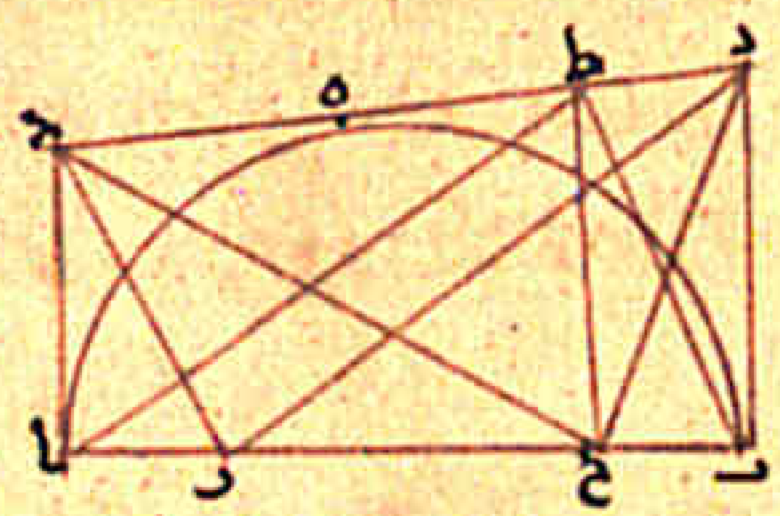
د ط كنسبه ا د الى د ل واذا بدلنا كانت نسبه د ب الى د ا كنسبه
د ل الى ل د ولكن نسبه د ب الى د ا كنسبه ب ك الى ك ا لان خطي
ا د ب د متساويان فنسبه د ل الى د ل كنسبه ب ك الى ك ا ولنخرج
من نقطه ك خطا موازيا لخط ا د عليه ه م فيكون على الترتيب على
خط ا ب ويكون نسبه ب ك الى ك ا كنسبه ب م الى م ا كما تبين
في الشكل لو من المقاله ا ونسبه ب م الى م ا كنسبه د ه الى ه د
لان خطوط ه م ب د ا د متوازيه وقد كانت اصا نسبه ب ك الى
ك ا كنسبه د ل الى ل د وذلك ما لا يمكن فليس خط ط ل عمودا
ولا خط اخر سوى خط ط ك وذلك ما اردنا ان نبين
ونثبت الصوره على حالها ونصل خطي ب ه ه ح فاقول ان زاويه
ح ه ر مساويه لزاويه ح ه د برهان ذلك ان زاويتي د ح ط د ه ط
قائمتان كما تبين في الشكل الذي قبل هذا فالدائره التي تخط على
قطر د ط تمر على نقطتي ه ح فتكون زاويه د ط ح مساويه لزاويه
د ه ح لانهما في قطعه واحده وكذلك ايضا اذا اخرج خط ح ط

وظاهر ان الدائرة التي قطرها ه ز من اجل ان زاويتي ه ط د ز قائمتان
يكون زاوية ح ه د مساوية لزاوية د ط ز ولكن زاوية ح ط ز
مساوية لزاوية د ه ح في القطع الناقص فاما في القطعين المتقابلين
فان زاوية ح ه د مساوية لزاوية د ه ح وذلك ما اردنا ان نبين

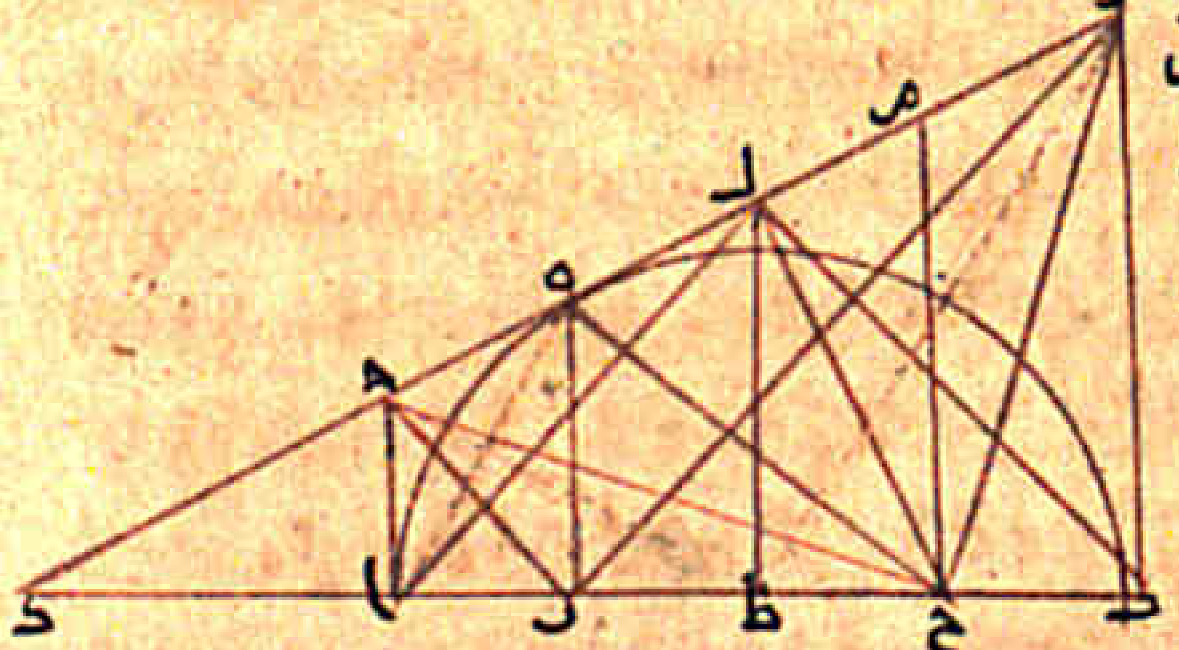


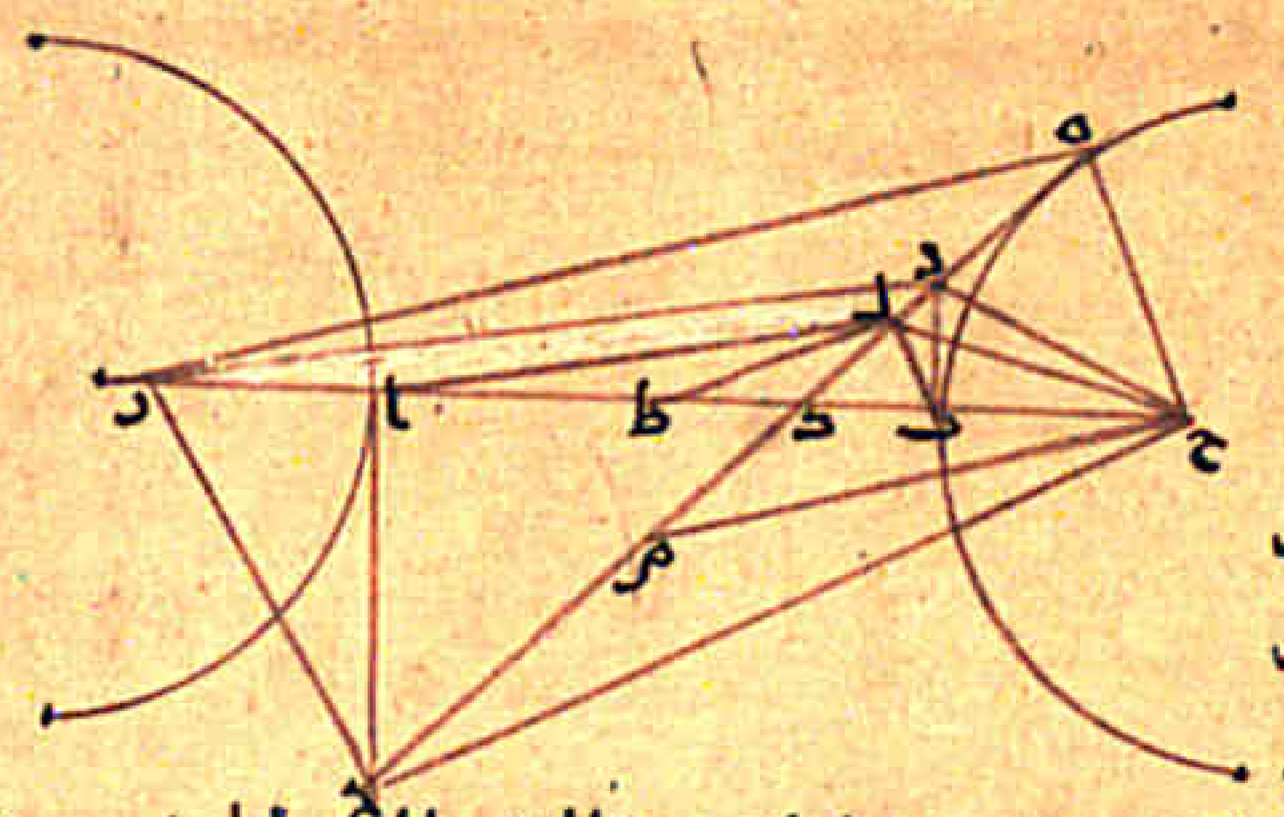
مط واذا انشا صورة الشكل من هذه المقالة على حالها فلنخرج
من نقطة ح الى خط د ز عمود عليه ح ط ونصل ا ط ب ط فان زاوية
ا ط ب قائمة برهان ذلك ان زاوية د ب ح قائمة وزاوية د ط ح
ايضا قائمة فالدائرة التي تخط على د ح تجوز على نقطتي ط ب ويكون
زاوية ح ط ب مساوية لزاوية ب د ح وقد بين في الشكل م ه
من هذه المقالة ان زاوية ا ح د مساوية لزاوية ب د ح فزاوية
ح ط ب مساوية لزاوية ا ح د وزاوية ا ح د مساوية لزاوية
ا ط ح لان الدائرة التي يكون قطرها ا ح تمر بنقطة ط فيكون زاوية
ب ط ح مساوية لزاوية ا ط ح ولذلك يكون زاوية د ط ح
مساوية لزاوية ا ط ب ولكن زاوية د ط ح قائمة فزاوية
ا ط ب قائمة وذلك ما اردنا ان نبين





ن واذا انشا صورة الشكل من على حالها وكان المركز نقطة ط ووصل
ه ز والمماس خطا د ه ز ب الى نقطة ك واخرج من نقطة ك خط موازي لخط
ه ز عليه ط ك فان خط ط ل مساوي لخط ط ب فنصل ا ك ل ح ل ب
ونخرج على نقطة ح خطا موازيا لخط ه ز عليه ح م فلان سطح ا ل في د ب
مساو لسطح ا ح في ح ب كما بين في الشكل م من هذه المقالة
يكون خط ا ز مساويا لخط ح ب وخط ز ط مساويا لخط ط ح وخطوط
ز ه ط ك م ح متوازية فخط ه ك مساو لخط ل م ولان زاوية ح ه ز
مساوية لزاوية د ه ح كما بين في الشكل مح من هذه المقالة
فزاوية ح ه د مساوية لزاوية ه م ح فيكون خط ه ح مساويا
لخط ح م وقد بين ان
خط ه ك مساو لخط
ل م فخط ح ل عمود
على خط ه م ومن
اجل ما تقدم
بيانه في الشكل

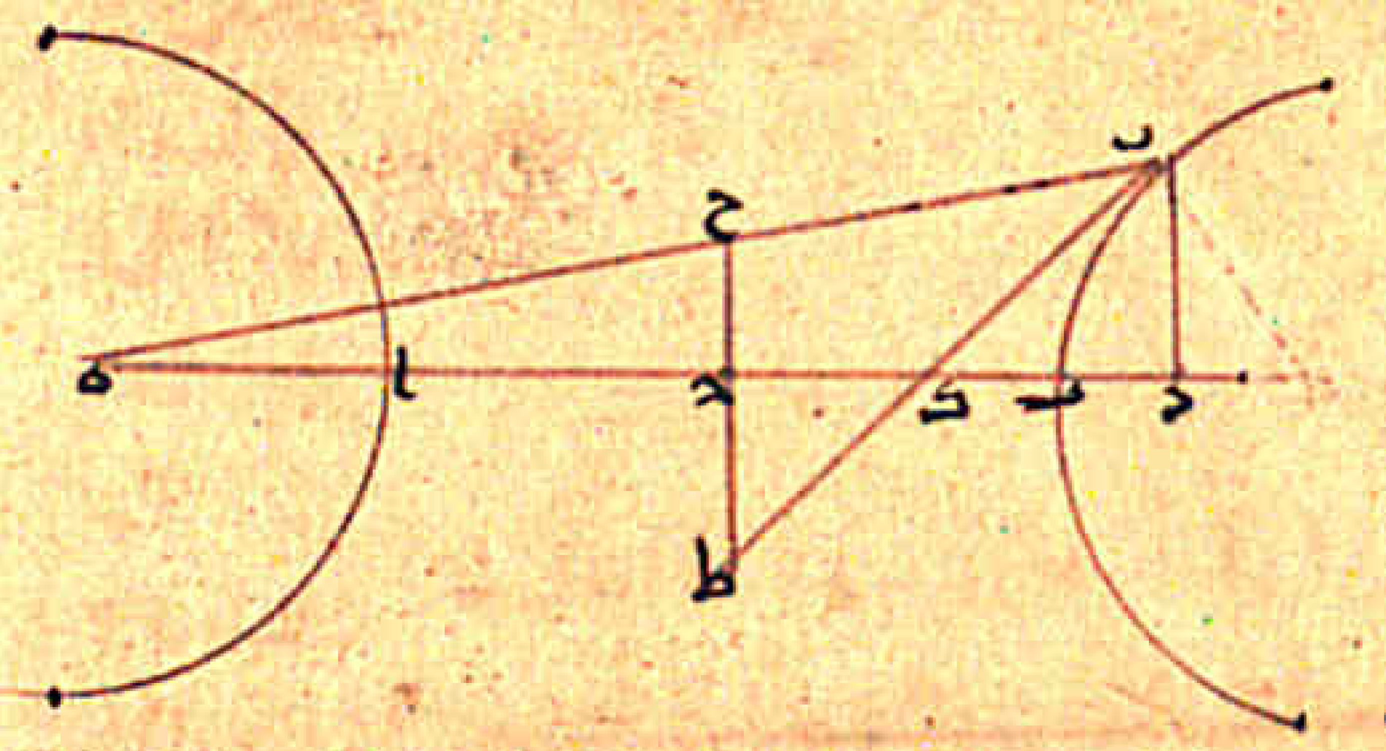




الذي قلنا هذا
يكون زاوية
ال... قائمة
والزاوية ه
التي يحيط على
قطر ا... يكون
على نقطة ل

ويكون خط ط ك مساويا لخط ط ب وذلك ما اردنا ان نبين
نا اذا اضيف سطحان متساويان لربع السطح الذي يضاف الى السهم
ويكون عرضه الضلع القائم له الى سهم القطع الزائد او القطعين
المتقابلين على حسبه وكان كل واحد منهما زائدا مربعا واخرج
من القطعين اللذين يبين انهما اطراف الخطوط خطان الى اي موضع
كان من هذه القطوع فان الخط الاطول منهما يزيد على الاقصر بمقدار
طول السهم فليكن قطع زائد او قطعان متقابلان وسهمهما ا ب
والمركز ح وليكن كل واحد من ا د و د ب واه و ه ب مساويا للربع
السطح المضاف الى السهم الذي عرضه الضلع القائم له ولنخرج
من نقطتي ه د خطين الى القطع عليهما ه ر ر د فاقول ان زيادة ه ر
على د ر بمقدار ا ب فنخرج خطا مماسا على نقطة ر عليه ر ك ط وعلى
نقطة د خطا موازيا لخط ر د عليه ح ط فزاوية ك ط ح مساوية
لزاوية ك ر د وزاوية ك ر د مساوية لزاوية ح ر ط كما تبين في
الشكل مح من هذه المقالة فزاوية ح ر ط مساوية لزاوية ح ط ر
فخط ح ر مساوي لخط ح ط وخط ر ح مساوي لخط ح ه من اجل ان

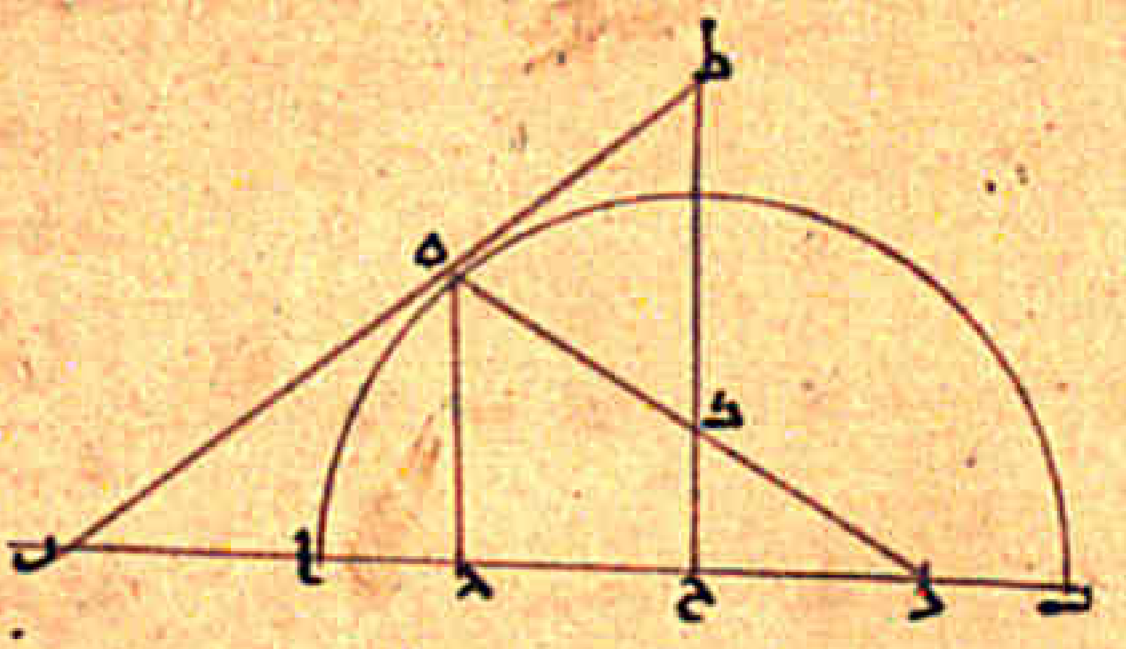
خط د ح مساوي لخط ح ه وخط ح ط موازي لخط ر د فخط ح ط مساوي
لخط ه ح ولذلك يكون ر ه مثلي ح ط ولانه قد تبين ان خط ح ط مساوي
لخط ح ب



يكون ر ه
ضعف
خط ح د
ح ب
ولكن خط
ر ضعف

ح د وا ب ضعف ح ب فخط ه ر مساوي لخطي ر د ا ب ولذلك يكون
خط ه ر اطول من خط ر د بخط ا ب وذلك ما اردنا ان نبين
نب اذا كان قطع ناقص اطول سهميه ا ب وكان كل واحد من ا د
و د ب ولا د و د ب مساويا لربع السطح الذي يضاف الى ا ب ويكون
عرضه الضلع القائم له واخرج خطان الى القطع عليهما ه د
فاقول ان خطي ه د مجموعين مساويان لخط ا ب برهان ذلك انا
نخرج خطا مماسا للقطع عليه ه ر ط والمركز نقطة ح ونخرج على
نقطة ح خطا موازيا لخط د ه عليه ح ك ط فلان زاوية ...
مساوية لزاوية ط ه ك كما تبين في الشكل مح من هذه المقالة
وزاوية ر ه د مساوية لزاوية ه ط ك فزاوية ه ط ك مساوية
لزاوية ط ه ك فخط ط ك مساوي لخط ك ه ولان ح ب مساوي لخط
ح ب وا د مساوي لد ب فخط د ح مساوي لخط ح د ولذلك يكون
ه ك مساويا لك د ومن اجل ذلك يكون ه د ضعف ط ك وه د

مع ه د ج وخطا ا ه ه د مع ح ط وا ب مع ه ح ط مماسين
والشكل

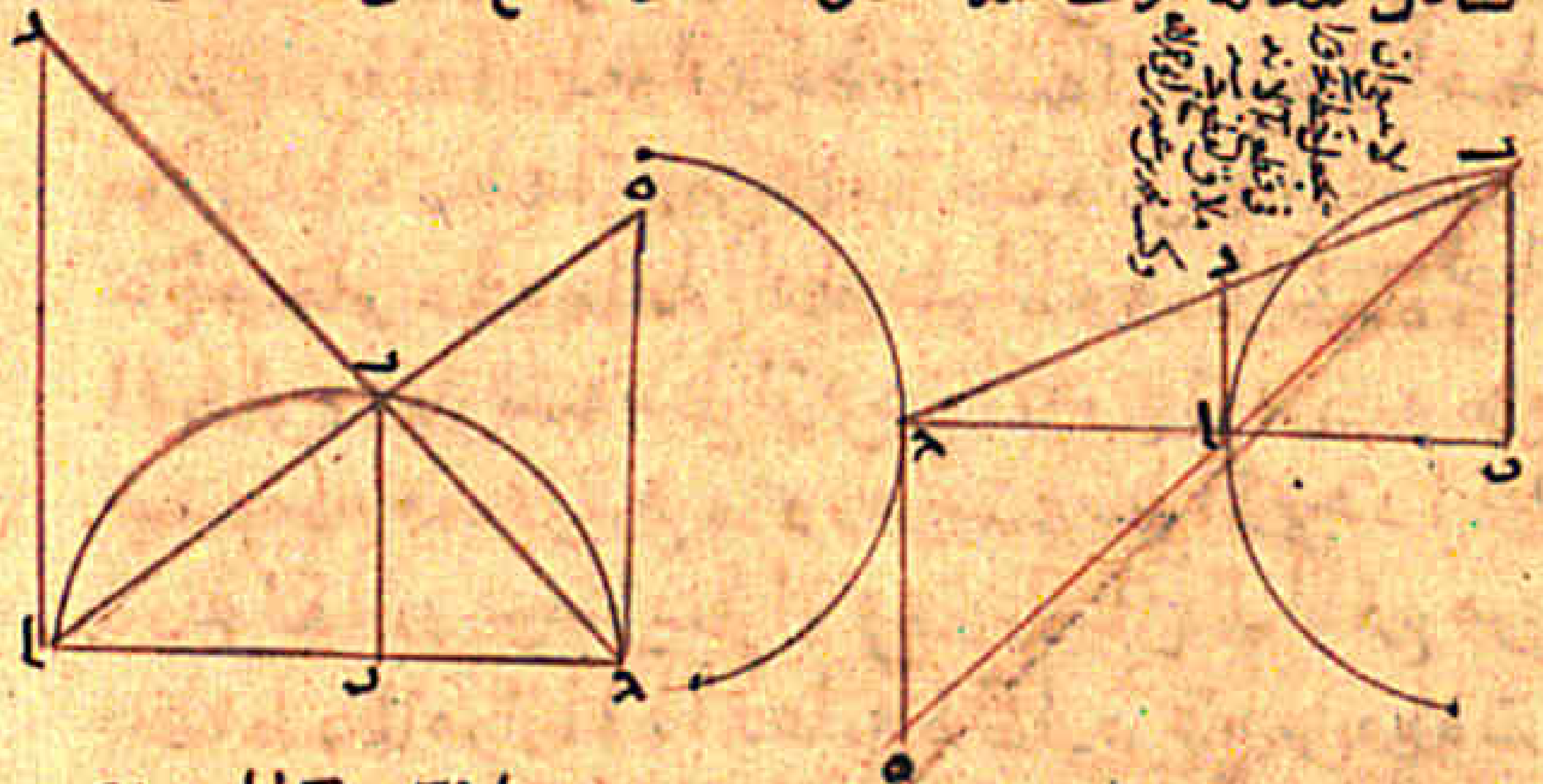


ثم برهنه
المقالة
فخط ا ب
مساو لخطي
ج ه ه د
وذلك

ما اردنا ان نبين ه

نج الخطوط التي تخرج من اطراف قطر القطع الزائد او القطعين المتقابلين
او القطع الناقص او محيط الدائرة موازية للخطوط المرتبة وتخرج
من اطراف تلك الاقطار خطوط الى القطع الى موضع واحد منه
حيث كان واتصلت قطعت الخطوط الموازية فان السطح الذي
يكون من ضرب الخطوط الموازية بعضها في بعض مساو للسطح
المضاف الى ذلك القطر الذي عرضه الضلع القائم له فليكن
القطوع التي ذكرنا ا ب د وقطرها ا د وخطوط موازية للخطوط
المرتبة عليها ا ج د ه ونعلم على القطع نقطة ب ونخرج منها
خطي ا ب ه ب د الى خطي ه د وقطر ا د ونصلهما فاقول ان سطح
ا ج في ه د مساو للسطح المضاف الى خط ا د الذي عرضه
الضلع القائم له برهان ذلك انا نخرج من نقطة ب خطا على
الترتيب عليه ب ز فيكون نسبة سطح ا ز في ز د الى مربع ز ب
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما بين في الشكل

ك من المقالة ا وكنسبة مربع ا د الى السطح الذي يضاف الى ا د

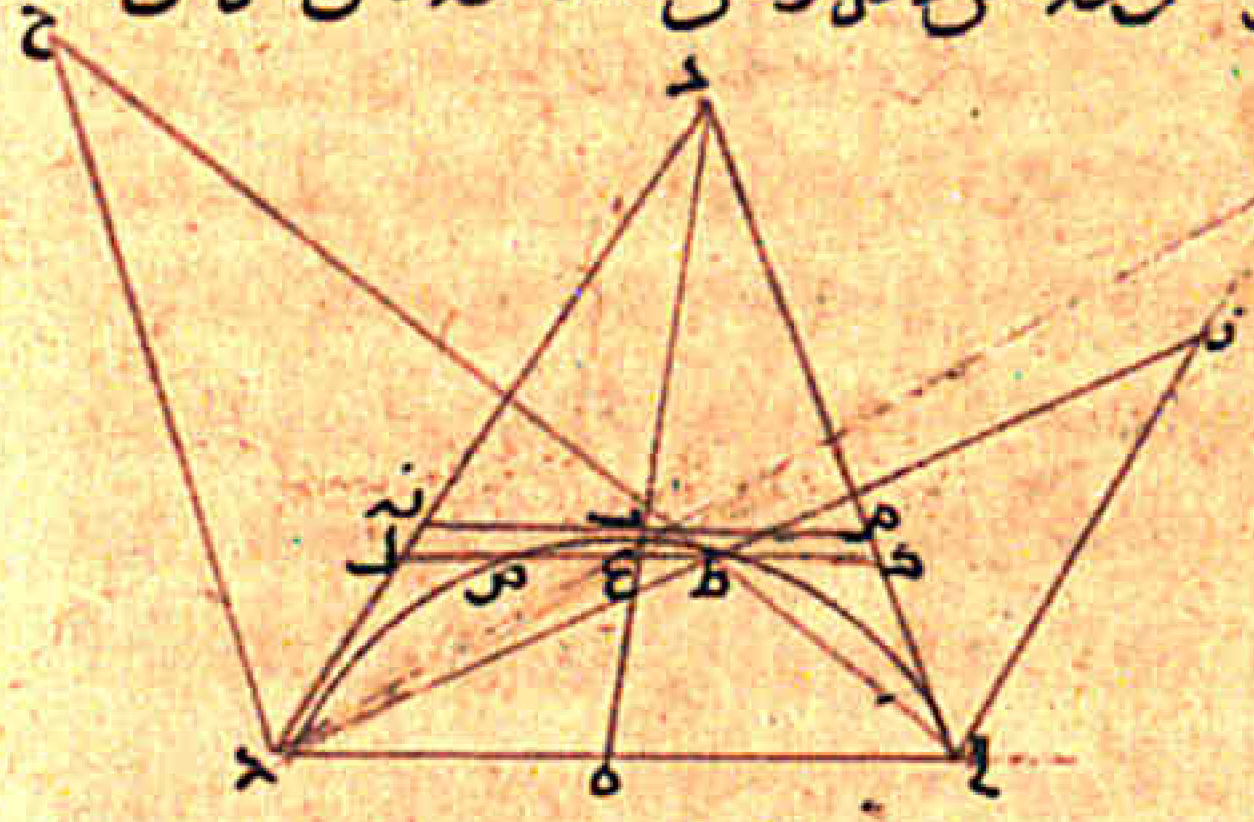


فيكون عرضه الضلع القائم له ولكن نسبة سطح ا ز في ز د الى مربع
ز ب مركبة من نسبة ا ز الى ز ب ومن نسبة د ز الى ز ب فنسبة
مربع ا د الى السطح الذي يضاف الى ا د ويكون عرضه الضلع القائم
له مركبة من نسبة ا ز الى ز ب ومن نسبة د ز الى ز ب ولكن نسبة
ا ز الى ز ب كنسبة ا د الى د ه ونسبة د ز الى ز ب كنسبة
د ا الى ا ج فنسبة مربع ا د الى السطح الذي يضاف الى ا د ويكون
عرضه الضلع القائم له مركبة من نسبة ا د الى د ه ومن نسبة
د ا الى ا ج والنسبة المركبة من نسبة ا د الى د ه ومن نسبة
ا د الى ا ج هي كنسبة مربع ا د الى سطح ا ج في د ه فنسبة مربع
ا د الى السطح المضاف الى ا د الذي عرضه الضلع القائم له كنسبة
مربع ا د الى السطح الذي يكون من ا ج في د ه فسطح ا ج في د ه مساو
للسطح الذي يضاف الى ا د ويكون عرضه الضلع القائم له وذلك
ما اردنا ان نبين ه

ند اذا كان قطع صنوبري ومحيط دائرة عليه ا ب وخطان مماسان

عليها ا د د د و وصل ا د و قسم بنصفين على نقطة ه و وصل د ه
ونخرج من نقطة ا خط موازي لخط د د عليه ا ز ومن نقطة ا خط
موازي لخط د د عليه ا ز ومن نقطة د خط موازي لخط ا د عليه
د ح ونعلم نقطة ما على القطع عليها ط و وصل ا ط د ط ونخرجها
الى نقطتي ح ز فان نسبة سطح ا ز في د ح الى مربع ا د مركبة من
نسبة مربع ه ب الى مربع ب د ومن نسبة سطح ا د في د د الى مربع
ا د الذي هو مثل سطح ا ه في ه د برهان ذلك انا نخرج من
نقطة ط خطا موازيا لخط ا د عليه ط ك ل م ع ومن نقطة ب
ايضا خطا موازيا لخط ا د عليه ن ب م فخط م ب ن مماس للقطع
كما بين في الشكل ... من المقالة ... والشكل ... من المقالة ... فلان
خط ا ه مساوي لخط ه د وخط م ب مساوي لخط ب ن وكع
لع ل و ط ع لع ص يكون خط ك ط مساويا لخط م ل و لان
خطي م ا م ب مماسان وقد اخرج خط ك ط موازيا لخط
م ب يكون نسبة مربع ا م الى مربع م ب الذي هو مثل سطح
م ب في ب ن كنسبة مربع ا ك الى سطح م ك في ك ط الذي هو
مثل سطح ل ط في ط ك كما بين في الشكل ... من هذه المقالة
واذا بدلنا النسبة كانت نسبة مربع ا م الى مربع ا ك كنسبة
سطح ب ن في ب م الى سطح ل ط في ط ك ولكن نسبة ن ا في
م ا الى مربع م ا كنسبة سطح ل ا في ا ك الى مربع ك ا فالنسبة واه
تكون نسبة سطح ن ا في م ا الى سطح ن ب في ب م كنسبة سطح
ل ا في ا ك الى سطح ل ط في ط ك ونسبة ل ا في ا ك الى ل ط في
ط ك مركبة من نسبة ا ل الى ل ط الذي هو مثل نسبة ا ل الى

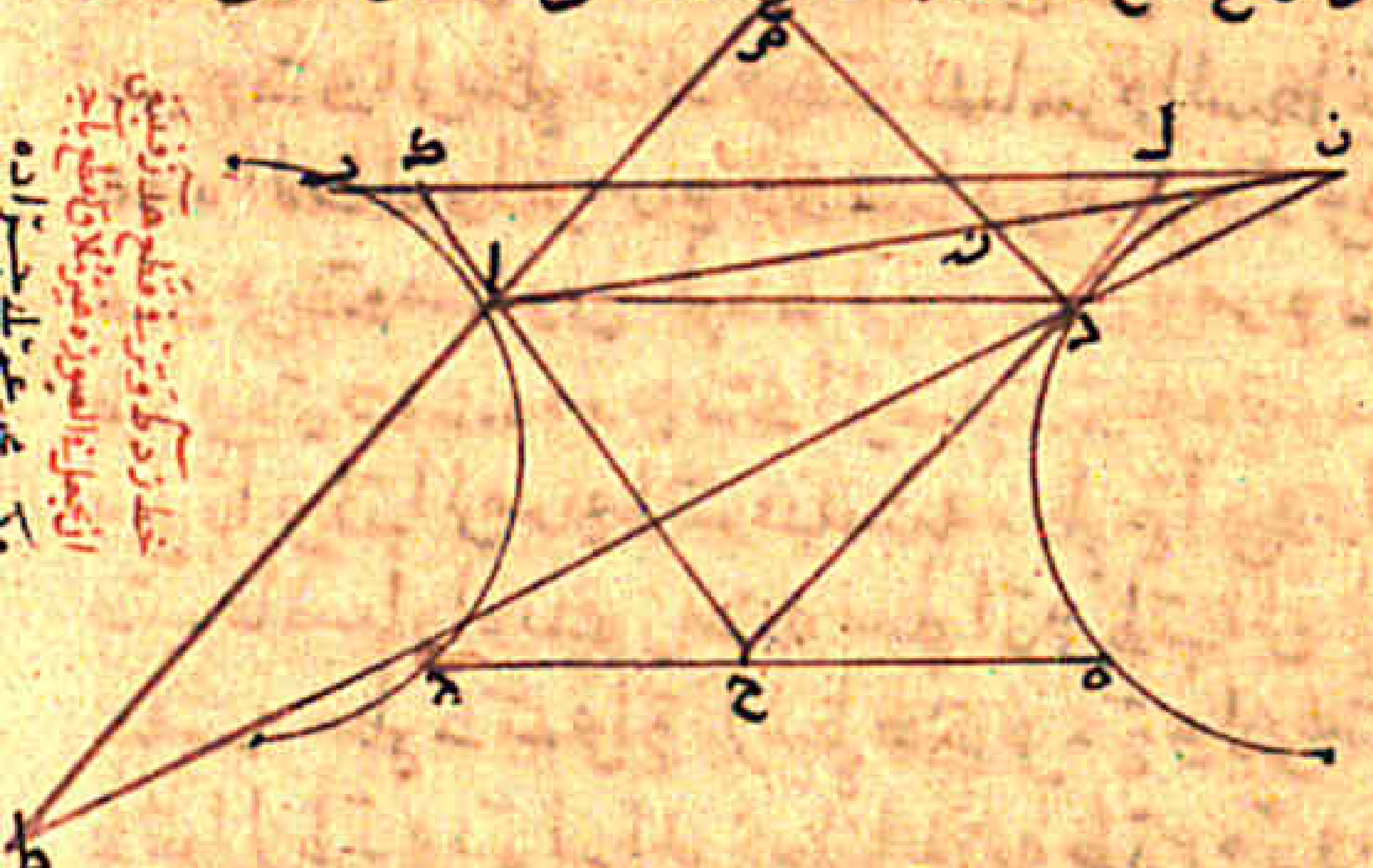
ا د لتشابه المثلثين ومن نسبة ا ك الى ك ط الذي هو مثل نسبة
ح د الى د ا لتشابه المثلثين والنسبة المركبة من نسبة
ز ا الى ا د ومن نسبة ح د الى د ا هي مساوية لنسبة سطح
د ح في ز ا الى مربع د ا فنسبة سطح د ح في ز ا الى سطح ن ب في
ب م كنسبة سطح ل ا في ا ك الى سطح ل ط في ط ك واذا صيرنا سطح ن ب في
ب م وسطا كانت نسبة د ح في ز ا الى ب ن في ب م مركبة من
نسبة د ح في ز ا الى ن ب في ب م ومن نسبة ن ب في ب م الى ن ب
في ب م فنسبة
ح د في ز ا الى
مربع د ا مركبة
من نسبة د ح
في ز ا الى ن ب
في ب م و من
نسبة ن ب
في ب م الى ب ن



في ب م ولكن نسبة ن ب في ا م الى ن ب في ب م كنسبة مربع
ه ب الى مربع ب د ونسبة سطح ن ب في ب م الى ب د في ب م كنسبة
د ب في ز ا الى د ه في ه ا فنسبة ح د في ز ا الى مربع ا د مركبة من نسبة
مربع ه ب الى مربع ب د ومن نسبة سطح د ب في ب م الى د ه في
ه ا وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا كان قطعان زائدان متقابلان عليهما ا ب د ه وخطان مماسان
عليهما ا ح د و وصل ا د ولنخرج من نقطة ا خط موازي لخط د ح

عليه اطمر ومن نقطة د خط موازي لخط اح عليه د ز م وخط
على نقطة ح خطا موازيا لخط اد عليه ح د ه و نعلم نقطة
على قطع د ه عليها ز و وصل ا ن ر د ط فان نسبة سطح اح في
ح د الى مربع دح كنسبة سطح اط في ن د الى مربع اد فخرج
على نقطة ز خطا موازيا لخط اد عليه ز ل ك ب فلانه قد تبين في
الشكل ٮ من هذه المقاله ان نسبة سطح دح في ح ه الى مربع
دح كنسبة سطح ز ل في ل ز الى مربع د ل و دح مساوي
لح ه و ز ك مساوي لخط ل د لان القطر الذي يخرج من نقطة
ح يقسم اد بنصفين ويقسم ايضا كل واحد من خطي ل ك ز ب
بنصفين فيكون نسبة مربع دح الى مربع ح ك كنسبة سطح
ك ز في ز ل الى مربع ل د ولكن نسبة مربع دح الى سطح دح في ح ا
كنسبة مربع د ل الى سطح د ل في ا ك لتشابه مثلثي ك ل ح
ا د ح فنسبة مربع دح الى سطح دح في ح ا كنسبة سطح ك د
في ز ل الى سطح د ل في ا ك ولكن نسبة سطح ك ز في ز ل الى سطح
ا ك في د ل مركبة من نسبة ز ك الى ك ا ومن نسبة ز ل الى
ل د ولكن نسبة ز ك الى ك ا كنسبة ا د الى د ز لتشابه مثلثي
از ك ا د ز ونسبة ز ل الى ل د كنسبة ا د الى ط ا لتشابه
مثلثي ا ط د د ل ز فنسبة مربع دح الى سطح دح في ح ا مركبة
من نسبة ا د الى د ز ومن نسبة د ا الى ا ط ونسبة مربع ا د الى
سطح ا ط في ز د هي ايضا مركبة من نسبة ا د الى د ز ومن نسبة
ا د الى ا ط فنسبة مربع دح الى سطح اح في ح د كنسبة مربع ا د
الى سطح ز د في ا ط فاذا عكسنا النسبة كانت نسبة سطح اح

في ح د الى مربع دح كنسبة سطح ز د في ا ط الى مربع ا د



وذلك ما اردنا ان نبين

نو واذا كان قطعان متقابلان
عليهما ا ب ح د ومركزهما نقطة ع وخطان مماسان عليهما
ا ه ز ح د ه ط ك و وصل ا ب و قسم بنصفين على نقطة ل و وصل
ل ه واخرج الى نقطة ق واخرج من نقطة ا خط موازي لخط ب ه
عليه ا م ر ومن نقطة ب خط موازي لخط ا ه عليه ب ن و نعلم
نقطة على القطع الاخر وهي د عليها د و وصل خطا د ب م
ح ا ن فان نسبة سطح ب ن في ا م الى مربع ا ب مركبة من نسبة
مربع ل د الى مربع د ه ومن نسبة سطح ا ه في ه ب الى ربع
مربع ا ب الذي هو مثل سطح ا ل في ل ب برهان ذلك انا نخرج
من نقطتي ح د خطين موازيين لخط ا ب عليهما ح ك د ط ولان
خط ا ل مساوي لخط ل ب يكون خط ط د مساويا لخط
د ن و ك ص مساويا لخط ص ح و ص د مساوي لخط ص ق
ويكون لذلك خط د ك مساويا لخط ح ق ولان ا ب ح د
قطعان متقابلان و ب ط ط د مماسان وخط ط د موازي

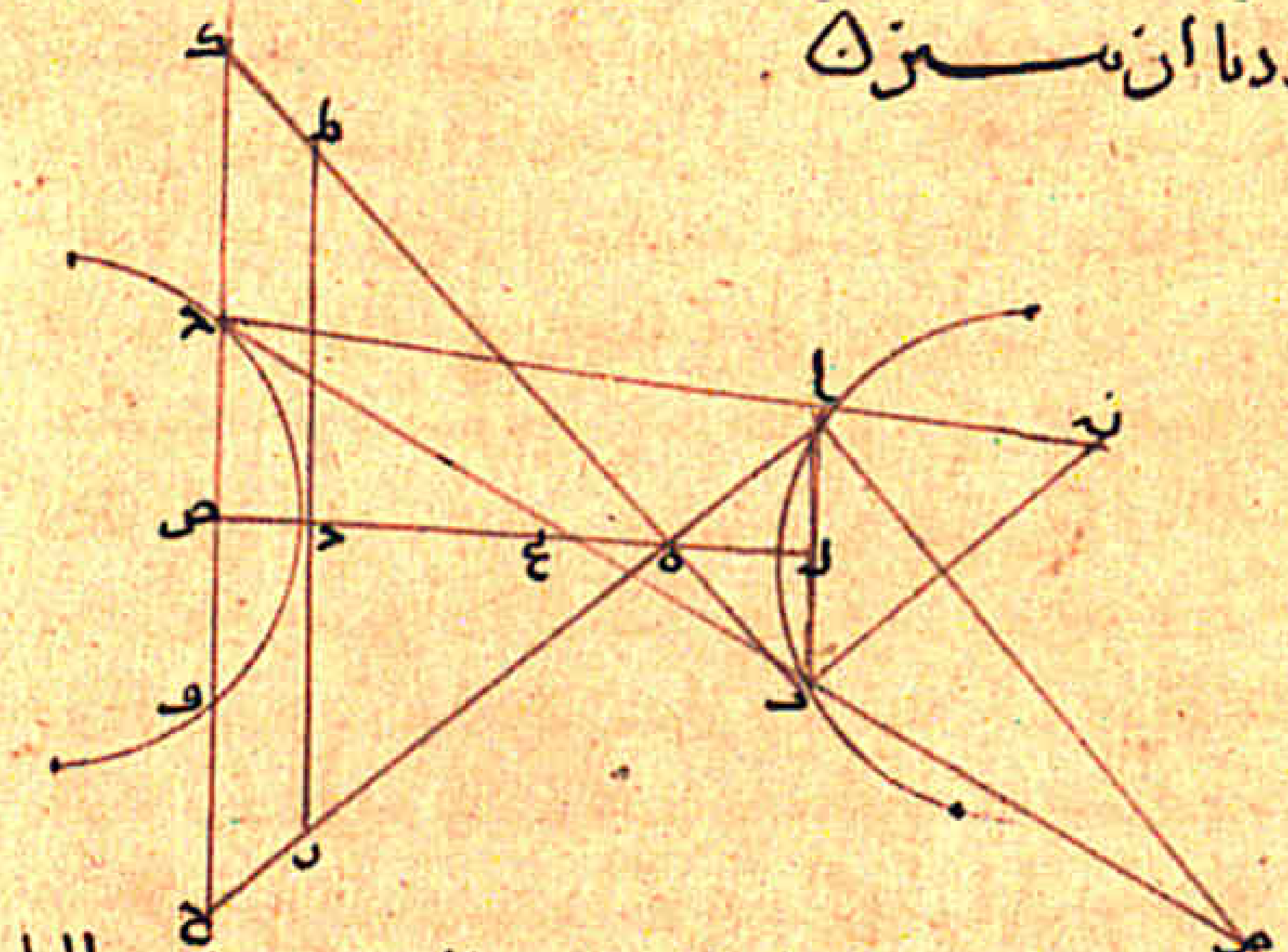
لخط كح يكون نسبة مربع بط الى مربع طد كنسبة
مربع بك الى سطح فك في كد كما بين في الشكل [illegible] من المقالة
هذه المقالة ولكن مربع طد مساوي لسطح طد في دن وسطح
فك في كد مساوي لسطح دك في دح فنسبة مربع بط الى سطح
طد في دن كنسبة مربع بك الى سطح كد في دح ونسبة
سطح دا في طب الى مربع طب كنسبة سطح حا في كب الى مربع
كب فبالمساواة تكون نسبة سطح اد في طب الى سطح طد في دن
كنسبة سطح كب في اح الى سطح كد في دح ولكن نسبة اد في
طب الى طد في دن اذا اخرجنا نسبة طه في هن وسطا
مركبة من نسبة اد في طب الى طه في هن ومن نسبة طه في
هن الى طد في دن ولكن نسبة اد في طب الى طه في هن كنسبة
مربع لد الى مربع ده لتشابه المثلثات ونسبة طه في
هن الى طد في دن كنسبة له في هب الى ال في لب لتشابه
المثلثات ايضا فنسبة سطح اح في كب الى سطح كد في
دح مركبة من نسبة مربع لد الى مربع ده ومن نسبة
سطح اه في هب الى سطح ال في لب ولكن نسبة سطح اح في كب
الى سطح كد في دح مركبة من نسبة بك الى كد ومن نسبة
اح الى دح ولكن نسبة كب الى كد كنسبة مز الى اب
لتشابه مثلثي بكد امزب ونسبة اح الى دح كنسبة بن
الى اب لتشابه مثلثي [illegible] فالنسبة المركبة من نسبة
مز الى اب ومن نسبة بن الى اب [illegible] سطح
ام في بن الى مربع اب هي النسبة المؤلفة من نسبة مربع

١٢٥

١٢٤

135

لد الى مربع ده ومن نسبة سطح اه في هب الى سطح ال في لب فنسبة
سطح ام في بن الى مربع اب هي مركبة من نسبة مربع لد الى
مربع ده ومن نسبة سطح اه في هب الى سطح ال في لب وذلك ما
اردنا ان نبين ٥



تمت المقالة الثالثة من كتاب ابلونيوس في المخروطات والحمد لله رب العالمين
وصلى الله على محمد خاتم النبيين وعلى آله الطاهرين وسلم تسليما

نسخ هذا الجزء وشكله الحسن بن الحسن بن الهيثم ونجز من اوله
الى آخره [illegible] في صفر من سنة خمس عشرة واربعمائة
و[illegible] هذه الاسطر في يوم السبت لست خلون من الشهر المذكور
حامدا لله وشاكرا لأنعمه ومصليا على نبيه محمد صلى الله
عليه وعلى آله

انهيته [illegible] وصححت ما عثرت عليه فيه
من [illegible] واصلحت ما وجدت في صور الاشكال
من خلل وكتب محمد بن [illegible] بن احمد بن ابي جرادة
حامدا لله تعالى ومصليا على سيدنا محمد رسوله
وآله وصحبه وسلم

120.
136

١٢٦ 137

مما اشتراه من خزانة قصر مصر
لسالم الاحمدي

ملك هذا الكتاب في يوم الجمعة لست خلون من سنة عشر واربعمائة
جار الله ذلك ويديه بالسعادة التامة بمنه

للخزانة السعيدة الحافظية عمرها الله بدايم العز والبقا

١٢٧

138

الحمد لله [illegible]

الجز الثاني

من كتاب ابلونيوس في المخروطات
اصلاح الحسن واحمد ابني موسى بن شاكر

زيد بن الحسن الأمدي

محمد بن عمر بن احمد بن ابي جراده

احمد بن ابي بكر بن علي بن السراج

احمد بن غلام الله بن احمد الكوم الريشي
سنة ٨٠٩

بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة الرابعة من كتاب

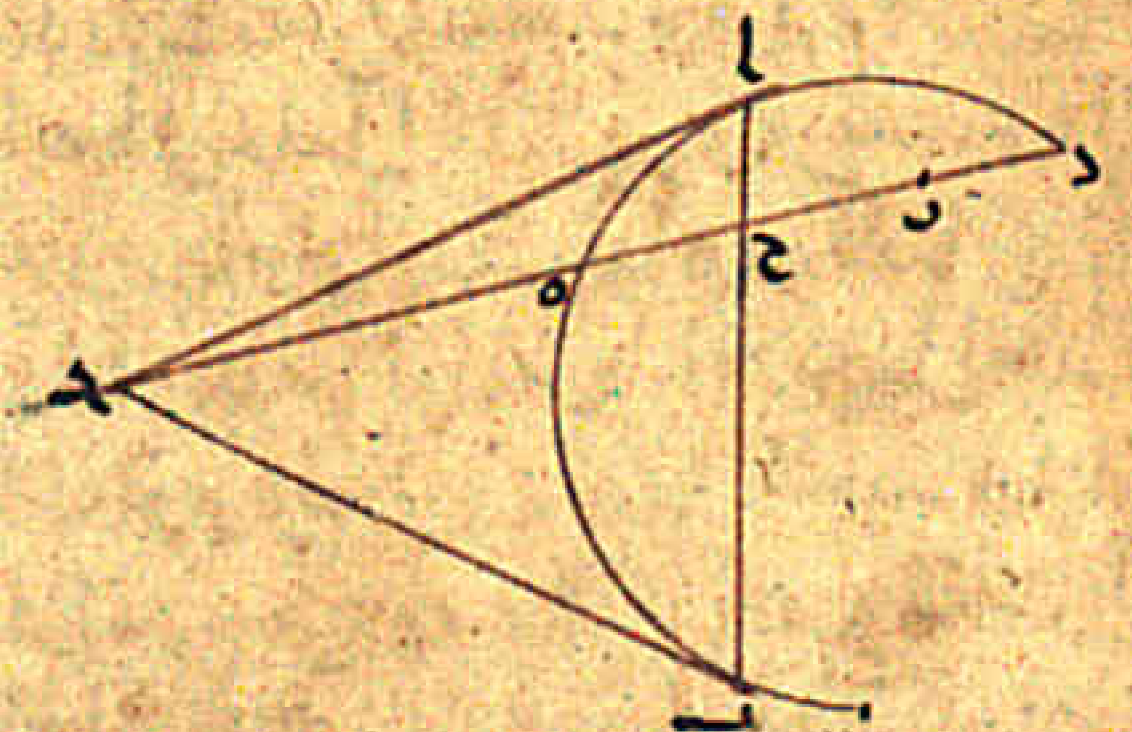
ابلونيوس في المخروطات

من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك اما الثلث مقالات الاول
من كتاب المخروطات الذي هو ثماني مقالات يا اطالوس فانا وضعناها
لما كان الى اوديموس الذي من اهل برغاموس علما توفي اوديموس
رأينا ان نكتب اليك بهذا الكتاب الباقية الذي نعلمه من سرورك بما
يصل اليك من كتبنا التي نضعها وموقع ذلك منك واما في [illegible]
فقد وجهنا اليك المقالة الرابعة منه وشانها على كم نقطة
اكثر ما يمكن ان يلقى قطوع المخروطات بعضها بعضا والخط المحيط
بالدائرة اذا لم ينطبق بكليتها بعضها على بعض وشانها ايضا على
كم نقطة اكثر ما يمكن ان يلقى قطوع المخروط والخط المحيط
بالدائرة القطعين المتقابلين واشياء اخر سوى هذه كثيرة مما
شاكل ما ذكرنا والمعنى الاول من هذه المعاني الثلثة التي
ذكرنا قد احتج فيه قونون الذي من اهل ساميا الحجة في كتابه
الذي وضعه الى تراسوداوس ولكنه لم يسلك في براهينه ذلك المسلك
الصحيح ولهذا السبب لامه نيقوطالس الذي من اهل القيروان
بعض اللوم واما المعنى الثاني من المعاني التي ذكرنا فقد ذكره
نيقوطالس في جواب رسالة قونون اليه ذكرا فقط كانه

سهل البرهان ولم يبينه لا هو ولا غيره ممن عنى به واما المعنى
الثالث وسائر ما يشبهه فانا لم نجد احدا ذكرها البتة وجميع
هذه الاشياء التي قلنا انه لم يذكرها احد محتاجة الى اشكال
كثيرة متقنة بديعة وان كان جنس مما ذكرته في الثلث
المقالات الاول بحسبه ايضا وانا ذكرنا ذلك في هذه
المقالة ومعرفة ذلك نافعة جدا لكثرة المقدمات وفي التقسيم
فنيقوطالس هذا الذي ذكرنا الحال فيه كان يقولون بغير
انه لا يحتاج الى شيء مما استنبطه قونون في معرفة التقسيم
وليس كما زعمه وذلك انه ان كان ممكنا ان يعلم امر التقسيم
من غير حاجة الى هذه الاشياء فان معرفة بعضه تكون اسهل
اذا علم من هذه الجهة وبهذه الاشياء نعلم ما كان منه
محدودا او ما كان على جهات كثيرة وما لا يمكن ان يكون
البتة وفي التقدم في معرفة ذلك معونة كثيرة على
ادراك الشيء المطلوب وهذه الاشياء التي ذكرنا نافعة
ايضا في تحليل التقسيم وهي مستحقة للقبول ولان نعنى
بمعرفتها ولو لم يكن لها هذه المنافع لحالها في انفسها
ولما فيها من البراهين فانا قد نقبل اشياء اخر كثيرة من
العلوم التعليمية لهذا السبب وحده لا لغيره ٥ ٥

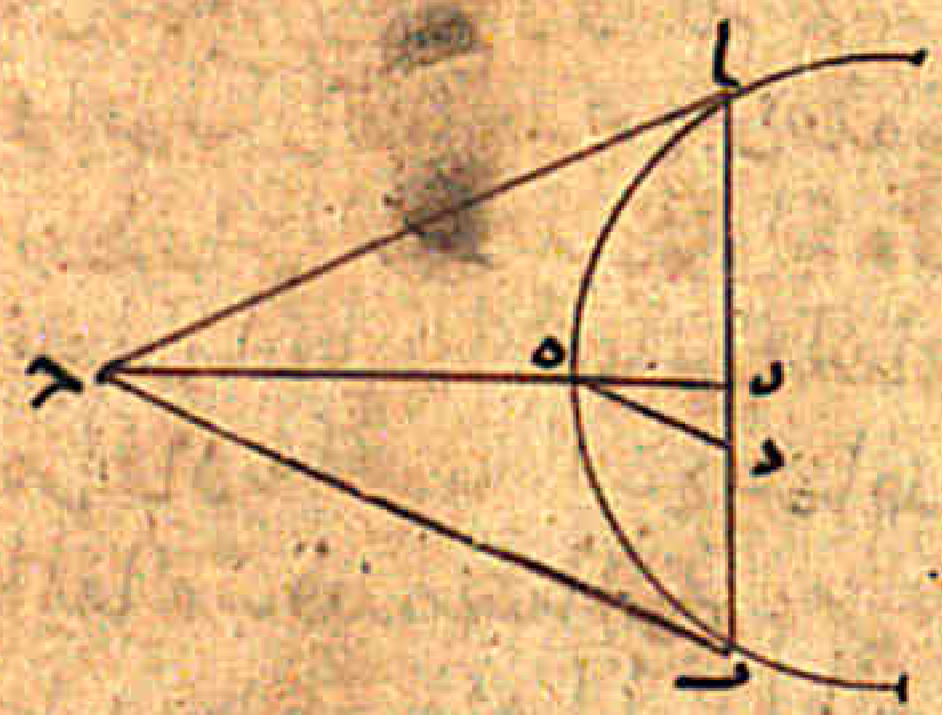
آ اذا اخرج من نقطة خطان الى القطع المكافئ او الى القطع الناقص
او الى قطع الدائرة وكان احدهما مماسا والاخر يقطع
القطع على نقطتين وقطع الخط الواقع فيما داخل الشكل
بنسبة جميع الخط القاطع للشكل الزوجه الخارج من

الشكل الذي فيما مر من الشكل والنقطة التي يخرج منها الخطان
فان الخط الذي يخرج من موضع نقطة المماس ويجوز على النقطة
التي انقسم عليها الخط الواقع في القطع يقطع الشكل ويكون
الخط الذي يخرج من موضع مسقط ذلك الخط الى النقطة التي
خرج منها الخطان مماسا للقطع فليكن القطع اب ونخرج من
نقطة ما وهي نقطة ج خط جا مماسا وخط جد يقطع القطع
على نقطتي ه د ونجعل نسبة دج الى جه كنسبة دز الى زه
فاقول ان الخط المستقيم الذي يجوز على نقطتي از يقطع القطع
والخط الذي يخرج من موضع مسقطه الى نقطة ج يماس القطع
لان القطع اما مكافئ واما زائد واما محيط دائرة وقد يمكننا
ان نخرج من نقطة ج خطا آخر مماسا للقطع فليخرج خط جب ونصل
خط اب فاقول ان اب يقع على نقطة ز فان لم يكن كذلك فليقع
على نقطة ح من اخراجها عرضا والشكل لز من المقالة ج يكون
نسبة دج الى جه
كنسبة دح الى
حه وقد كانت
نسبة دج الى
جه كنسبة
دز الى زه فيكون
نسبة دح الى
حه كنسبة دز الى زه وذلك محال لا يمكن فليس الخط من نقطة ا
الى نقطة ب بغير واقع على نقطة ز فقد تبين ان الخط الذي يخرج



الخارج

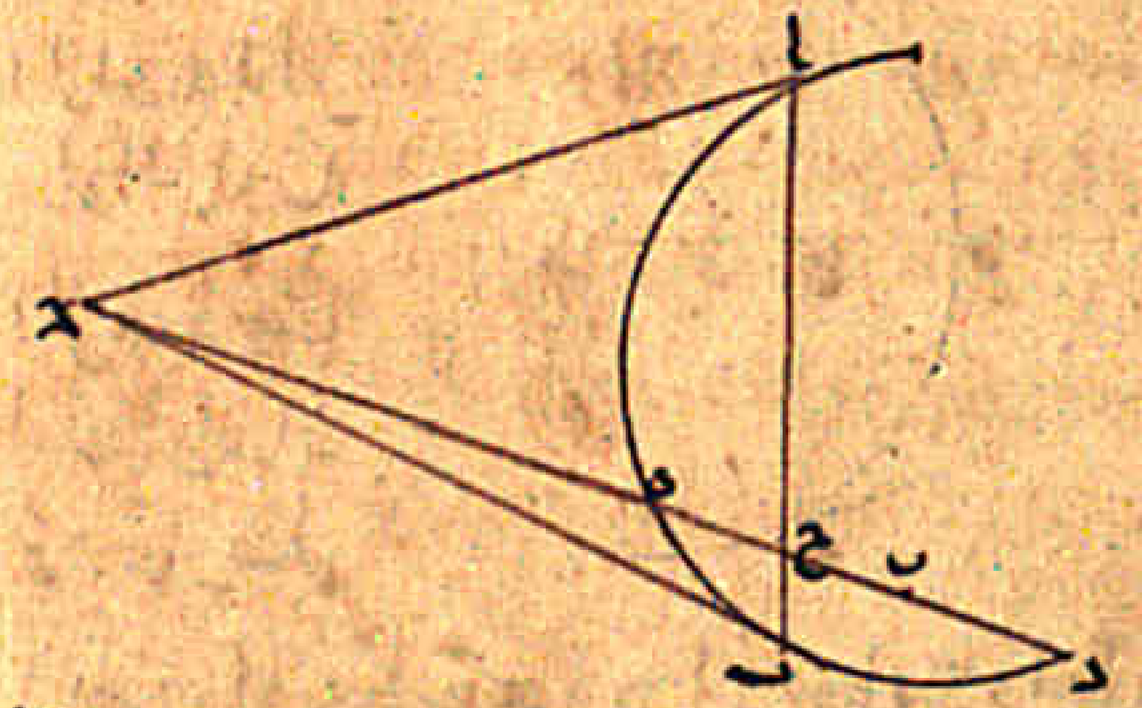
من نقطة ا الى نقطة ز اذا انفذ على استقامة وقع على القطع وان
الخط الذي يخرج من موضع وقوعه الى نقطة ج يماس القطع وذلك
ما اردنا ان نبين
فان كان القطع قطعا مكافئا وكان خط جا مماسا وخط جه
يقطع القطع على نقطة واحدة وصير خط هز مساويا لخط
جه فان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة ز اذا اخرج على استقامة
وقع على القطع والخط الذي يخرج من موضع مسقطه الى نقطة
ج يماس القطع فلان القطع قطع مكافئ وخط جه يقطعه
على نقطة واحدة يكون خط جه قطرا للقطع فان لم يكن
قطرا له فنجعل خط هد موازيا للقطر فخط هد قطر للقطع كما
بين في الشكل مو من المقالة ا ولان خط جه يقع على قطر القطع
فانه اذا اخرج على استقامة وقع على القطع على نقطة اخرى
كما بين في الشكل كز من المقالة ا وذلك محال لا يمكن لانه جعل
قاطعا للقطع على
نقطة واحدة
فخط جهد
قطر للقطع وخط
جه مساو لخط
هز وخط از على
الترتيب كما بين
من الشكل لو اذا اخرج على استقامة وقع على القطع فليقع
عليه على نقطة ب فالخط الذي يخرج من نقطة ج الى نقطة ب يماس



بلغت المقابلة

القطع كما تبين في الشكل لح من المقالة آ لان خط د ه مساوي
لخط ه ز وخط ب ز على الترتيب وذلك ما اردنا ان نبين
فان كان القطع قطعا زائدا او سائر ما ذكرنا على حاله وكانت ه
نقطة د داخله من الزاوية المحيطة بالقطع التي من الخطوط التي
لا تقع على القطع واخرج منها خطان الى القطع احدهما مماس
والاخر قاطع للقطع فانه يعرض فيه ايضا مثل الذي ذكرنا
في الشكل آ من هذه المقالة لانه قد يمكننا ان نخرج من نقطة
د خطين مماسين وان كان في القطع الزائد سائر ما ذكرنا على
حاله الا ان النقطتين اللتين عليهما يقطع الخط القاطع لا تحيطان
بنقطة المماس فانه يعرض ايضا مثل ما ذكرنا فليكن ا ب قطعا
زائدا وخط د ا مماسا للقطع وخط ح د يقطع القطع على
نقطتي ح ه ولتكن نقطة المماس التي هي آ ليست فيما بين نقطتي ح ه ويجعل
نسبة د ح الى ح ه كنسبة د ز الى ز ه فاقول ان الخط الذي يخرج
من نقطة آ الى نقطة ز ويتعدى على استقامة يقع على القطع
واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة د الى موضع وقوع ذلك
الخط مماس القطع فلان خطي ا د د ا اذا اخرجا على استقامة
يقعان خارجا من القطع ويكون ملتقاهما وهو نقطة د داخلا
من الزاوية المحيطة بالقطع كما قد تبين في الشكل كه من
المقالة ب فقد يمكننا ان نخرج من نقطة د خطا اخر مماسا للقطع
فليكن خط د ب واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة آ الى نقطة
ب على استقامة يقع على نقطة ز فان لم يكن كذلك فليقع
على ح مثل ا ح ب فيكون نسبة د ح الى ح ه كنسبة د ح الى

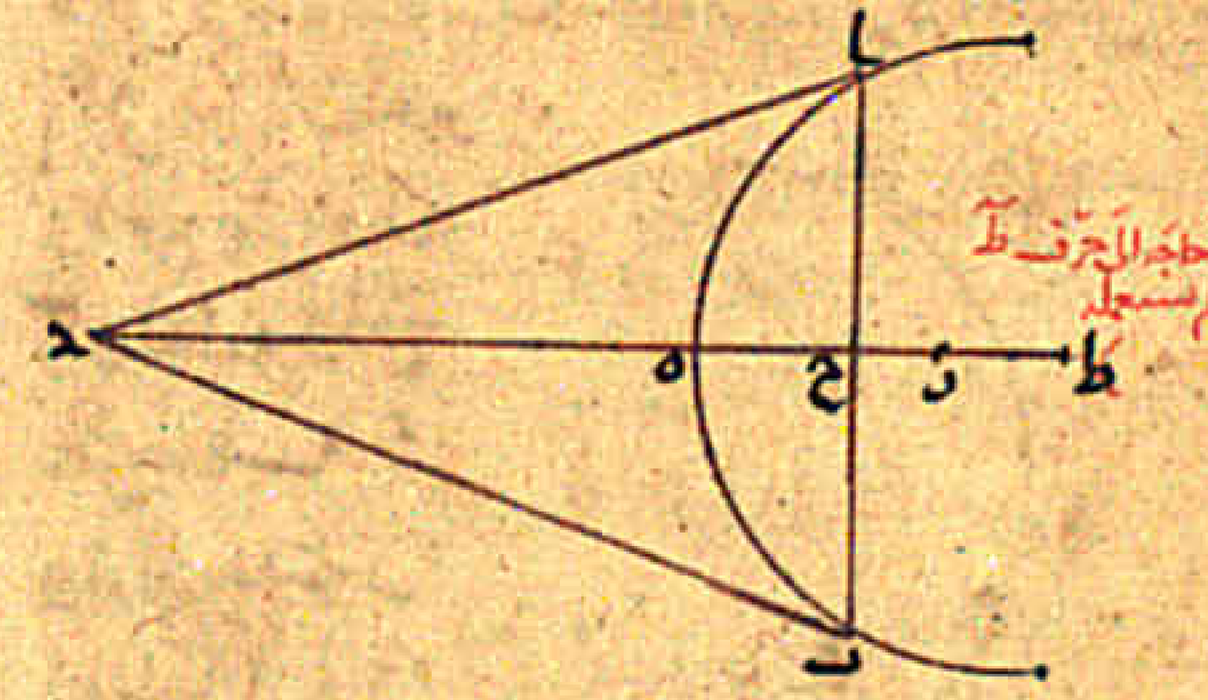
ح ه كما تبين في الشكل لز من المقالة ه وذلك ما لا يمكن لان نسبة
د ح الى ح ه كانت كنسبة د ز الى ز ه فليس الخط الذي يخرج من نقطة
آ الى نقطة ب يقع
واقع على نقطة
ز ولكنه واقع
على نقطة ز
ولذلك يكون
الخط الذي
يخرج من نقطة آ



الى نقطة ز ويتعدى على استقامة واقعا على القطع ويكون الخط
الذي يخرج من موضع وقوعه الى نقطة د مماسا للقطع
وذلك ما اردنا ان نبين
واما ان نخرج جعلنا نقطة د داخله من الزاوية المحيطة بالقطع د
واخرجنا من نقطة د خط د ه موازيا لاحد الخطين اللذين لا
يقعان على القطع وجعلنا خط ه ز مساويا لخط د ه فان
الخط الذي يخرج على نقطتي ا ز اذا انفذ انتهى الى القطع و ان
اخرج من النقطة التي انتهى اليها خط الى نقطة د فانه يكون مماسا
للقطع لانه يمكننا ايضا ان نخرج من نقطة د خطا اخر مماسا فليكن
خط د ب واقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ز فان لم يكن ذلك
كذلك فليقع مثل ا ح ب فخط ح ه مساوي لخط ه د كما تبين
في الشكل لـ من المقالة د وذلك ما لا يمكن لانه قد كان مساويا
لخط ه ز فليس الخط الذي يخرج من نقطة آ الى نقطة ب غير واقع

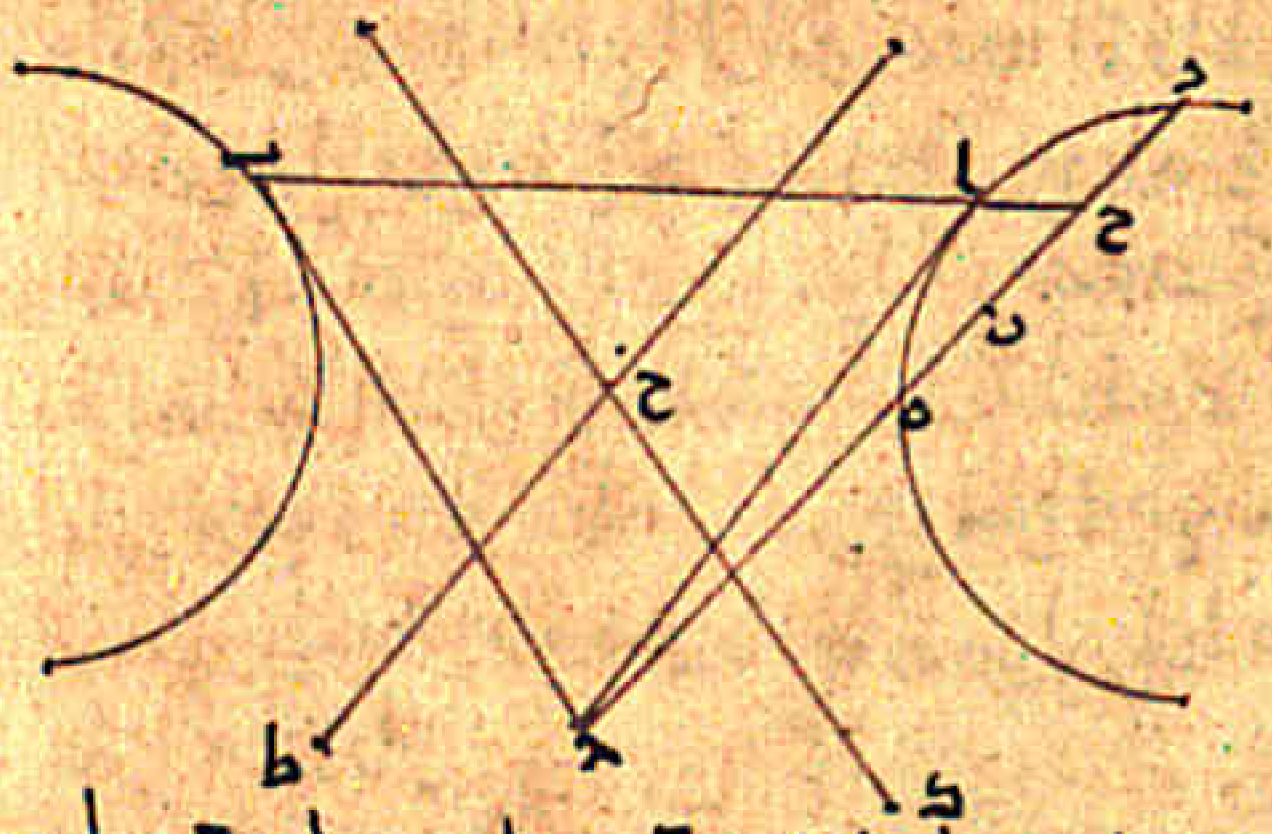
آ الى نقطة ز يقع على نقطة ب

على نقطة ز وذلك ما اردنا ان نبين
نه اذا كان قطع
زائد وكانت
الزاوية التي
تلو الزاوية

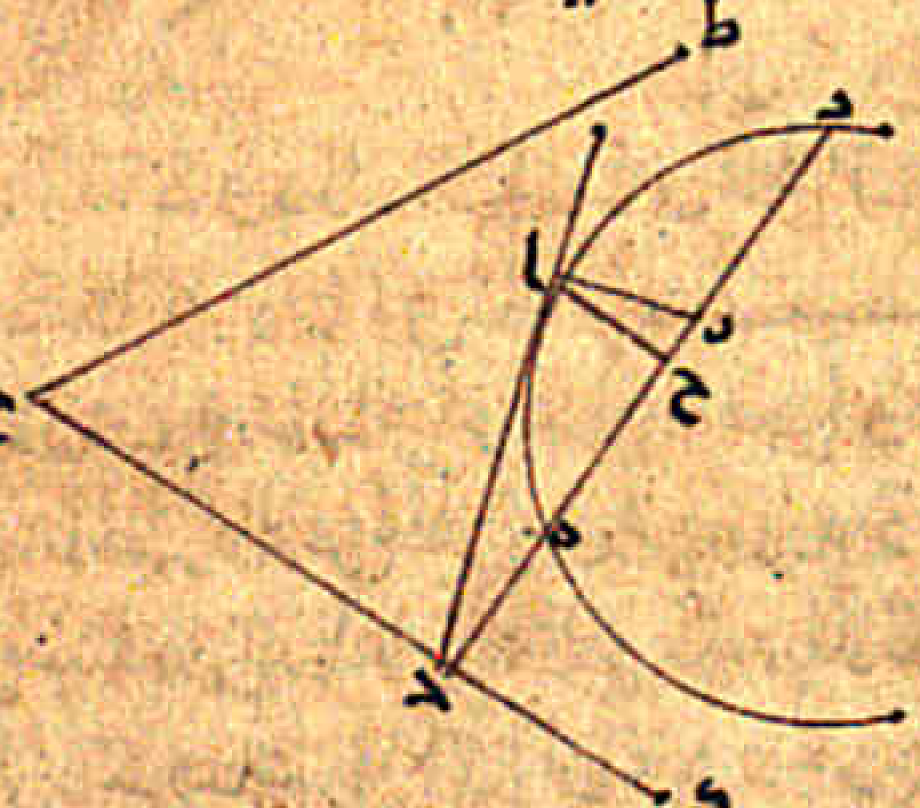


التي يحيط بها
الخطان اللذان
لا يقعان على
القطع زاوية ط ح د وكانت نقطة د داخله من الزاوية التي عليها
ط ح د وكان خط د ا مماسا للقطع وخط ح د يقطع القطع على
نقطتي ه ز ونخرج قطعة ه د بنقطة آ التي هي موضع التماس.
وليس يمكن ان نخرج من نقطة د الى مواضع القطع خط اخر مماس
فنجعل نسبة د ح الى ح ه كنسبة د ز الى ز ه فاقول ان الخط
الذي يخرج من نقطة ز الى نقطة آ وينفذ على القطع المقابل القطع
آ والخط الذي يخرج من موضع وقوعه الى نقطة د يماس القطع
الذي عليه ب برهان ذلك انه يمكن ان نخرج من نقطة د خطا يماس
القطع ب فلنخرج وهو د ب فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة
آ الى نقطة ب وينفذ على استقامة يقع على نقطة ز فان لم يكن
ذلك كذلك فليقع مثل ب ا ح فيكون نسبة د ح الى ح ه كنسبة
د ح الى ح ه كما بين في الشكل لز من المقالة ج وذلك مما لا
يمكن لان نسبة د ح الى ح ه كانت كنسبة د ز الى ز ه فالخط
الذي يخرج من نقطة آ الى نقطة ب اذا انفذ وقع على القطع

المقابل على نقطة ب والخط الذي يخرج من نقطة ب الى نقطة د
يماس القطع



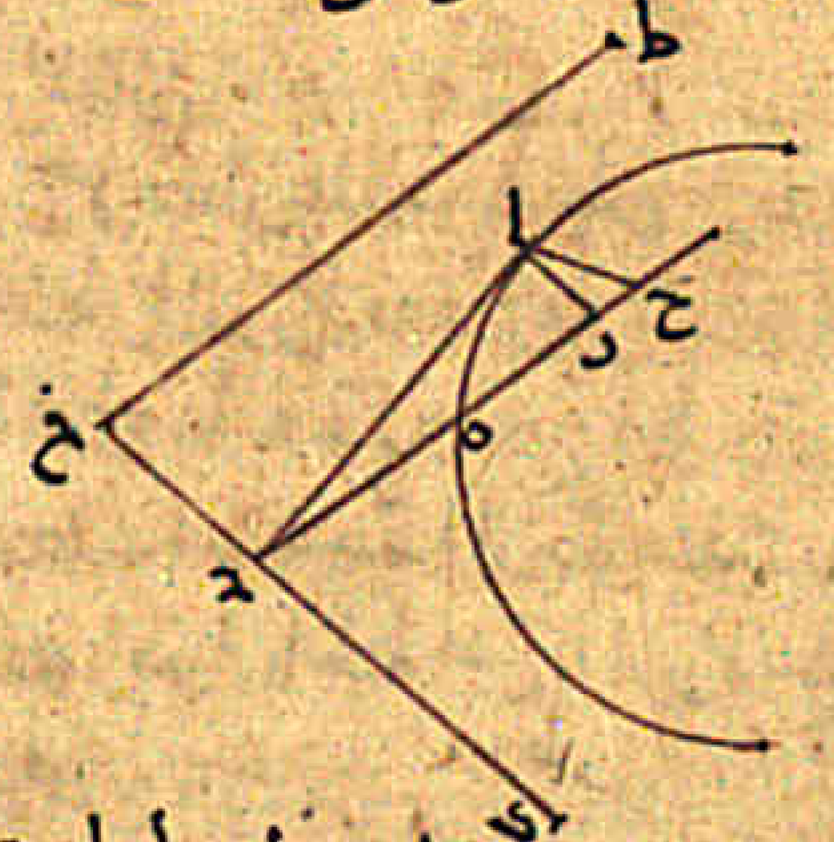
وذلك ما
اردنا ان نبين
نو اذا كان
قطع زائد
عليه ا د
وكان الخطان
اللذان لا يقعان عليه خطي ط ح ك وكانت نقطة د على
احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع واخرج من نقطة د خط
يماس القطع عليه د ا واخرج خط د ز قاطعا للقطع على نقطتي
ه ز وجعلت نسبة د ح الى ح ه كنسبة د ز الى ز ه ووصل ا ح
فانه يكون موازيا للخط ك ح الذي لا يقع على القطع فان لم يكن



كذلك فنخرج
خط ا ح موازيا
خط ك ح
فيكون نسبة
د ح الى ح ه
كنسبة
د ح الى ح ه
كما بين في الشكل لد من المقالة ج وذلك ما لا يمكن لانه قد كانت
نسبة د ح الى ح ه كنسبة د ز الى ز ه فخط ا ح مواز لخط ك خ

وذلك ما اردنا ان نبين

د واذا كان القطع القطع الزائد وعليه ا ه و الخطان اللذان لا يقعان على القطع ط ح ك ح وكانت نقطة د على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع وهو الذي عليه ك ح. وكان خط د ا مماسا للقطع وخط د ح موازيا للخط ح ط الذي لا يقع على القطع وكان خط ه ز الذي في داخل القطع مساويا للخط الخارج من القطع ووصل ز ا فانه موازي لخط ك ح الذي لا يقع على القطع فان لم يكن كذلك فنخرج ا ع موازيا له فخط ع ه مساوي لخط د ه كما تبين في الشكل لج من المقالة ب وذلك ما لا يمكن فخط ا ز موازي لخط ك ح



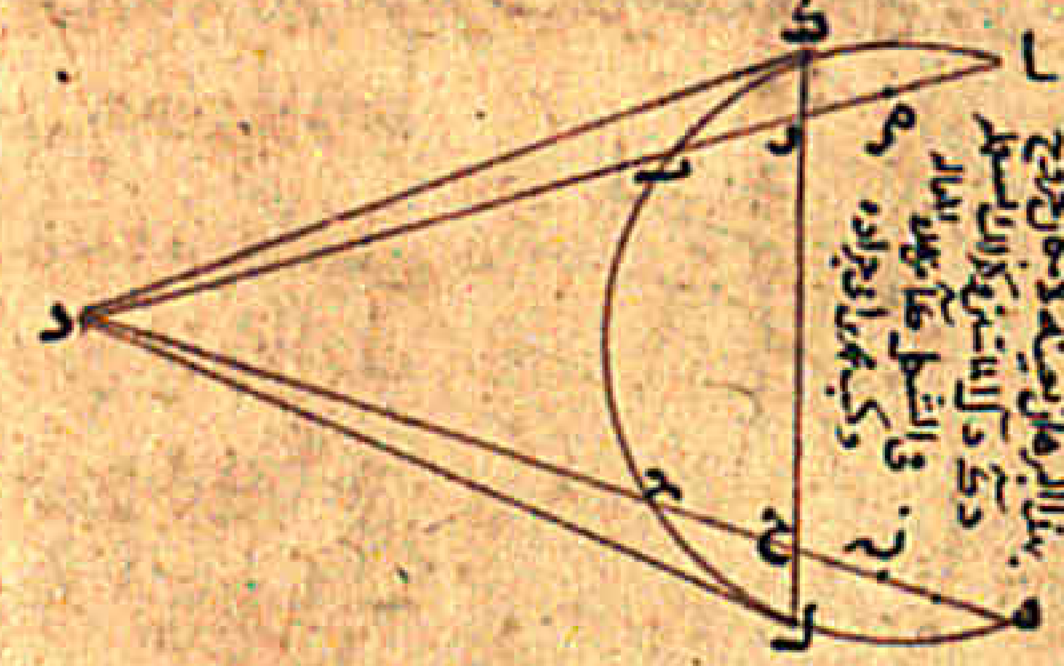
وذلك ما اردنا ان نبين

ح اذا كان قطع مكافئ او قطع زائد او محيط دائرة وتعلمت نقطة ما خارجة عن القطع وهي نقطة د واخرج من نقطة د خطان مستقيمان يقطعان القطع على نقطتي ا ه د ه وجعلت نسبة ه د الى د ح كنسبة ه ز الى ز ح واخرج خطي ك د ل د مماسين للقطع فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ك الى نقطة ل اذا اخرج على استقامته من كلي الجهتين وقع على

لان اد الى د ب كنسبة ا ه الى ه د ونسبة ه د

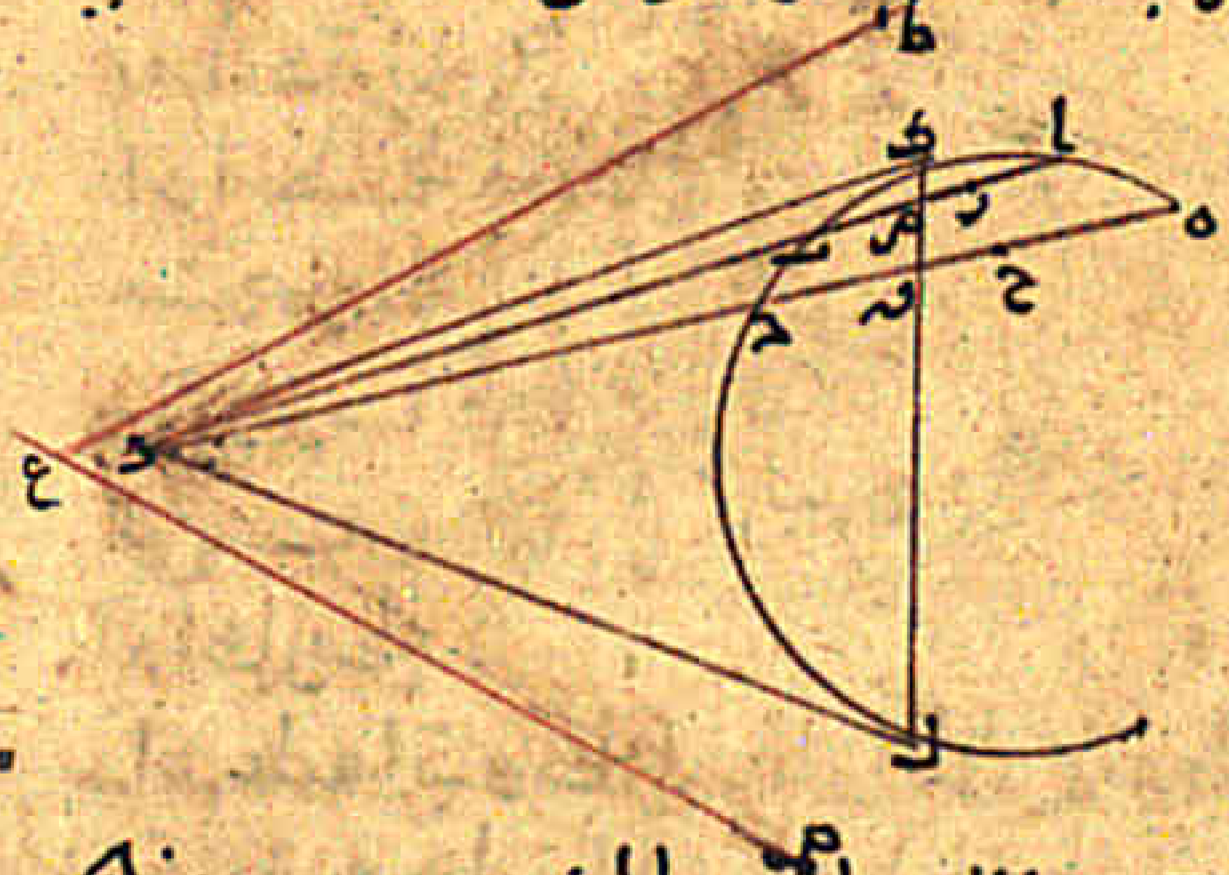
143

خطي ك د ل د على نقطتي ك ل فان لم يكن كذلك فليكن الخط الذي يخرج من نقطة ك الى نقطة ل واعمل مثل ك ز ح ل ان امكن ذلك فيكون نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ز الى ز ب ونسبة ه د الى د ح كنسبة ه ح الى ح ز كما تبين في الشكل لز من المقالة د فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا م الى م ب ونسبة ه د الى د ح كنسبة ه ن الى ن ح وذلك ما لا يمكن فالخط الذي يمر على نقط ك م ز ل اذا خط مستقيم وذلك ما اردنا ان نبين



ط اذا كان قطع زائد عليه ا ب وكان الخطان اللذان لا يقعان على القطع خطي ط ع ع ق وكان داخلهما نقطة د واخرج منها خطان يقطعان القطع ويكون وقوع احد الخطين محيطا بوقوع الخط الاخر وهما خطا د ا د ه وجعلت نسبة ا د الى د ب كنسبة ا ز الى ز ب ونسبة ه د الى د ح كنسبة ه ح الى ح د فان الخط الذي يخرج من نقطة ز الى نقطة ح على استقامته اذا اخرج وقع على القطع فهو معين وان الخطين اللذين يخرجان من نقطة د الى موضع وقوع الخط على القطع مماسان للقطع برهان ذلك ان نقطة د داخله من الزاوية التي من الخطين اللذين لا

يقعان على القطع فقد يمكننا ان نخرج منها خطين مماسين فلنخرجهما وهما خطا دك دل فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ك الى نقطة ل يمر على نقطتي رح فان لم يكن كذلك وامكن فلنخرج مثل كم رل فنسبة اد الى دب كنسبة ام الى مب كما تبين في الشكل الرابع من المقالة د ولذلك يكون نسبة ه د الى دح كنسبة ه ر الى رح فنسبة اد الى دب كنسبة ام الى مب ونسبة ه ح الى دح كنسبة ه ر الى رح وذلك ما لا يمكن فليس يقع الخط الذي يخرج من نقطة ك الى نقطة ل خارجا عن نقطتي رح ولكنه

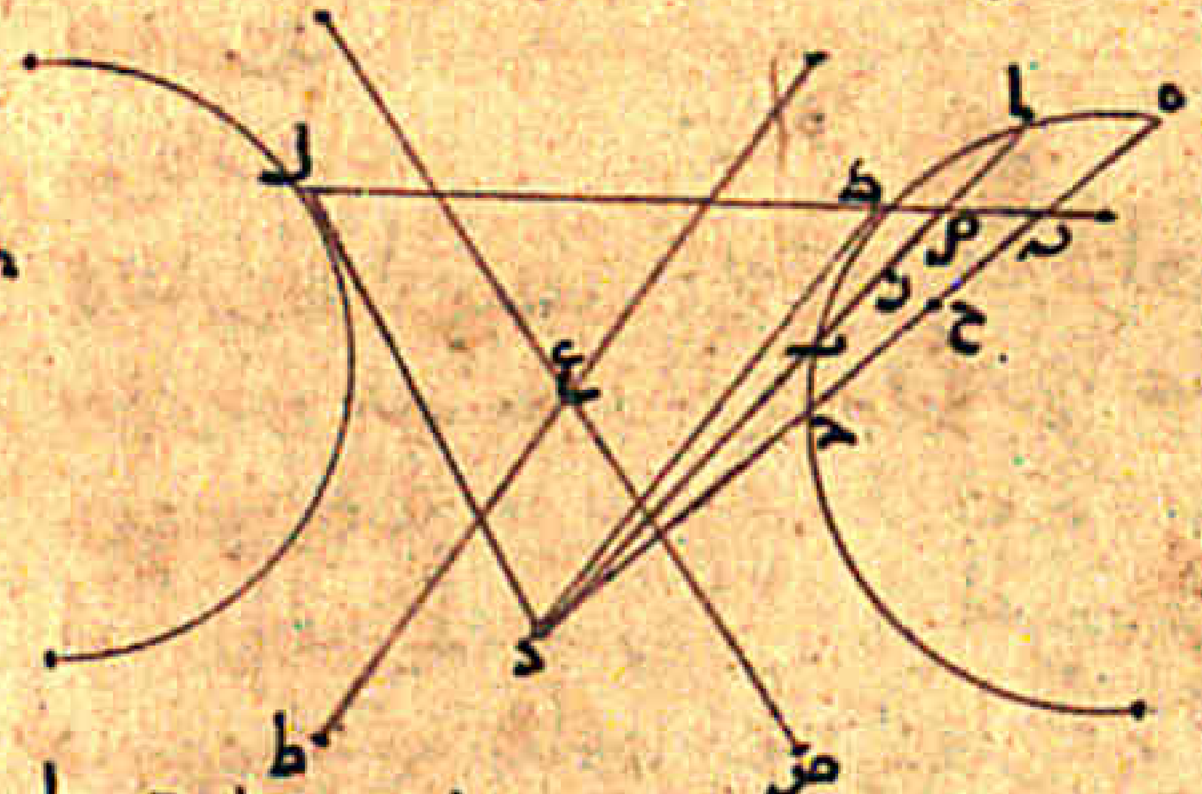


يجوز على نقطتي رح وذلك ما اردنا ان نبينه

اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب ل وكانت الزاوية التي يلي الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع زاوية ط ع ص وتعلمت في داخلها نقطة د واخرج منها خطان يقطعان القطع عليهما د ا د ه واخرج خطان مماسان عليهما د ك د ل وجعلت نسبة اد الى دب كنسبة ار الى رب ونسبة ه د الى دح كنسبة ه ح الى ح د فان الخط الذي يخرج من نقطة ل الى نقطة ك يجوز على نقطتي رح

م

فان لم يكن كذلك وامكن سواه فلنخرج مثل ك م ر فيكون نسبة اد الى دب كنسبة ام الى مب كما تبين في الشكل الرابع من المقالة د ولذلك يكون نسبة ه د الى دح كنسبة ه ر الى رح فنسبة اد الى دب كنسبة ام الى مب ونسبة ه ح الى دح كنسبة ه ر الى رح وذلك ما لا يمكن فليس يقع الخط الذي يخرج من نقطة ل الى نقطة ك خارجا عن نقطتي رح ولكنه يجوز عليهما وذلك ما اردنا ان نبين

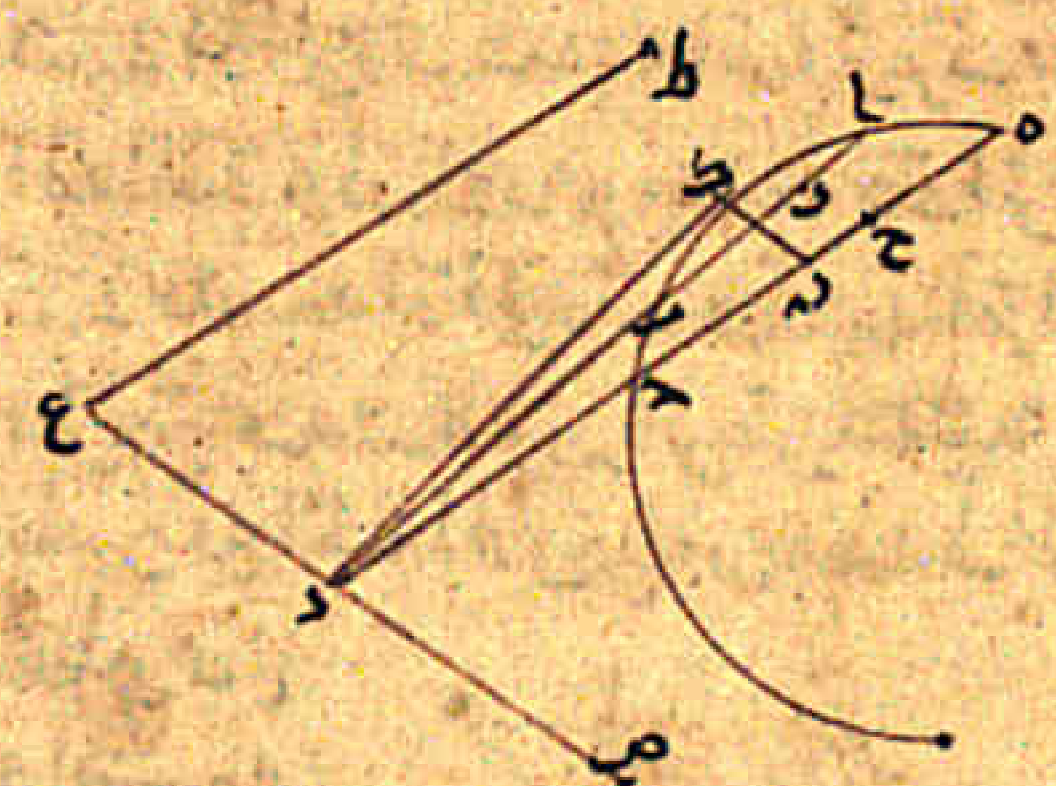


واذا كان ما

سائر ما ذكرنا على حاله وفي القطع الزائد وتعلمت نقطة د على احد الخطين اللذين لا يقعان على القطع آخذ منهما د ا والآخر د ه وجعلت نسبة اد الى دب كنسبة ار الى رب ونسبة ه د الى دح كنسبة ه ح الى ح د وكان خط د ك مماسا فان الخط الذي يخرج من نقطة ك موازيا لخط ع ص يجوز على نقطتي رح فان لم يكن كذلك فليخرج ان امكن ذلك مثل ك ب ه فيكون نسبة ه ب الى ب ح كنسبة ه د الى د ح كما تبين في الشكل له من المقالة د ونسبة ه د الى د ح كنسبة ه ح الى ح ح فنسبة ه ب الى ب ح كنسبة ه ح الى ح ح وهذا غير ممكن

وأخرج منها خطان إلى القطع أحدهما

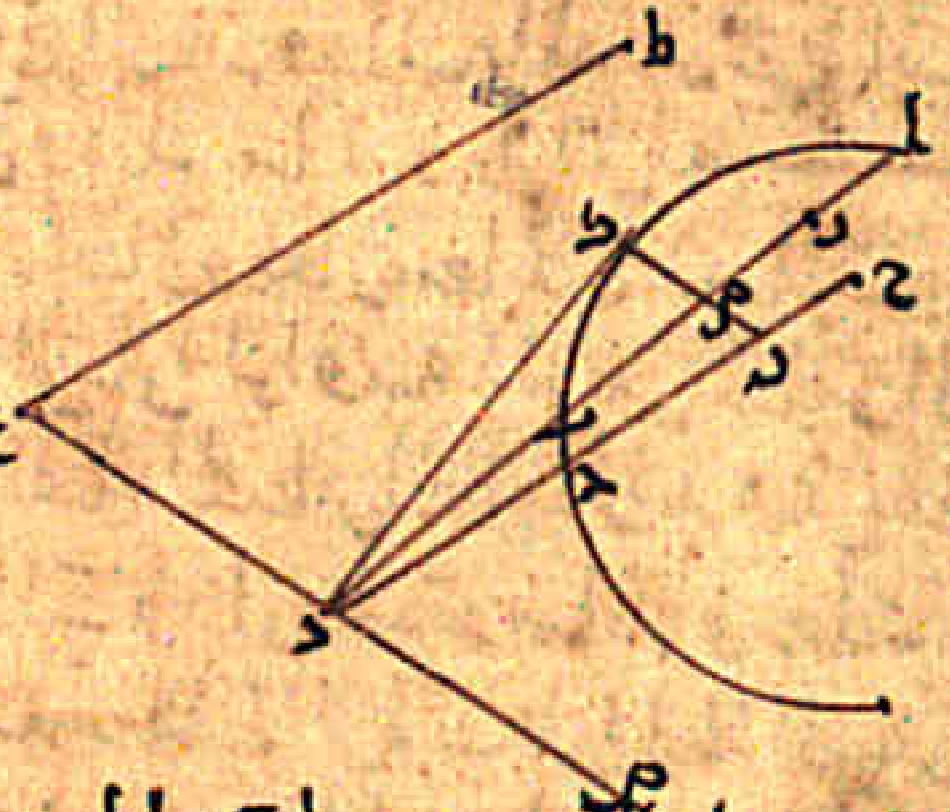
وكذلك يتبين ان خط ا الخط د ن يجوز على نقطتي د ح وذلك ما اردنا



ان نبينه لب
واذا كان
ما ذكرنا
في القطع
الزايد
على حاله
وكان الخط الذي يخرج من نقطة د خط د ا وجعلت نسبة
ا د الى د ب كنسبة ا ن الى ن ب واخرج ايضا خط اخر من نقطة
د يقطع القطع على نقطة واحدة فقط ويكون موازيا لاحد
الخطين اللذين لا يقعان على القطع اعني خط ط ع وهو خط د م
وجعل خط م ح مساويا لخط د م فان الخط الذي يخرج من نقطة
د الى نقطة ح هو موازي لخط ع ص والخط الذي يخرج من موضع
وقوع خط ح د على القطع الى نقطة د مماس القطع فليخرج
خط د ك مماسا فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ك
موازيا لخط ع ص يجوز على نقطتي د ح فان لم يكن كذلك فليخرج
ان امكن ذلك مثل ك م ن فيكون خط د م مثل خط م ن
كما تبين في الشكل لد من المقالة د ويكون نسبة ا م الى م ب
كنسبة ا د الى د ب كما تبين في الشكل له من المقالة ج فيكون
نسبة ا ن الى ن ب كنسبة ا م الى م ب ويكون خط د ن مثل
خط د ح وذلك غير ممكن فخط ك ن يمر بنقطتي د ح وذلك

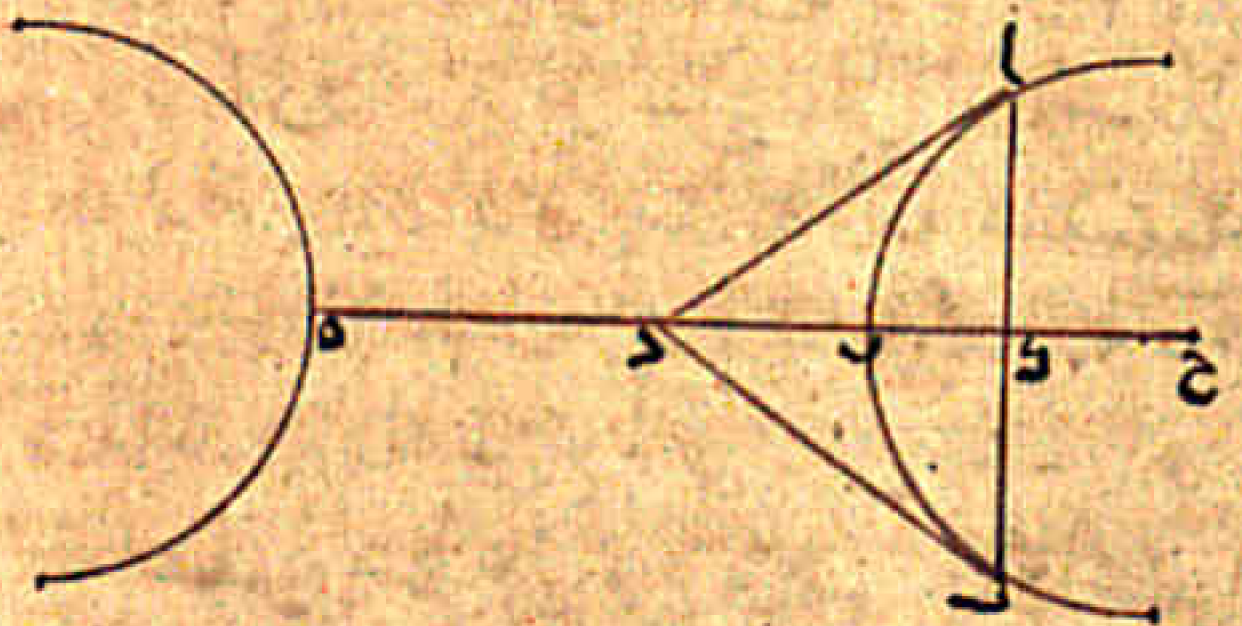
ما اردنا ان نبينه

اذا كان قطعان
متقابلان ونقطة
داخل الزاوية
التي يحيط بها
الخطان اللذان
لا يقعان على
القطع وهي



لج

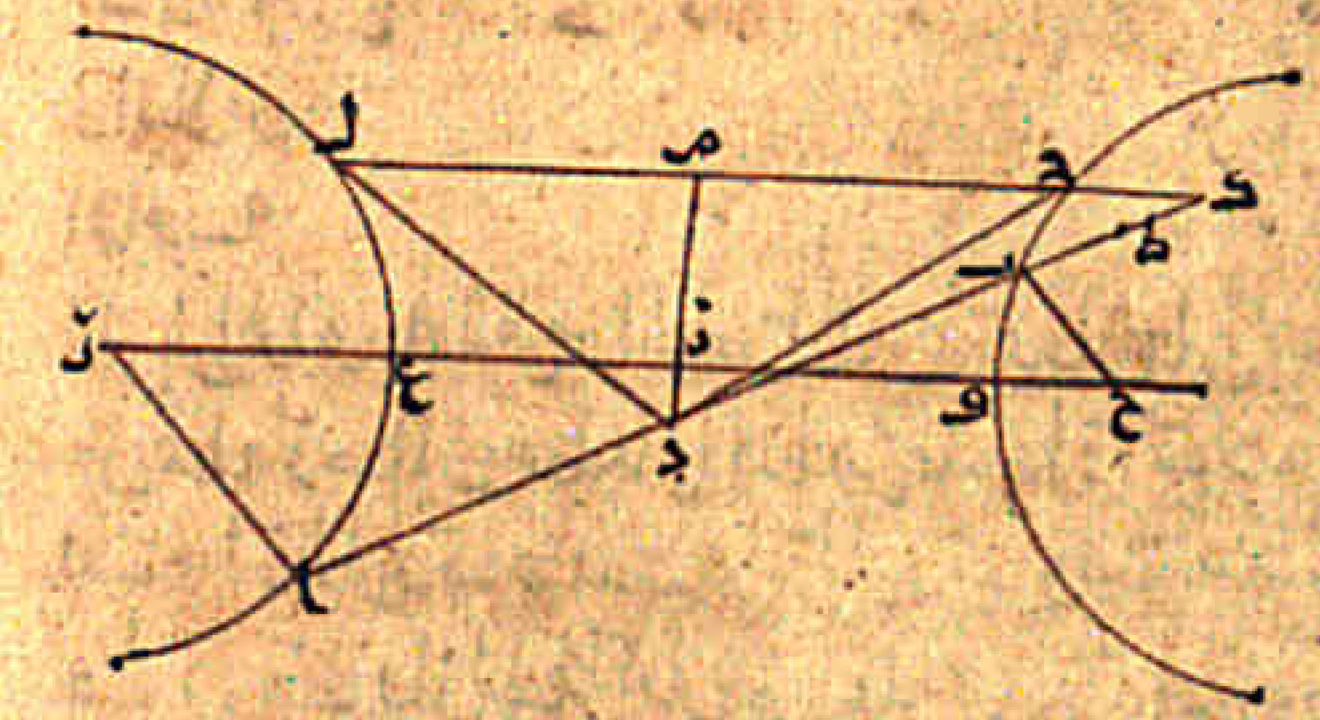
نقطة د واخرج منها خطان احدهما مماس وهو خط د ا والاخر
يقطع القطعين المتقابلين وهو خط ه د ن وجعلت نسبة ه د الى
د ن كنسبة ه ح الى ح ن فان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة
ح اذا اخرج على استقامة وقع على القطع والخط الذي يخرج من
موضع سقوطه الى نقطة د يماس القطع فنخرج د ب مماسا
للقطع فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى نقطة ب يجوز
على نقطة
ح فان لم
يكن ذلك
كذلك
فليقع
ان امكن
ذلك مثل
ا ك ب ويكون نسبة ه د الى د ن كنسبة ه ك الى ك ن كما



سن في الشكل لج من المقالة د فنسبة ه د الى د ز كنسبة
ه ح الى ح ز وذلك مما لا يمكن فخط ا ب لا محالة يجوز على نقطة
ح وذلك ما اردنا ان نبين

لد اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا ب وتعلمت د داخل الزاوية
التي تلي الزاوية التي من الخطين اللذين لا يقعان على
القطع المحيطين بالقطع الزائد وهي نقطة د واخرج خط
د ا ب وكان خط د ه مماسا وجعلت نسبة ا د الى د ب
كنسبة ا ط الى ط ب فان الخط الذي يخرج من نقطة ط الى نقطة
د اذا اخرج على استقامة وقع على قطع ا ب والخط الذي
يخرج من موضع وقوعه الى نقطة د مماس قطع ا فلان نقطة
د داخل من الزاوية التي تلي الزاوية التي من الخطين اللذين
لا يقعان على القطع فانه يمكن ان يخرج من نقطة د خط الى القطع
الذي عليه ا مماسا له فليكن خط د ك ونصل ك د ونخرج من
مركز ح خطا الى د وننفذه فهو خط د م ويجوز على نقطة
ن خط ز ح ويكون موازيا لخط ك د فخطا د م ز ح قطران
مزدوجان ونخرج ا ن ح على الترتيب فلان خط ا د
اطول من خط د ب لان نسبته اليه كنسبة ا ط الى ط ب
يكون خط ز ن اطول من خط ز ح ولكن خط ز ع مساوي
لخط ز ق فسطح ن ع اطول من خط ق ح وسطح ق د في
ن ع اعظم من سطح ع ح في ح ق فمربع ا ن اعظم من مربع
ب ح للذي بين في الشكل كا من المقالة ا وخط ا ن اعظم
من خط ب ح فخط ن ح يقع على خط ك ط ولكن خط ك د

موازي لخط ن ح فخط ك د يقع على خط ا ب واقول انه
يقع منه على نقطة ط فان لم يكن كذلك فليقع على نقطة
ك ان امكن ذلك فنسبة ا د الى د ب كنسبة ا ك الى ك ب
كما بين في الشكل لط من المقالة د وذلك مما لا يمكن لان
نسبة ا د الى د ب كانت كنسبة ا ط الى ط ب فالخط

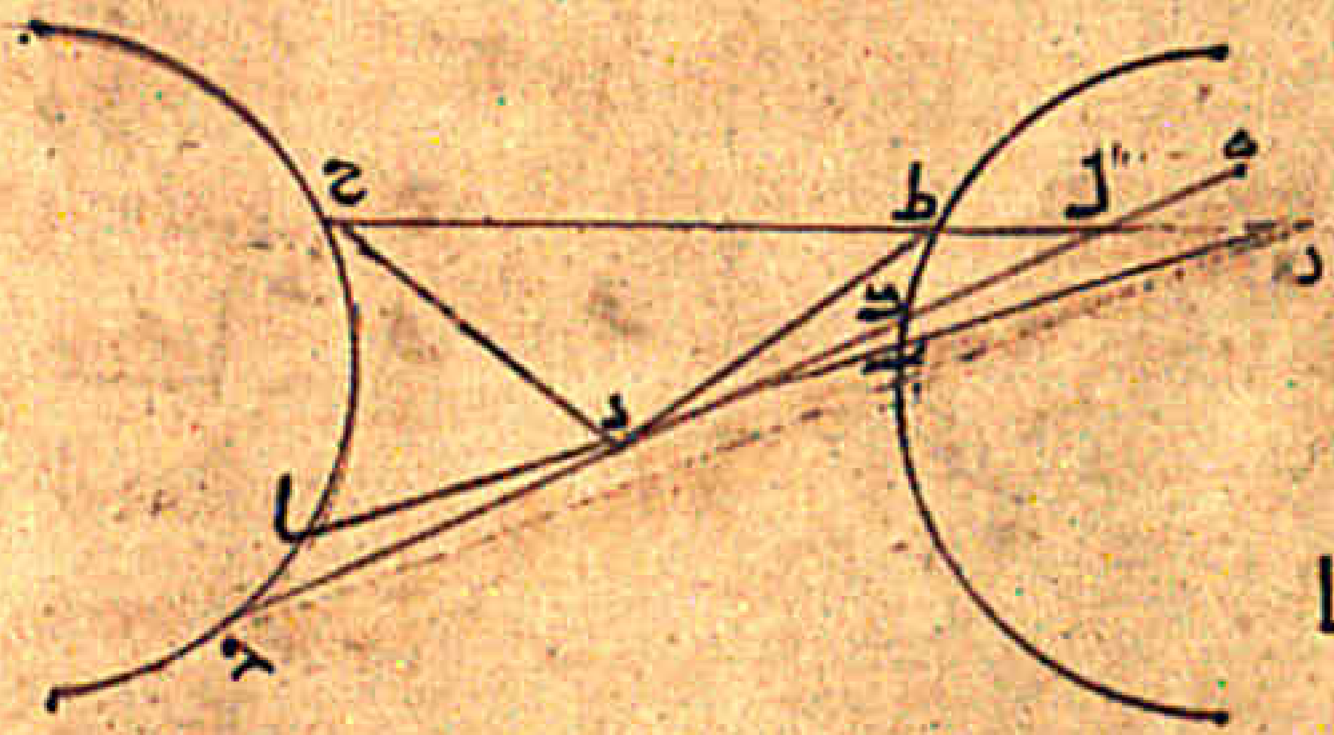


الذي يخرج
من نقطة
ل الى نقطة
د يمر
بنقطة ط
وذلك
ما اردنا
ان نبينه

له فان كانت النقطة المعلمة على احد الخطين اللذين لا
يقعان على القطع كنقطة ق وكان خط د ا مماسا لاحد
القطعين وخط ه د يقطعهما وكانت نسبة ه د الى د ز
كنسبة ه ح الى ح ز فان الخط الذي يخرج من نقطة ا الى
نقطة ح موازي لخط ط د فان لم يكن كذلك فليكن خط
ا ك موازيا له ان امكن ذلك فتكون نسبة ه د الى د ز
كنسبة ه ك الى ك ز كما بين في الشكل لو من المقالة
د ولكن نسبة ه ح الى ح ز كنسبة ه د الى د ز ايضا
وذلك مما لا يمكن فخط ا ح موازي لخط ط د وذلك

ما اردنا ان نبين ه

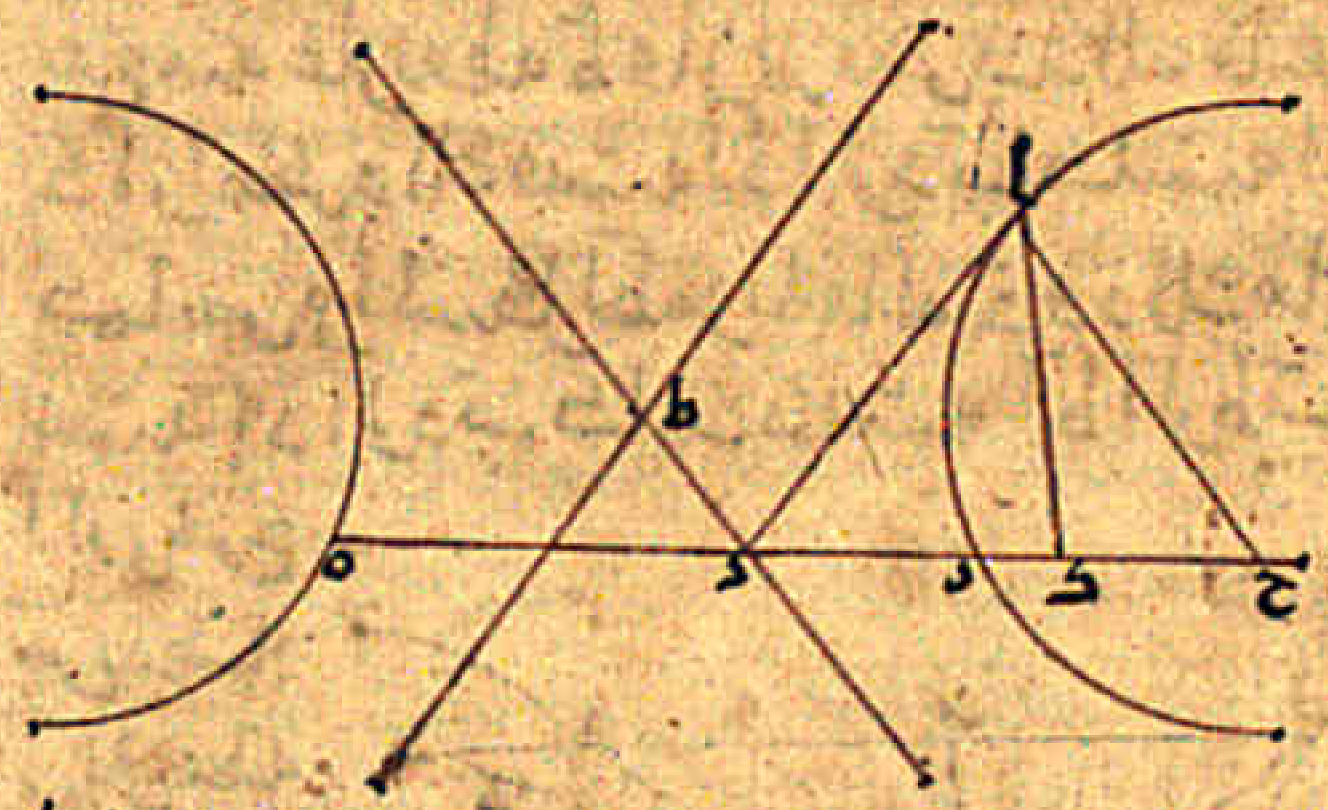
نه وايضا ما
ذكرنا
على حاله
ثم نخرج
من نقطة
د خطا
يقع على كل



واحد من القطعين المتقابلين وهو خط د ر ت ك واخرج خط
القطعتين د ح فوقع على قطع ا ب على نقطة واحدة فقط
وهي نقطة م ر و كان موازيا لخط ط م الذي لا يقع على القطع
واخرج خط ص ح مساويا لخط د م وجعلت نسبة د ن الى
ر ت كنسبة ر ك الى ك ب فان الخط الذي يخرج من نقطة ك
الى نقطة ن الى نقطة ح اذا انفذ على استقامة وقع
على كل واحد من القطعين المتقابلين ويكون الخطوط التي تخرج
من مواضع وقوع الخط على القطعين الى نقطة د مماسة
للقطعين المتقابلين فلنخرج خطين مماسين للقطعين المتقابلين
عليهما د ح د ا فاقول ان خط ح ا اذا اخرج على استقامة
مر بنقطتي ح ك فان لم يكن كذلك فليكن مثل ح ا ف وليكن
ذلك خط ص د مثل خط م ف مماسين و الشكل من المقالة
د وقد كان ايضا مثل خط م ح وذلك ما لا يمكن وكذلك ايضا
يكون نسبة د ر الى ر ب كنسبة د و الى و ت مماسين

ما اردنا ان نبين ه

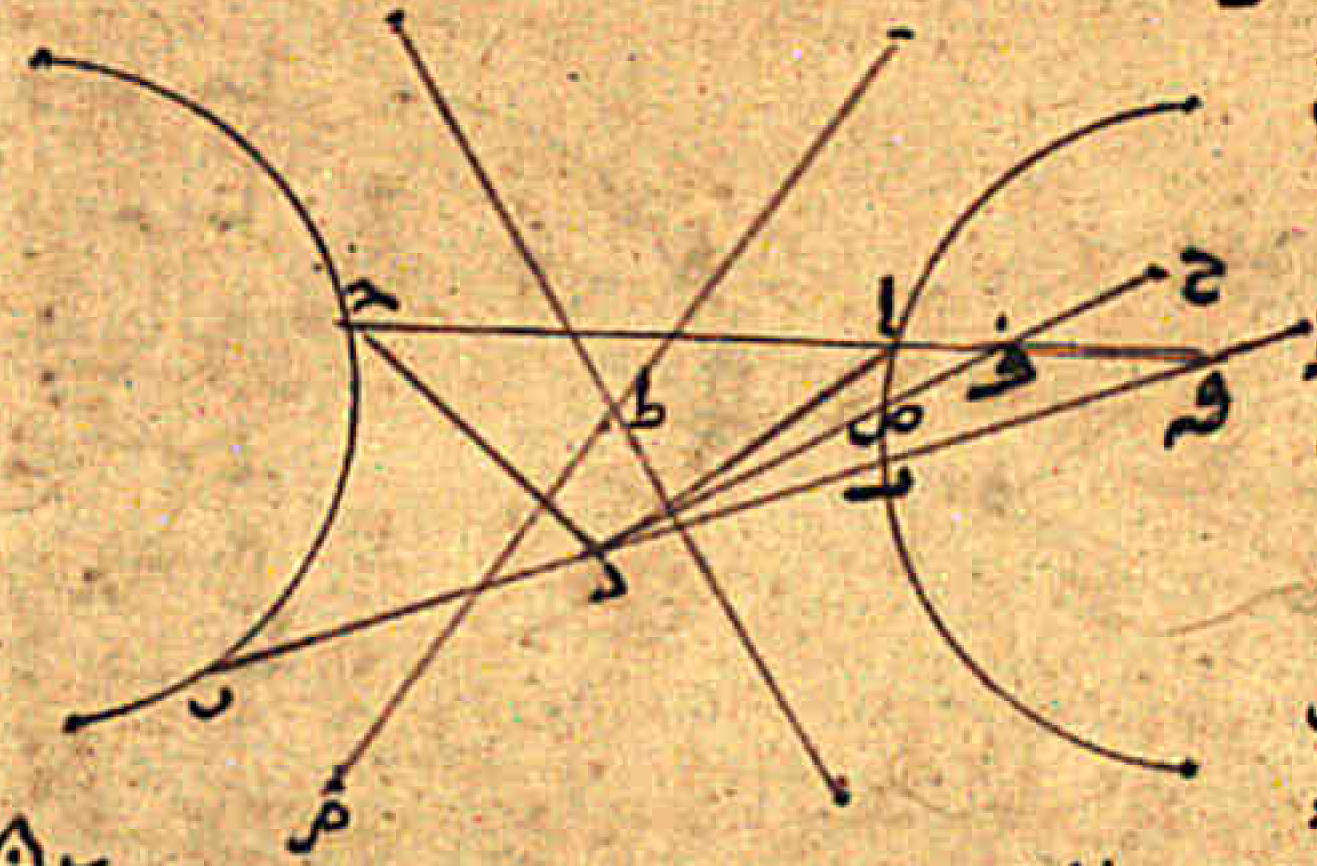
نو اذا كان
قطعان
متقابلان
عليهما
ا ب ونقطة
د داخل من
الزاوية



التي تلي الزاوية التي من الخطين اللذين لا يقعان على القطع عليهما واخرج
من نقطة د خطان يقطعان القطعين عليهما د ا ت د ه د ك وجعلت
نسبة ا د الى د ت كنسبة ا ز الى ز ب ونسبة ه د الى د ك كنسبة
ه ح الى ح ك فان الخط الذي يجوز على نقطتي ز ح يقطع كل واحد من
القطعين المتقابلين و الخطين اللذين يخرجان من موضع وقوع الخط
على القطعين الى نقطة د مماسان للقطعين المتقابلين فان نقطة
د داخل من الزاوية التي تلي الزاوية التي من الخطين اللذين لا
يقعان على القطع فقد يمكننا ان نخرج من نقطة د خطين مماسين
للقطعين فليكن الخطان د ح د ط ونصل ح ط ونخرجه على
استقامة فاقول انه يجوز على نقطتي ز ح فان لم يكن كذلك
فليجز على نقطة ل فنسبة ه د الى د ك كنسبة ه ل الى ل ك
مماس وفي الشكل لط من المقالة د وذلك ما لا يمكن لان نسبة
ه د الى د ك كانت كنسبة ه ح الى ح ك فخط ح ط يجوز على
نقطة ح وكذلك نبين انه يجوز على نقطة ز وذلك

السكل لط من المقالة د وكنسبة ز د الى د ت ايضا وذلك

ما لا يمكن
فخط ح ك ا
اذا التقى
على
استقامة
من نقطتي
ح ك

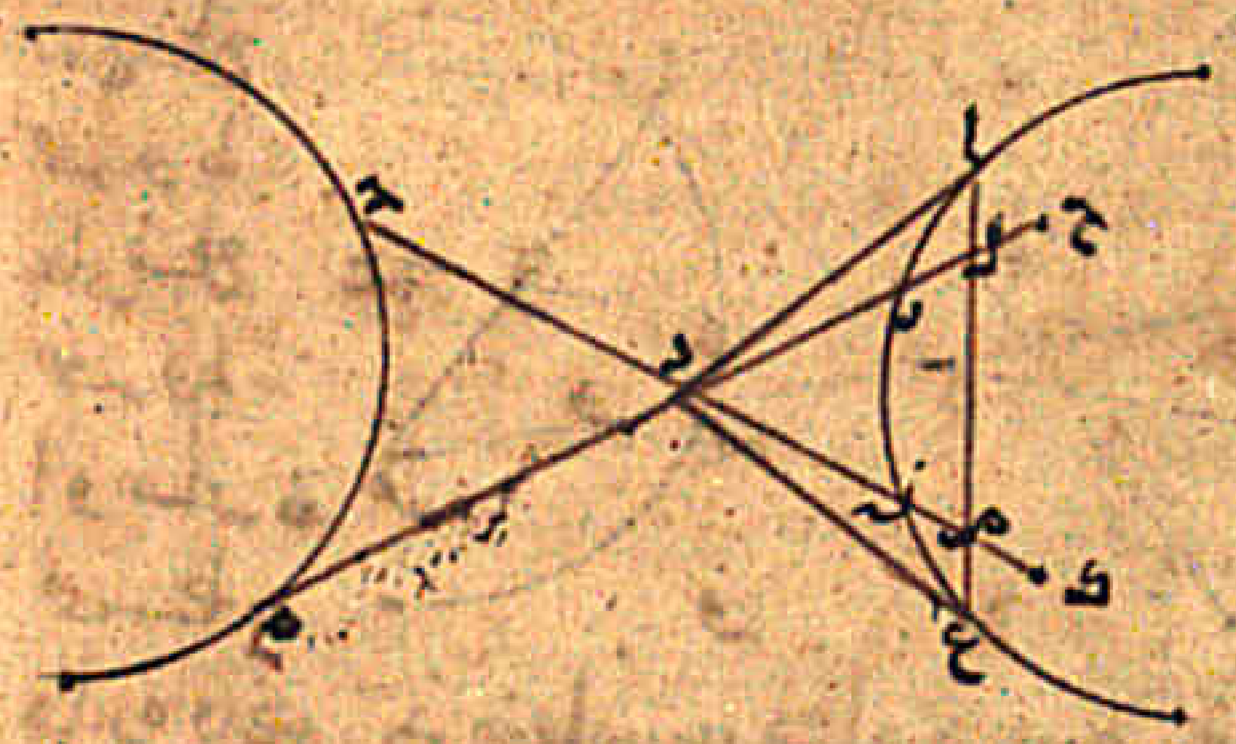


وذلك ما اردنا ان نبين ه

ح اذا كان قطعان متقابلان عليهما ا د ونقطة داخل الزاوية
التي يحيط بها الخطان اللذان لا يقعان على القطع وهي نقطة
ز واخرج ه ز ح د ز ك وجعلت نسبة ه د الى د ز كنسبة
ح ك الى ك ز ونسبة ه د الى د ز كنسبة ه ح الى ح ز فان
الخط الذي يصل بين نقطتي ك ح اذا اخرج على استقامة وقع
على القطع وموضعي الخطين اللذين يخرجان من نقطتي
وقوعه على القطع الى نقطة د مماسان للقطع برهان ذلك
انا نخرج من نقطة د خطين مماسين للقطع ا عليهما د ا د ع
ونصل خط ا ع فاقول ان ا ع يمر بنقطتي ح ك فان لم يكن
كذلك فليمر بخط ا ل م ع فيكون نسبة ه د الى د ل
كنسبة ه ل الى ل ز كما بين في الشكل لط من المقالة د
وقد كانت نسبة ه د الى د ز كنسبة ه ح الى ح ز فنسبة
ه ك الى ك ز كنسبة ه ح الى ح ز وكذلك ايضا يكون نسبة

د م الى م ز كنسبة د ك الى ك ز وذلك ما لا يمكن فخط ا ع

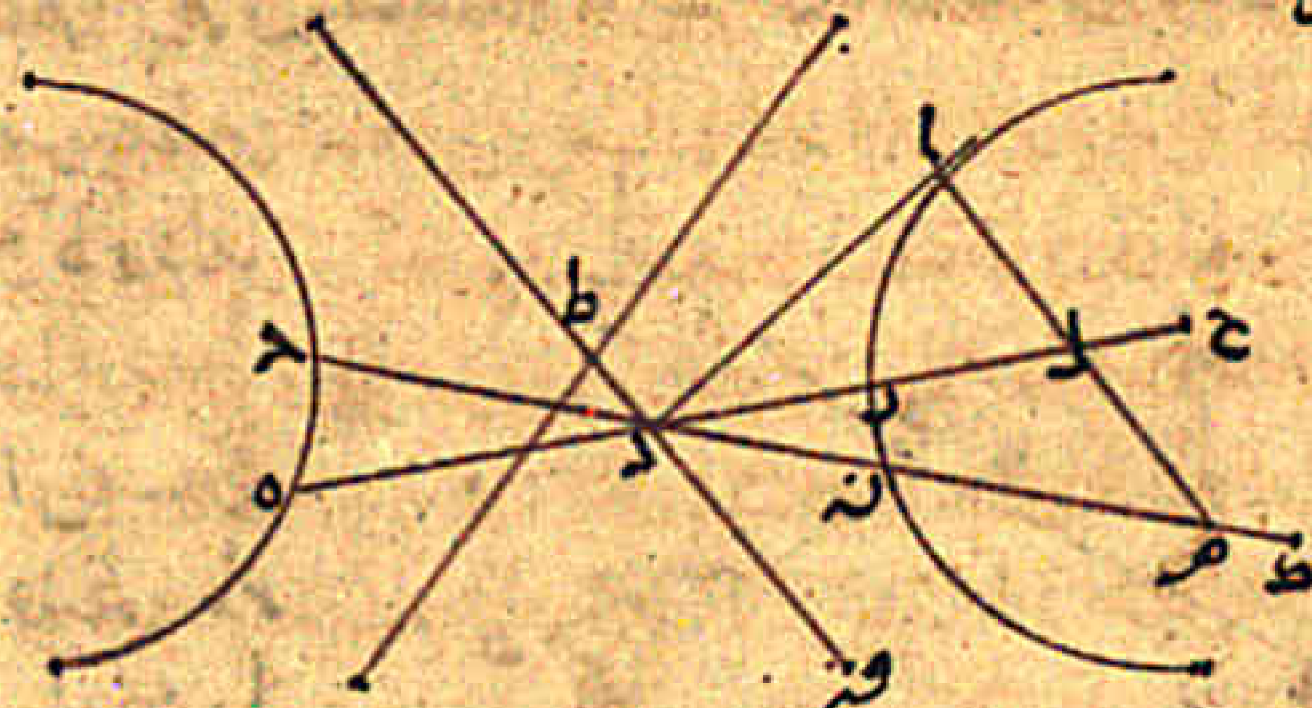
يمر بنقطتي
ح ط وذلك
ما اردنا
ان نبين ه
فليكن ساير
ما ذكرنا
على حاله



ط ونجعل النقطة المعلمة على احد الخطين اللذين لا يقعان على
القطع ولتكن نقطة د ونخرج خطي د ز ه د ز ر ونجعل نسبة ه د
الى د ز كنسبة ح ك الى ك ز فاقول ان الخط الذي يصل بين نقطتي
ح ك موازي لخط ط ق ويقع على القطع وان الخط الذي يخرج
من موضع وقوعه على القطع الى نقطة د مماس للقطع فليخرج
خط د ا مماسا فاقول ان الخط الذي يجوز على نقط ا ح ك
موازي لخط ط ق فان لم يكن كذلك فليكن خط ا ل م موازيا
لخط ط ق ان امكن ذلك فيكون نسبة ه د الى د ز كنسبة
ه ك الى ك ز كما بين في الشكل لو من المقالة د ولذلك يكون
نسبة د ه الى د ز كنسبة د م الى م ز فنسبة ه ل الى ل ز
كنسبة ه ح الى ح ز ونسبة د م الى م ز كنسبة د ك الى
ك ز وذلك ما لا يمكن فالخط الذي يجوز على نقط
ا ح ك هو موازي لخط ط ق وذلك ما اردنا
ان نبين ه

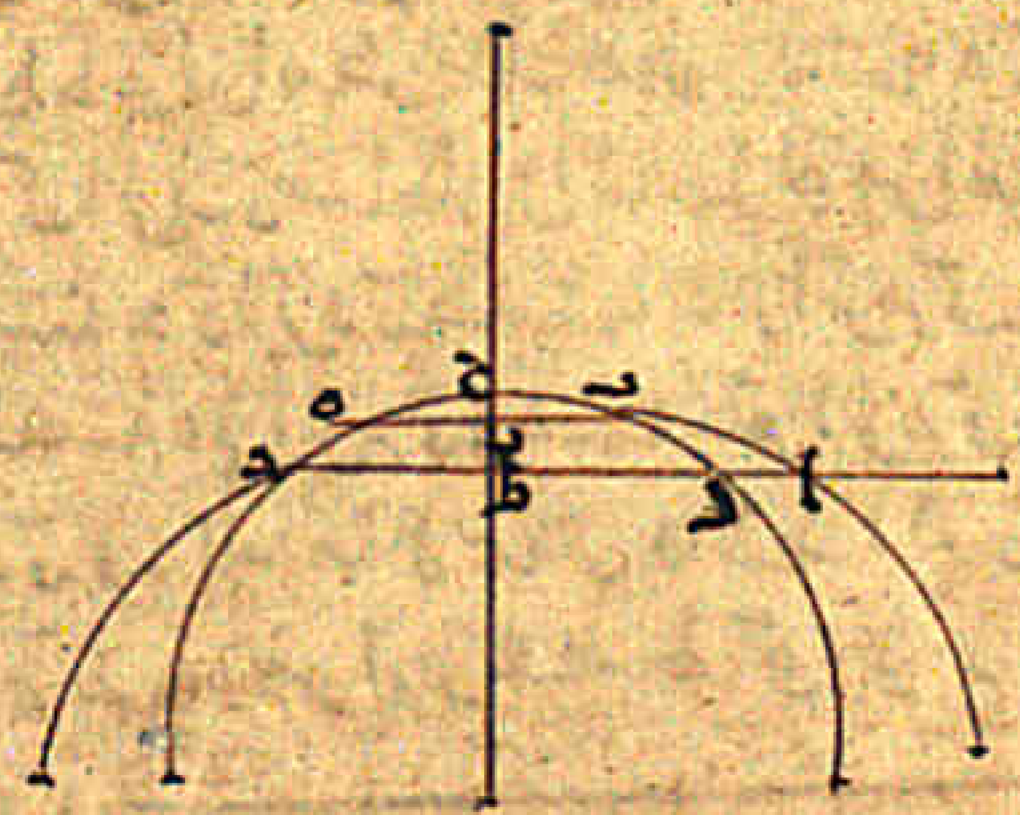
ه ح الى ح ز ونسبة ه د الى د ز كنسبة ه ك

كج لا يمكن ان
يقع قطع
مخروط
على قطع
مخروط
او على
محيط



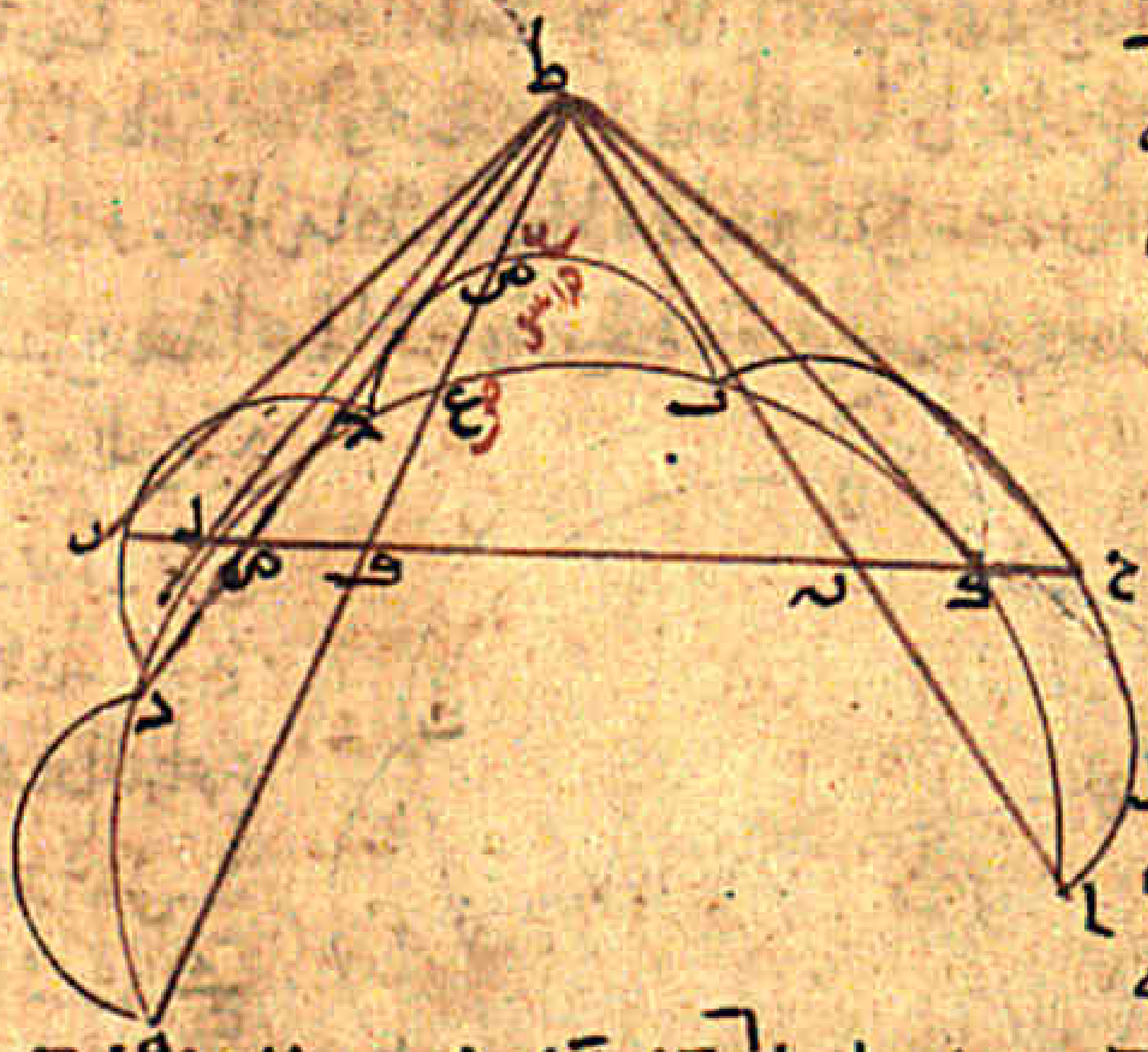
دائرة فيكون نحو منهما مشتركا ونحو غير مشترك فان امكن
ذلك فليقع قطع مخروط وهو ا ب ج د على ج ب د الذي هو
قطع مخروط او محيط دائرة فيكون نحو منهما مشتركا
وهو ج ب والاخر غير مشترك ونخرج خط ا د ونجعل خط
ب ه موازيا له ونقسم ب ه بنصفين على نقطة ز ولنخرج خط ح ط
قطرا فلان ا ب ج د قطع مخروط وقطره ح ط وهو يقسم ب ه
بنصفين على ز يكون خروج ب ه الى ح ط على الترتيب فخط
ا د موازي لخط ب ه
فخط ا د يخرج على
ح ط على الترتيب
فخط ا ط مساوي
لخط ط د وذلك
ما لا يمكن فليس
يقع قطع مخروط
على قطع مخروط

وكذلك ايضا يكون خط ا ك مساويا لخط ك ح



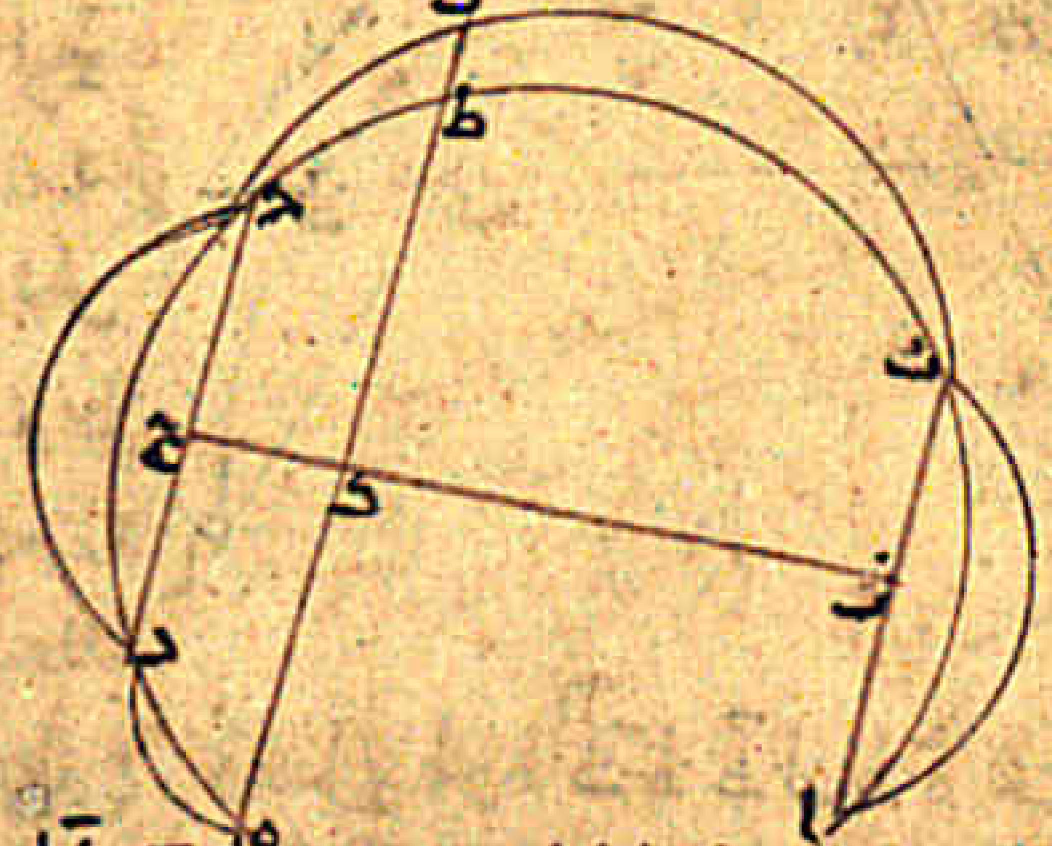
او على محيط دائرة فيكون نحو منه مشتركا ونحو غير مشترك
وكذلك ايضا تبين ان كان الخط الذي يخرج من نقطة ب الموازي
لخط ا د مماسا للقطع ب ه د وذلك ما اردنا ان نبين

كد ليس يقطع قطع مخروط لقطع مخروط او لمحيط دائرة على اكثر
من اربع مواضع فان امكن ذلك فليقطع قطع مخروط او
محيط دائرة لقطع المخروط الذي عليه ا ج ب م ح د ز ه على
اكثر من اربع مواضع وهي ا ب ج د ز ه ونصل ب ا ج د فاذا
اخرجا على استقامة التقيا خارج القطع كما تبين في
الشكل كه من المقالة الثانية في القطع المكافئ وفي الشكل كه
منها في القطع الزائد فليلتقيا على نقطة ط ونجعل نسبة
ا ط الى ط ب



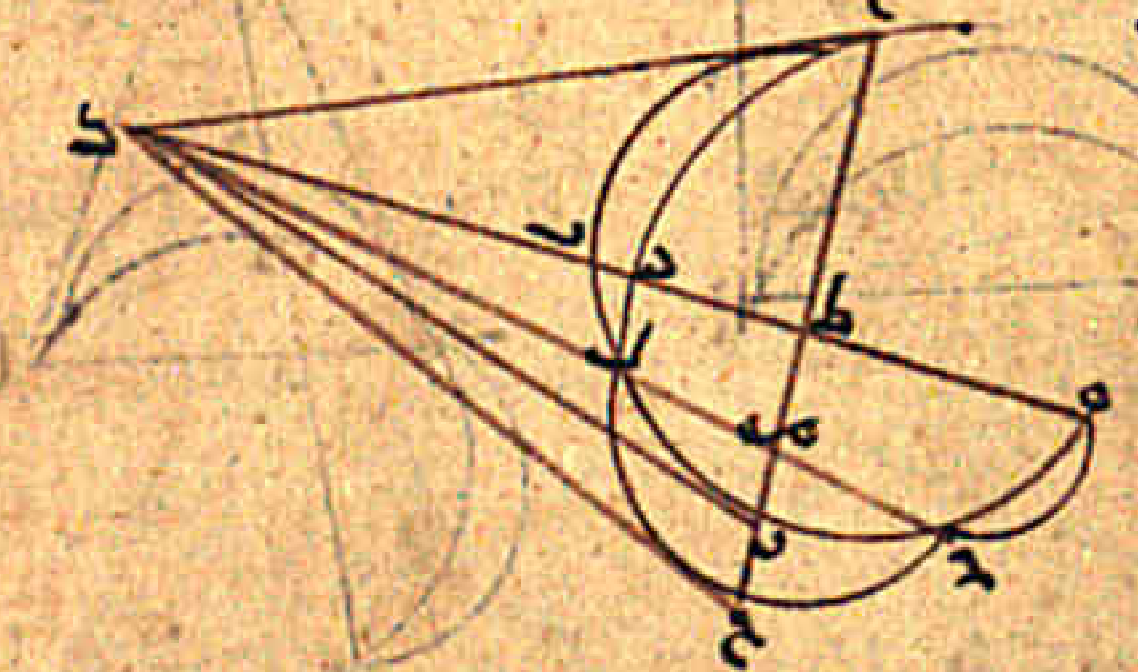
كنسبة
ا ن الى ن ب
ونسبة
د ط الى ط ج
كنسبة
د م الى
م ج ونصل
م ن ونخرجه
على استقامة
الى ان يقطع ح ز ونصل خطوط ك ط ل ط ه ط س ط ح ط ز
ماسان قطع ا ج ب م ح د ز ه كما تبين في الشكل ح من

هذه المقالة فخطا ط ى ك ط ل يماسان قطع ا ى ت ع ح ل د ه كما
بين في الشكل ح من هذه المقالة فيكون من اجل قطع ا ح ب ص و ح ر د ه
نسبة ط ه الى ط ص كنسبة ه ق الى ق ص كما بين في الشكل لز من المقالة
ج واذ قد تبين لنا ان نسبة ط ه الى ه ق كنسبة ط ص الى ص ق ومن
اجل قطع ا ى ت ع ح ل د ه يكون نسبة ط ه الى ط ع كنسبة ه ق الى
ق ع واذ قد تبين لنا ان نسبة ط ه الى ه ق كنسبة ط ع الى ع ق
فيكون نسبة ط ص الى ص ق كنسبة ط ع الى ع ق وذلك ما لا يمكن
فليس يقاطع القطوع على اكثر من اربع مواضع واما في القطع
الناقص والدائرة فانه لئن التقاطعا ا ب ح د فان برهانه مثل البرهان
الذي ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبين ه
فان كان خطا ا ب موازيا لخط ح د فان القطوع تكون اما قطعا ناقصا نه
واما قطعا ناقصا ومحيط دائرة واما في ساير القطوع فانه لا يمكن
ذلك وبرهان ما قلنا انها لا تتقاطع على اكثر من اربع مواضع
بين هكذا خطا ا ب موازي لخط ح د فنقسم كل واحد منهما بنصفين



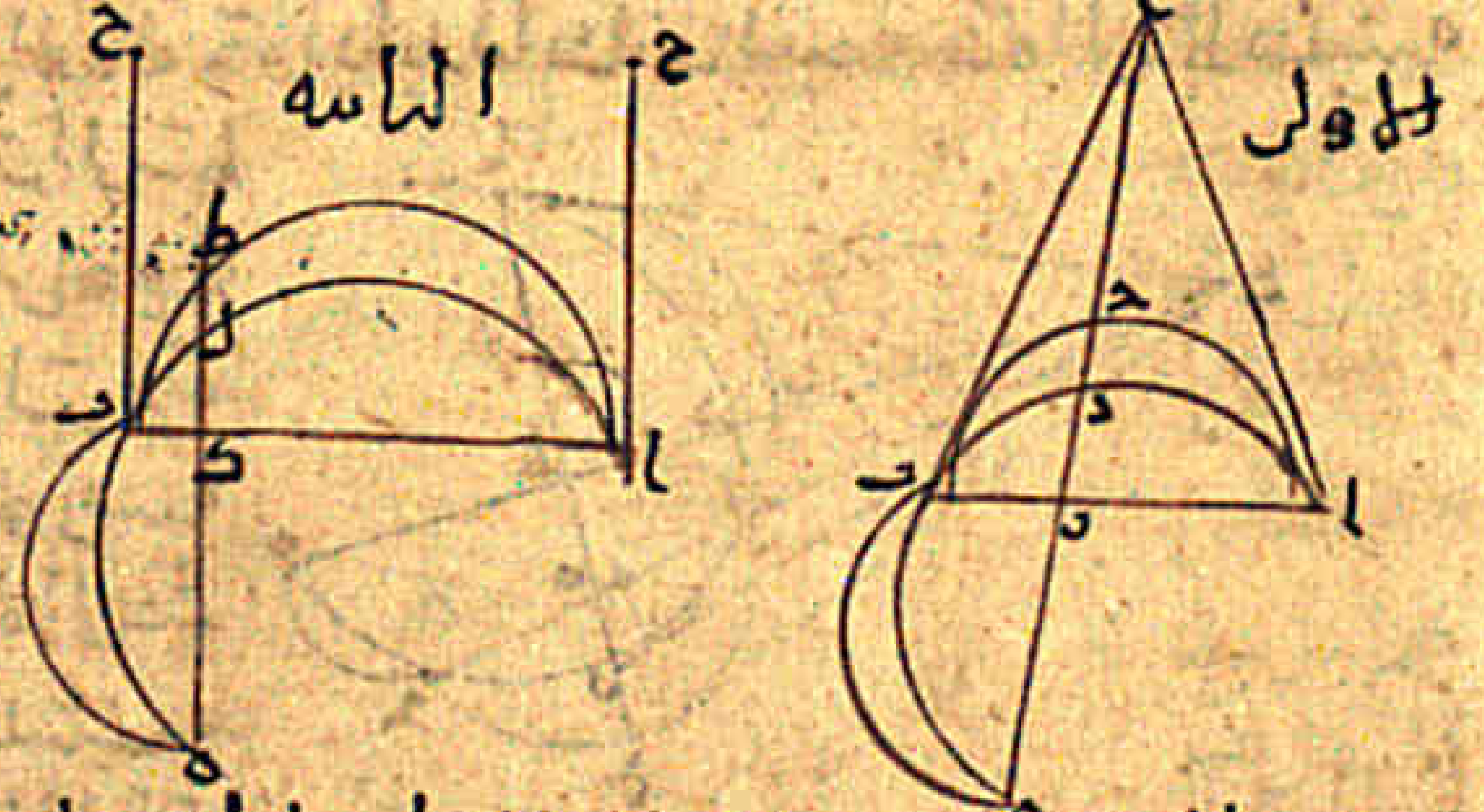
على نقطتي د ح
ونصل د ح
فخط د ح
قطر للقطوع
كما بين في
الشكل كح
من المقالة
ب وخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ح د وهو خط ه ك ط ل فخط

ه د مساوي لكل واحد من خطي ل ت ك ط ل ا ز فخطوط ز ك ح ينقسمه
بنصفين وذلك ما لا يمكن فليس يقطع القطوع بعضها بعضا على
اكثر من اربع مواضع وذلك ما اردنا ان نبين ه
اذا ماس بعض خطوط القطوع التي ذكرنا البعض على نقطة واحدة مح
فانه لا يقاطع على اكثر من موضعين فليماس قطع ح ر ر ط القطع
ح ر ر ط على نقطة ا فاقول انه لا يقطع احدهما الآخر على اكثر من
موضعين فان امكن ذلك فليقطعه على مواضع ل ح ه ونخرج خط
ا ك مماسا للقطعين ونصل ح ل ونخرجه على استقامة الى ك ء
ونجعل نسبة ح ى الى ى ل كنسبة ح م الى م ل ونصل ا م ونخرجه
على استقامة الى ن ح ونصل د ز ك ح د ه فخط ك ح يماس قطع
ا ب ل ح د ه وخط ك د يماس قطع ا د ل ز ح ه كما بين في
الشكل الح من هذه المقالة فمن اجل قطع ا ب ل ح د ه يكون
نسبة ك ه الى ك ت كنسبة ه ط الى ط ت كما بين في الشكل لز
من المقالة ج واذ قد تبين لنا ان نسبة ك ه الى ه ط كنسبة
ك ت الى ت ط



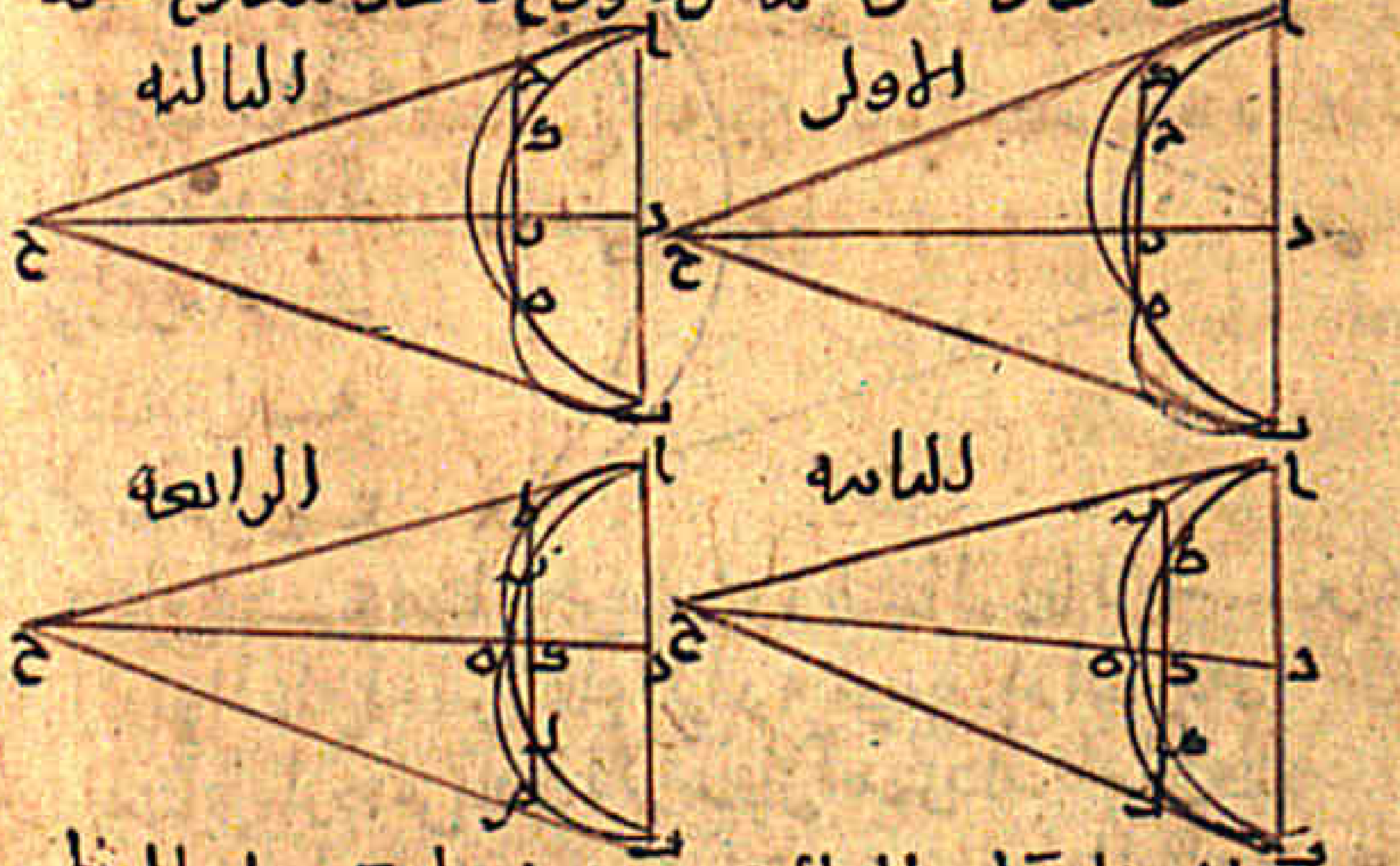
ومن اجل قطع
ا د ل ز ح ه
يكون نسبة
ك ه الى ك د
كنسبة
ه ط الى ط د
يماس في الشكل لز من المقالة ج واذ قد تبين لنا ان نسبة ك ه الى

ه ط كنسبة ط د الى د ط فتكون نسبة ك د الى د ط كنسبة
د ب الى ب ط وذلك محال لا يمكن وذلك ما اردنا ان نبين ٥
كح اذا ماس بعض خطوط القطوع الزائد كما يقع على نقطتين فانها
لا تلتقي على اكثر منهما فليتماس قطعا ا ب ح و ا د ب احدهما الآخر على
نقطتي ا ب فهما قطعا ا ح ب ا د ب على ما في الصورة الأولى
وليقطع احدهما الآخر على موضع آخر ان امكن ذلك وهو موضع
نقطة ه ونخرج من موضع نقطتي ا ب خطين مماسين لقطع ا ح ب وهما
لا محالة مماسان لقطع ا د ب على نقطتي ا ب وهما ا ج ب ج فان التقيا
فانا نخرج ج ه فاذا اوصلنا نقطة ا بنقطة ب تكون نسبة ه ج
الى ج ح كنسبة ه ز الى ز ح كما تبين في الشكل لز من المقالة
ج واذا كان كذلك نسبة ه ج الى ه ز كنسبة ج ح الى ح د
ومن اجل قطع ا د ب ه تكون نسبة ه ج الى ج د كنسبة ه ز
الى ز د واذا كان كذلك نسبة ه ج الى ه ز كنسبة ج د الى ز د



وذلك محال لا يمكن فليس يتقاطع القطعان على نقطة اخرى فان كان
خط ا ج موازيا لخط ب ح على ما في الصورة ب فان ا ب يكون قطرا

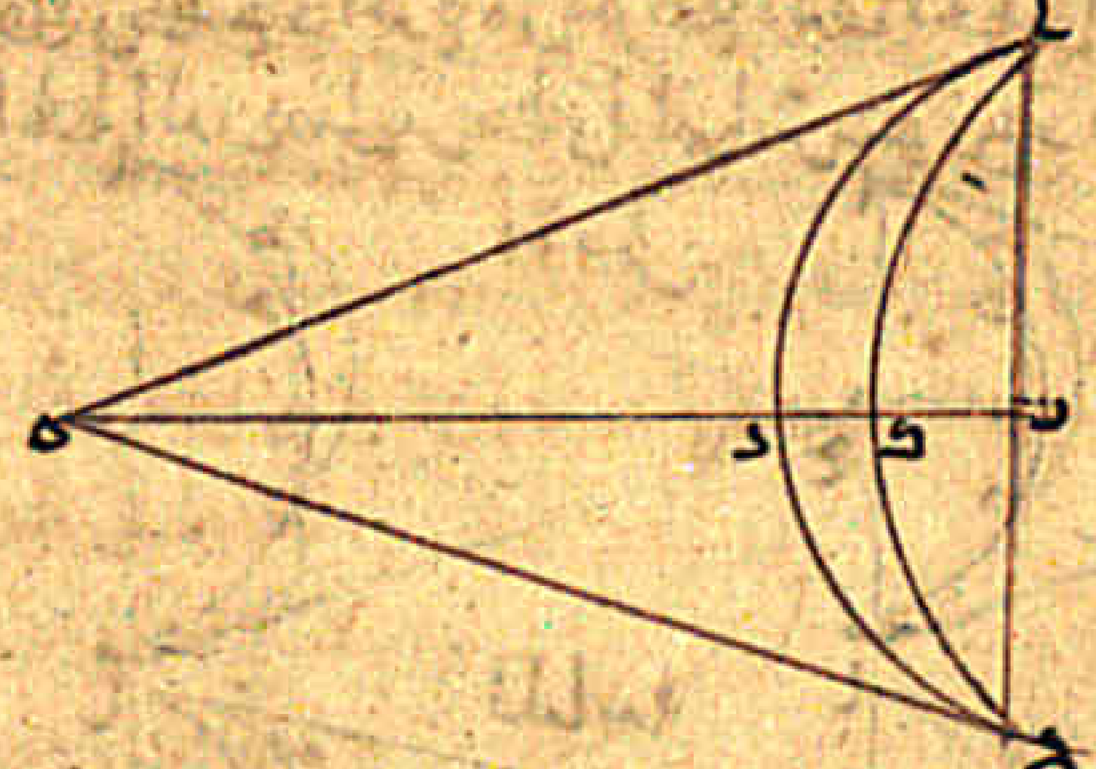
مماس في الشكل لز من المقالة ب ويكون القطوع عند ذلك
قطوعا ناقصة او قطوعا ناقصة ومحيط دائرة واذا اخرجنا من
نقطة ه خطا موازيا لخط ا ج او هو خط ه ط يكون خط ه ك مساويا
لخط ك ط ويكون ايضا خط ه د مساويا لخط د ك وذلك محال لا
يمكن فليس يماس القطع للقطع على نقطة اخرى وذلك ما اردنا ان نبين
كه ولتكن نقطة ه فيما بين موضعي التماس ونقطع ا ه ونخرج ا ج مماسا
ونخرج ب ج ايضا مماسا فخطا ا ج ب ج ايضا مماسان لقطع ه ا ب
من اجل ان الخط المماس لاحد القطعين يقع خارجا من القطع الآخر
ونصل ا ب ونخرج من نقطة ج الى وسط خط ا ب خط د ج ونخرج من
نقطة ه خطا موازيا للخط ا ب عليه ط ك د ز ه على ما في الصورة ا
فلان خط ج د اخرج من موضع التقاء الخطين المماسين الى وسط
الخط الذي يصل بين نقطتي التماس يكون ج د قطرا للقطوع كما



بين في الشكل لط من المقالة ب ويكون خط ه ط مساويا للخط
ط ز وخط ه ز ايضا مساو لخط ز ك وذلك محال لا يمكن فليس يماس

القطعان ولا يتقاطعان الا على نقطتي ا ب فان كان الخط الذي يخرج الى
وسط خط ا ب يمر على نقطة ه على ما في الصورة ب فانا نخرج خطا
موازيا لخط ا ب وهو خط ط م فيكون خط ط ك مساويا لخط ك م من
اجل قطع ا ط ه ل ويكون خط ن ك مساويا لخط ك م من اجل قطع
ا ن ه م وذلك محال لا يمكن وعلى مثل ذلك نبين ما ذكرنا في القطوع
الناقصة كما بين في الشكل الذي قبل هذا وذلك ما اردنا ان نبين

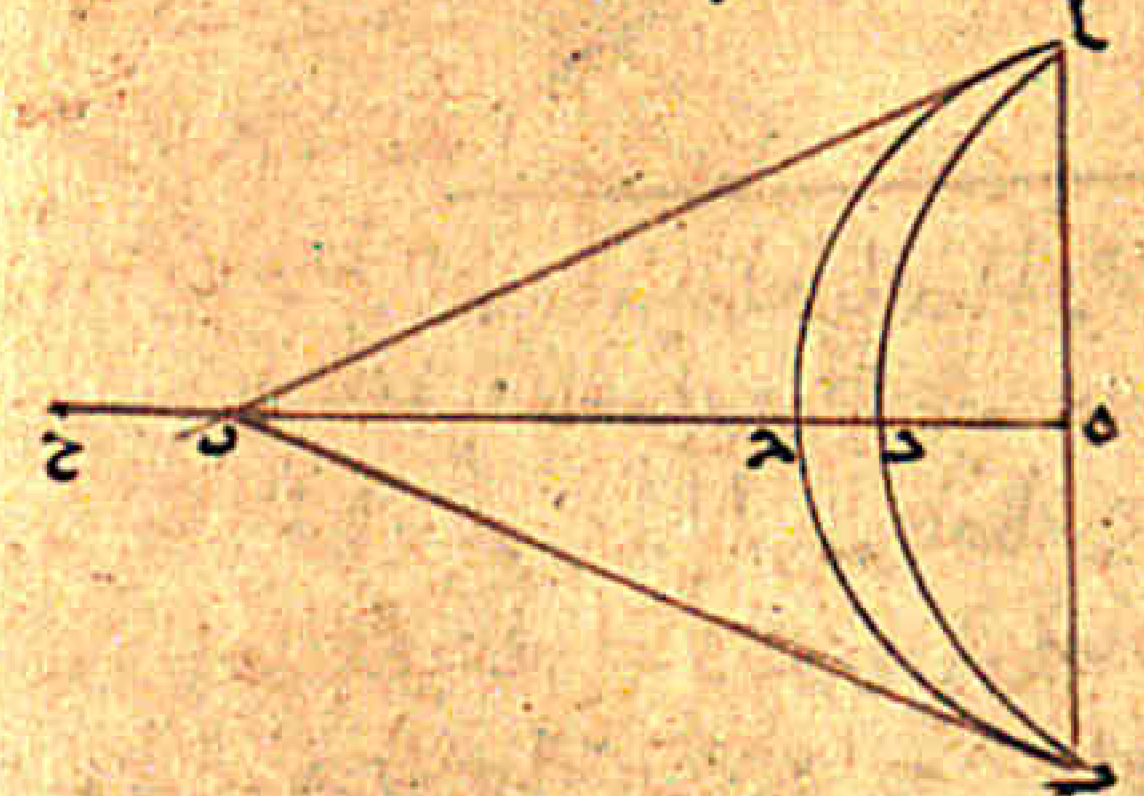
كو القطع المكافي لا يماس القطع المكافي على موضعين فان امكن ذلك
فليماس قطع مكافي لقطع مكافي على نقطتين وهما نقطتا ا ج ونخرج
له د ه مماسين ونصل ا ج ونقسمه بنصفين على نقطة ز ونصل ه ز
فخط ه ز قطر كما بين في الشكل كط من المقالة ب وخط ا ج على



الترتيب ويكون خط ه ز يقسمها بنصفين على نقطة ز وعلى نقطة ك وذلك محال لا يمكن فقد تبين انه لا يماس قطع
مكافي لقطع مكافي على نقطتين وذلك ما اردنا ان نبين

كز القطع المكافي لا يماس القطع الزائد في موضعين اذا كان في موضع القطع
المكافي خارجا عن القطع الزائد فان امكن ذلك فليماس قطع مكافي
لقطع زائد خارجا منه على نقطتي ا ب وليكن القطع المكافي منهما
قطع ا ح ب و ح ج خطين يماسان قطع ا ح ب وهما خطا ا ز ب د

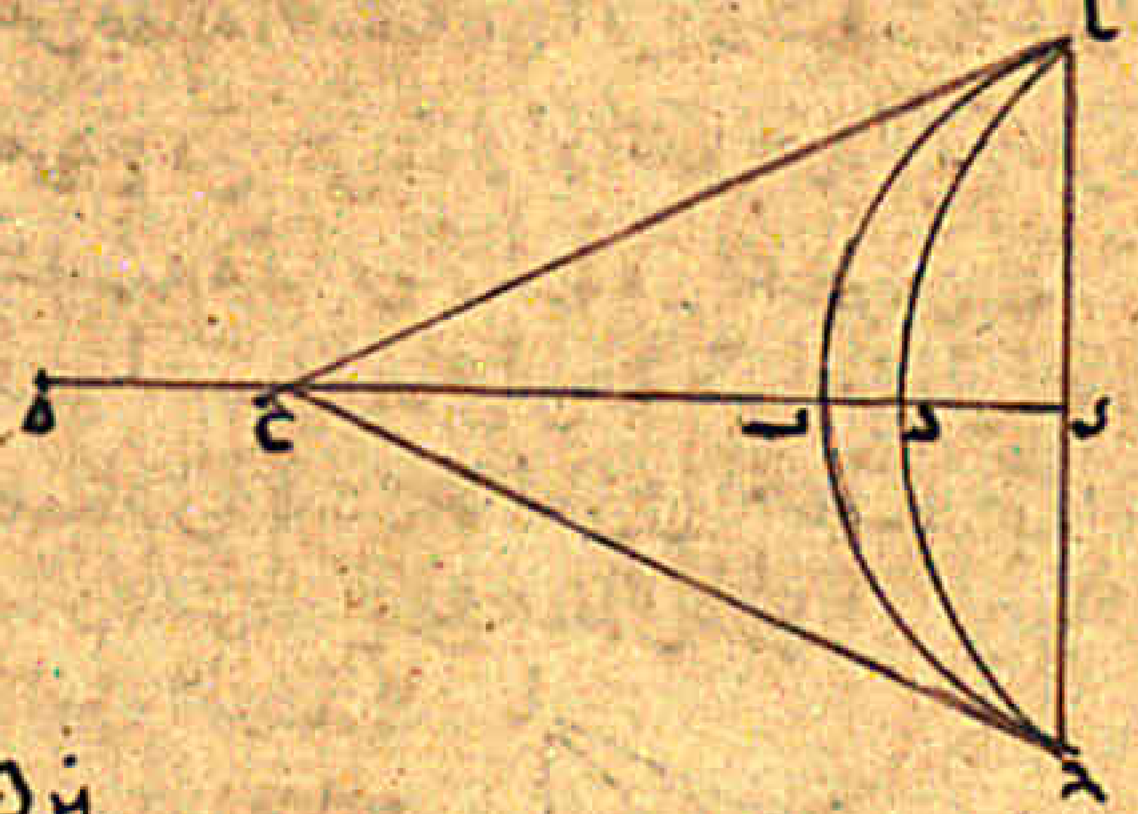
وهما انهما يماسان القطع الزائد الذي عليه ا ذ ب ونصل ا ب ونخرج
من نقطة ز الى وسط ا ب خط ز ه فخط ه ز هو قطر للقطعين كما
بين في الشكل كط من المقالة ب ولكن نقطة ح مركز للقطع
الزائد فسطح ه ح في ح ز مساو لمربع ح د كما بين في الشكل لز
من المقالة ا فنسبة ه ح الى ح د كنسبة ح د الى ز ح واذا نقصنا
منهما ح د ح بقي د ه واذا نقصنا من د ح ز ح بقي د ز فنسبة ه ح الى ح د
كنسبة ه د الى د ز فخط ه د اعظم من خط د ز ولكن من جهة
قطع ا ح ب المكافي ان خط ه د اصغر من خط د ز لان خط ه د
مساو لخط د ز كما بين في الشكل له من المقالة ا وذلك محال لا
يمكن فليس يماس قطع مكافي لقطع زائد في موضعين اذا كان في موضع



القطع المكافي خارجا عن القطع الزائد وكذلك ايضا نبين انه لا يماس قطع مكافي للقطع الناقص ولا لمحيط الدائرة
في موضعين اذا كان في موضع القطع المكافي داخلا منهما وذلك
ما اردنا ان نبين

كح القطع الزائد لا يماس القطع الزائد في موضعين اذا كان مركزهما
واحدا فليماس القطع الزائد الذي عليه ا ب د للقطع الزائد الذي
عليه ا ح د على موضعين وهما نقطتا ا د ان امكن ذلك وليكن

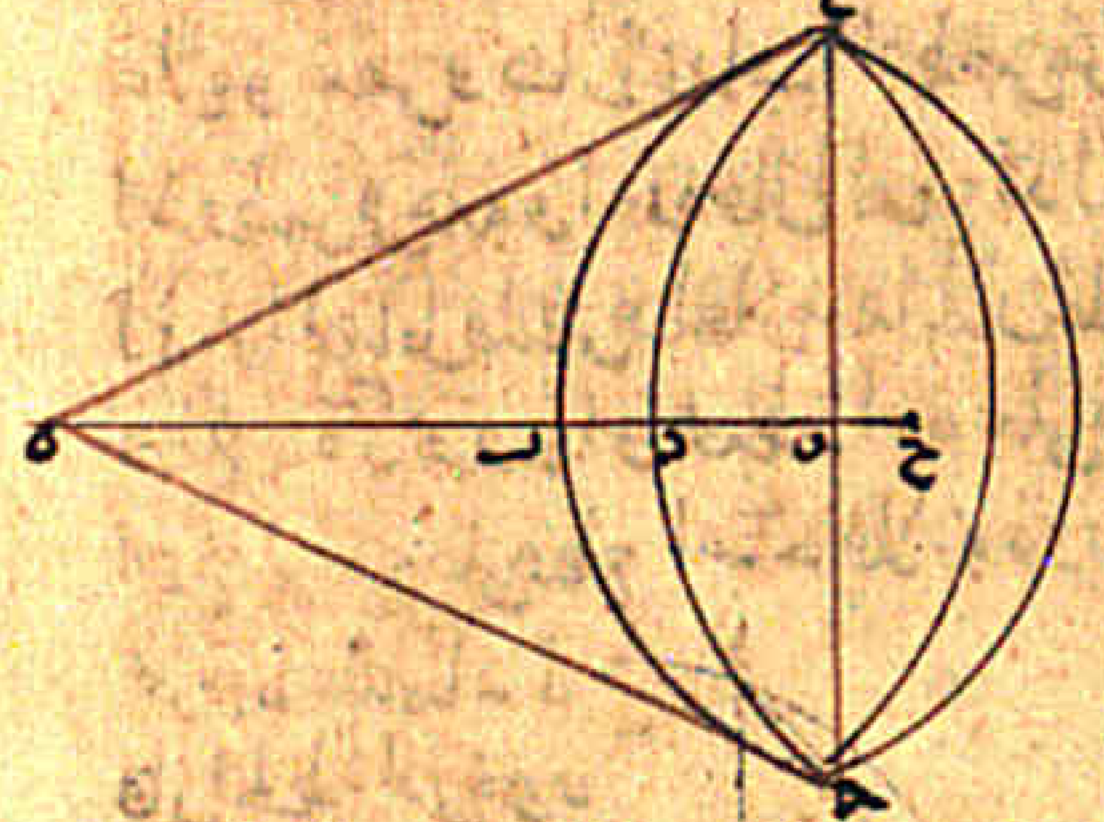
مركزهما نقطة ه ونخرج خطين مماسين للقطع الزائد الذي عليه
ا ب ج د وهما خطا ا ح ح د وهما ايضا مماسان لقطع ا د د فسطح
د ه في ه ح مساوي لمربع ه ب من اجل قطع ا ب د كما تبين في
الشكل ل ز من المقالة آ وبمثل ذلك يتبين انه مساوي ايضا لمربع ه د



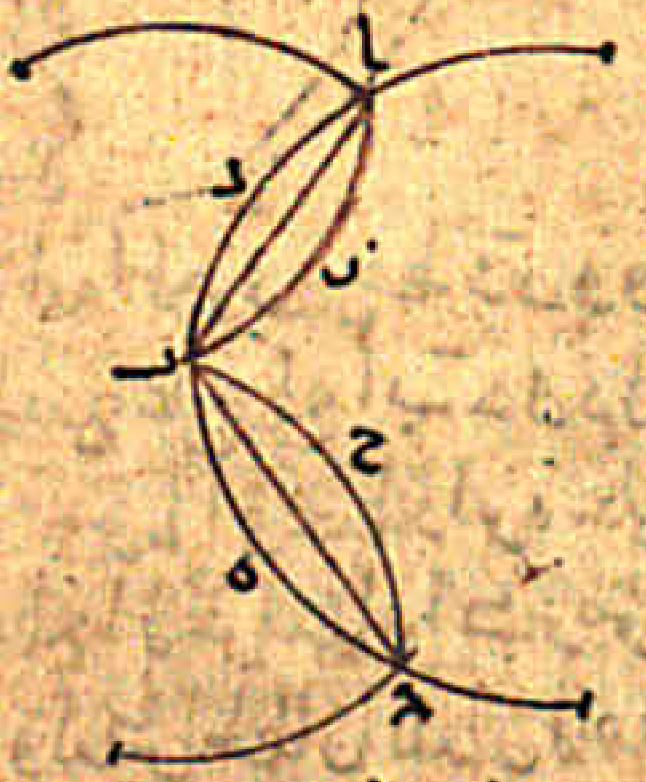
من اجل قطع ا د د
وذلك محال لا يمكن
فليس يماس قطع
زائد لقطع زائد
وهو معه اذا
كان مركزهما
واحدا وذلك
ما اردنا ان نبين

مط اذا كان قطع ناقص يماس قطعا ناقصا او محيط دائرة وكان مركزه
مركز ذلك القطع الناقص او مركز تلك الدائرة فان الخط الذي يصل
بين نقطتي التماس يجوز على المركز فليماس قطعان مما ذكرنا
بعضهما بعضا على نقطتي ا د ويكون مركزهما واحدا ونخرج من
نقطتي ا د خطين مماسين لقطع ا ب د فاقول انهما متوازيان
فان لم يكونا كذلك وامكن فليلتقيا على نقطة ه وهما ايضا
مماسان لقطع ا د د ونصل نقطة ه بنقطة ز التي هي نقطة النصف
من خط ا د بخط مستقيم ونخرجه الى المركز الذي هو نقطة ح
فيكون من اجل القطع الناقص الذي عليه ا ب د سطح ه ح في ح ز
مساويا لمربع ح ب كما تبين في الشكل ل ز من المقالة آ ويكون

من اجل قطع ا د د سطح ه ح في ح ز مساويا لمربع ح د وذلك
محال لا يمكن فالخط المماس اذا موازي للخط المماس ولذلك يكون
ا د قطرا للقطع كما تبين في الشكل ل ز من المقالة آ ب
وذلك ما اردنا ان نبين

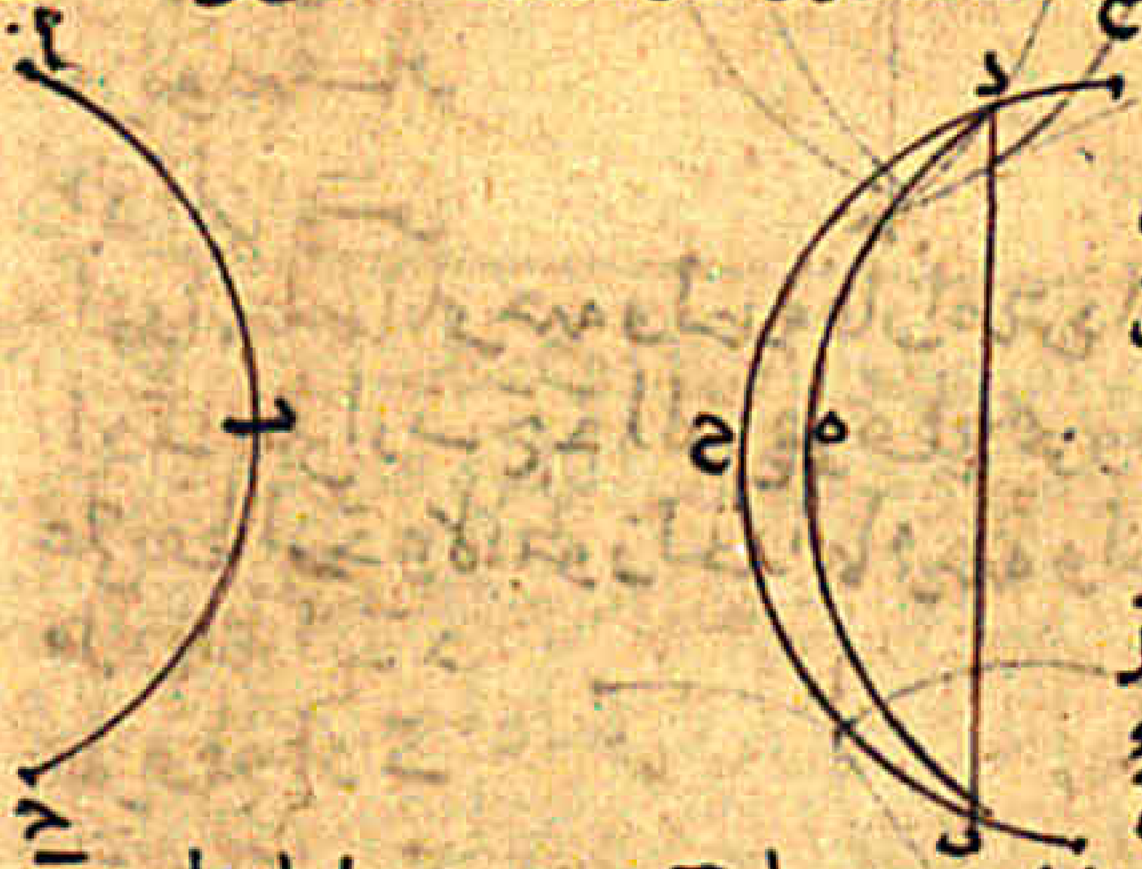


ن قطع المخروط او
محيط الدائرة لا
يقع على قطع
مخروط او محيط
دائرة على اكثر
من اربع نقط
اذا لم يكن
احدهما مما يلي جهة واحدة فان امكن ذلك فليقع قطع
ا ب ج د على ا ب ج د ه الذي هو قطع مخروط او محيط دائرة
على نقط ا ب ج د ولا يكون احدهما في جهة واحدة ونصل ا ب ج د



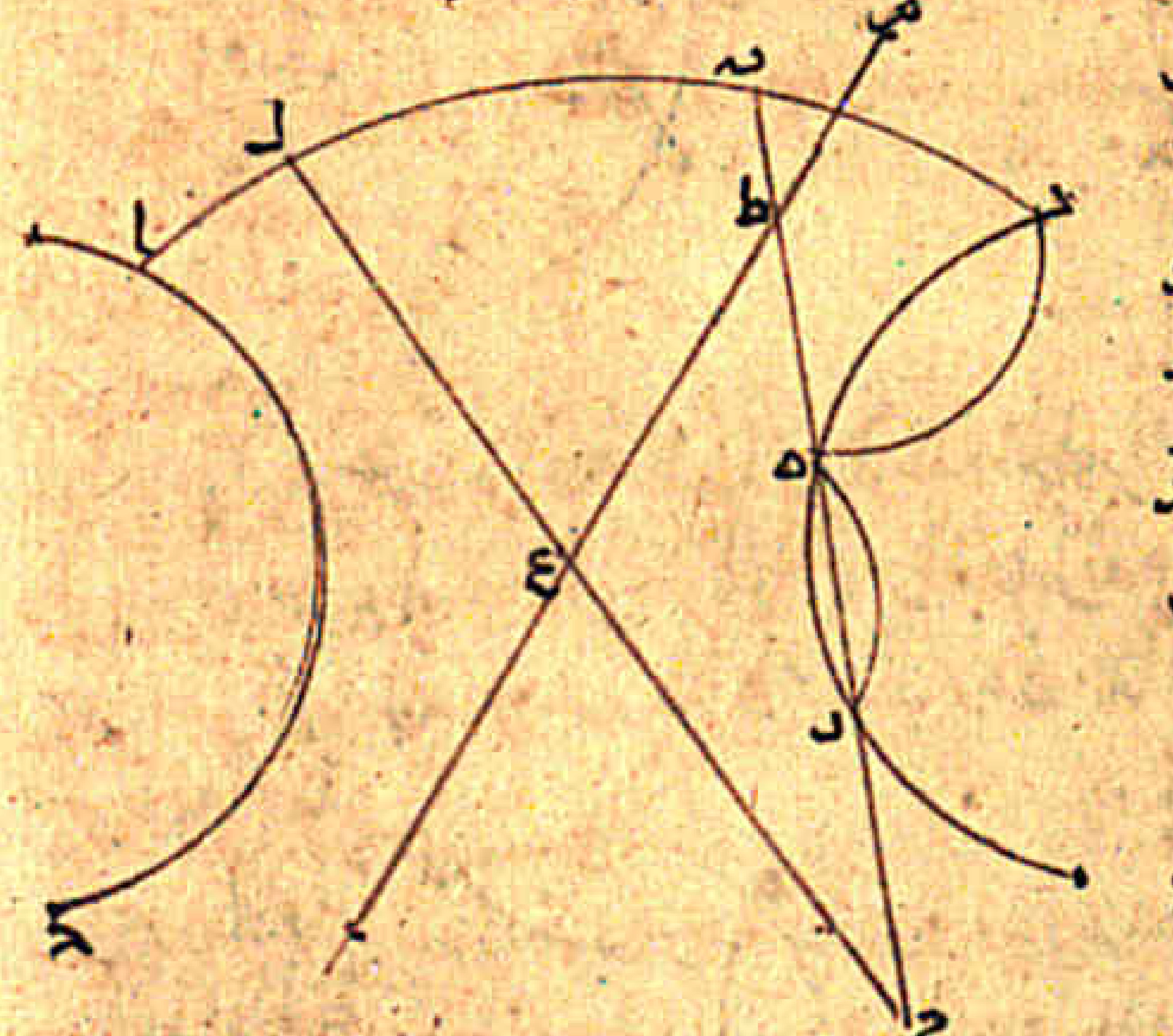
فلان نقط ا ب ج د
على قطع ا ب ج
ه د وا ب وج د
قد التقيا فانهما
خطان يوترانه
مما يلي جهة قوس
ا ب ج ه د وايضا
ولان نقط ا ب ج د على قطع ا ب ج وخطا ا ب ج د قد

فيلقيانها على نقطة ب فصار اب بد خطان بزاوية مما يلي قوس
ا د ب ه د وذلك محال لا يمكن فقد بين انه لا يمكن ان يلتقي هذه
القطوع على اكثر من موضعين وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا وقع قطع مخروط او محيط دائرة على احد القطعين المتقابلين لا
على موضعين وكان الجانب المقعر من القطعين اللذين فيما بين
القطعين في جهة واحدة فان القطع اذا اخرج لم يقع على القطع
الاخر المقابل فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د ه د وليلق مقطع
قطع د ه ز مخروط او محيط دائرة على نقطتي د ز فاقول انه اذا
اخرج لم يقع على قطع ا ب ح فلانه قد تعلمت نقطتان في قطعي



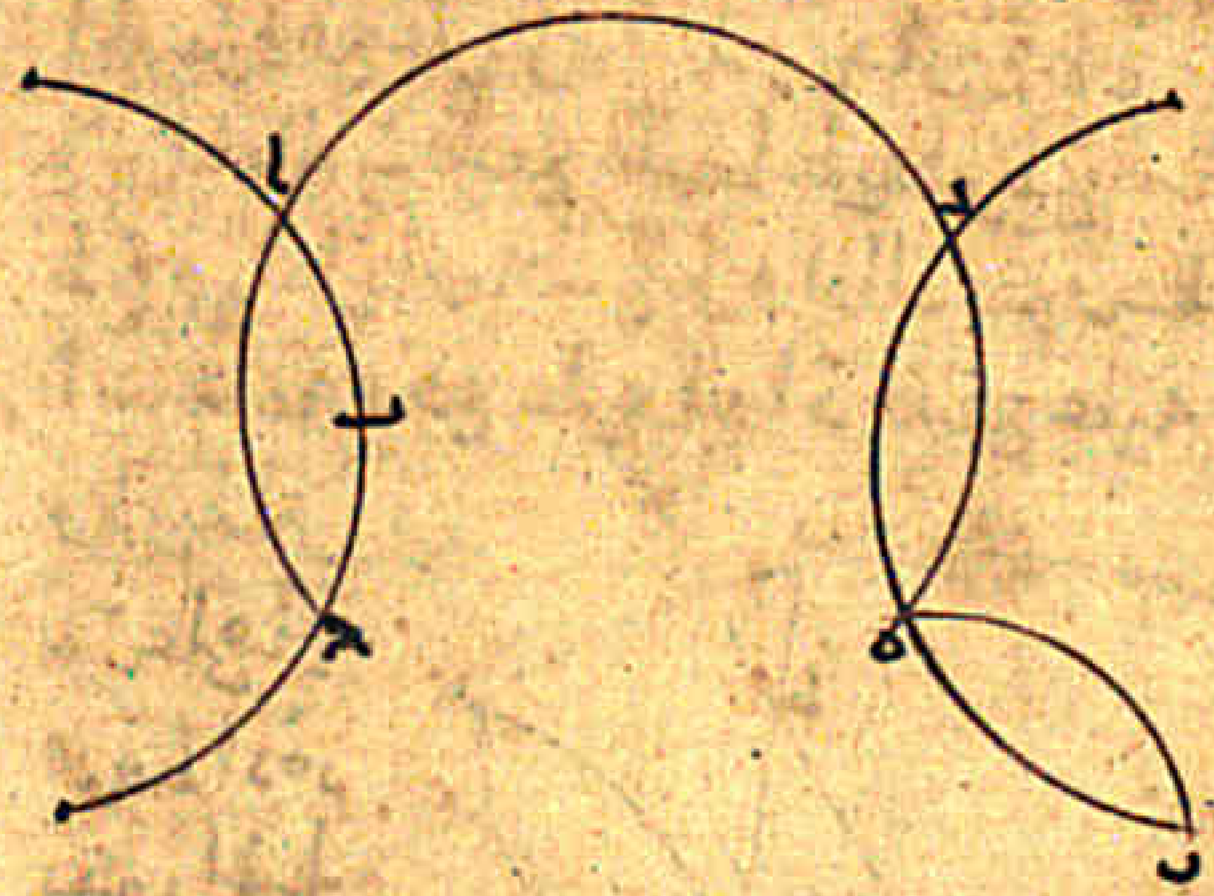
مخروط عليهما د ز
فان الخط الذي يجوز
عليهما يقع داخلهما
وقطعه د ه ز د ح ز
كما بين في الشكل
ح من المقالة ا ولذلك
اذا ما امتد قطع
د ح ز خرج الى الجهة الاخرى من خط د ز ووقع فوق اطراف قطع د ه ز
ومن اجل ذلك لا يقع على قطع ا ب ح وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا وقع قطع مخروط او محيط دائرة على احد القطعين المتقابلين لب
فانه لا يقع على القطع الاخر منهما في اكثر من موضع فليكن قطعان
عليهما ا ح د ه ز ولتكن الخطان اللذان لا يقعان عليهما خطي ل ح
م ع ولنقع على قطع المخروط الذي عليه ا ح قطع مخروط او محيط

دائرة على نقطة ا فاقول انه لا يقطع قطع د ه ز على اكثر من موضع
فليقطعه ان امكن في موضعين وهما نقطتا د ه ز ونصل نقطة ه بنقطة ز
فلان قطع د ه ز قطع زائد والخطان اللذين لا يقعان عليه هما م ع
ع ح ونقطة ز تقطع قطع د ه ز في موضعين فانه اذا اخرج في كلتي
الجهتين وقع على كل واحد من خطي م ع ع ح كما بين في الشكل
ح من المقالة ب فليقع عليهما على نقطتي ط ح فيكون خط ح و اما من خط
ط ح في داخل زاوية ل ع م ولذلك يكون خط ح ط اذا امتد على
استقامة وقع على قطع ا د فليقع عليه على نقطة ن ولان



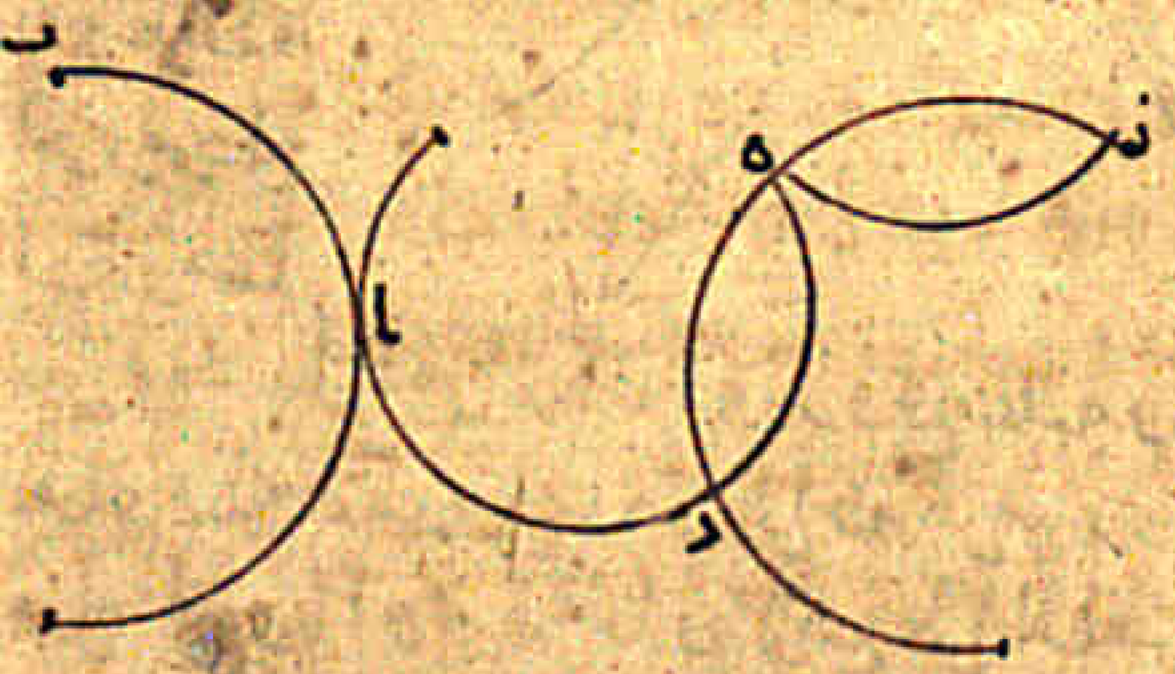
ولان نقطتي
ه ز على قطع
مخروط ا د ه ز
يكون الخط
الذي يخرج من
نقطة ه الى
نقطة ز لا
يقع على نقطة
اخرى من قطع
ا د ه ز كما
بين في الشكل ح من المقالة ا وقد وقع عليه وذلك محال لا يمكن فليس
يقطع قطع ا د ه ز قطع د ه ز على اكثر من موضع وذلك ما اردنا ان نبين لج
قطع المخروط او محيط الدائرة لا يقع على القطعين المتقابلين في اكثر
من اربعة مواضع فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د ه ز فاقول

ان قطع المخروط او محيط دايره لا يقع واحد منهما على القطعين المتقابلين
واكثر من اربع مواضع فليقع على مواضع اكثر وهي نقط ا د ه د
فلان قطع مخروط او محيط دايره قد وقع على احد القطعين المتقابلين
على نقطتي د ا فانه لا يقع على القطع الاخر في اكثر من موضعين كما



بين في الشكل
الذي قبل هذا
ولكنه قد
وقع على ثلثه
مواضع وذلك
ما لا يمكن وذلك
ما اردنا ان
نبين

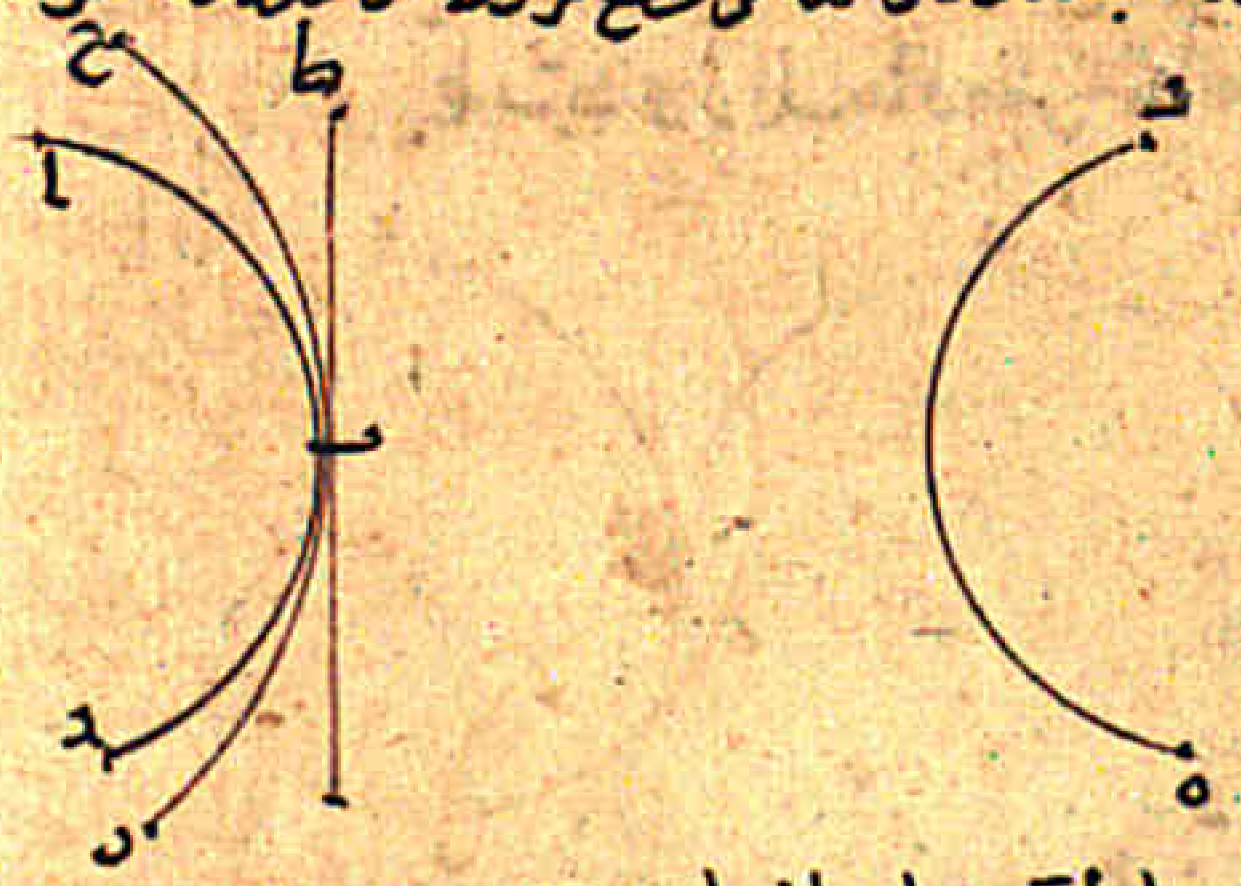
لد اذا ماس قطع مخروط او محيط دايره لاحد القطعين المتقابلين بمما
ثلي حدبهما فانه لا يقع على القطع الاخر المقابل له في اكثر من
موضعين فليماس قطع مخروط او محيط دايره لاحد القطعين المتقابلين
على نقطه ا مما



يلي حدبهما فاقول
انه لا يقطع القطع
الاخر في اكثر من
موضعين فان
امكن يقطعه
فليقطعه على نقطة د ه د فهو لهذه المسايل ما قلنا قبل وبين انه لا

يمكن ذلك وذلك ما اردنا ان نبين

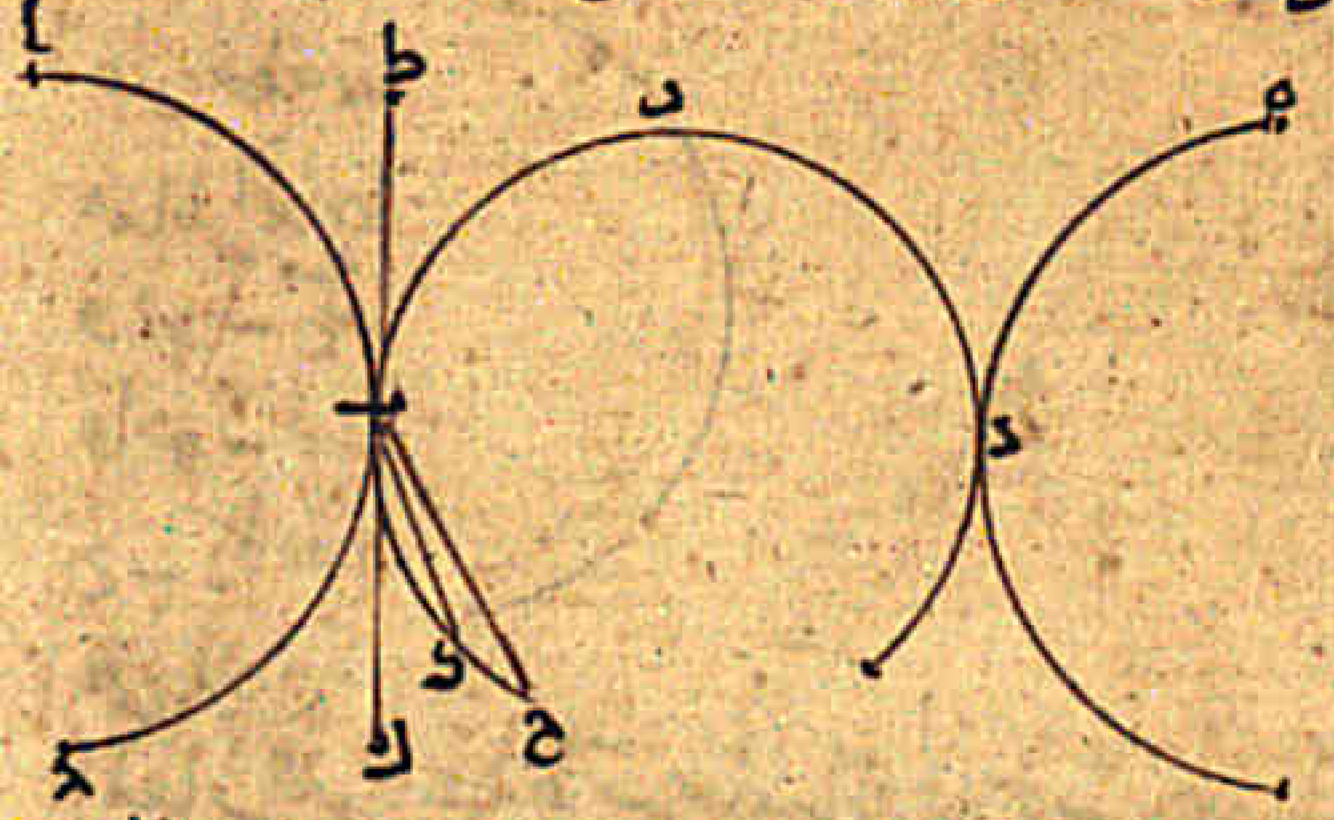
له اذا ماس قطع مخروط او محيط دايره احد القطعين المتقابلين بمما
يلي بطن تقويسه فانه لا يقع على القطع الاخر المقابل له فليكن قطعان
متقابلان عليهما ا ب د ه وليماس قطع مخروط او محيط دايره



لقطع ا د ح
على نقطه ب
مما يلي حدبهما
وهو ب ح د
فاقول ان
ح ب د لا يقع
على قطع ه د
المقابل فنخرج خط ط ب مماسا لقطع ح ب د فهو بين انه مماس
ايضا لقطع ا ب د ولان ح ب د مماس لقطع ا ب د وخط ب ط وخط
ب ط لا يقع على قطع د ه كما تبين في الشكل ح من المقاله ب فهو بين
ان قطع ح ب ايضا لا يقع على قطع د ه وذلك ما اردنا ان نبين

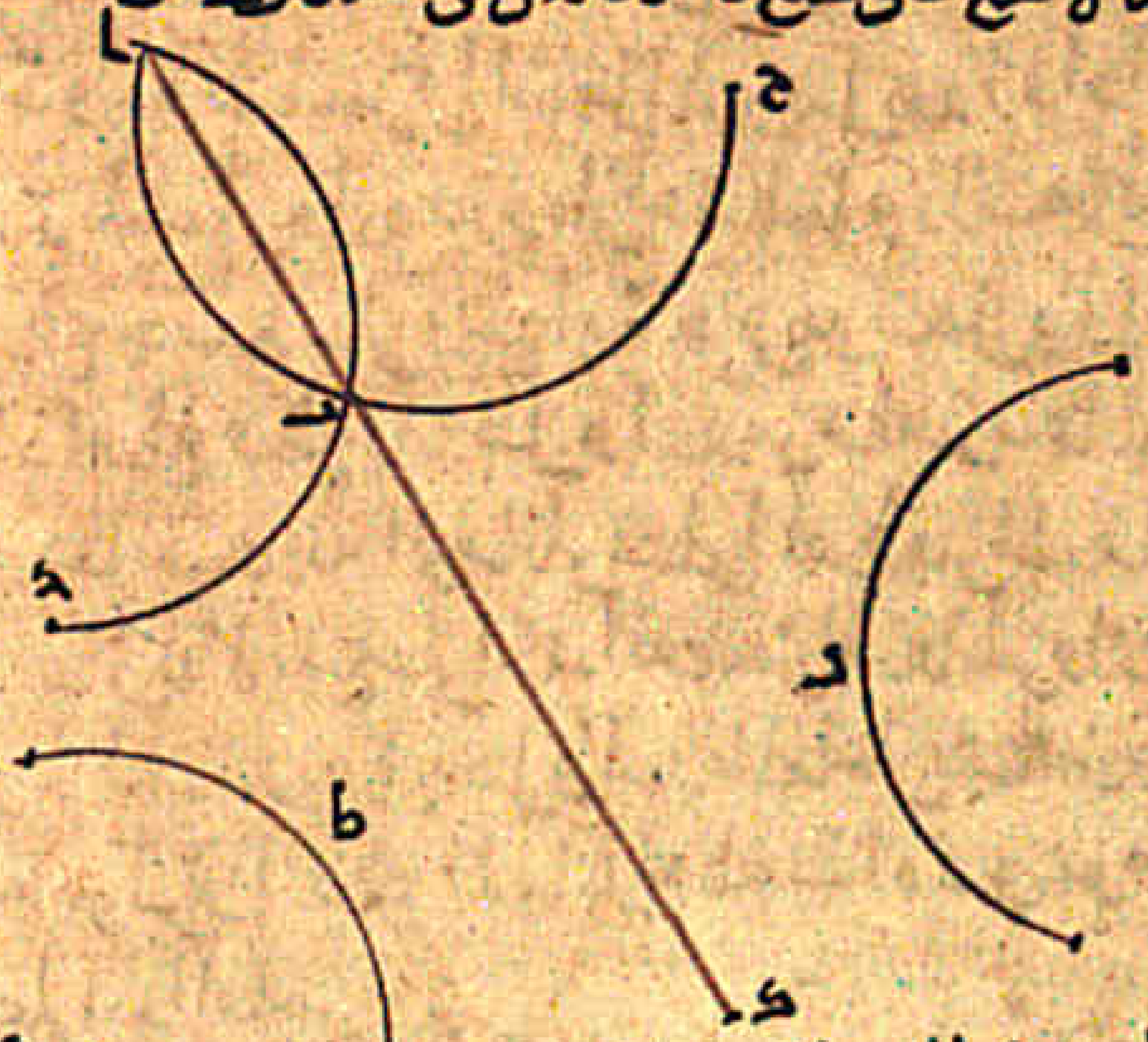
لو اذا ماس قطع مخروط او محيط دايره كل واحد من القطعين
المتقابلين على نقطه واحده فانه لا يقع عليهما في موضع اخر فليكن
قطعان متقابلان عليهما ا ب د د ه وليماسهما قطع ب د على نقطتي
ب د فبين ان ب د لا يقع عليهما في موضع اخر فلان قطع ب د
مماس قطع ا ب د على نقطه ب ويقع على قطع د ه فلذلك لا
يكون مماسه ب د لقطع ا ب د الا مما يلي الحدبه وذلك

انه ما بين ب د لقطعة د مماثل لحدابه فليخرج خط ب ط مماسا
لقطع ا ب د ونبين انه يماس ايضا قطع ب ز د فان امكن غير ذلك
فليقطع خط ب ط قطع ب ز د على نقطة ح ونعلم على قطع ب ح
نقطة ك ونصل ب ك فيقع خط مماس قطع ب د وخط ب ح
المماس وهو خط ب د وذلك ما لا يمكن كما بين في الشكل كد من

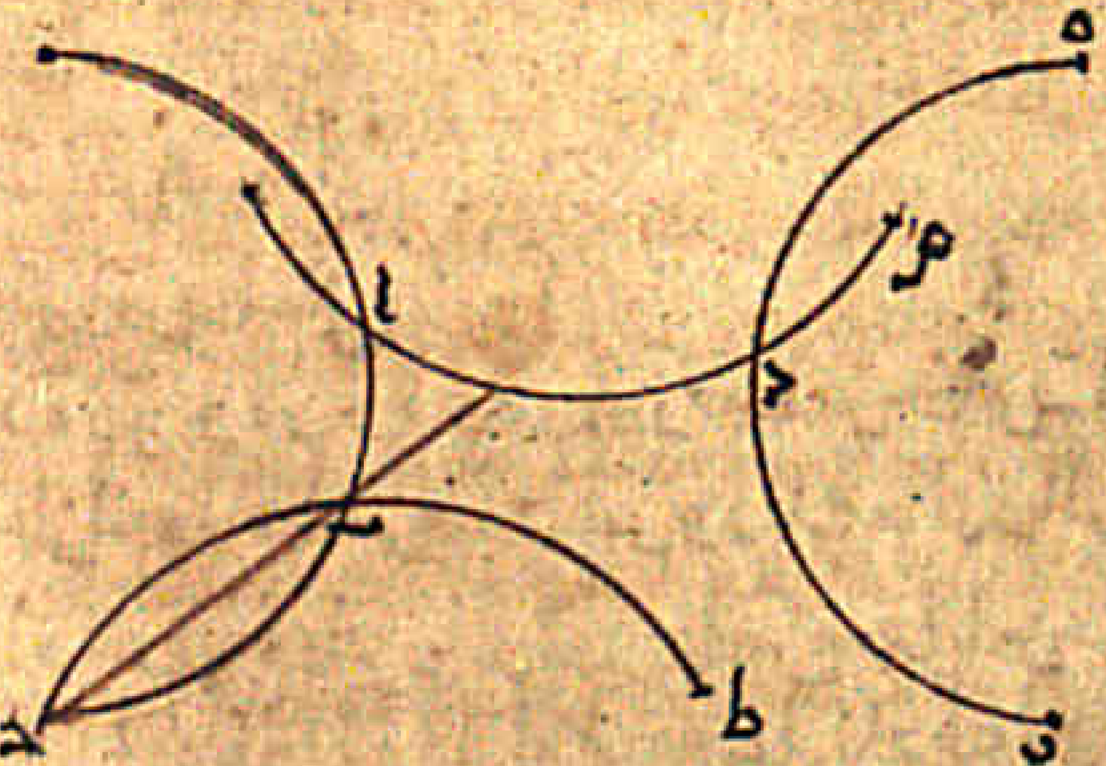


المقالة ا فليس يقطع خط ب ط قطع ب ز د ولكنه يماسه فليماسه
مثل خط ب ط ك ويكون القطعان عن جنبتيه فليس يلتقيان على غير
من نقطة ب وكذلك ايضا يتبين في قطعة ز وذلك ما اردنا ان نبين
لز اذا وقع قطع دائر على احد القطعين المتقابلين على موضعين منه
وكان الحداب كل واحد منهما في خلاف جهة الحداب الاخر فان
القطع المقابل للقطع الدائر لا يقع على القطع الاخر المقابل له
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د ويقع على احدهما وهو
قطع ا ب د قطع محيط دائر وهو قطع ا ب ح على نقطتي ا ب
ويكون الحدابه في خلاف جهة الحداب ا ب د ولنكن قطع مقابل
لقطع ا ب ح عليه ط فاقول ان قطع ط لا يقع على قطع د فصل
نقطة ا نقطة ب بخط مستقيم ونخرجه على استقامته فلان ا ب ح د

قطعان متقابلان وقد تقاطعا على احدهما نقطتان وهما ا ب فان الخط
الذي يجوز عليهما لا يقع على قطع د كما بين في الشكل كح من المقالة



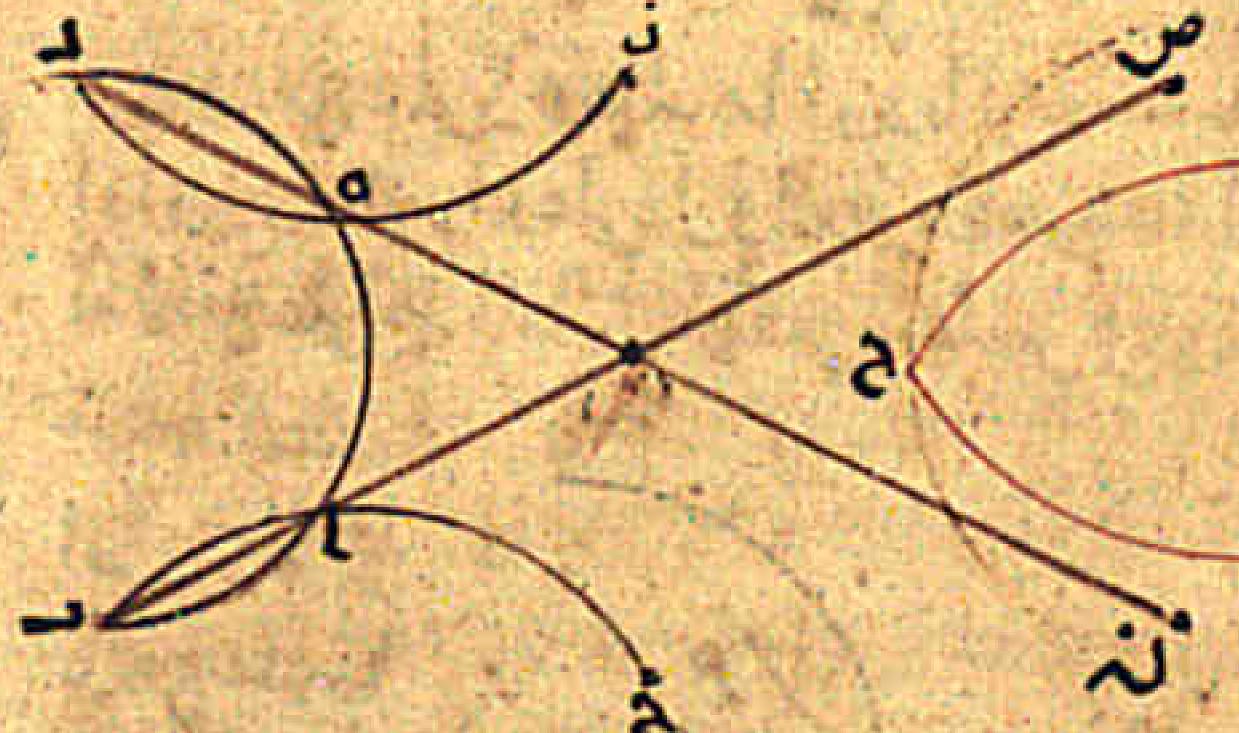
ب وكذلك المقابل يقع على قطع ط ولذلك يكون خط ا ب د يعرف بين قطع د ط فقد تبين
ان ط لا يقع على د وذلك ما اردنا ان نبين ٥
لح اذا وقع قطع دائر على كل واحد من قطعين متقابلين فان القطع المقابل
له لا يقع على احد دينك القطعين المتقابلين في موضعين فليكن قطعان
متقابلان عليهما



ا ب د د ه ز ويقع عليهما قطع دائر عليه ا د فاقول ان القطع المقابل لقطع ا ب د
لا يقع على احد القطعين المتقابلين في موضعين منه فان امكن ذلك فليقع

وقطع ح ط على قطع ا ب د على نقطتي ح ب والخط الذي يخرج من
نقطة د الى نقطة ب لذا اخرج على استقامته يجب ان يقع فيما
ا د و ه د مماسين في الشكل الذي قبل هذا واذا كان قطعا ا د
د ب ملتقيان فانه يقع على احدهما وذلك ما لا يمكن فليس يقع
قطع ح ط على قطع ا ب د في موضعين وذلك ما اردنا ان نبين

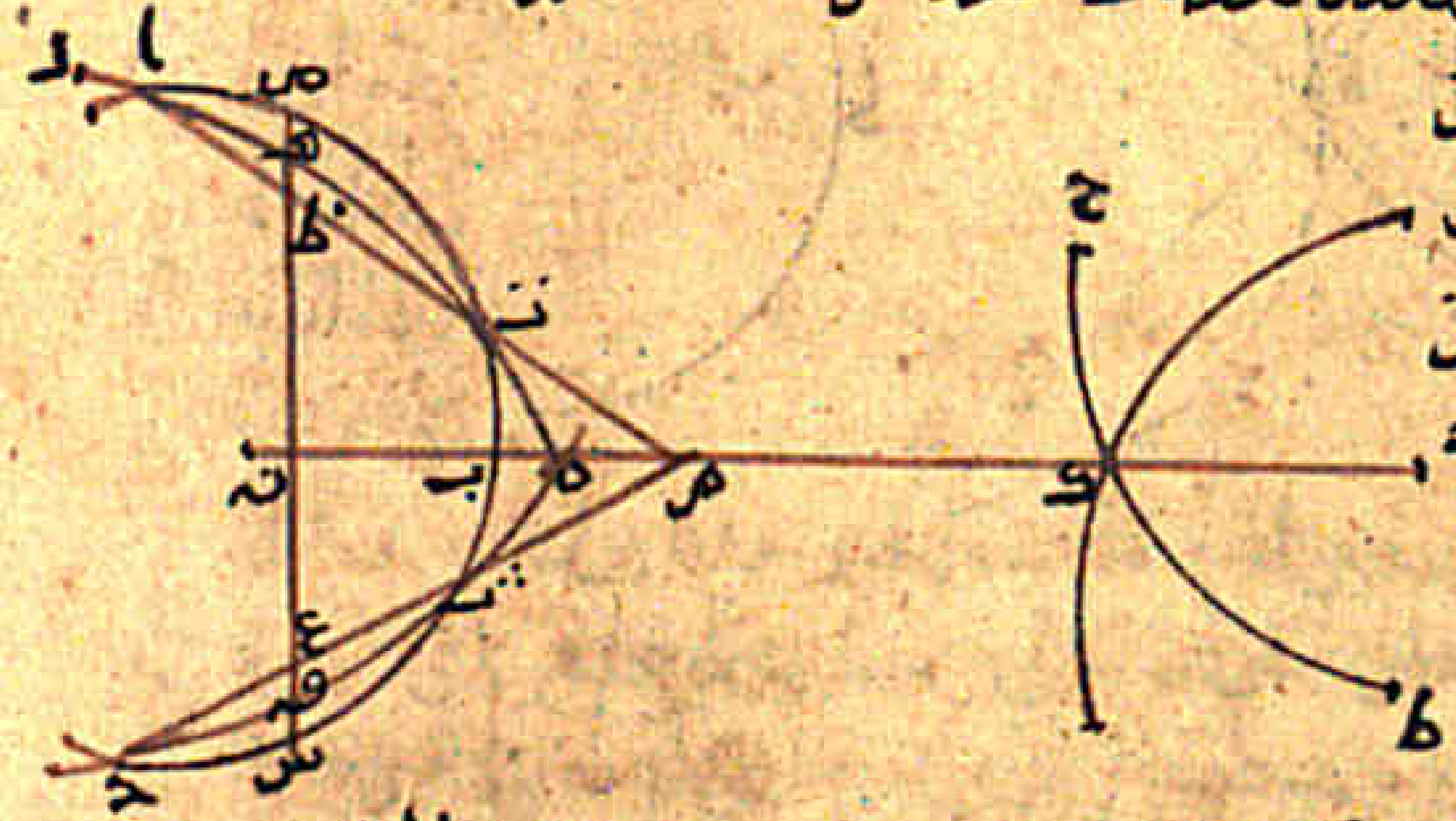
اذا قطع قطع زائد كل واحد من قطعين متقابلين على نقطتين لط
وكانت حدبته التي تلي كل واحد من القطعين المتقابلين فان القطع
المقابل له لا يقع على احد القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان
وقطع زائد يقطع كل واحد منهما على نقطتين وهي نقط ا ب د ه
فاقول ان القطع المقابل لقطع ا ه د وهو قطع ح لا يقع



على احد القطعين
المتقابلين وبيان
ذلك انا نخرج ب ا
و د ه ونخرجهما
مماسا ان خط
ب ل لا يجوز على
فيما بين قطعي
د ه ن ح ولا نخط د ه نجوز فيما بين قطعي ل د ح فلا يقع قطع ح
على احد القطعين المتقابلين وذلك ما اردنا ان نبين

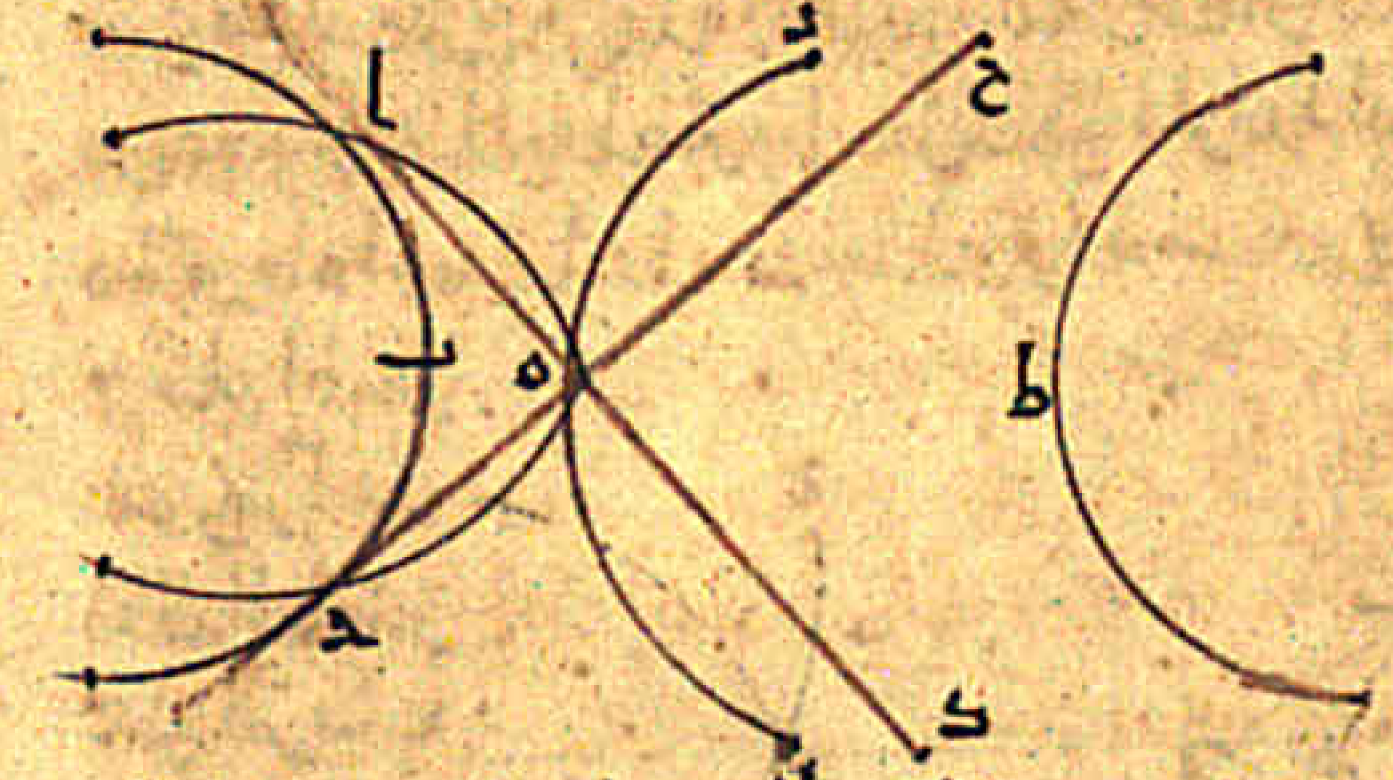
اذا قطع قطع زائد احد قطعين متقابلين على اربعة مواضع م
فان القطع المقابل له لا يقع على القطع الاخر من القطعين المتقابلين
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ح د ح ط ولنقطع قطع ا ب د

قطع زائد وهو د ا ه د على اربعة مواضع وهي ا ب ن د فاقول
ان القطع المقابل لقطع د ه د لا يقع على قطع ح ط فان امكن
ذلك فليقع عليه على نقطة ك ونصل خطوط ا ب ح ن ونخرجها
على استقامة و قد بين في الشكل كه من المقالة ب ان ا ب
ح ن ملتقيان فليلتقيا على نقطة م ونجعل نسبة ا م الى م ب
كنسبة ا ط الى ط ب ونسبة ح م الى م ن كنسبة ح ع الى ع ن
ونصل ع ظ ونخرجه الى نقطتي س ص فيكون الخطوط التي تخرج
من س ص الى نقطة م مماسة للقطع الزائد الذي عليه ا م ح ب
بين في الشكل ح من هذه المقالة ويكون الخطان اللذان يخرجان
من نقطتي ف ق الى نقطة م مماسين للقطع الزائد الذي عليه
د ه ق ف واذا اوصلنا نقطة ك بنقطة م بخط مستقيم واخرجناه



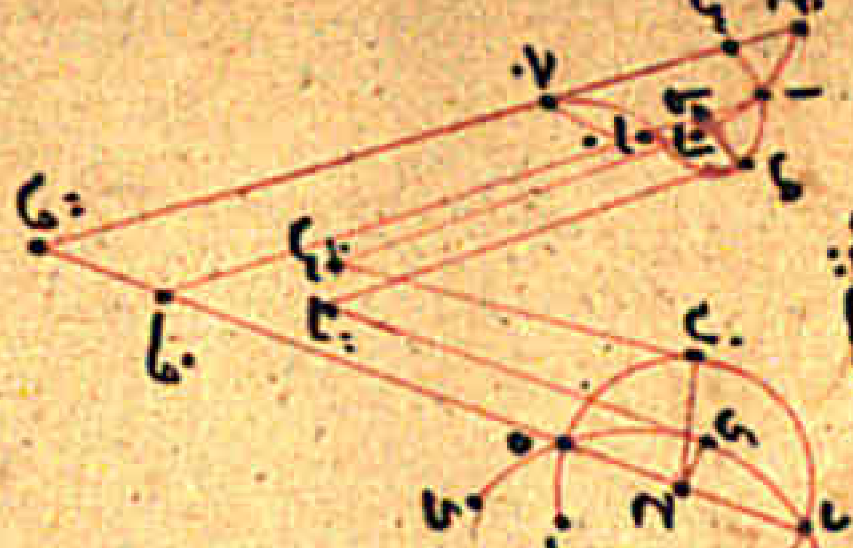
في كلتي الجهتين
يكون من احد
الخطين المماسين
للقطع امر بين ح
نسبة ن ه ك
الى ك م كنسبة
ن ب الى م ب
مماسين في الشكل لط من المقالة ح ويكون من احد الخطين المماسين
لقطع د ف ه ق نسبة ن ك الى ك م كنسبة ن ه الى ه م وذلك
ما لا يمكن فليس يقع اذا القطع المقابل لقطع د ه ح على قطع ح ط
وذلك ما اردنا ان نبين

مآ اذا وقع قطع زائد على احد قطعين متقابلين وهو مقعر وكان تقويسهما في جهة واحدة ووقع على القطع الآخر المقابل على نقطة ما فان القطع المقابل لذلك القطع الزائد لا يقع على واحد من القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما اب ج د ه ز وقطع زائد عليه ا ه ج يقع على قطع ا ب ج وهو مقعر وهما الى جهة ويقع على قطع د ه ز على نقطة واحدة وهي ه فاقول ان القطع المقابل للقطع ا ه ج الزائد وهو ط لا يقع على احد قطعي ا ب ج د ه ز وذلك انا ان اخرجنا خطوط ا ه ك ح ه ح لا تقع على قطع د ه ز على نقطة ثانية لكن ا ح ط قطعان متقابلان وقد وقع على احدهما كل واحد من خطي ا ه ك ح ه ح على نقطتين فمن اجل ذلك لا يقعان على قطع ط كما بين في الشكل من المقالة فلذلك لا يقع قطع ط على واحد من قطعي ا ب ج د ه ز وذلك ما اردنا ان نبين

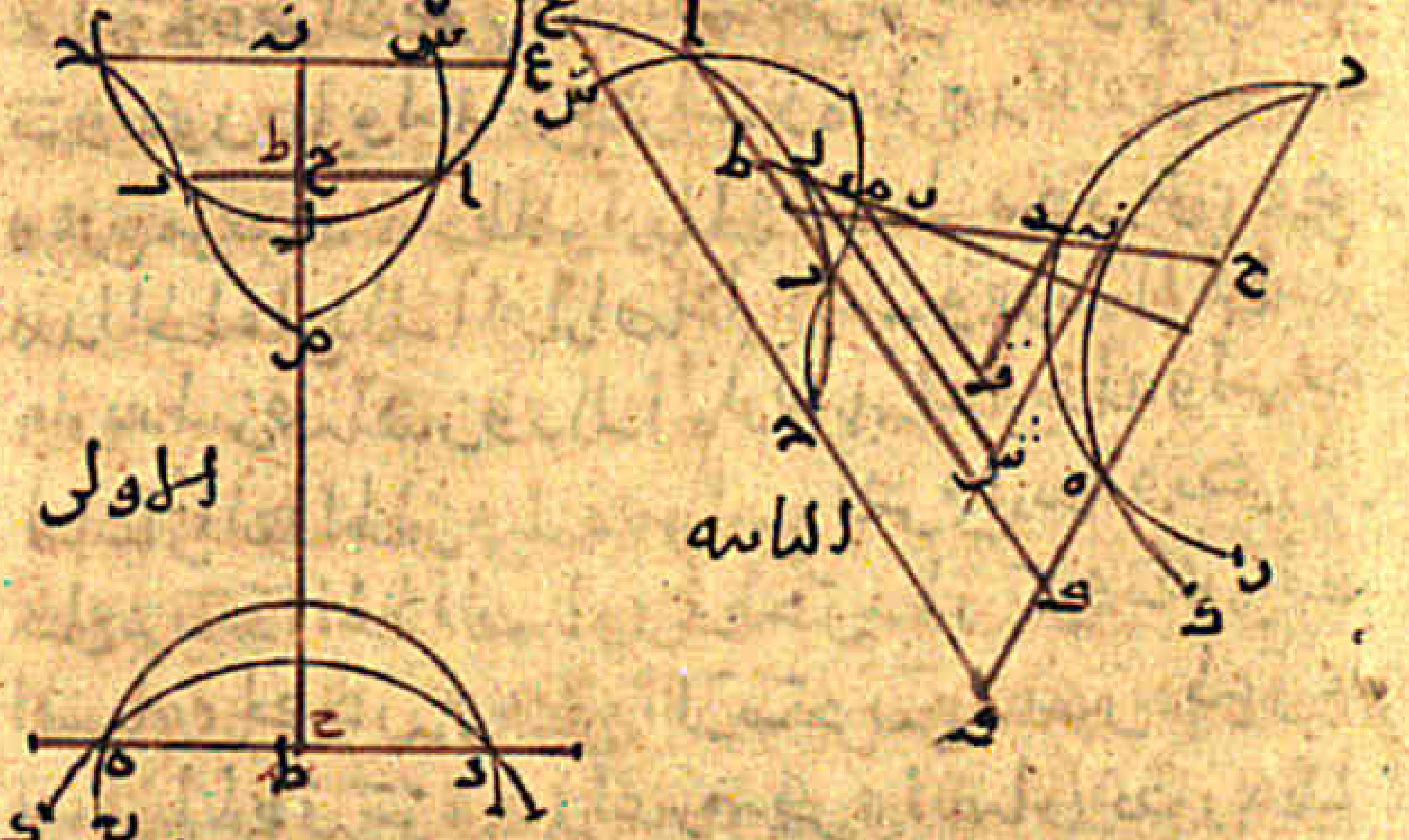


مب اذا لقي قطع زائد احد القطعين المتقابلين في موضعين فان القطع المقابل له لا يلقى القطع الآخر في اكثر من موضع واحد فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د ه ز وقطع

زائد عليه ا م ب ج ويلقى هذا القطع قطع ا ب ج على نقطتي ا ج وليكن القطع المقابل للقطع ا م ب ج قطع د ه ك فاقول ان قطع د ه ك لا يلقى قطع د ه ز في اكثر من موضع واحد فان امكن ان يلقاه في اكثر من موضع فليلقه على نقطتي د ه ونصل خطي ا ج د ه فهذان الخطان اما ان يكونا متوازيين واما ان لا يكونا كذلك فليكونا اولا متوازيين على ما في الصورة ا ونقسم خطي ا ج د ه بنصفين على نقطتي ح ط ونصل خط ح ط فخط ح ط قطر للقطوع كلها كما بين من الشكل من المقالة ب ويكون كل واحد من خطي ا ج د ه على هذا القطر على ترتيب ونخرج من نقطة ب خطا موازيا لخط ا ج عليه ب ن س ع فيكون هذا الخط على ذلك القطر ايضا على ترتيب فهو يلقى القطعين على نقطتين مختلفتين وذلك انه لو لقيهما على نقطة واحدة لما كان يلقى الخطين في مواضع ويكون في قطع م ب ج الخط المساوي لخط ن س ويكون الخط المساوي لخط ن س في قطع ا ب ج ن ع فيكون خط ع ن مساويا لخط ن س وهذا غير ممكن فلا يكون خطا ا ج د ه متوازيين لكن نخرجهما وليلتقيا على نقطة ق على ما في الصورة ب ونخرج خط ع موازيا لخط ا ق ويلقى هذا الخط اذا اخرج خط د ق على نقطة ق ونقسم خطي ا ج د ه بنصفين على نقطتي ح ط ونخرج من نقطتي ح ط قطري ح ط م ل ونخرج من نقطتي خطوطا مماسة للقطوع عليها

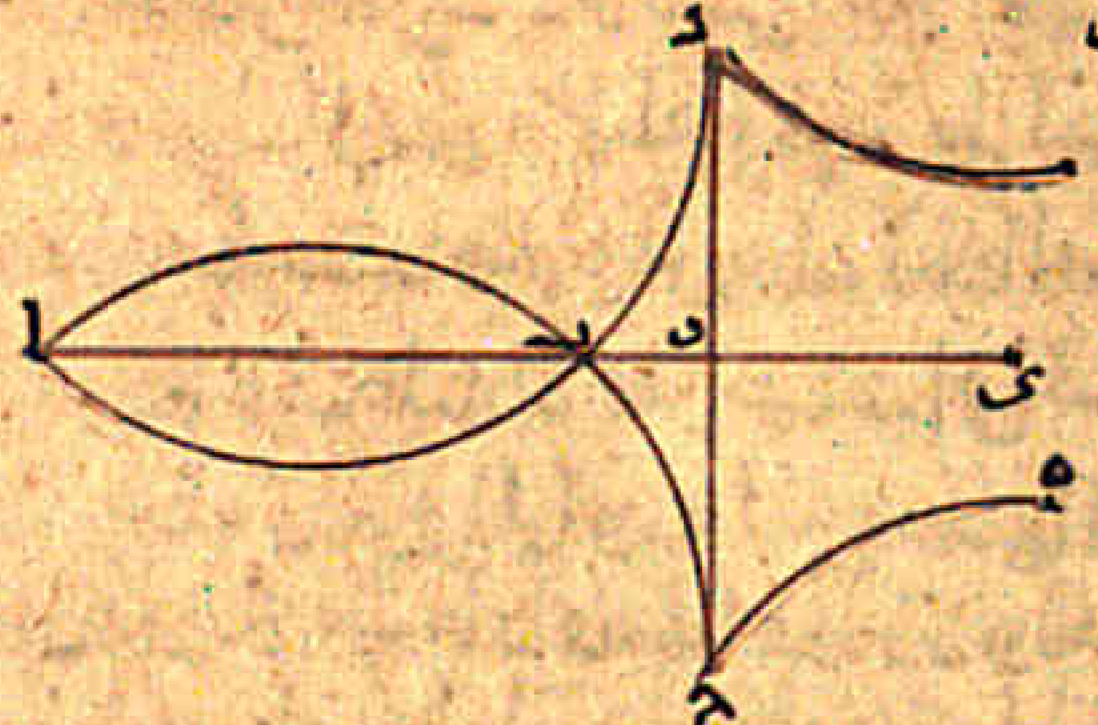


لخط دق وخط الشين مثل ت مواز لخط اقع ق فيكون نسبة
مربع مثل ت الى مربع ت ي كنسبة سطح اق في قب الى سطح
دق في قه كما تبين في الشكل من المقالة ج وتبين من
اجل ذلك نسبة مربع لت ش الى مربع ش ت كنسبة سطح
اق في قب الى سطح دق في قه فنسبة مربع مثل ت الى مربع
ت ي كنسبة مربع لت ش الى مربع ش ن فاما نسبة مربع مثل ت
الى مربع ت ي فانها كنسبة سطح ش ه في ه د الى سطح دق



في قه كما تبين في الشكل من المقالة ج واما نسبة
مربع لت ش الى مربع ش ن فهي كنسبة سطح ع ه في ه د الى
سطح دق في قه فسطح ع ف في ف د مساو لسطح ش ه في
ه د وهذا غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبين
اذا ماس قطع زائد احد القطعين المتقابلين على نقطة وقطع
القطع الاخر فيما في موضعين فان القطع المقابل له لا يلقي

احد القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما اب ج د ولنكن
قطع ما زائد عليه اب د ولنقطع هذا القطع قطع اب ج على
نقطتي ا ب وليماس قطع د على نقطة د ولنكن القطع المقابل
لقطع اب د قطع ه فاقول ان قطع ه لا يلقى واحدا من قطعي اب
ج د فان امكن ان يلقى احدهما فليلق قطع اب د على نقطة ح
ونصل خط اب ونخرج من نقطة د خطا مماسا للقطعين اب ج د
فهو يلقى خط اب كما تبين من الشكل من المقالة ب



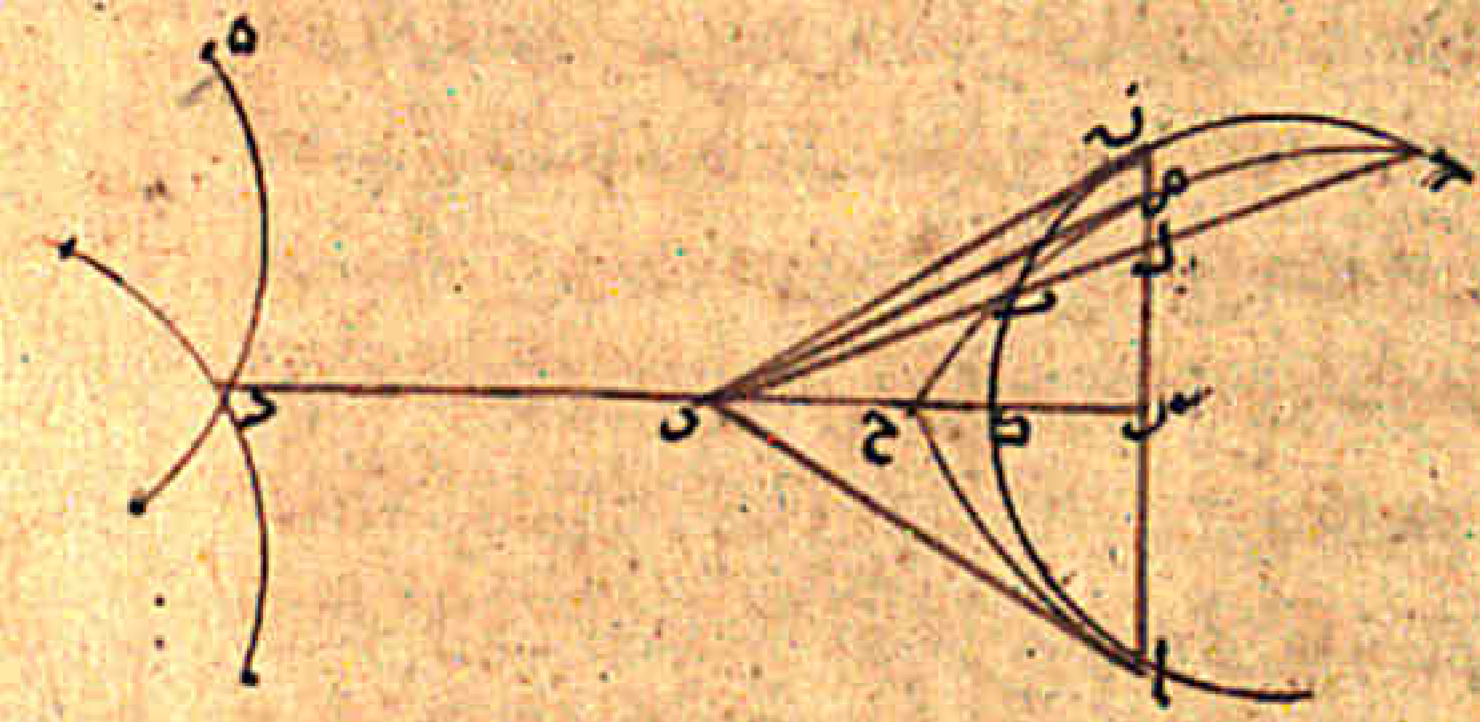
فليلقه على نقطة ت
ونقطة ت هي فيما
بين الخطين اللذين
لا يقعان على
قطع اب د
والقطع
المقابل لها
القطع هو قطع د ه فالخط الذي يخرج من نقطة د الى نقطة ت
اذا انفذ على استقامة فانه يقع داخل زاوية ... ولنخرج ايضا
قطع زائد ... خط اب د ... خط اب
نقطة فان نقطة ت فيما بين الخطين اللذين لا يقعان على قطع
اب د والقطع المقابل لها القطع هو قطع د فخط د ت
يقع اذا خرج من نقطة ت في زاوية ... زد ت يماس قطع
د المقابل لقطع اب د فهو لا يلقى قطع اب ج على نقطة ب فقطع
ل ت وليس نقطة ح في داخل زاوية ... فقطع ح يقع داخل

زاوية د ر ى هذه اخلف وذلك ان هذا الخط قد كان بين انه
يقع اذا انفذ في زاوية ب ر د فليس يقع قطع ه على اخر قطعي
ا ب د وذلك ما اردنا ان نبين

مد اذا ماس قطع زائد احد القطعين المتقابلين في موضع واحد
وقطعه في موضعين فان القطع المقابل له لا يقطع القطع الاخر
من القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د ه ح
ولكن قطع زائد عليه ا ج ح وليماس قطع ا ب ج د على نقطة ا
وليقطعه على نقطتي ب ج د ولكن القطع المقابل لقطع ا ج د
قطع ه فاقول ان قطع ه لا يلقى قطع ه د فان امكن فليلقه على نقطة
د ونصل خط ب د ونخرج من نقطة ا خطا مماسا للقطعين
فهو يلقى خط ب د على ا ن فيمر كما بين في الشكل الذي قبل
هذا ان نقطة ر هي في الزاوية التي يحيط بها الخطان اللذان
يماسان قطع ا ب فاذا وصلنا خط ر د واخرجناه قطع
المقطوع فيماس نقطتي ا ب على نقطتي ح ك ولتكن نسبة ح ل الى
ل ب كنسبة د ر الى ر ب ونصل خط ا ل وننفذه فهو يقطع
القطعين على نقطتين مختلفتين فليقطعهما على نقطتي م ن فالخطان اللذان
يخرجان من نقطة ر الى نقطتي م ن مماسان للقطعين كما بين
في الشكل ح من هذه المقالة ويكون من اجل احد
القطعين نسبة ر د الى ر ب كنسبة س ح الى ح ر كما
بين من الشكل لط من المقالة ويكون من اجل القطع
الاخر نسبة س د الى د ر كنسبة س ك الى ك ر وهذا
غير ممكن فليس يلقى القطع المقابل للقطع الزائد

قطع د وذلك ما اردنا ان نبين

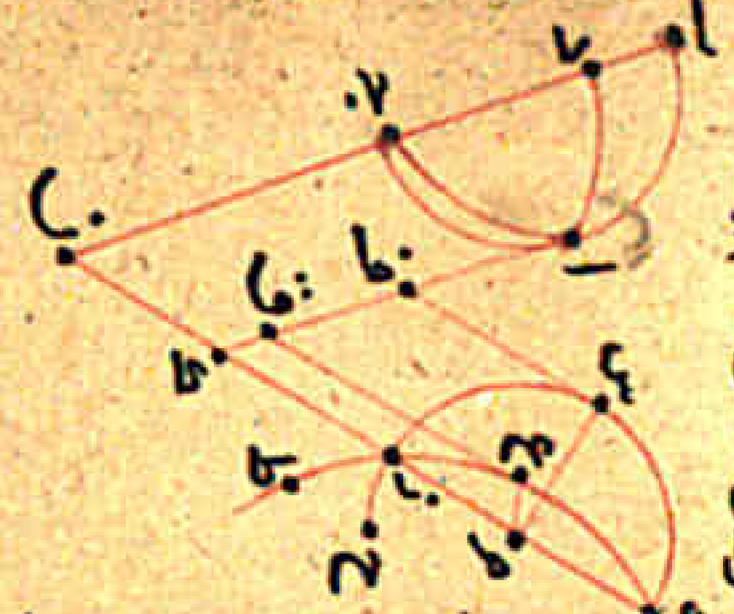
مه اذا ماس قطع زائد احد القطعين المتقابلين على نقطة واحدة وقطعه في



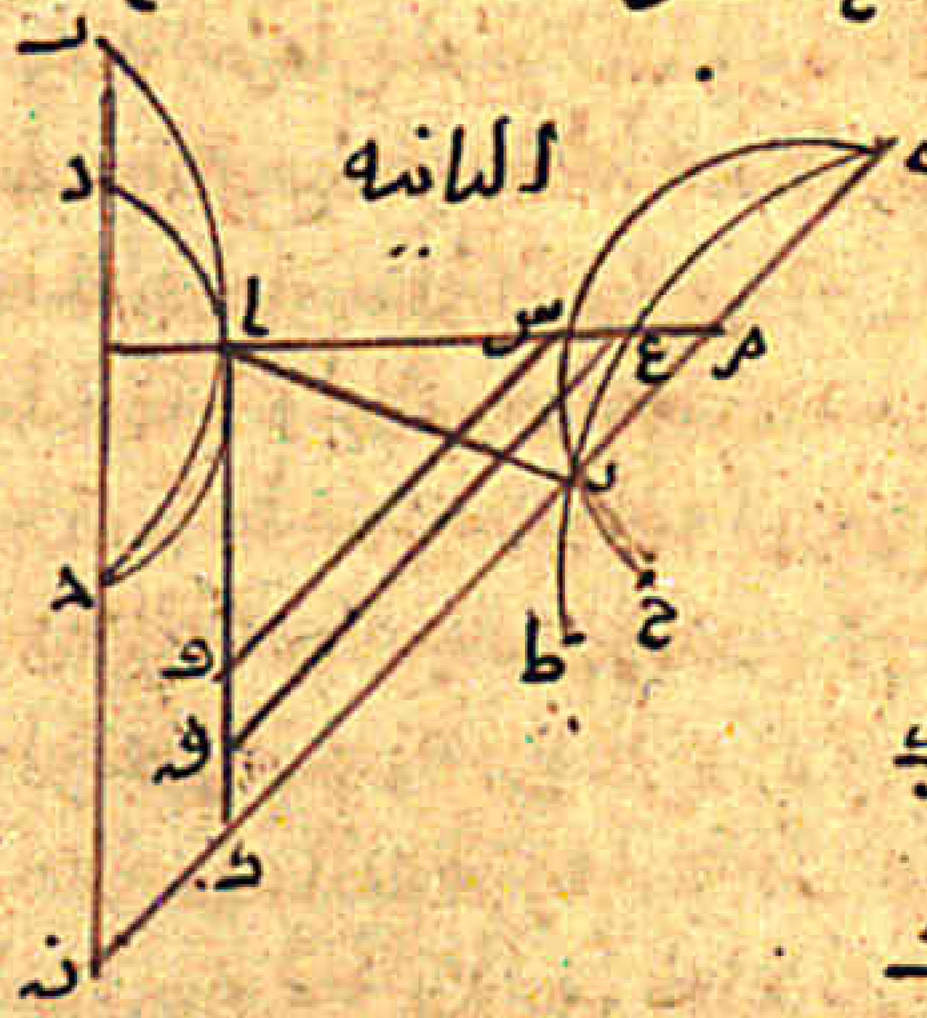
موضع اخر فان القطع المقابل لذلك القطع الزائد لا يلقى
القطع الاخر من القطعين المتقابلين في اكثر من موضع واحد
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ح د ه ر ح ولكن قطع زائد
عليه د ا ح وليماس قطع ا ب ح على نقطة ا وليقطعه على
نقطة د وليكن القطع المقابل للقطع ا ح د قطع ه ر ط فاقول
ان هذا القطع لا يلقى قطع ه ر ح في اكثر من موضع واحد
فان امكن فليلقه على نقطتي ه ر ونصل خط ه ر ونخرج من نقطة
ا خطا مماسا للقطوع عليه ا ك فخطا ا ك ه ر اما ان يكونا
متوازيين واما ان لا يكونا كذلك فليكونا اولا متوازيين
على ما في الصورة الاولى ونخرج من نقطة المنتصف خط ه ر قطرا
للقطوع فهو يمر بنقطة ا كما بين من الشكل لد من المقالة
ب فيخرج خطا موازيا لخطي ا ك ه ر عليه ح ل د ب فهذا
الخط يقطع القطعين على نقطتين مختلفتين ويكون من اجل
احد القطعين على نقطتين خطا مثل خط ل د ومن اجل القطع

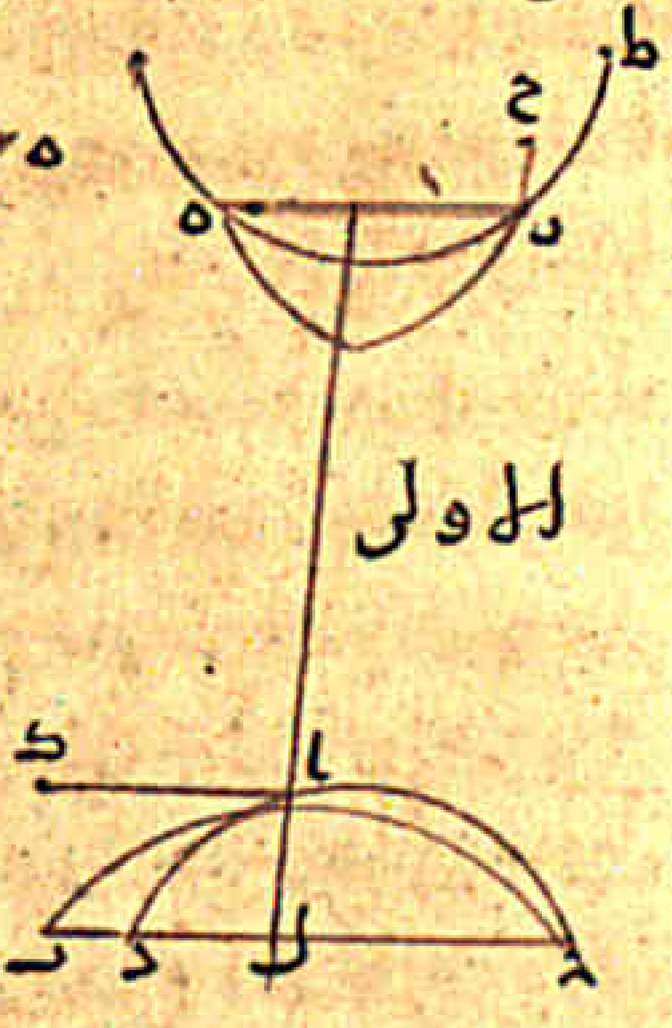
هكذا تبين في الشكل آه من المقالة ب

من نقطة ج خطا



الا حين يكون د ل مثل ل ب وهذا خلف وايضا فلا يكون خطا
ا ك ه د موازيين لكن يلتقيان اذا اخرجا على نقطة ك كما في
الصورة ب ونخرج خط د المولي لخط ا ك اذا اخرج لقي خط ه د
على نقطة ب واذا اخرج خط ا م فقطع خط ه ب بنصفين على ما
يقطع القطعين على نقطتي س ع ونخرج من نقطتي س ع خطين مماسين
للقطعين عليهما س ف ع ق فيكون نسبة مربع ا ق الى مربع
ق س كنسبة مربع ا ف الى مربع ف ع ويكون لذلك نسبة
سطح د ق في ق ه الى سطح ه ف في ف د كنسبة سطح ب ف ي

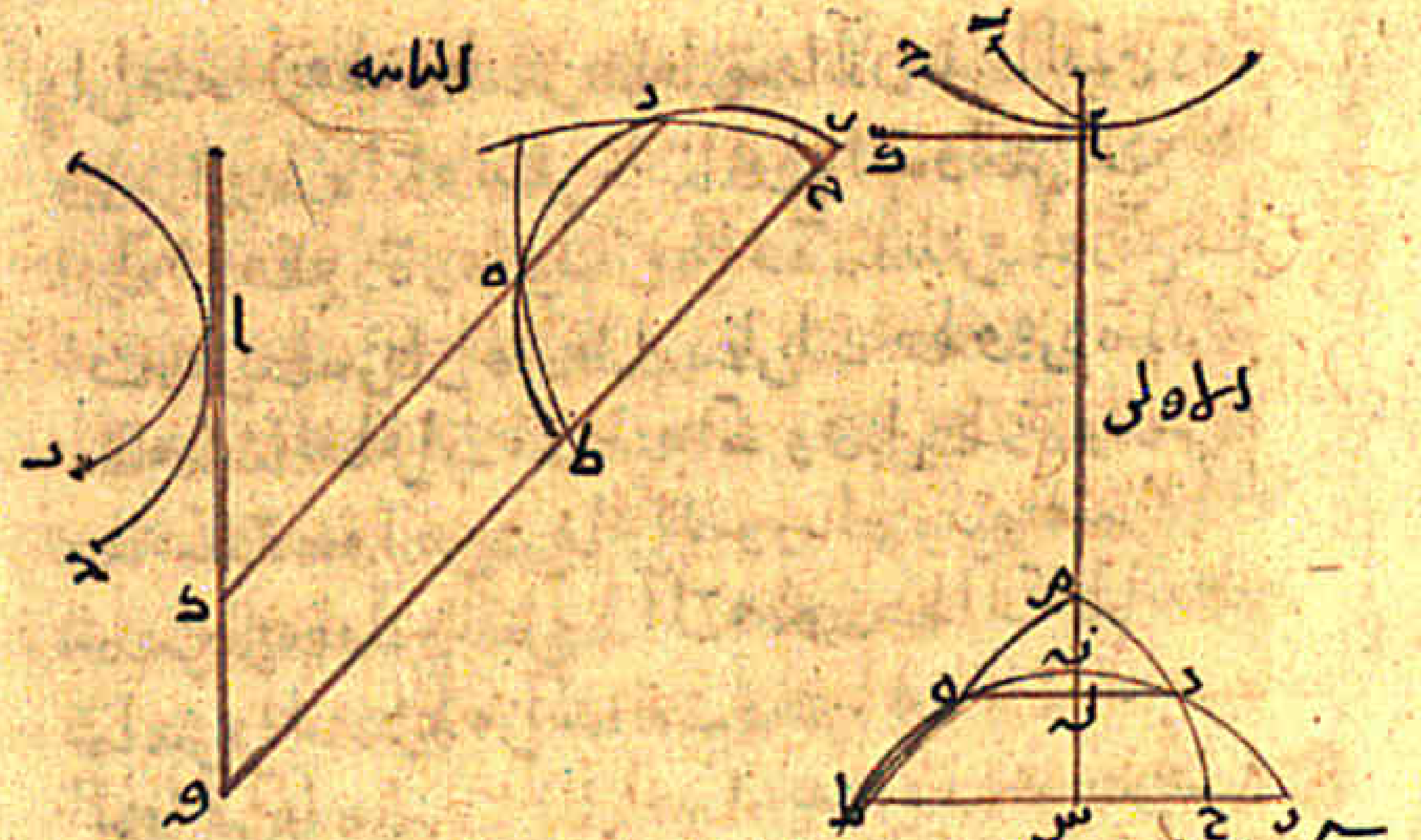




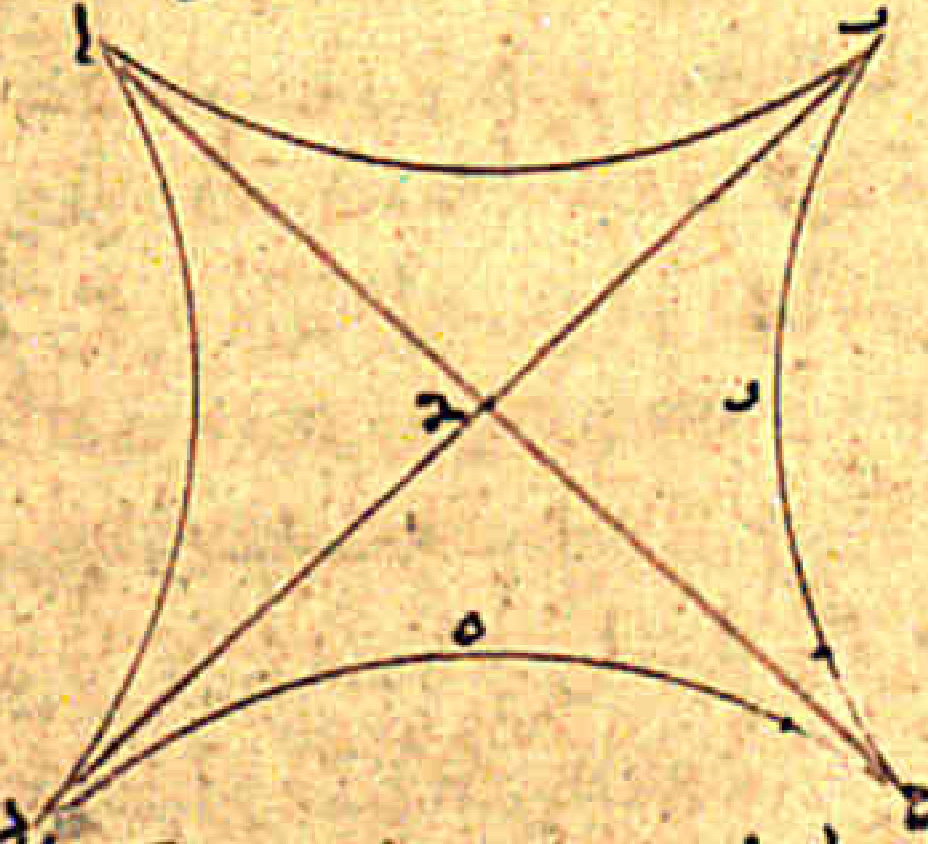
الى سطح ه ف في ب ف كما بين في الشكل [illegible] من المقالة
د ويكون لذلك السطح د ف في ب د مساويا لسطح ب ف في ب د
وهذا غير ممكن

مو لا يماس قطع زايد احدا لقطعين المتقابلين على نقطة واحدة
فان القطع المقابل له لا يلقى القطع الاخر من القطعين المتقابلين

على اكثر من نقطتين فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب ج د ه وليكن
قطع زايد عليه ا ح ويكن مماسا للقطع ا ب وليكن القطع المقابل
للقطع ا ح قطع د ه ز فاقول ان قطع د ه ز لا يلقى قطع د ه ج على
اكثر من نقطتين فان امكن فليلقه على ثلث نقط وهي د ه ط ونخرج
خطا مماسا للقطعين ا ب ا ح عليه ا ك ونصل خط د ه وليكن اولا
خطا ا ك د ه متوازيين على ما في الصورة الاولى ونقسم خط د ه
بنصفين على نقطة ل ونصل خط ا ل فيكون خط ا ل قطرا للقطوع
كما بين في الشكل لا من المقالة ب ونقطع هذا الخط القطعين
المتقابلين على نقطتي م ن اللتين هما بين نقطتي د ه ونخرج من نقطة
ط خطا موازيا لخط د ه عليه ط ح ز فيكون من اجل القطع الواحد
خط ط س مساويا لخط س ح ويكون من اجل القطع الاخر خط
ط س مساويا لخط س ز فيكون خط س ح مساويا لخط س ز
وهذا غير ممكن وايضا فلا يكون خطا ا ك د ه متوازيين
لكن يلتقيان على نقطة ك ولنكن سائر ما ذكرنا على حاله ونخرج
خط ا ك ونلو خط د ك على نقطة ق كما فعلنا انفا فيكون من
اجل قطع د ه نسبة سطح د ك في ك ه الى مربع ا ك كنسبة
سطح د ق في ق ط الى مربع ا ق كما بين في الشكل كح من
المقالة ج ويكون من اجل قطع ه د ج نسبة سطح ج ق في ق ط
الى مربع ا ق كنسبة سطح د ك في ك ه الى مربع ا ك فسطح
ج ق في ق ط مساوي لسطح د ق في ق ط وذلك ما
لا يمكن فقطع ه د لا يلقى قطع ه د ج في اكثر من موضعين
وذلك ما اردنا ان نبين

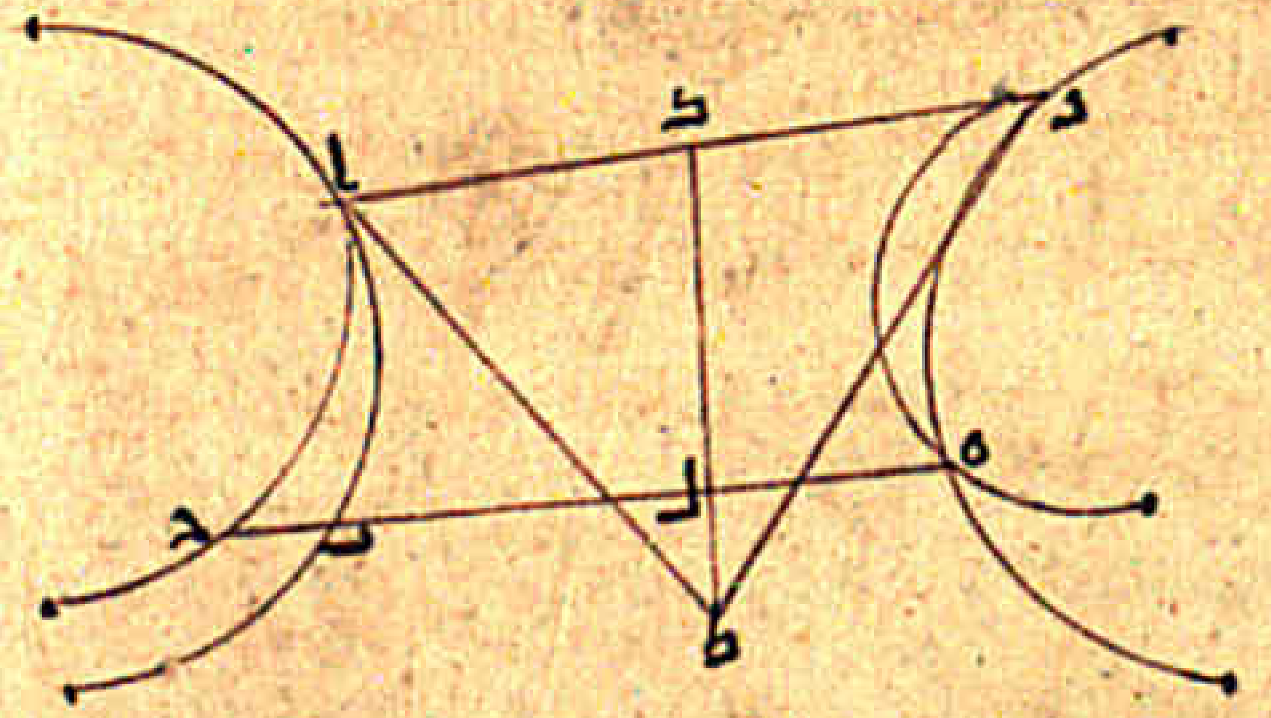


مز اذا ماس كل واحد من القطعين المتقابلين قطعا زائدا فان القطع
المقابل له لا يلقاه واحد من القطعين المتقابلين فليكن قطعان
متقابلان عليهما آ د ولنكن قطع زائد عليه آ ب وليماس القطعين
المتقابلين على نقطتي آ ب ولنكن القطع المقابل له قطعة ه فاقول
ان قطعة ه لا يلقاها احد من القطعين المتقابلين فان امكن فليلقها



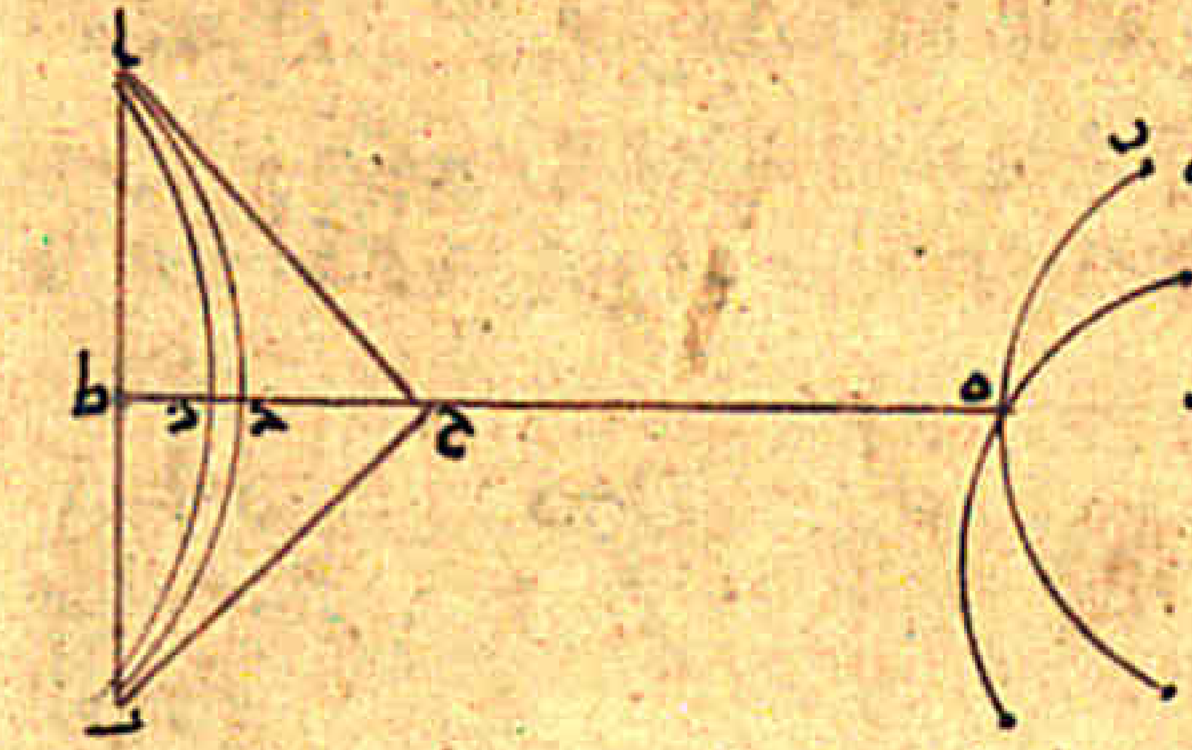
قطع آ د على نقطة
د ونخرج من نقطتي
آ ب خطين مماسين
للقطوع فهذان
الخطان يلتقيان
في الزاوية التي
يحيط بها الخطان
اللذان لا يقعان على قطع آ ب كما تبين في الشكل ... من المقالة

ب فليلقها على نقطة د ونصل خط د ح فخط ح د اذا انفذ وقع
فيما بين خطي آ ح ح ب وهو ايضا يقع فيما بين خطي ب ح د ح فهذا
خلف فقطعة ه لا يلقاها قطع آ د وذلك ما اردنا ان نبين
مح اذا ماس كل واحد من القطعين المتقابلين كل واحد من قطعين
متقابلين على نقطة واحدة وكان بعض تقويسهما في جهة
مساوية فانهما لا يلتقيان على نقطة اخرى فليكن قطوع متقابلة
تتماس على نقطتي آ د فاقول انها لا تلتقي على نقطة اخرى فان امكن
فلتلتق ايضا على نقطة ه فيكون قطع آ ه مماسا لاحد
القطعين المتقابلين على نقطة د ويلقاه على نقطة ه وقد
تبين في الشكل ... من هذه المقالة ان ذلك محال اذا كان يحدد ذلك
فان قطع آ ح لا يلقى قطع آ ب على اكثر من نقطة واحدة فنخرج



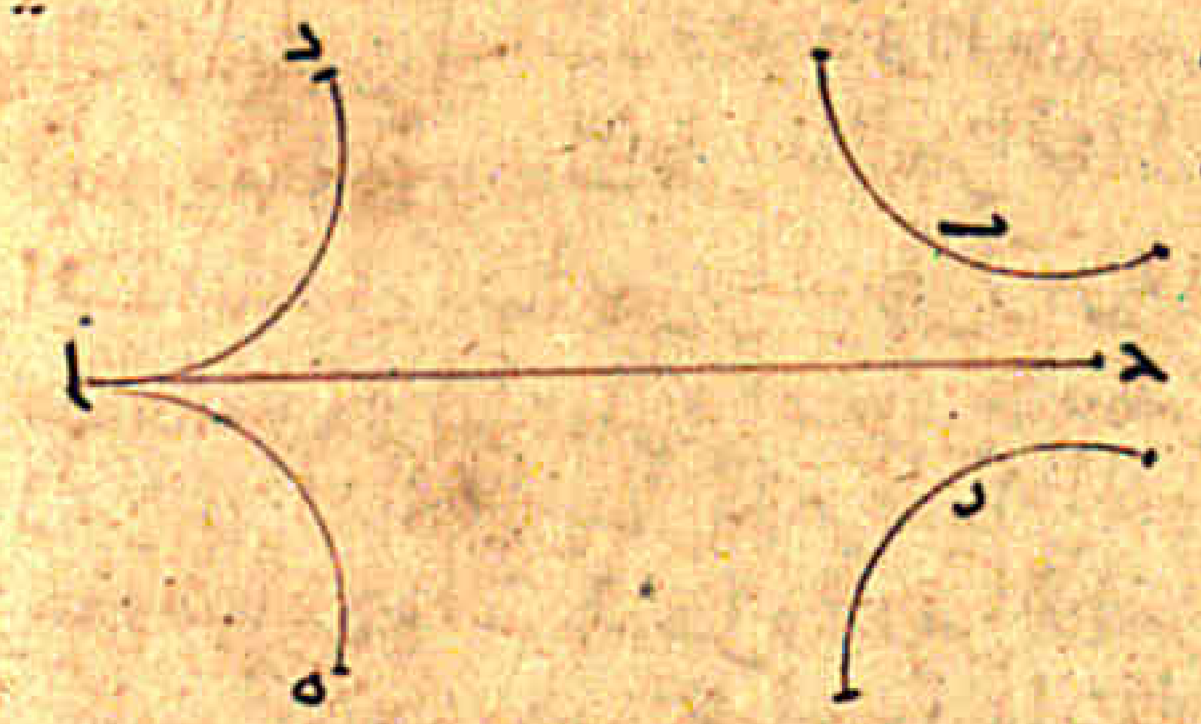
من نقطتي
آ د خطين
مماسين
للقطوع
عليهما
ك ط د
ونصل
خط آ د ونخرج من نقطة ح خطا موازيا لخط آ د عليه ه ب د ونخرج
من نقطة ح خطا موازيا لخط آ د عليه ه ب د ونخرج من نقطة
ط قطرا للقطوع المتقابلة عليه ط ك ل فهذا القطر
يقسم خط آ د بنصفين على نقطة ك ويقسم ايضا كل واحد

خطوط به ده دز متصلين على نقطة ز ويكون خطا به زد مساويا
لخط زد وهذا غير ممكن فليس يلتقي هذه القطوع في موضع آخر
مط اذا ماس قطع زائد احد القطعين المتقابلين في موضعين فان
القطع المقابل له لا يلقى القطع الآخر من القطعين المتقابلين
فان القطع المقابل له لا تلقى القطع الآخر من القطعين المتقابلين
فليكن القطعان المتقابلان ادب ه ولتكن القطع الزائد اد و يماس
قطع ادب على نقطتي ا ب وليكن القطع المقابل للقطع اد قطع
ز فاقول ان قطع ز لا يلقى قطع ه فان امكن فليلقه على نقطة ه



ونخرج من نقطتي
ا ب خطين مماسين
للقطعين عليهما
اح بح ونصل
خطوط ا ب ه ح
ونمد ه ح
على استقامة
فهو يقطع القطعين اذا امتد على نقطتين مختلفتين فليكن النقطتان
ح د فخطا اح بح مماسان وخط ا ب قد وصل بين التماس
فيكون من اجل الزوج الواحد من القطعين المتقابلين نسبة
طه الى زح كنسبة طد الى دح كما تبين من الشكل الخ من
المقالة الثالثة ويكون من اجل الزوج الآخر نسبة طه الى زح
كنسبة طد الى زح كما تبين ايضا من الشكل من المقالة ... وهذا
غير ممكن فقطع ز لا يلقى قطع ه وذلك ما اردنا ان نبين

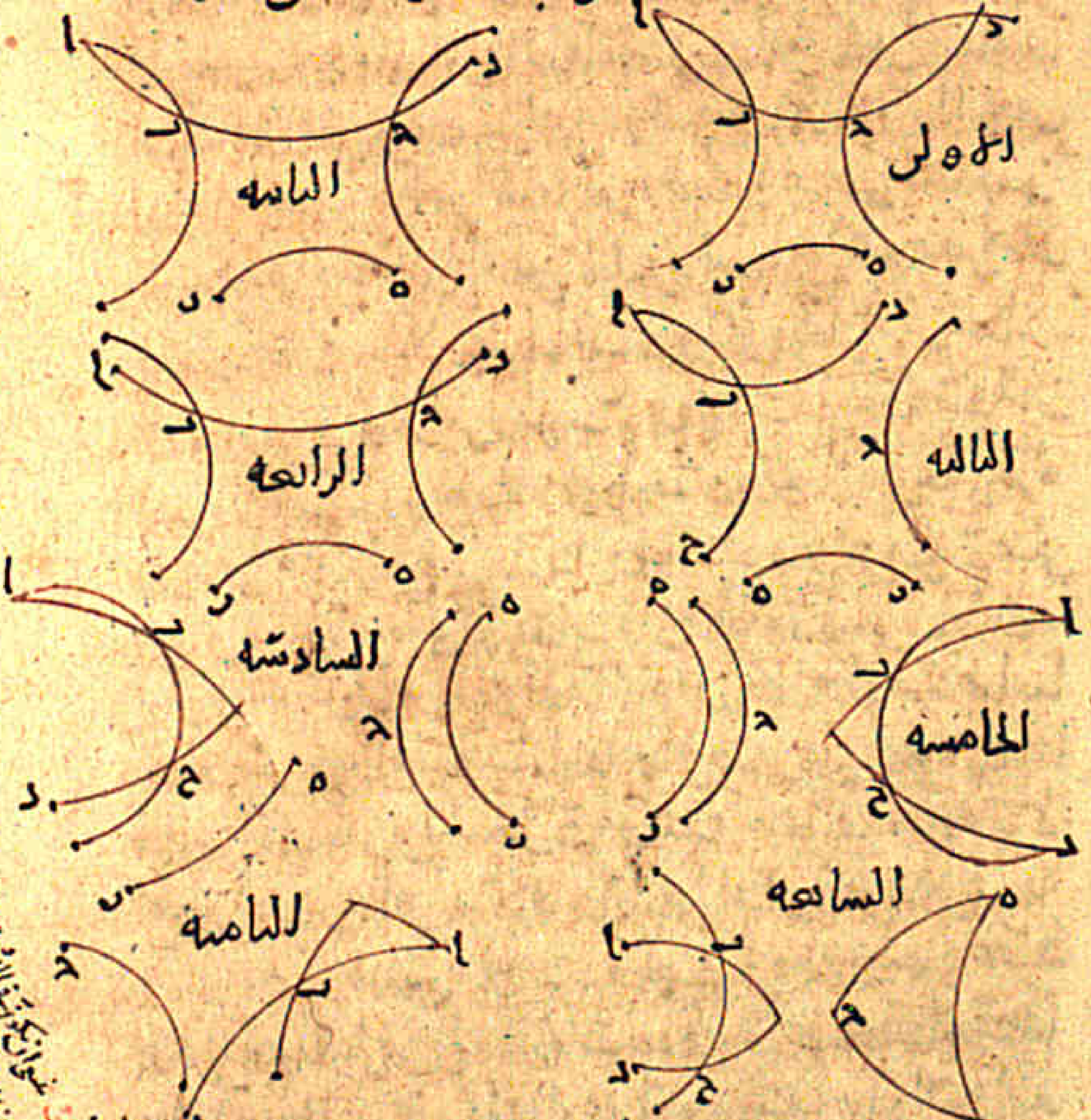
ن اذا ماس قطع زائد احد القطعين المتقابلين وكان احداهما
في جهتين مختلفتين فان القطع المقابل له لا يلقى القطع الآخر
من القطعين المتقابلين فليكن قطعان متقابلان عليهما اه ب و يماس
قطع اه قطع زائد عليه اد على نقطة ا وليكن القطع
المقابل للقطع اد قطع ز فاقول ان قطع ز لا يلقى قطع
ب برهان ذلك انا نخرج من نقطة ا خطا مماسا للقطعين عليه
اح فخط اح يفصل بين قطع اه انه لا يلقى قطع ب ويخرج من
بين قطعي اد انه لا يلقى قطع ز فخط اح يمر فيما بين قطعي
ب ز ويتبين
من هذا ان
قطعي ب د
لا يلتقيان
وذلك ما
اردنا ان
نبين



نا القطعان المتقابلان لا يقطعان القطعين المتقابلين في اكثر من
اربع مواضع فليكن قطعان متقابلان عليهما ب د وليكن قطعان
آخران متقابلان عليهما ا ب د ه ز ولقطع اول قطع ا ب د
كل واحد من قطعي ب د على نقطتين وهي نقط ا ب ح د ويكون
احداهما في جهتين مختلفتين على ما في الصورة آ فالقطع
المقابل لقطع ا ب ح د وهو قطع ه ز لا يلقى واحدا من القطعين
المتقابلين اللذين ذكرنا اللذين عليهما ا ب ح د كما تبين في الشكل

لط من هذه المقالة فليقطع قطع ا ب ج د قطع ب على نقطتي
ا ب ولتقطع قطع ح على نقطة واحدة وهي نقطة ح على ما
في الصورة ب فقطع ه ز لا يلقى قطع ح كما بين في الشكل
لز من هذه المقالة فان لقي قطع ه ز قطع ا ب في موضعين فان
القطع المقابل له الذي هو ا ب ج د لا يلقى القطع من القطعين
المتقابلين الذي هو ح كما بين في الشكل لط من هذه المقالة
وقد كان اشترط انه يلقاه على نقطة ح فان كان الامر على ما
في الصورة ج التي يقطع فيها قطع ا ب ج د قطع ب على نقطتي
ا ب ولا يلقى قطع ا ب ج د قطع ح والامر فقد صار بهذه
الصورة مثل الصورة ب فان القطعين المتقابلين لقطعي ب ح
ا ب ج د لا يلقيان كما بين في الشكل لز من هذه المقالة
فقطعا ح ه ز لا يلقيان في اكثر من موضعين كما بين في الشكل
لج من هذه المقالة فان كان الامر على ما في الصورة د التي يقطع
فيها قطع ا ب ج د كل واحد من القطعين المتقابلين على
نقطة واحدة فان قطع ه ز لا يلقى واحدا من القطعين المتقابلين
على موضعين كما بين في الشكل لح من هذه المقالة فقد بينا
بعد من القول انه متى كان احداب قطعي ا ب ج د ه ز في غير
الجهة التي فيها احداب قطعي ب ح فان القطوع لا تلتقي في اكثر من
اربعة مواضع فان كان يلتقي بعض سطوحها من جانب مساوية وقطع
قطع منها نظيره في اربعة مواضع وهي نقط ا ب ح د على ما في
الصورة ه فان قطع ه ز لا يلقى القطع الاخر الثاني كما بين في
الشكل م من هذه المقالة ولا يلقاهما ايضا قطع ا ب ج د وقطع ه ز

لانه لو لقيه لكان القطع الزائد الذي عليه ا ب قد لقي القطعين المتقابلين
على اكثر من اربعة مواضع وقد بين في الشكل لج من هذه المقالة انه
لا يمكن ذلك ولا يلقاها ايضا قطع ا ب ج د قطع ب ح في اكثر من اربعة

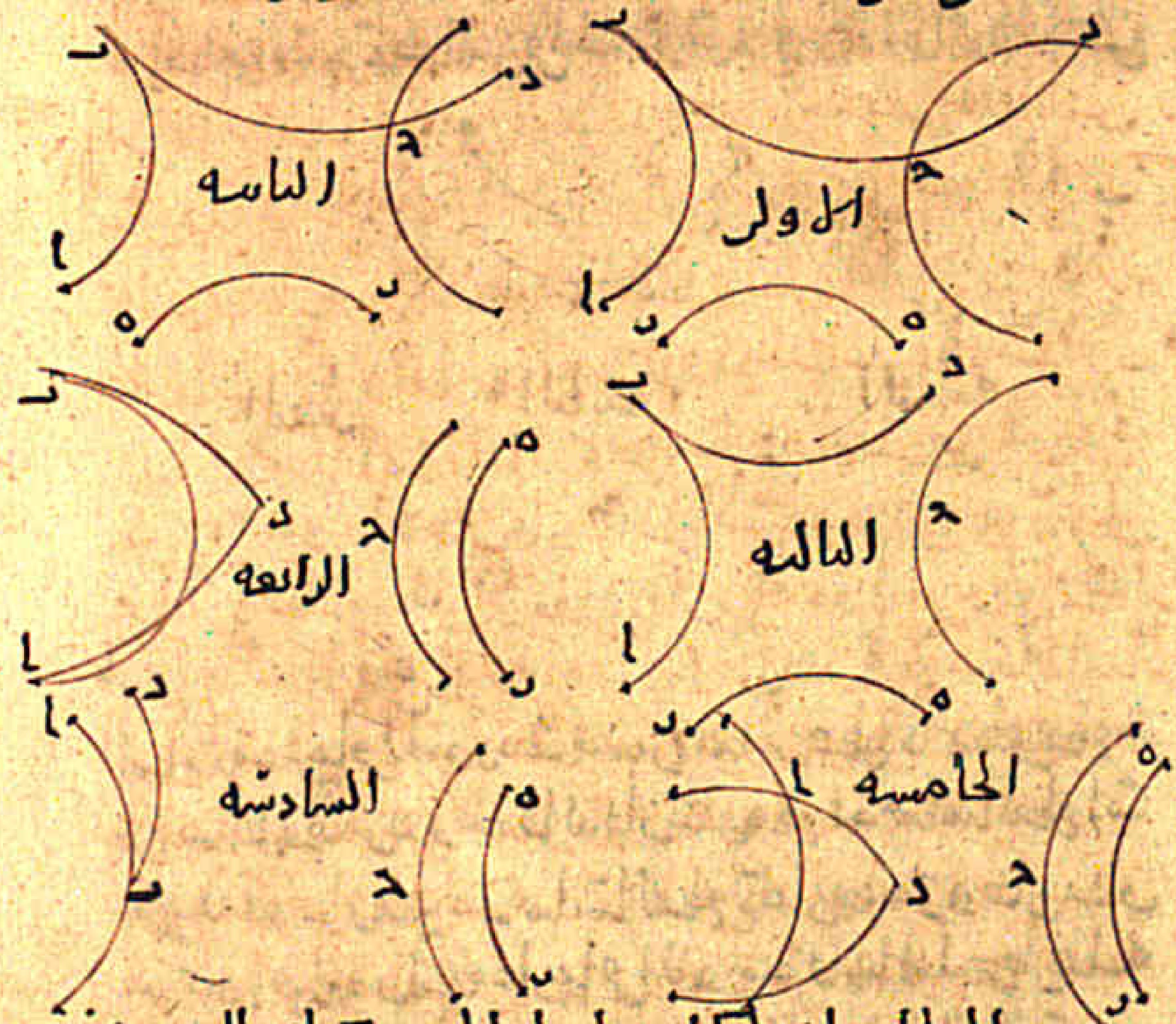


مواضع كما بين في الشكل كا من هذه المقالة فان كان الامر على ما في
الصورة و التي يلقى فيها قطع ا ب ج د احد القطعين في ثلاثة مواضع فان
قطع ه ز لا يلقى القطع الاخر في اكثر من اربعة مواضع واحد كما بين

الثالثة

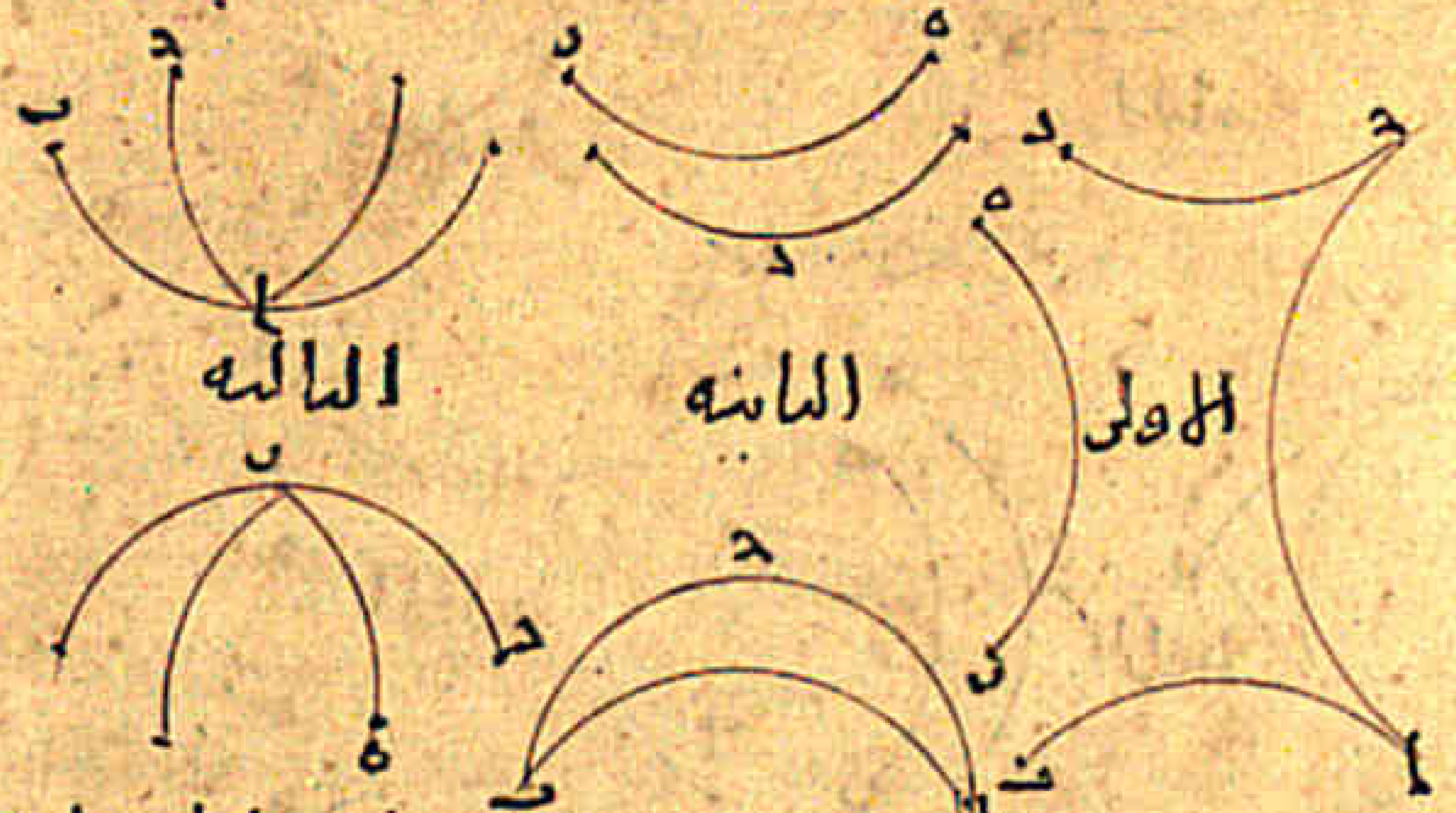
و الشكل ة من هذه و كذلك اتماسين امر الصور من الناقص
من الاشكال المتقدمه اما الصوره السابعه فمن الشكل ة
واما الصوره ح فمن الشكل ما قد ذكرنا فقد احطنا بجميع الاقسام
التي هي اربعة فقد بين ما اردنا فليس يلقا القطعان المتقابلان
قطعين متقابلين في اكثر من اربع مواضع وذلك ما اردنا ان نبين
اذا ماس احد القطعين المتقابلين قطعا من القطعين المتقابلين نب
على نقطة واحده فان القطوع لا يلقى في اكثر من موضعين اخرين
فليكن قطعان متقابلان عليهما ا ب د وليكن قطعان اخران متقابلان
عليهما ه د ز وليماس قطع ز د قطع ا ب على نقطة ب وليكن
الحدبتان متقابلة ولتلقا اولا قطع ز د قطع د على نقطتي ح د
على ما في الصوره الاولى فان كان قطع ز د هو لقي قطع د على
نقطتين وكانا متقابلي الحدبات فان قطع ه د لا يلقى قطع ا ب كما
بين في الشكل لو من هذه المقاله وكذا كان قطع ز د مماسا
لقطع ا ب على نقطة ب وكان الحدبتان في جهتين فان قطع ه د لا يلقا
قطع د كما بين في الشكل له من هذه المقاله فقطع ه ز لا
يلقى ولا واحدا من قطعي ا ب د فانما يلقى القطوع على نقطتي ح د
فقط واما فليلق قطع ز د قطع د على نقطة واحده فقط
وهي نقطة د على ما في الصوره ب فقطع ه د لا يلقا قطع د كما
بين في الشكل د من هذه المقاله فقطع ه د لا يلقا قطع ا ب في اكثر
من موضع واحد وذلك انه لو لقي قطع ه د قطع ا ب في موضعين لما
لقي قطع ب د قطع د كما بين في الشكل لب من هذه المقاله وقد
كانا يلتقيان على نقطة د فان كان قطع ز د لا يلقى قطع د على ما في

الصوره د فان قطع ه د لا يلقى قطع ا ب في اكثر من موضع كما
بين في الشكل لب من هذه المقاله فان كان نقطتي موس القطوع
هدهه في جهة واحده فان ذلك بين مما بينا من البراهين اما ان كان
الامر على ما في الصوره الرابعه فان ذلك بين من الشكل مد



من هذه المقاله وان كان الامر على ما في الصوره ة فان ذلك بين من
الشكل مه من هذه المقاله وان كان الامر على ما في الصوره ة
الشكل مو من ع فان ذلك بين من هذه المقاله فقد بين ما ذكرنا على جميع ما
يمكن فيه من الاقسام وذلك ما اردنا ان نبين
اذا ماس قطعان متقابلان قطعين متقابلين على نقطتين فانهما لا نج

تلتقي على نقطة اخرى فلتكن قطعتان متماستان عليهما اب د ولتكن
قطعتان اخريان متماستان عليهما ا ه ح ز ولهما سهما القطعتين المتماستين
اولاً على نقطتي احدهما في الصورة آ فان كان قطع احدهما مماساً لكل
واحد من قطعي اب ح د على نقطتي ا ح فان قطعة ز لا تلقى واحداً
من قطعي اب ح د كما تبين في الشكل من هذه المقالة فلتكن



المماسة على ما في الصورة ب فبين ايضاً ان قطع د لا تلقى قطعة ز
من الشكل من هذه المقالة فان كان قطع ا د مماساً لقطع اب
على نقطة آ وكان قطعة ز مماساً لقطع د على نقطة ز وكان تحدب
قوسيهما في جهة واحدة على ما في الصورة ح فانها لا تلتقي على نقطة
اخرى كما تبين في الشكل من هذه المقالة ولا تلقاها قطعة ز قطع
اب فقد تبين ما اردنا على جميع الجهات التي يمكن ان يتوهم عليها القسمة

تمت المقالة الرابعة من كتاب ابلونيوس في المخروطات والحمد لله
وصلواته على خيرته من خلقه محمد وآله وسلامه

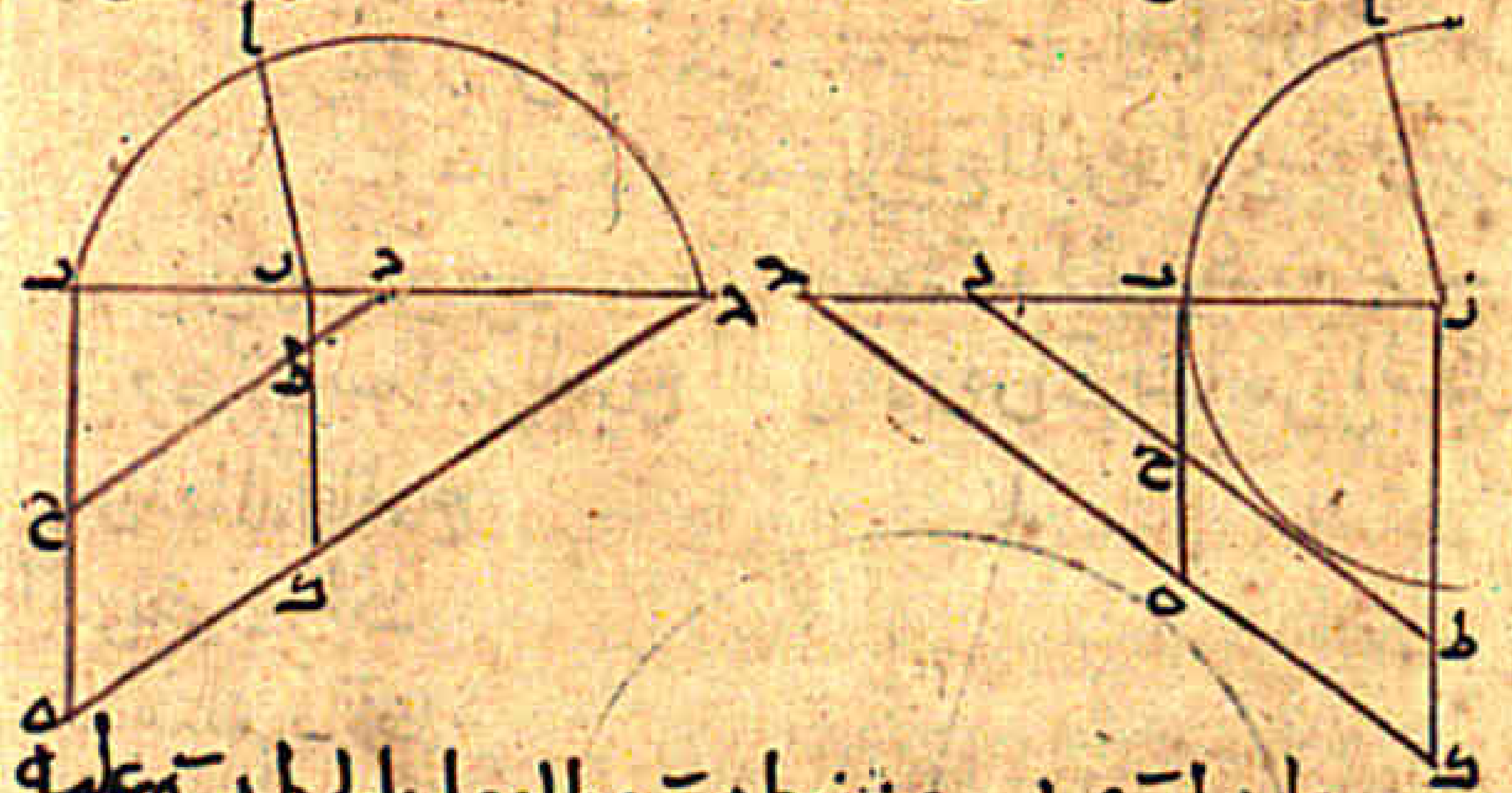
بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة الخامسة من كتاب

ابلونيوس في المخروطات

من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك قد وجهت اليك بالمقالة
الخامسة من كتاب المخروطات مع رسالتي هذه وفي هذه المقالة
اشكال في الخطوط الكبار والصغار وينبغي ان تعلم ان من قبلنا
ومن في عصرنا هذا انما اشاروا في النظر في الصغار منها اشارة
يسيرة وبذلك بينوا اي الخطوط المستقيمة تماس القطوع
وعكس ذلك ايضا اعني اي شيء يعرض للخطوط المستقيمة التي
تماس القطوع فاذا عرض ذلك كانت الخطوط مماسة فاما نحن
فقد بينا هذه الاشياء في المقالة الاولى من غير ان نستعمل في بيان
ذلك امر الخطوط الصغار وقد رمنا ان نجعل موضعها قريبا من موضع
ذكرنا الحدوث القطوع الثلاثة ليتبين بذلك انه قد يكون فيها
في كل واحد من القطوع ما لا نهاية لعدده كما يعرض ويلزم فيها
كما يعرض في الاقطار الاول. واما الاشكال التي تكلمنا فيها
في الخطوط الصغار فانا فرزناها وعزلناها على حدة من بعد
فحص كثير وضممنا القول فيها الى القول في الخطوط الكبار
التي ذكرنا آنفا لانا رأينا ان حاجة طالب هذا العلم اليها
في معرفة تقسيم وتفصيل المسائل وتركيبها مثلها ولانفسها

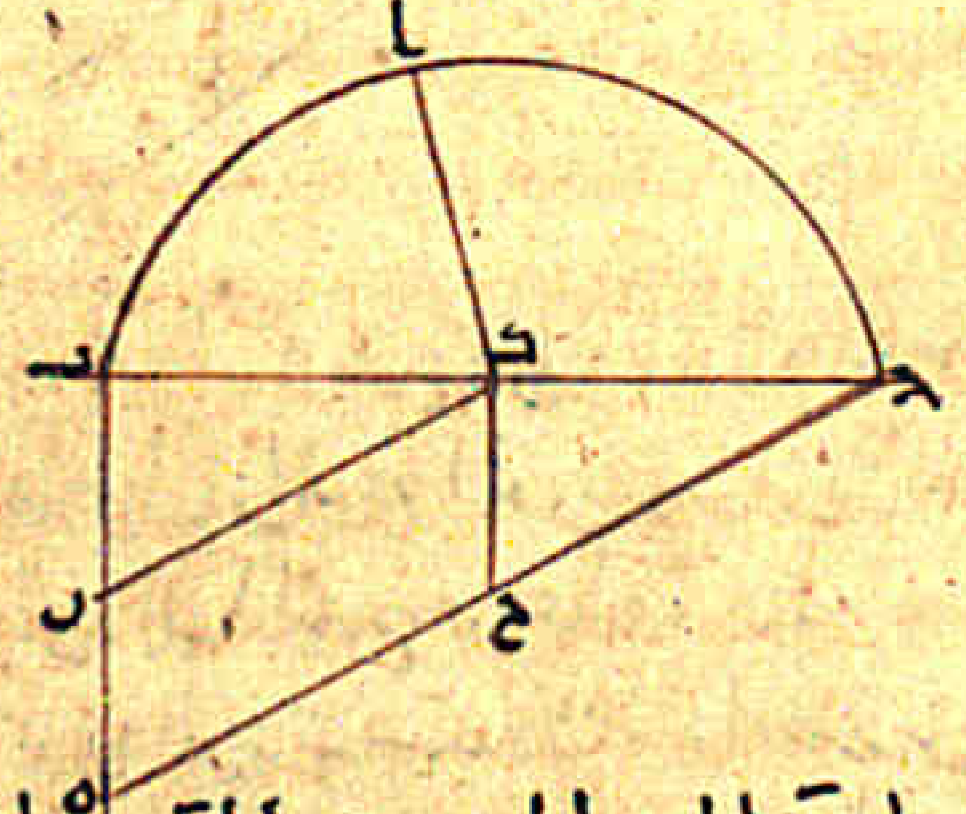
من انها احد الاشياء التي يستحق النظر فيها والسلام.
ا اذا كان قطع زائد او ناقص واقيم على طرف قطر من اقطاره
عمود مساو لنصف الضلع القائم لذلك القطر على زاوية قائمة واخرج من طرفه
خط الى مركز القطع واخرج من موضع من القطع خط مرتب
الى القطر فان هذا الخط يقوى على ضعف سطح ذي اربعة اضلاع
يعمل على نصف الضلع القائم على ما نذكره في المثال فليكن
القطع الزائد او الناقص ا ب والقطر ب د والمركز د والضلع
القائم للقطع ب ه ونصفه ب ح ونصل خط د ح ونخرج خط



مرتب عليه ا ل ونخرج من نقطة ل خطا موازيا لخط ب ه وهو
ل ط فاقول ان المربع الذي يكون من ا ل هو مثلا سطح ب ل ط ح
برهان ذلك انا نخرج من نقطة ه خط ه د فخط د ح مواز لخط
د ه لان خطي د ب ب ه قد قسما بنصفين على نقطتي ب ح فنصل
خط ل ط الى ك فيكون ل ط ك موازيا لخط ح ه فهو مساو
له و ه ح مثل ب ح فـ ح مثل ط ك ونجعل ل ط مشتركا فخط
ل ك مساو لخطي ب ح ل ط مجموعين فالذي يكون من ضرب ل ك

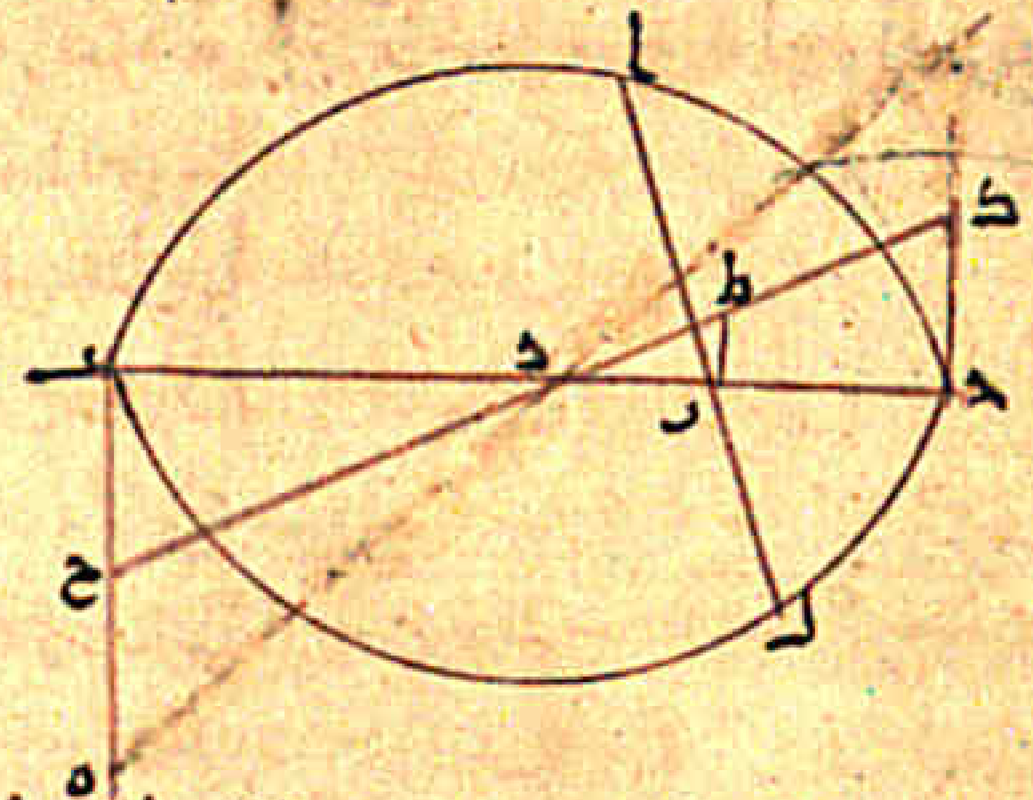
وبَ دَ مساوي للذي يكون من ضرب بَ حَ و دَ طَ مجموعين في بَ دَ ولكن
السطح الذي يكون من ضرب كَ دَ في بَ دَ مساوي للمربع آ نَ فالسطح
الذي يكون من ضرب بَ حَ دَ طَ مجموعين في بَ دَ مساوي للمربع آ نَ كما
بين في الشكل [illegible] من المقالة آ وفي الشكل [illegible] منها وللسطح الذي
يكون من ضرب بَ حَ و دَ طَ في بَ نَ هو مثلا سطح بَ دَ طَ حَ فالمربع
الذي يكون من آ نَ مثلا سطح بَ دَ طَ حَ ٥

وان كان الخط الذي يخرج على بَ سَ واقعا على نقطة كَ التي هي المركز
في القطع الناقص وجعل بَ هَ ضعف دَ كَ ووصل خط كَ بَ فان
المربع الذي يكون من آ كَ مثلا مثلث بَ كَ برهان ذلك انا نصل
دَ هَ فيكون بَ دَ مثل دَ هَ و دَ هَ مثل كَ حَ الذي يوازي بَ هَ فالذي
يكون من ضرب بَ حَ في كَ بَ ضعف مثلث كَ بَ والذي يكون من ضرب
كَ حَ في كَ بَ مساوي للمربع الذي يكون من آ كَ كما بين في الشكل
[illegible] من المقالة آ فالمربع
الذي يكون من آ كَ
مثلا مثلث بَ كَ



وان كان الخط الذي
يخرج على بَ سَ في
القطع الناقص واقعا
في الجهة الاخرى عن نقطة دَ التي هي المركز كخط آ دَ وجعل ضعف
بَ هَ الذي هو الضلع القائم بَ حَ ووصل خط حَ دَ وانفذ
على استقامته واخرج من نقطة بَ خط موازي لخط بَ هَ حتى يلقى

خط حَ دَ عليه دَ طَ فان المربع الذي يكون من آ نَ مثلا فضل ما بين
مثلثي بَ دَ حَ دَ نَ طَ برهان ذلك انا نخرج من نقطة دَ خطا
موازيا لخط بَ هَ عليه دَ كَ وننفذ حَ دَ حتى يلقى دَ كَ على نقطة
كَ ونتمم قطع لَ بَ وننفذ آ بَ على استقامته الى لَ فيكون مربع
آ لَ مثلي سطح حَ كَ طَ نَ كما بين في الشكل آ من هذه المقالة

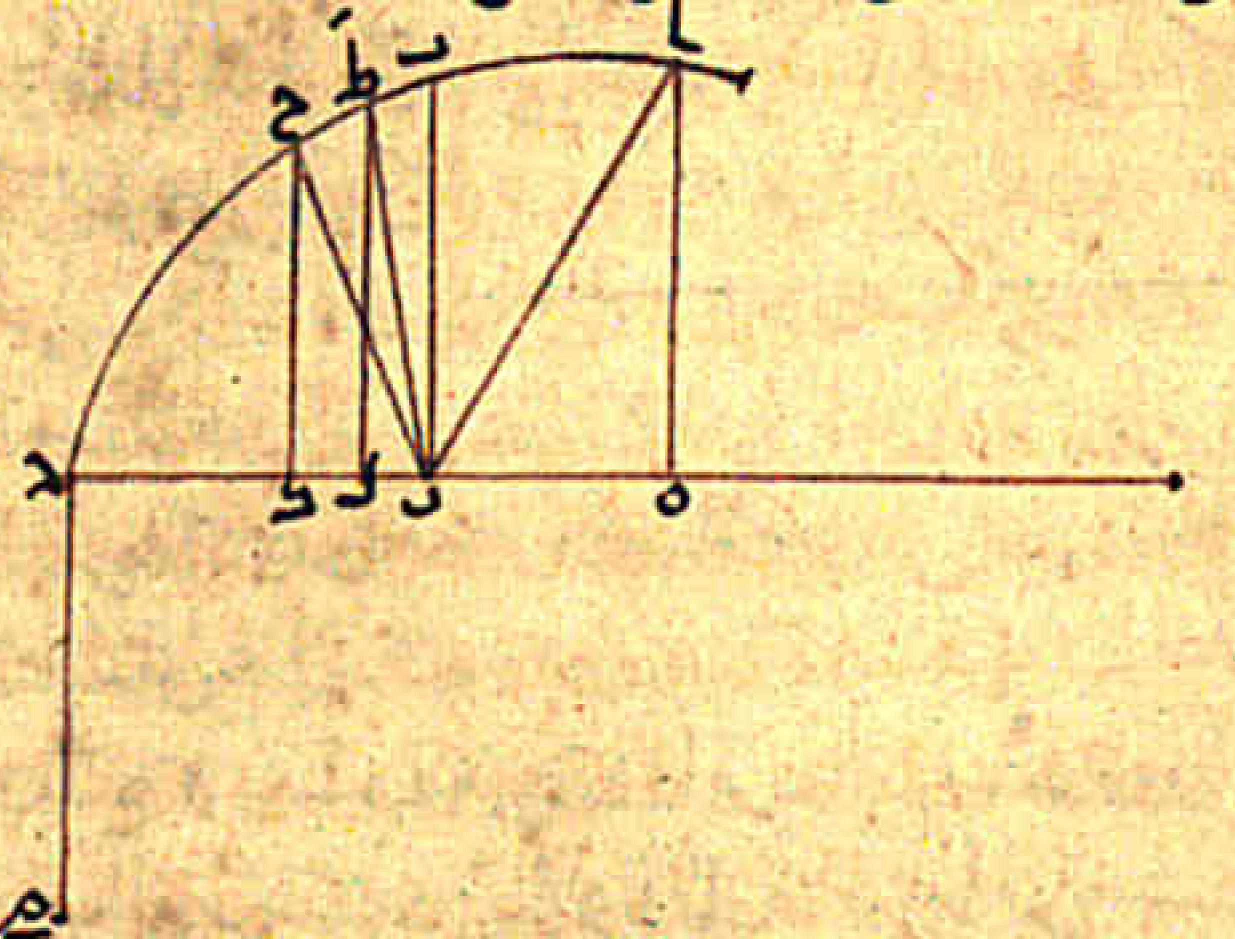


وخط آ لَ مثل خط
آ نَ مثلا سطح دَ كَ
طَ نَ هو فضل ما بين
مثلث حَ كَ دَ
ومثلث دَ نَ طَ
ولكن مثلث حَ كَ
دَ مساوي لمثلث
دَ بَ حَ لان بَ دَ مثل دَ كَ فالمربع الذي يكون من آ نَ مثلا فضل ما
بين مثلثي دَ بَ حَ دَ نَ طَ وذلك ما اردنا ان نبين ٥

اذا اعلمت نقطة على سهم القطع المكافي وكان بعدها من
راس القطع مساويا لنصف الضلع القائم واخرج من تلك النقطة
خطوط الى القطع فان اصغرها هو الخط الذي يخرج الى راس القطع
وما قرب منه اصغر مما بعد ومتفاضلها اعظم من مربعه بمثل المربع
الذي يكون من ضرب ما بين الاعمدة التي تقع على السهم من طرف
السهم مما يلي راس القطع فليكن سهم القطع المكافي حَ دَ ولكن
حَ دَ مساويا لنصف الضلع القائم ولنخرج من نقطة دَ الى القطع
ا بَ حَ خطوط دَ حَ دَ طَ دَ بَ فاقول ان اصغر الخطوط التي تخرج من

فالمربع الذي يكون من آ نَ مثلا فضل ما بين مثلثي دَ بَ حَ دَ نَ طَ

نقطة ن الى قطع اب د هو خط د ن وما قرب منه فهو اصغر
مما بعد وكل واحد منها يقوى على المربع الذي يكون من ح د
مع المربع الذي يكون من الخط الذي بين نقطة د وبين مسقط
عموده برهان ذلك انا نخرج اعمدة ح ك ط ل اه ولنجعل ضعف
الخط القائم ح م فخط د ن مساوٍ لخط ح م والذي يكون من
ضرب ح م في د ك مرتين مساوٍ للمربع الذي يكون من ك ح



كما تبين في
الشكل ...
من المقالة
... والذي
يكون من
ضرب ح م
في ك م مرتين
مساوٍ
للذي يكون من ضرب ن د في د ك مرتين فالمربع الذي يكون من ك ح
مساوٍ للذي يكون من ن د في د ك مرتين والذي يكون من د ك في
د ك مرتين مع مربع د ن مساوٍ للمربعين اللذين يكونان من ن ك
ك ح وهذان المربعان مساويان لمربع ن ح فالذي يكون من ن د
في د ك مرتين مع مربع ن ك مساوٍ لمربع ن ح فمربع ن ح أعظم
من مربع ن د بمثل مربع د ك وتبين من هذا أن ط ن أعظم من
ن ح و ن ح من ن د فخط ن د هو الأقصر وما قرب منه أقصر
مما بعد وتبين أن فضل ما بين مربع كل واحد منها وبين مربع

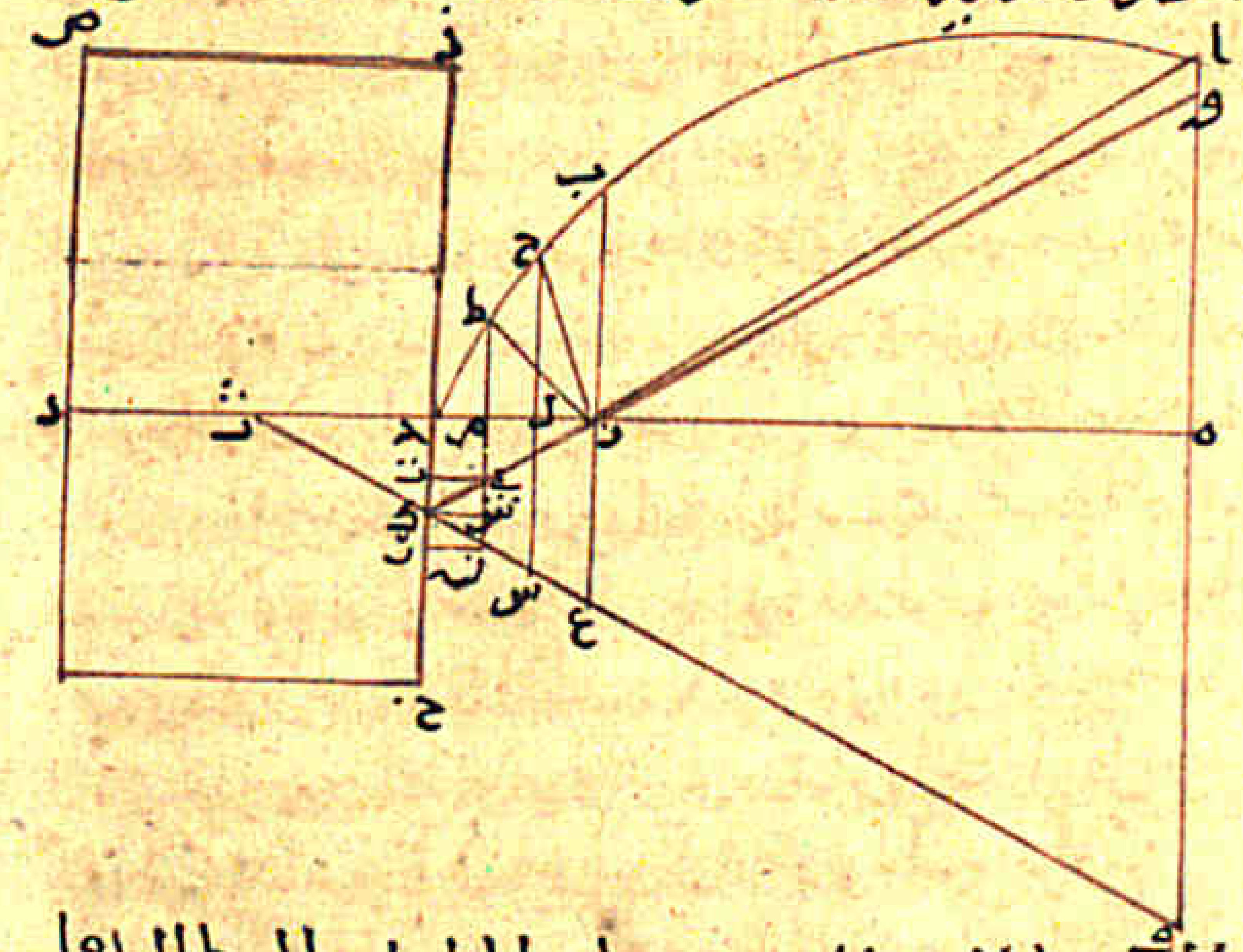
الخط الأقصر مثل المربع الذي يكون من الخط الذي يفصله الأعمدة
الواقعة من أطرافها من السهم مما يلي رأس القطع وذلك
ما أردنا أن نبين
وإذا تعلمت نقطة على سهم القطع الزائد وصير بعدها من رأس ه
القطع مساويا لنصف الضلع القائم فإنه يعرض في ذلك مثل
الذي عرض في القطع المكافئ إلا أن زيادة مربعات الخطوط
على مربع الخط الأقصر يكون مثل السطح الذي يعمل على الخط
الذي بين مسقط الأعمدة وبين رأس القطع الشبيه بالسطح
الذي يحيط به القطر المجانب وخط مساوٍ للقطر المجانب مع
الضلع القائم ويكون القطر المجانب نظيرا للخط الذي
فيما بين كل واحد من الأعمدة وبين رأس القطع فليكن قطع
زائد عليه اب ج وعلى سهمه د ه ولنجعل نصف الضلع القائم د ن
ونخرج من نقطة ن خطوطا إلى قطع اب د ج م كان فهي ن ل
ن ب ن ح ن ط فأقول إن خط د ن أعظم من أصغر الخطوط التي تخرج
من نقطة ن إلى القطع وإن ما قرب منه أصغر مما بعد وإن
كل واحد من خطوط ن ط ن ح ن ب ن ا يفضل مربعه على مربع د ن
مثل السطح الذي يعمل على الخط الذي بين مسقط الأعمدة وبين نقطة
د الشبيه بالسطح الذي يحيط به د ذ الذي هو قطر القطع
وخط مساوٍ لخط د ذ مع الضلع القائم ولنجعل الضلع القائم
ذ ح ونصفه د ك ومركز القطع ت برهان ذلك أنا نخرج
الأعمدة ل ح ة وننزلها وهي ط م ح ب ل س ا ة ق ونخرج عمود
ب ذ إلى ع ونخرج خط ن م موازيا لخط ح م عليهما ك س د ه

فالمربع الذي يكون من طم مثل سطح دك ند مرة ذي الاربعة الاضلاع
كما بين في الشكل آ من هذه المقالة والمربع الذي يكون من دم
هو مثل المثلث مدى لان دم مساوية لمى وذلك ان دك خذ
متساويان فالمربع الذي يكون من طد مثل المثلث دك زك دى
لانه مساو لمربعي طم مز ولكن مربع دز مثل المثلث دكز
لان دز مثل دك وسطح ذك ند ذو الاربعة الاضلاع مثلا
مثلث كدند فالمربع الذي يكون من دز اعظم من المربع الذي
يكون من طد مثل سطح ند ذي الاربعة الاضلاع ونسبة
دد الى دح كنسبة ند الى دك ونسبة ند الى دك كنسبة
كس الى شد وكس مثل شى لان ىم مثل مر وذلك ان كد
مساوي لدز فنسبة دد الى دح كنسبة ىس الى شد واذا
خالفنا صارت نسبة خد الى دد كنسبة شد الى شى ولذا
ركبنا صارت نسبة خد ودد مجموعين الى دد كنسبة
ند الى شى وخط شى مساوي لخط ند فنسبة ندى الى ندى
كنسبة خد للى دد مجموعين الى دد وخرج خط خد الى ذ
وليكن دذ مساويا لخط دد فنسبة ندى الى ندى كنسبة
خذ الى ذص وهذه الاضلاع المتناسبة لخطوط ما مساوية
فسطحا ند خص متشابهان وخط نى الذي هو مساو لخط نه
دد فالسطح الذي يعمل على خم الشبيه بالسطح الذي يحيط به
دد وخط مساوي لخطي دد والضلع القائم هو سطح ند نه
ذو الاربعة الاضلاع فالمربع الذي يكون من طد اعظم من المربع
الذي يكون من دز مثل السطح الذي يعمل على خم الشبيه بالسطح

لان سطح ... الذي هو مساوي لخط دد

الذي يحيط به خط دد وخط مساوي لخط دد والضلع القائم
مجموعين وكذلك ايضا يبين ان المربع الذي يكون من ىح يزيد
على المربع الذي يكون من ىخ بمثل السطح الذي يعمل على دل
الشبيه بالذي ذكرنا فاقول ان المربع الذي يكون من ىز يزيد
على المربع الذي يكون من دن بمثل بطن السطح الذي ذكرنا
وذلك ان المربع الذي يكون من ىن هو مثل سطح دكع ذ
كما بين في الشكل آ من هذه المقالة والمربع الذي يكون
من دن هو مثل المثلث دكز فيكون مربع ىن اعظم من
مربع دز بمثل المثلث زكع وكذلك يبين ان السطح الذي
هو مثل المثلث زكع هو سطح يعمل على دن شبيه بالسطح الذي
ذكرنا فالمربع الذي يكون من ىز يزيد على المربع الذي يكون
من دن بمثل السطح الذي يعمل على دن الشبيه بالسطح الذي يعمل
على دن الشبيه بالسطح الذي ذكرنا واقول ايضا ان المربع
الذي يكون من اىحا له الحال التي ذكرنا وذلك ان المربع
الذي يكون من اه مثل سطح دكفه ذي الاربعة الاضلاع
كما بين في الشكل آ من هذه المقالة والمربع الذي يكون
من ده مثل المثلث فده فالمربع الذي يكون من اه مثل
مثلثي دكف دكه لان مربع اه مساو لمربعي اه ه ده
ومثل دكه هو المربع الذي يكون من ده فيفضل ما بين المربع
الذي يكون من اه وبين المربع الذي من ده هو مثل مثلث دكف
وكذلك ايضا يبين ان السطح الذي هو مثل مثلث دكف هو
السطح الذي يعمل على ده الشبيه بالسطح الذي ذكرنا ولان زيادات

مربعات هذه الخطوط على مربع د ز هي السطوح المعمولة على
د ه د ز د ح د ل د م وهذه السطوح مختلفة السطح الذي
يعمل على د ه أعظم من الذي يعمل على د ن والذي يعمل على د ن
من الذي يعمل على د ل والذي يعمل على د ل من الذي يعمل على د م
فيكون د ن أصغر الخطوط التي أخرجت ويكون ما قرب من
الخطوط الباقية منه أصغر مما بعد ويقوى كل واحد من الخطوط



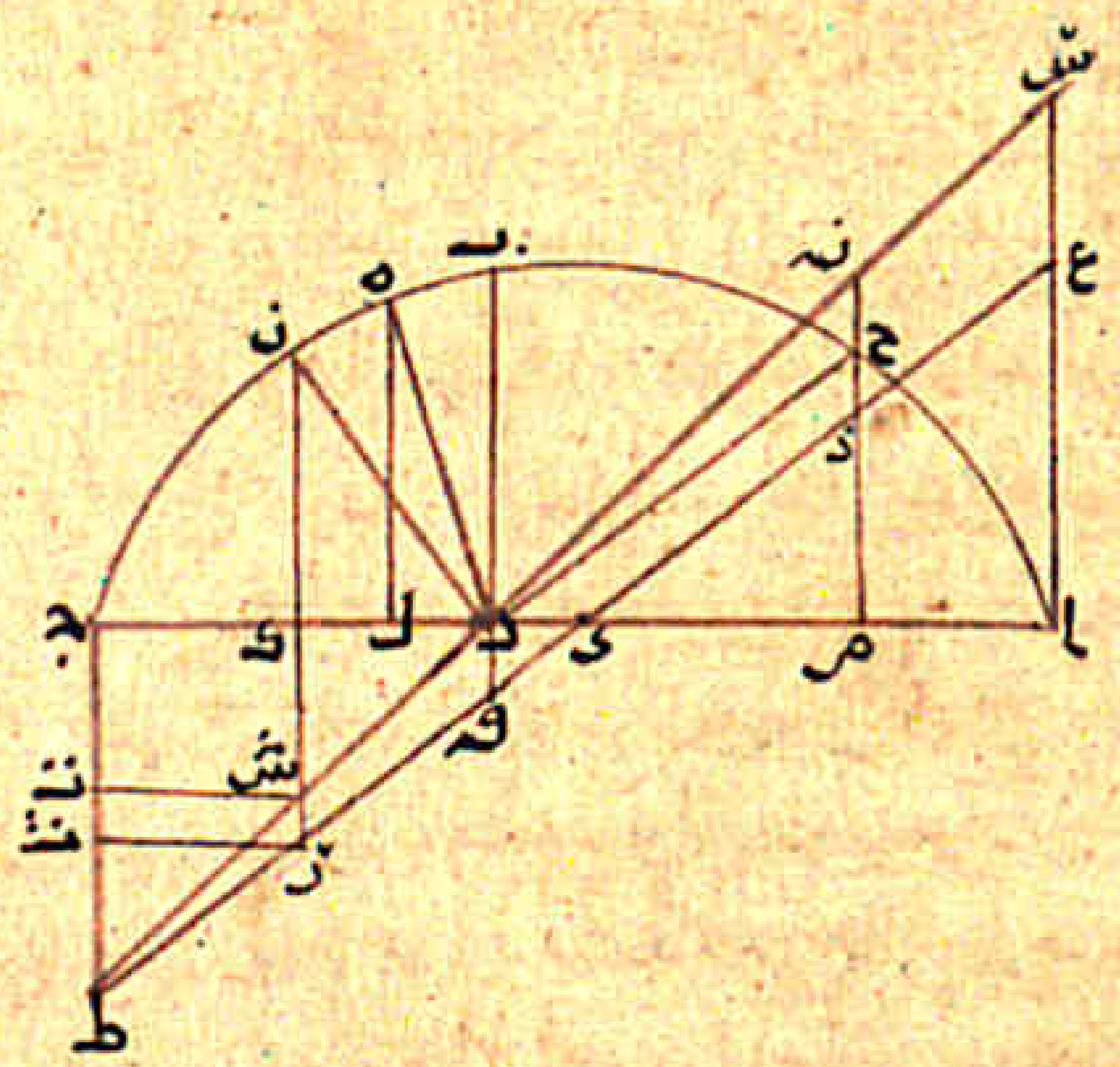
المخرجة على المربع الذي يكون من أقصر الخطوط مع السطح الذي يعمل
على الخط الذي بين مسقط العمود ومن نقطة د الشبيه بالسطح
الذي يحيط به د ر وخط مساوي لخط د ر والضلع القائم
مجموعين وذلك ما أردنا أن نبين
وإذا كان ما ذكرنا على حاله إلا أن القطع قطع ناقص والسهم
سهمه الأعظم فإن أقصر الخطوط التي تخرج من تلك النقطة

هو الخط المساوي لنصف الضلع القائم وأعظمها تمام السهم
وأما الخطوط الباقية فإن ما قرب منها من الخط الأقصر أقصر مما
بعد منه وكل واحد منها يقوى على مثل السطح الذي يعمل على
الخط الذي بين مسقط عموده ومن رأس القطع الشبيه بالسطح
الذي يحيط به القطر المجانب فيما بين رأس القطر المجانب والضلع
القائم إذا كان القطر المجانب [illegible] للخط الذي بين مسقط
العمود ورأس القطع فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وسهمه
الأعظم ا ج ولتكن ج د مساويا لنصف الضلع القائم ولنخرج
من نقطة د إلى القطع خطوطا وهي د ز د ه د ب د ح فأقول
إن د ج أقصر الخطوط التي تخرج من نقطة د وإن خط د ا أعظمها
وإن ما قرب من الخطوط الباقية من خط د ج أصغر مما بعد
والمربع الذي يكون من كل واحد منها يزيد على المربع الذي
يكون من د ج بمثل السطح الذي يعمل على الخط الذي بين مسقط
عموده ومن نقطة ج الشبيه بالسطح الذي يحيط به خط
ج ا وزيادته على الضلع القائم برهان ذلك أنا نجعل نصف
الضلع القائم ج ط والمركز ي ونخرج أعمدة ز ك ه ل ب ل
ب د [illegible] ونخرج خطا موازيا للخطوط التي أخرجت
عليه ا س ونخرج خط س [illegible] موازيا لخط ج ا فالمربع
الذي يكون من د ك مثل سطح ط [illegible] ذي الأربعة
الأضلاع كما بين في الشكل [illegible] من هذه المقالة والمربع
الذي يكون من د ج مثل سطح [illegible]
وذلك أن د ج مثل ج ط فالمربع الذي يكون من د ز مثلا

مثلثي د ح ط ش ط ز ولكن المربع الذي يكون من د ح مثلا
مثلث د ح ط وسطح ث ز ت ش مثلا مثلث ش ط ز فمربع
د ز اعظم من مربع خط ح د بمثل سطح ش ز ت ث ونسبة
ب ح الى ح ط كنسبة ا ح الى الضلع القائم وكنسبة
ز ث الى ث ط فنسبة ا ح الى الضلع القائم كنسبة ز ث
الى ث ط فنسبة ا ح الى الضلع القائم كنسبة ث ط الى
ث ط و ز ث مثل ث ط فنسبة ا ح الى الضلع القائم كنسبة
ث ط الى ط ث واذا قلبنا كان نسبة ح ا الى زيادته على
الضلع القائم كنسبة ط ث الى ز ث و ط ث مثل ث ش لان
د ح مثل ح ط فنسبة ث ش الى ش ز كنسبة الى زيادته
على الضلع القائم وخط ا ح هو نظير ث ش الذي هو مثل
ح ك فسطح ث ز مساوي للسطح الذي يعمل على ك ح الشبيه
بالسطح الذي يحيط به خط ا ح وزيادته على الضلع القائم
والمربع الذي يكون من ز د يزيد على المربع الذي يكون من د ح
بمثل سطح ث ز فالمربع الذي يكون من د ز يفضل على المربع
الذي يكون من د ح بمثل السطح الذي يعمل على ح ك الشبيه
بالسطح الذي ذكرنا واقول ايضا ان مربع ب د حاله كحال
الخط الذي ذكرنا وذلك ان المربع الذي يكون من ب د مثلا
سطح د ح ط ق لانه [illegible] الاضلاع والمربع الذي يكون من
ح د مثلا مثلث د ح ط ففصل ما بين مربع د ب ومربع ح ك
مساوي لمثلث د ط ق والسطح الذي يعمل على ح د
الشبيه بالذي ذكرنا هو مثلا مثلث د ط ق ففصل ما بين

١٧١
172

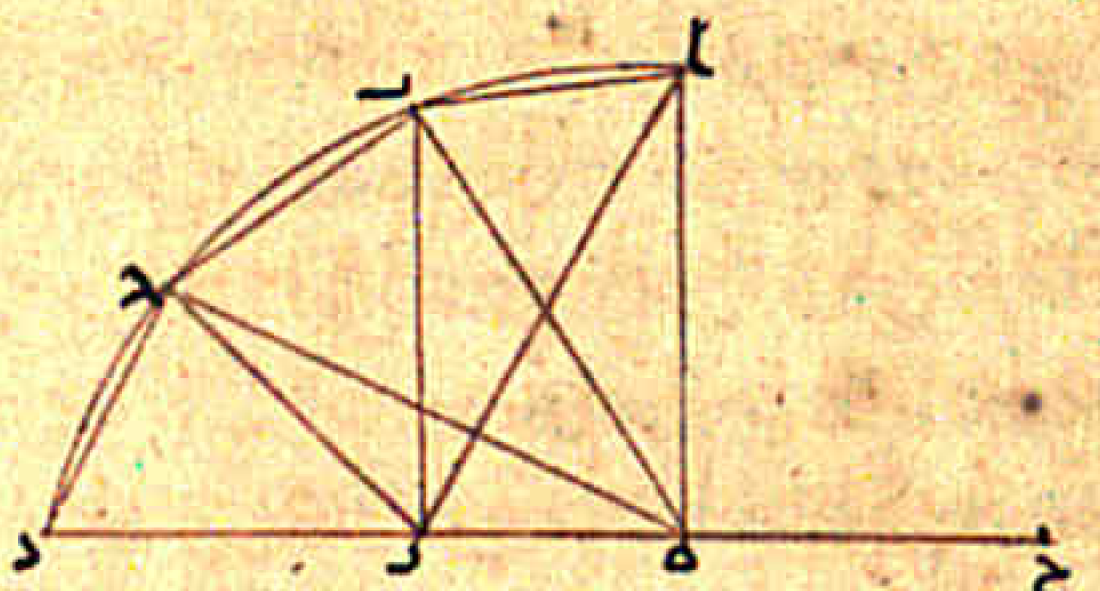
مربع د ب ومربع د ح هو مثل السطح الذي يعمل على ح د الشبيه
بالسطح الذي ذكرنا واقول ايضا ان المربع الذي يكون من ح
اعظم من المربع الذي يكون من د ح اعظم من المربع بمثل
السطح الذي يعمل على م ح الشبيه بالسطح الذي ذكرناه
وذلك ان مربع ح م مثلا سطح م ا ع ح كما بين في الشكل
آ من هذه المقالة والمربع الذي يكون من م د مثلا مثلث
د م ن وذلك ان خط د م مثل خط م ن لان خط د ح مثل
خط د ط
فالمربع
الذي يكون
من خط
د ح مثلا
مثلث ا ع
مع سطح
ن ذ ى د
اذا جمعا
ومثلث
ع ا ى



مساوي لمثلث ح ط ى فالمربع الذي يكون من د ح مثلا
مثلث ح ط ى وسطح ن ذ ى د مجموعين وهذان هما مساويان
لضعف مثلث د ح ط ن ط ذ والمربع الذي يكون من ح د
هو مثلا مثلث ح د ط ففصل المربع الذي يكون من د ح على

المربع الذي يكون من ح د هو مثل الامثال ت ط ذ ق للسطح الذي يعمل
على ح م الشبيه بالسطح الذي ذكرنا هو مثل الامثال ت ط ذ فضل
ما بين المربع الذي يكون من د ح ومن المربع الذي يكون من ح د
مساوي للسطح الذي يعمل على ح م الشبيه بالسطح الذي ذكرنا
واما فان المربع الذي يكون من ا د مثل الامثال ش ر د ا ومثل
ع ى ا مساوي لمثلث ط د ى فمربع ا د مثل الامثال س ط ع د ح ط ع
والمربع الذي يكون من ح د مثل الامثال ح د ط فضل ما بين مربع
ا د ومربع د ح هو مثل الامثال س ط ع والسطح الذي يعمل على د ا
الشبيه بالسطح الذي ذكرنا هو مثل الامثال ط ع س فمربع ا د
يزيد على مربع ح د مثل السطح الذي يعمل على ح ا في بازه على
الضلع القائم والسطح الذي يعمل على ا د اعظم من الذي يعمل على
ح م والذي يعمل على ح م من الذي يعمل على ح د والذي يعمل على
ح د من الذي يعمل على ح ك والذي يعمل على ح ك من الذي يعمل على
د ك فخط ح د اصغر من جميع الخطوط التي تخرج من نقطة د الى
القطع وخط د ا اعظمها واما الخطوط الباقية فان ما قرب
منها من الخط الاقصر اصغر مما بعد منه ويزيد مربع كل واحد
منها على مربع الخط الاقصر مثل السطح الذي ذكرنا وذلك
ما اردنا ان نبيـــــنه
اذا تعلمت نقطة على الخط الاقصر الذي ذكرناه في احد القطوع ز
الثلثة واخرجت منها خطوط الى القطع فان اقصرها هو الخط
الذي فيما بين تلك النقطة وبين راس القطع وما قرب منه من
الخطوط الباقية التي تخرج من ذلك الصنف من القطع اقصر مما

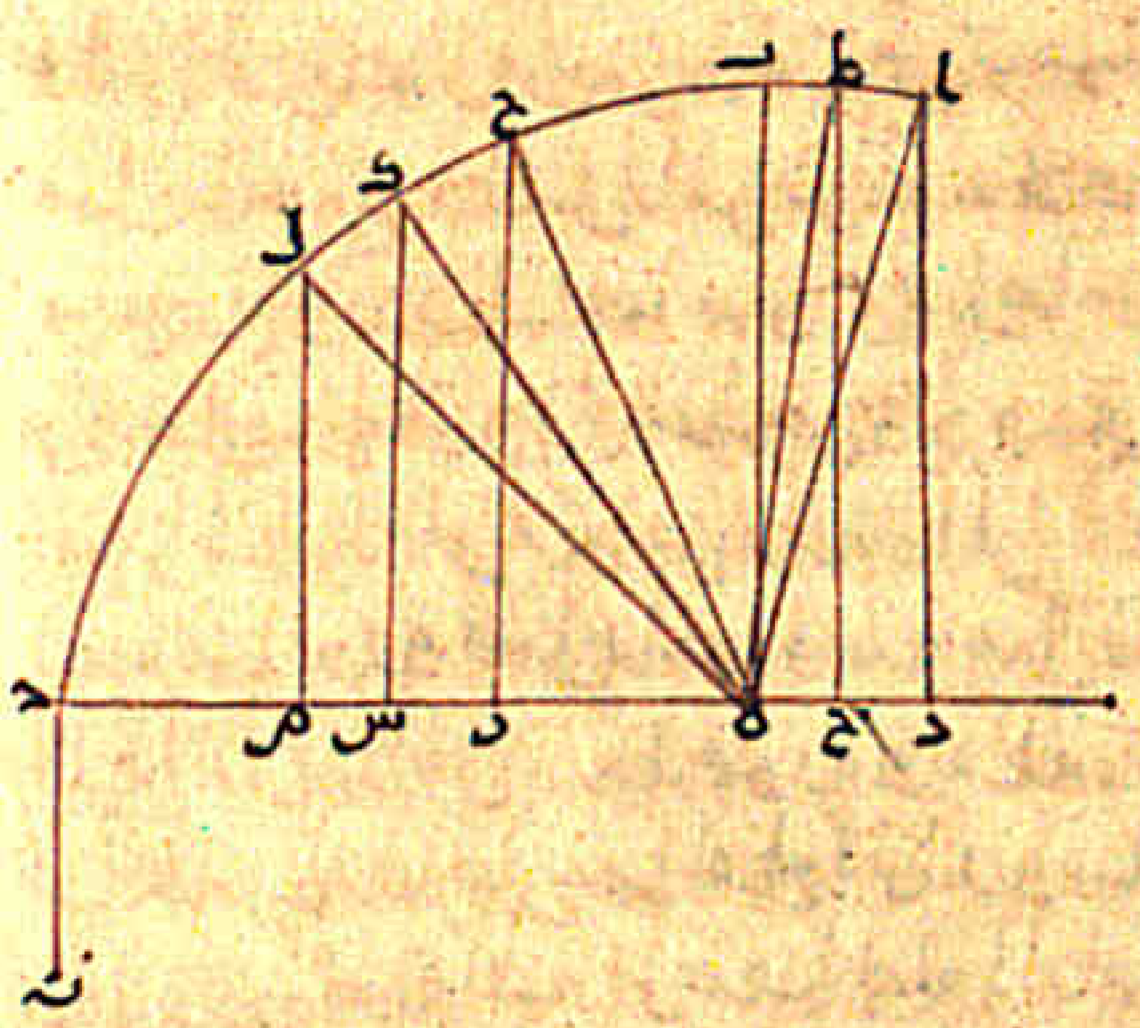
بعد فليكن قطع مخروط عليه ا ب ح د وعلى سهمه د ح والخط
الاقصر د ه ولتكن نقطة على خط د ه كيف وقعت وهي ز
ونخرج منها خطوطا الى القطع عليها ز ح ز ب ز ا فاقول ان
ز د اقصرها وان ما قرب منه اصغر مما بعد برهان ذلك انا
نصل خط ح ه فيكون ح ه اطول من ه د وزاوية ح د ه اعظم
من زاوية د ح ه فما اكثر زيادة زاوية ز د ح على زاوية
د ح ز فخط ح ز اطول من خط ز د وايضا فان خط ب ه اطول
من خط ه ح
وزاوية ب ح ه
اعظم من زاوية
ح ب ه فما
اكثر نقصان
زاوية ح ب ز
عن زاوية



ب ح ز فخط ب ز اطول من خط ز ح وكذلك ايضا بين ان ا ز اطول
من ب ز فخط ز د اقصر الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى القطع
فاما الخطوط الباقية فان ما قرب منها من خط ز د اقصر مما
بعد وذلك ما اردنا ان نبيـــــنه
اذا تعلمت نقطة على سهم القطع المكافي وكان بعدها من ح
راس القطع اكثر من نصف الضلع القائم وقطع من السهم
مما يلي النقطة التي تعلمت عليه نحو راس القطع خط مساوي
لنصف الضلع القائم واخرج من طرف هذا الخط الذي قطع

عمود على السهم واخرج العمود حتى ينتهي الى القطع واخرج من
موضع منتهاه الى القطع خط الى النقطة التي تعلمت فان ذلك
الخط هو اقصر الخطوط التي تخرج من تلك النقطة التي تعلمت على
السهم الى القطع وما قرب منها من الخطوط الباقية من الناحيتين
جميعا اقصر مما بعد ويزيد مربع كل واحد منها على مربع
الخط الاقصر مثل المربع الذي يكون من الخط الذي فيما بين
مسقط عمودها على السهم فليكن قطع مكافي عليه ا ب جـ
وسهمه جـ د وليكن خط جـ ه اطول من نصف الضلع القائم
وليكن نصف الضلع القائم ر ه ولنخرج عمودا على جـ ه عليه
ر ح وليصل خط ه ح فاقول ان خط ه ح اقصر الخطوط التي تخرج
من نقطة ه الى القطع واما الخطوط الباقية التي تخرج في
ا ب د فان ما قرب منها من خط ه ح اقصر مما بعد منه من
الناحيتين جميعا فنخرج من نقطة ه الى القطع خطوط ه ك ه ا
ه ط ه ل فاقول ايضا ان مربع كل واحد منها يزيد على مربع
ه ح مثل الذي يكون من الخط الذي بين مسقط عموده ومن نقطة
ر فليخرج الاعمدة وليكن ب ه عمودا وليكن خط جـ ن نصف
الضلع القائم فالذي يكون من ضرب جـ ر في جـ س مرتين
هو مربع ك س كما بين في الشكل يا من المقالة ا ومثل
الذي يكون من ضرب ه ر في جـ س مرتين ونجعل الذي يكون من
ضرب ه ر في س مرتين مع مربعي ه ر د س مشتركا فيصير
الذي يكون من ضرب ه ر في جـ س مرتين وفي د س مرتين مع مربعي
ه ر د س مثل مربعي ك س س ه اللذين هما مثل مربع ك ه

ولكن الذي يكون من ضرب ه ر في جـ س مرتين وفي د س مرتين
مثل الذي يكون من ضرب جـ د في ه ر مرتين فمربع ك ه مساوي
للذي يكون من ضرب جـ د في ه ر مرتين مع مربعي د س ه ر ولكن
ولكن الذي يكون من ضرب جـ ر في د ه مرتين مساوي لمربع ر ح
لان ر ه مثل جـ ن فمربعا ر ح ر ه د س مجموعة مثل مربع ه ك
ومربعا ر ح
ر ه مثل
مربع ه ح
فمربع ك ه
مثل مربعي
ه ح د س
ففضل مربع
ك ه على مربع
ه ح مثل



مربع د س وكذلك ايضا يبين ان فضل ما بين مربعي ه ل ه ح
مثل مربع م ر واذا كان الذي يجتمع من ضرب جـ د في ر ه مرتين
مثل مربع ر ح لان ر ه مثل جـ ن كان فضل ما بين مربع جـ ه
ومربع ه ح مثل مربع جـ ر وخط د س اقصر من خط ر م وخط
ر م اقصر من خط ر جـ فخط ه ح اقصر الخطوط التي تخرج من نقطة
ه الى القطع من ناحية جـ وايضا فان مربع د ه مساوي للذي
يكون من ضرب جـ ر في د ه مرتين الذي هو مثل الذي يكون من
ضرب جـ ه في ه ر مرتين والذي يكون من ضرب جـ د في د ه مرتين

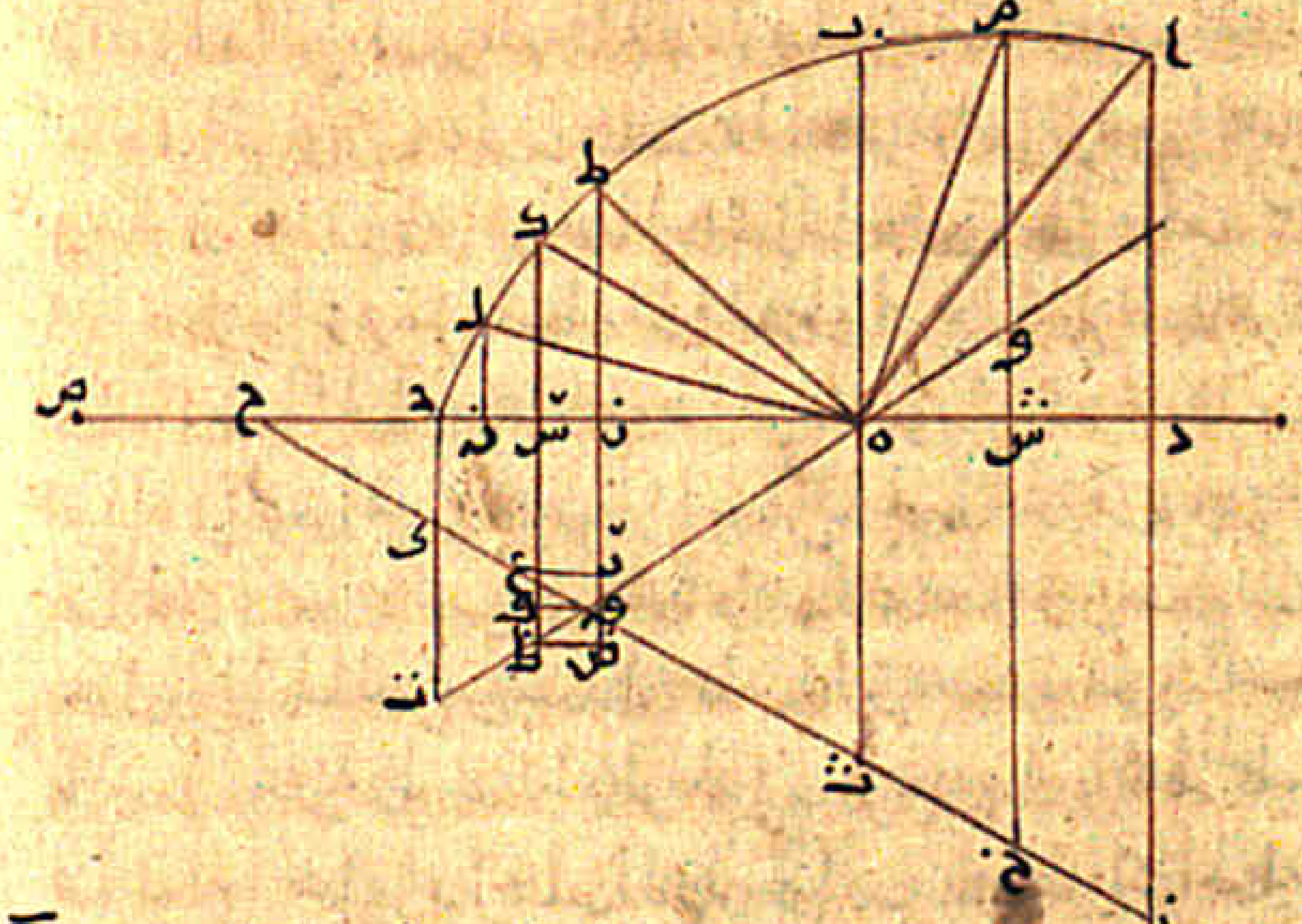
مساوي لمربع ن ح مع مربع ت ه مساوي لمربع ح ه مع مربع ه د
فيفضل ما بين مربع ت ه ومربع ه ح هو مثل مربع ز ه والصافي
مربع ح ط مساوي للذي يكون من ضرب ح ح في ز ه مرتين لان ز ه
مثل ح ز فمربع ح ه مشترك فيصير المجتمع من ضرب ح د في
د ه مرتين و ن ه في مثله و ن ح في مثله مساويا لمربع ه ط
ولكن الذي يكون من ضرب ح د في د ه مرتين و د ه في مثله
مثل مربع ه ح فيفضل ما بين مربع ه ط ومربع ه ح هو مثل
مربع ن ح وكذلك ايضا تبين ان فضل ما بين مربع ا ه ومربع
ه ح مثل مربع د ز و د ن اعظم من ن ح و ن ح من ز ه فخط ه ح
اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع وما قرب منه
اصغر مما بعد و فضل ما بينها وبينه مثل المربع الذي يكون من
الخط الذي فيما بين مسقط عموده ونقطة ز و ذلك ما اردنا ان نبين
اذا اعلمت نقطة على سهم القطع الزايد وكان الخط الذي بينها
وبين راس القطع اكثر من نصف الضلع القائم و قسم الخط الذي
بين النقطة التي تعلمت وبين المركز بقسمين وكانت نسبة احدهما
الى الاخر كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم وكان القسم
الذي يلي المركز نظير القطر و اخرج من النقطة التي انقسم عليها
ذلك الخط عمود على السهم فانتهى الى القطع ووصل خط بين
منتهاه والنقطة التي كانت تعلمت فان هذا الخط الموصول اصغر
الخطوط التي تخرج من النقطة التي تعلمت الى القطع واما الخطوط
اصغر الباقية التي عن جنبتيه فان ما كان منها قريبا منه مما كان بعيدا
وفضل ما بين مربع كل واحد منها ومربعه هو مثل السطح الذي

الى الضلع القائم

يعمل على الخط الذي بين مسقط عموديهما الشبيه بالسطح الذي يحيط به
القطر المجانب وخط مساوي للقطر المجانب والضلع القائم اذا كان
نظير القطر المجانب هو الخط الذي بين العمودين وليكن قطع زائد عليه
ا ب ت د وعلى سهمه المخرج ص د ومركزه ح وليكن ح ه اعظم من نصف
الضلع القائم ونجعل نسبة ح ز الى ز ه كنسبة القطر المجانب
فهو من ان نقطة ز تقع فيما بين نقطتي د ه ونخرج من نقطة ز عمودا
على السهم عليه ز ط ونصل خط ط ه فاقول ان ه ط اصغر الخطوط
التي تخرج من نقطة ه الى القطع وان ما قرب منها من الباقين جميعا
اصغر مما بعد وان فضل ما بين مربعها ومربعه مساوي للسطح
الذي يعمل على الخط الذي بين مسقط عموديهما الشبيه بالسطح الذي
يحيط به القطر المجانب وخط مساوي للقطر المجانب والضلع القائم
مجموعين اذا كان القطر المجانب نظير الخط الذي بين العمودين
برهان ذلك انا نجعل نصف الضلع القائم د ي ونخرج اعمدة ل ت ب
ك س ع وسائر الاعمدة ونصلها على استقامة ونصل خط ح ي ن و ح ط
ون ه في الخمس فنسبة ح د الى د ي كنسبة القطر المجانب الى الضلع
القائم ونسبة ح د الى د ي كنسبة ح ز الى ز ه و كنسبة ح ن
الى ن ي فخط ن ي مساوي لخط ز ه ومربع ز ط مثل السطح د ي في ز د
كما تبين في الشكل ا من هذه المقالة ومربع ز ه مثل مثلث ن ه و
فمربع ط ه مثل السطح ح ه في ن ي والصافي مربع ك س مثل السطح
ع س د ي كما تبين في الشكل ا من هذه المقالة ومربع ه س مثل
مثلث س ط فمربع ك ه مثل السطح ع ه ح ي و مثلث ع ط لذا
جميعا ومربع ط ه فقد كان تبين انه مثل السطح ع ه ح ي فيفضل ما بين

مربع ه ى ومربع ه ط هو مثل المثلث ق ر ع ط ونخرج خطوط ع ن و ق
ظ ص موازية لخط ح د فنسبة ح د الى د ى كنسبة ظ ق الى ق ع
لان ق ع مثل ف ظ فنسبة ظ ق الى ق ع كنسبة القطر المجانب الى
الضلع القائم فيكون نسبة ف ظ الى ظ ع كنسبة القطر المجانب الى الخط
المساوي للقطر المجانب مع الضلع القائم وخط ف ظ مساو لخط
ظ ص فسطح ن ع ظ ص شبيه بالسطح الذي يحيط به القطر المجانب
وخط مساو للقطر المجانب مع الضلع القائم وسطح ن ع ظ ص
مثل مثلث ع ق ظ الذي هو فضل ما بين مربع ه ى ومربع ه ط
وخط ن ع مثل خط ز س فضل ما بين مربعي ى ه ط ه هو السطح
الذي يعمل على ز س الشبيه بالسطح الذي ذكرنا اذا كان القطر المجانب
نظير الخط ز س وكذلك ايضا نبين ان فضل ما بين مربعي ل ه ط ه
مساو للسطح الذي يعمل على ز ن الشبيه بالسطح الذي ذكرنا اذا
كان ايضا القطر المجانب نظير الخط ز ن وايضا فان مربع ح ه مثل
مثلث د ن ه ومربع ه ط مثل سطح د ه ق ر ففضل ما بين مربع
ح ه ومربع ه ط هو مثل مثلث ن ق ر ى فهو مثل ن ق ح هو
السطح الذي يعمل على ح ز الشبيه بالسطح الذي ذكرنا ففضل ما بين مربع
ح ه ومربع ه ط مساو للسطح الذي يعمل على ح ز الشبيه بالسطح
الذي ذكرنا وخط ز س اصغر من خط ز ن وخط ز ن من خط ز ح فخط
ه ط اصغر من خط ه ى وخط ه ى من خط ه ل وخط ه ل من خط ه ح
فخط ه ط اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع من الناحية
الواحدة التي تلي ح ه واما فان مربع ب ه مثل سطح ح ى ن ه
كما بين في الشكل ا من هذه المقالة ومربع ط ه قد بينا انه

مثل سطح د ى ق ه ففضل ما بين مربع ه ب ومربع ه ط هو مثل مثلث ف ق
والسطح الذي يعمل على ب ه الشبيه بالسطح الذي ذكرنا هو مثل مثلث
المثلث ه وايضا فان مربع م ش مثل سطح د ش خ ى كما بين في الشكل
ا من هذه المقالة ومربع ش ه مثل مثلث ش ر ه و مربع م ه مثل
مثلث و خ ق ه وسطح د ى ق ه اذا جمعا وقد تبين ان مربع ط ه
مثل سطح د ى ق ه والسطح الذي يعمل على ب ه الشبيه بالسطح الذي



ذكرنا هو مثل مثلث و ف خ وكذلك ايضا نبين ان فضل ما بين مربع ه ا
ومربع ط ه مساو للسطح الذي يعمل على خط ز د الشبيه بالسطح الذي
ذكرنا وخط ه ب اصغر من خط ز س وخط ز س من خط ز د فخط ط ه اصغر
من خط ه ب وخط ه ب اصغر من خط ه م وخط ه م اصغر من خط ه ا
فخط ط ه اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع والخطوط التي
عن جنبتي ط ه فان ما قرب منها من ط ه اصغر مما بعد ويبرهن مربع

دل واحد منها على مربع طة بمثل السطح الذي يعمل على الخط الذي
بين مسقط اعمدتها ومسقط عموده الشبيه بالذي ذكرناه
اذا تعلمت نقطة على سهم القطع الناقص الاعظم وكان ما بين كـ
تلك النقطة وبين راس القطع اطول من نصف الضلع القائم
وقسم الخط الذي بين راس القطع وبين النقطة التي تعلمت على
السهم على نقطة وكانت نسبة الخط الذي بين مركز القطع
والنقطة التي انقسم عليها الخط الى ما بين تلك النقطة والنقطة
الاولى التي كانت تعلمت كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
واخرج من النقطة التي عليها انقسم الخط عمود على السهم وانتهى
الى القطع واخرج من منتهاه الى النقطة الاولى التي كانت تعلمت
خط فان هذا الخط اصغر الخطوط التي تخرج من النقطة التي تعلمت
الى القطع وما قرب من هذا الخط من الخطوط الباقية فهو اصغر
مما بعد وفضل ما بين مربعاتها ومربعه مساوي للسطح الذي
يعمل على الخط الذي بين مسقط اعمدتها ومسقط عموده الشبيه
بالسطح الذي يحيط به القطر المجانب وفضل ما بين القطر المجانب
والضلع القائم اذا كان القطر المجانب اطول الخطين
فليكن القطع الناقص ابجد وسهمه الاطول اد ومركزه ه
ولتكن هد اعظم من نصف الضلع القائم ولتكن نسبة دز الى
زه كنسبة اد الى الضلع القائم ونخرج عمودا على السهم من
نقطة ز عليه زح ونصله الى ش ونصل خط حط فاقول ان
خط حط اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ط الى القطع وان ما
قرب منه الخط من الخطوط الباقية اصغر مما بعد وان فضل

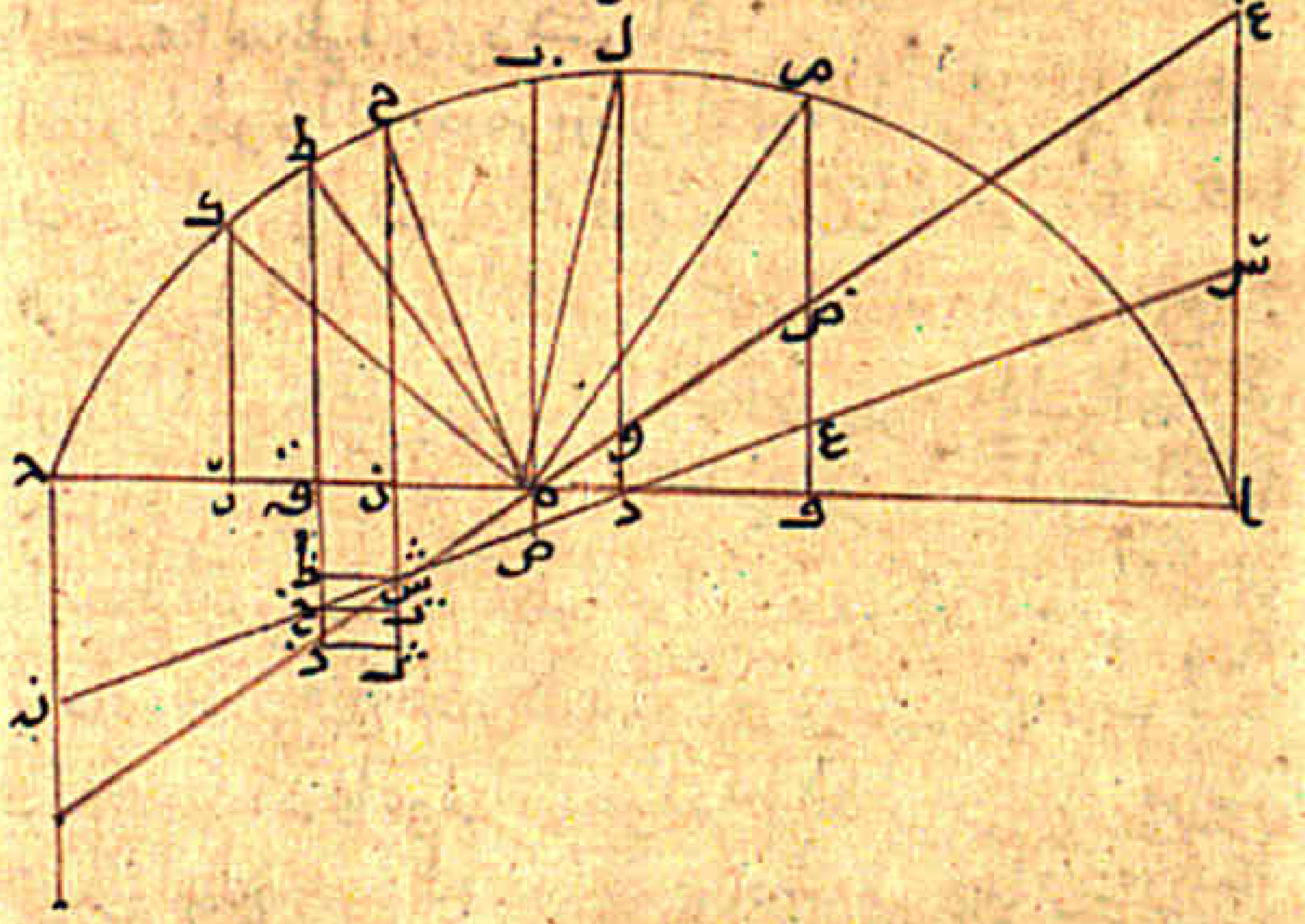
ما بين مربعاتها ومربعه مساوي للسطح الذي يعمل على الخط الذي
بين مسقط اعمدتها ونقطة ز الشبيه بالسطح الذي يحيط به قطر
اد وفضل ما بين هذا القطر وبين الضلع القائم اذا كان قطر اد
اطول الخطين فاما الخط الذي بين هذا القطر وبين الضلع القائم اذا كان
قطر اد فضل ما بين نقطة ز وبين مسقط العمود بينها فذلك
انا نخرج الخطوط والاعمدة على ما في الصورة ولتكن ده عمودا على
اد ولتكن دز نصف الضلع القائم ونصل خط هد شه وسهمها
فنسبة دد الى دز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسبة
دز الى زه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فنسبة دز الى
زه كنسبة دز الى زه كنسبة ده الى دز ونسبة دد الى
دز كنسبة دز الى زش فنسبة دز الى زه والى زش واحدة
فخطا زه زش متساويان فنخرج خطوط شظ خ ت ذ ت موازية
لخط اد فمربع زه مثلا مثلث زه ش ومربع زح مثلا سطح
تد زش كما بين في الشكل ا من هذه المقالة فمربع هح مثلا
سطح ده تز ولكن فان مربع طه مثلا سطح د ق ذ كما بين
في الشكل ا من هذه المقالة ومربع ه ه مثلا مثلث ه د ه
فمربع ط مثلا سطح د ز ش ه فضل ما بين مربعي طه طح
مساوي لمثلي مثلث شزخ ومثلا هذا المثلث مساوي لسطح
ز ت ن خ واما ان نسبة ه ز الى زش كنسبة شظ الى ظ ذ
وخط ه ز مثل خط زش فخط ش ظ مثل ظ ذ ونسبة شظ الى ظ خ
كنسبة دد الى دز ونسبة ظ ذ الى ظ خ كنسبة ده الى دز
ونسبة دد الى دز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسبة

[illegible]

ط ذ الى ذ ح كنسبة القطر المجانب الى مضادته على الضلع القائم
واذا فلنا صارت نسبة ط ذ الى ذ ح كنسبة القطر المجانب الى
مضادته على الضلع القائم وخط ط ذ مثل خط ث ذ فسطح خ ذ
ذ ث شبيه بالسطح الذي يحيط به القطر المجانب مع مضادته
على الضلع القائم فذ ث مثل ذ ح ففضل ما بين مربعي ط ه ه ح
مساوي للسطح الذي يعمل على ذ ه نظير القطر المجانب وبذلك
اما سبين ان فضل ما بين مربعي ك ه ومربع ه ح مساوي للسطح
الذي يعمل على ذ ك الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وان مربع ه د
اعظم من مربع ه ح مثل السطح الذي يعمل على ذ د الشبيه
بالذي ذكرنا وخط ز ق اعظم من خط ز د وخط ذ ن اعظم من خط
ز د فخط ه ح اعظم من خط ه ط وخط ه ط من خط ه ك وخط
ه ك من خط ه د وايضا فان مربع ب ه مثلا سطح ه ح ن ع كما
بين في الشكل ا من هذه المقالة ومربع ه ح مثلا سطح ه ح ز ش
كما بان فضل ما بين مربعي ب ه ومربع ه ح هو مثلا مثلث
ه ش ع ومثلا هذا المثلث مساوي للسطح الذي يعمل على ذ ه
الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وتبين ذلك على الجهة التي وصفنا
من قبل وايضا فان مربع ذ ك مثلا مثلث د ح ي كما بين في
الشكل ب من هذه المقالة ومربع ذ ه مثلا مثلث د ق ه
فمربع ل ه مثلا مثلث د و ش مع سطح ح ي ش ه ففضل ما بين
مربع ل ه ومربع ه ح مثلا مثلث د و ش ومثلا هذا المثلث
هو السطح الذي يعمل على د ن الشبيه بالسطح الذي ذكرنا
وايضا فان مربع م ق مثلا سطح ش ع ف ا كما بين في الشكل

الشبيه بالسطح الذي ذكرنا اذا كان ذ ق ن خطا

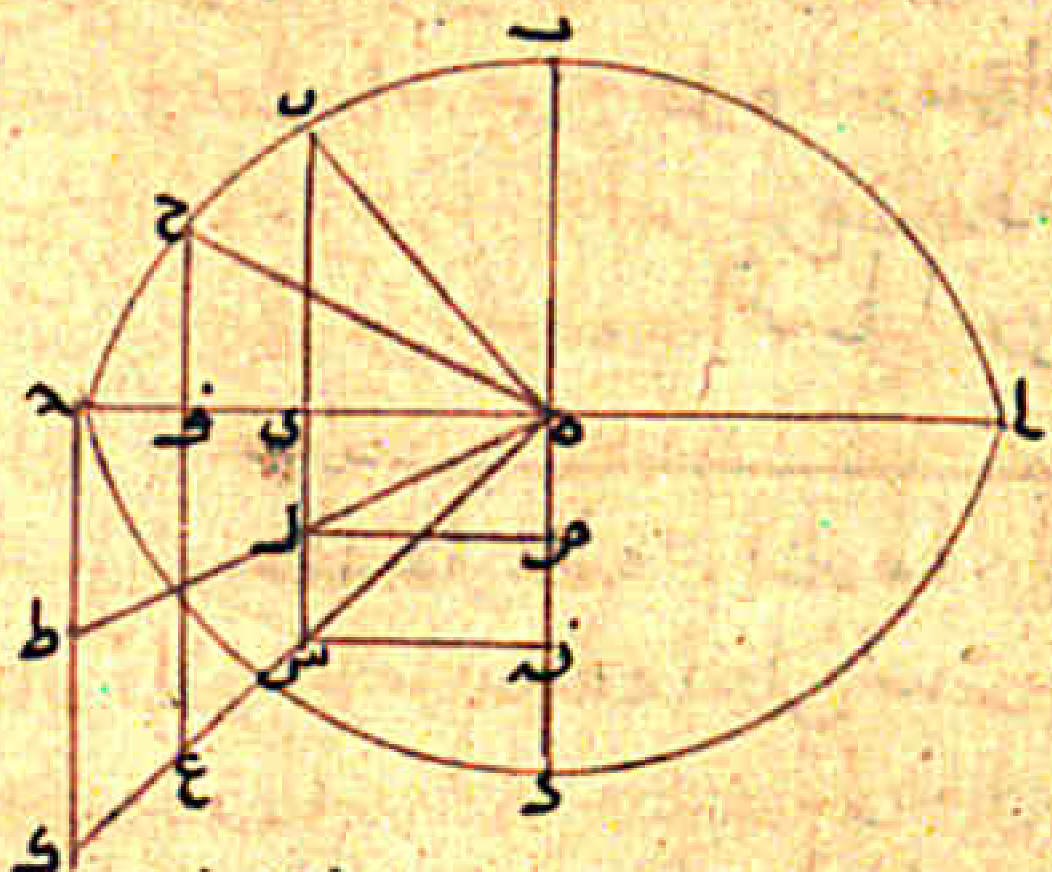
ح من هذه المقالة ومربع ق ه مثلا مثلث ق ه ض فمربع م ه
مثلا مثلث س د ا وسطح ض ه د ع اذا جمعا ومثلث س ح ا مساوي
لمثلث ح د ن فمربع م ه مثلا سطح د ه س ن ومثلا ع س ض
مجموعين ففضل ما بين مربع م ه ومربع ه ح مثلا مثلث ض س ع
ومثلا هذا المثلث هو السطح الذي يعمل على ذ ق الشبيه



بالسطح الذي ذكرنا وايضا فان مربع ه ا مثلا مثلث ه ا غ ومثلث
ذ ح ي مساوي لمثلث ا د س فمربع ه ا مثلا مثلث ش س غ وسطح
ه ح ي س مجموعين ففضل ما بين مربعي ا ه ه ح مثلا مثلث ش س غ
ومثلا هذا المثلث مساوي للسطح الذي يعمل على ا ذ الشبيه
بالسطح الذي ذكرنا وخط ه ذ اعظم من خط ذ د وخط ذ ا اعظم
من خط ذ ق وخط ذ ق اعظم من خط ذ ا فخط ب ه اعظم من خط

من خط ه ك وخط ه ك اصغر من خط ه م وخط ه م اصغر من خط ه ا
وخط ه ح اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع ا ب د واطولها
سائر الخطوط التي من الجانبين فان ما قرب منها من ه ح اصغر مما
بعد وفضل ما بين مربعاتها ومربعه مساو للسطوح التي
تعمل على الخطوط التي بين مسقط اعمدتها ومسقط عموده
الشبيهة بالسطح الذي ذكرنا ٥
يا اصغر الخطوط التي تخرج من مركز القطع الناقص الى خط القطع هو
نصف السهم الاقصر واعظمها هو نصف السهم الاطول وما
قرب من الخط الاطول اعظم مما بعد وزيادة مربع كل واحد
من تلك الخطوط على مربع الخط الاقصر هو مثل السطوح التي
تعمل على الخطوط التي بين مسقط الاعمدة وبين المركز الشبيهة
بالسطح الذي يحيط به القطر المجانب مع زيادته على الضلع
القائم فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وسهمه الاطول ا ج
والاقصر ب د فاقول ان اطول الخطوط التي تخرج من مركز
ه الى القطع هو خط ه ا واقصرها خط ه ب وما قرب من خط
ه ا من الخطوط الباقية التي بين خطي ه ب ه ا هو اعظم مما
بعد منه وزيادة مربعاتها على مربع ه ب مساوية للسطوح
التي تعمل على الخطوط التي بين مسقط اعمدتها التي تقع على
ا ج وبين نقطة ه الشبيهة بالسطح الذي يحيط به ا ج في زيادته
على الضلع القائم فنخرج خطوط ه ر ه ح ونخرج اعمدة ر ي ح ق
وليكن نصف الضلع القائم ا ل فيكون خط ا ل اصغر من ج ه ولكن
د ك مساويا لخط ج ه ونصل خط ل ه ك ونخرج خطي ح ق

الى نقطتي ع س ونخرج خطي ق ل ر س موازيين لخط ا ج فيصير نسبة
ه د الى ج د كنسبة ه ي الى ي س وخط ه ج مساو لخط ج د
فخط ه ي مساو لخط ي س ومربع ي ر مثلا سطح ج ط ل ي كما
بين في الشكل ا من هذه المقالة ومربع ي ه مثلا مثلث ي ه س
فمربع ر ه مثلا مثلثي ه ج ط ل ي س ومربع ه ب مثلا مثلث
ج ه ط كما بين في الشكل ب من هذه المقالة ومثلا مثلث ه ل س

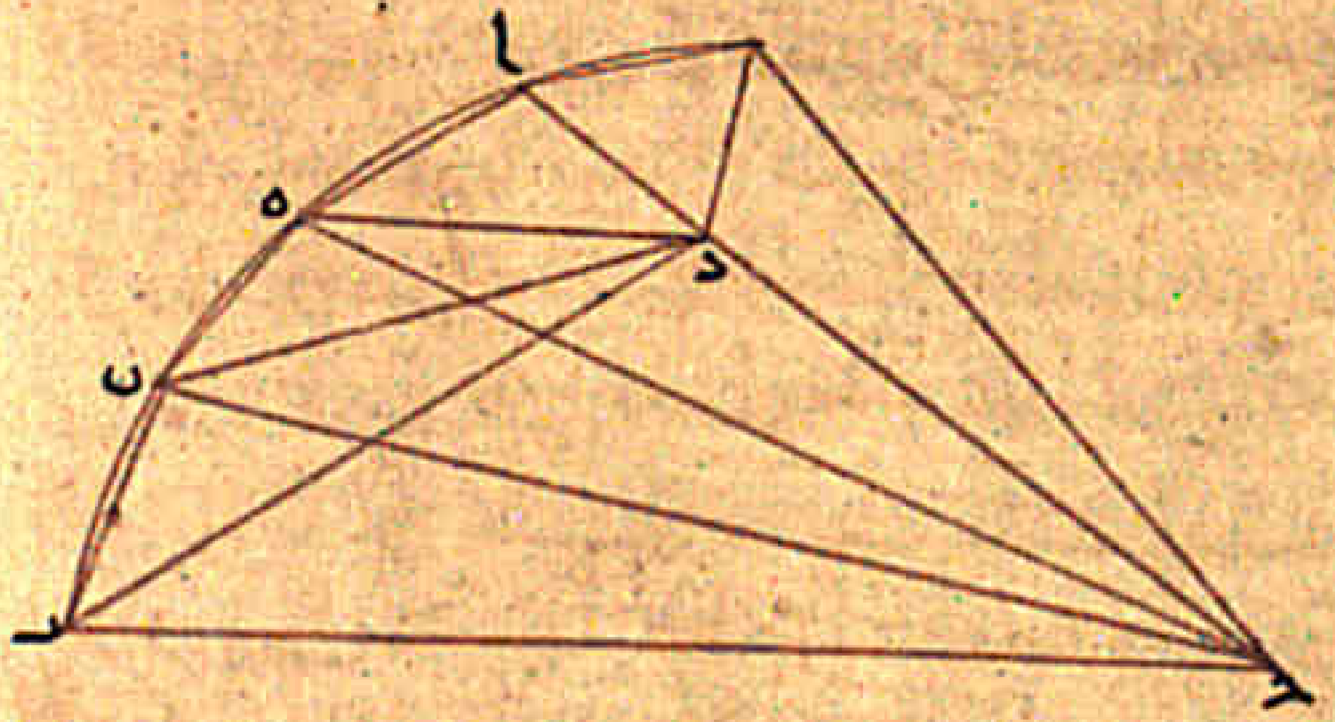


هو سطح
ل س م ر
ففضل ما
بين مربع
ه ر ومربع
ه ب هو
سطح ل ر
ونسبته
ك د الى د ط كنسبة القطر المجانب الى الخط القائم وكنسبة
س ر الى ر ل وذلك لما صارت نسبة ك س الى س ل كنسبة
القطر المجانب الى زيادته على الضلع القائم وخط ل م
مساو لخط ي ه ففضل ما بين مربعي ر ه ب ه مساو
للسطح الذي يعمل على ي ه الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وكذلك
ايضا نبين ان فضل ما بين مربعي ح ه ب ه مساو للسطح الذي
يعمل على ه ق الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وايضا فان مربع ح ه
مثلا مثلث ح ه ك الشبيه بالسطح الذي ومربع ب ه مثلا

مثلث ده ط فضل ما بين مربع ده و ه ب هو مثل مثلث ه ك ط
ومثل ما بعد المثلث مساوي للسطح الذي يعمل على ح ه الشبيه
بالسطح الذي ذكرنا وخط ه ح اعظم من خط ه ق وخط ه ق
اعظم من خط ه ز فخط ه د اطول من خط ه ح وخط ه ح اطول
من خط ه ز وخط ه ز اطول من خط ه ب فاطول الخطوط التي
تخرج من نقطة ه هو خط ه د واقصرها خط ه ب وسائر الخطوط
التي تخرج فيما بين خطي ه ب ه د فان ما قرب منها من خط ه د اطول
مما بعد وفضل ما بين مربع كل واحد منها ومربع ه ب مساوي
للسطح الذي يعمل على الخط الذي بين مسقط عموده الواقع
على ا د وبين المركز الشبيه بالسطح الذي ذكرناه وذلك
ما اردنا ان نبين ه

يب اذا تعلمت نقطة على خط من الخطوط التي قد بينا انها اقصر
الخطوط التي تخرج من نقطة ما على السهم الى قطع من القطوع
ولم يخرج من تلك النقطة خطوط الى القطع في جهة واحدة فان
اقصرها هو جزء الخط الاقصر الذي يلي القطع وما قرب منه
اصغر مما بعد فليكن قطع مخروط عليه ا ب وسهمه ب د وليكن ط
الاقصر الذي يخرج من نقطة منه ق ونتعلم عليه نقطة د كيف
ما وقعت فاقول ان خط د ا اقصر الخطوط التي تخرج في هذا
الشق من القطع من نقطة د وبرهان ذلك انا نخرج خطوط
د ه د ز د ب ونصل خطي ب ح ح ه وخطوط ا ه ه ز ز ب فخط
ه ح اطول من خط ح ا وزاوية ح ا ه اعظم من زاوية ح ه ا
وزاوية د ه ا اعظم من زاوية ا ه د وزاوية ه ا د اعظم بكثير

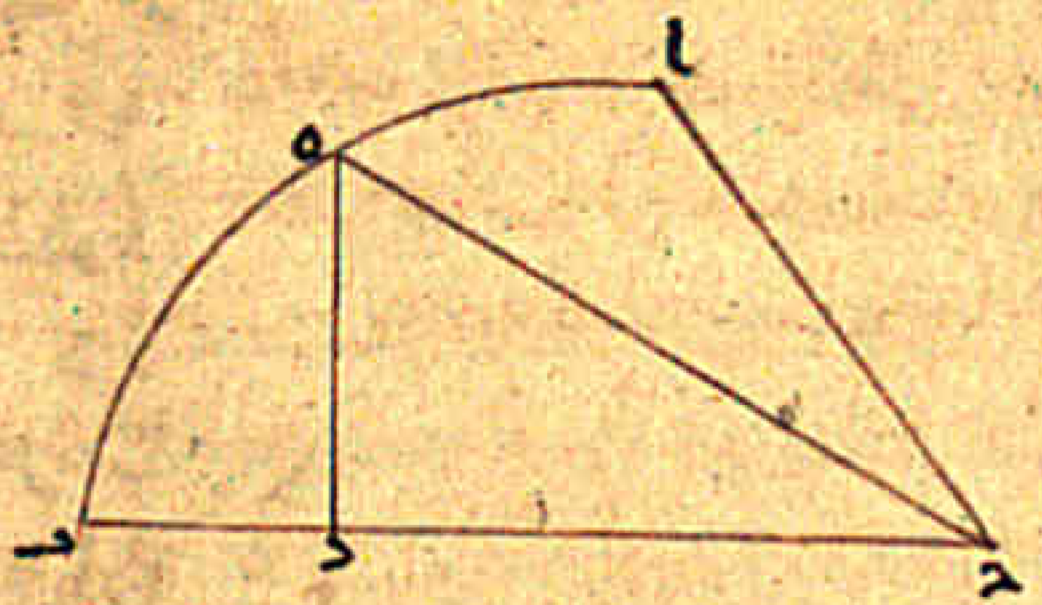
من زاوية ا ه د فخط ه د اطول من خط د ا وايضا فان ز د اطول
من د ه وزاوية ز ه د اعظم من زاوية ه ز د وزاوية د ه ز
اعظم بكثير من زاوية ه ز د فخط ز د اعظم من خط د ه وكذلك
ايضا يبين ان خط ب د اعظم من خط د ز فخط ا د اصغر الخطوط
التي تخرج في هذا الجزء من القطع وما قرب منه اصغر مما
بعد وكذلك



ايضا
يبين ان
هذه
الخطوط
اذا
اخرجت
في قطعة
اخرى وذلك ما اردنا ان نبين ه

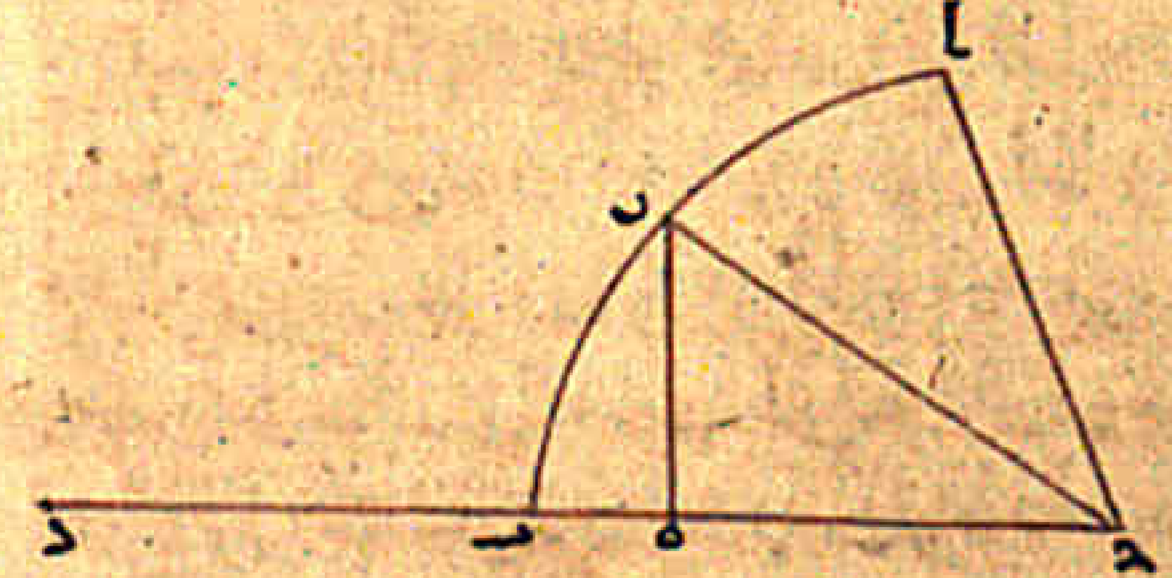
يج اذا اخرج من موضع من سهم القطع المكافي اقصر الخطوط
التي تخرج منه الى القطع واحاط مع السهم بزاوية فان تلك
الزاوية التي يحيط بها مع السهم حادة وان اخرج من طرفه عمود
على السهم فانه يفصل منه قطعة مساوية لنصف الضلع القائم
فليكن قطع مكافي عليه ا ب وعلى سهمه ب د والخط الاقصر
الذي اخرج في القطع المكافي ا د فاقول ان الزاوية التي عند
د حادة وان العمود الذي يخرج من نقطة ا الى خط ب د يفصل
منه خطا مساويا لنصف الضلع القائم برهان ذلك انا نخرج

هو الخط الاقصر وخط ب د اعظم من نصف الضلع القائم وذلك
انه لو لم يكن اعظم منه لكان اما مساويا له واما اصغر منه
ولو كان مساويا له لكان ب د هو الخط الاقصر كما تبين في
الشكل د من هذه المقالة وليس هو كذلك لكن الاقصر ا د ولو
كان ب د اصغر من نصف الضلع القائم لكان متى فصل من السهم
خط مساوي لنصف الضلع القائم وصلت النقطة التي عليها
ينقسم جانبا عن نقطة د تبين من الشكل ى من هذه المقالة
ان خط ب د اقصر
من خط د ا فليس



خط ب د باصغر
من نصف الضلع
القائم وقد
تبين انه
ليس بمساو
له فهو اذن اعظم منه فليكن المساوي لنصف الضلع القائم
خط ح د واقول ان العمود الذي يخرج من نقطة ا ينتهي الى نقطة ح
ينتهي الى نقطة ه فان لم يكن كذلك فليكن العمود د ه وخط ه ح
اقصر الخطوط التي تخرج من نقطة ح الى القطع كما تبين في الشكل
ح من هذه المقالة وقد كان ا ح اقصرها هذا خلف فالعمود
الذي يخرج من نقطة د ينتهي الى ا وخط د ح مساو لنصف الضلع
القائم وزاوية ا ح ب حادة وذلك ما اردنا ان نبين ٥
يد اذا اخرج من سهم القطع الزائد خط هو اقصر الخطوط التي تخرج من تلك

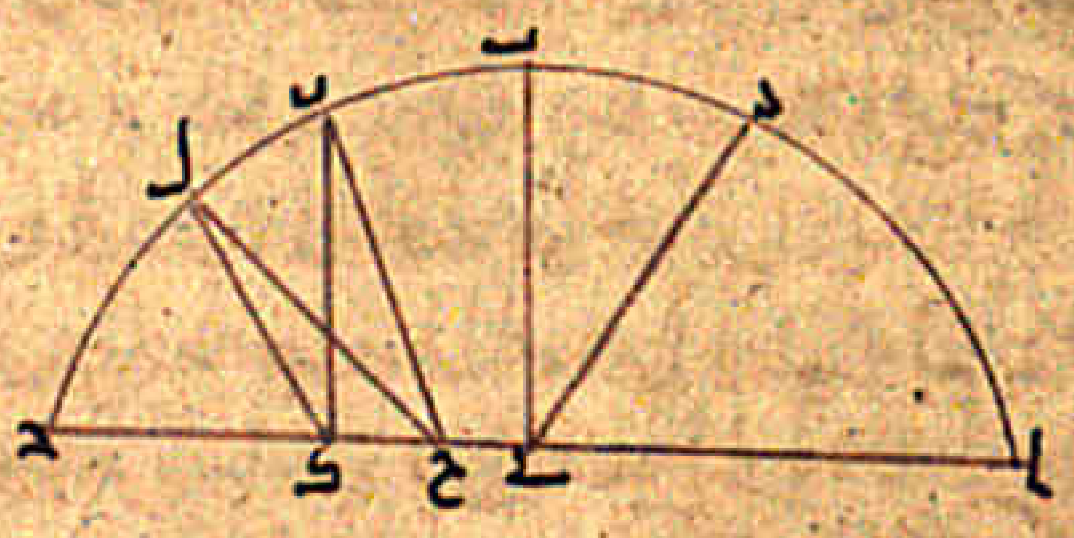
النقطة واحاط مع السهم زاوية وتر فان الزاوية التي تلي راس القطع
منهما حادة وان اخرج من طرف الخط الاقصر عمود على السهم
فانه يقسم الخط الذي بين مركز القطع وبين النقطة التي خرج
منها الخط الاقصر من السهم بقسمين يكون نسبة القسم الذي
يلي المركز منهما الى القسم الآخر كنسبة القطر المجانب الى
الضلع القائم فليكن قطع زائد عليه ا ب وعلى سهمه ب ح
والخط الاقصر الذي يخرج من نقطة ح خط ا ح والمركز د فاقول
ان زاوية ا ح ب حادة وان العمود الواقع من نقطة ا على
سهم ب ح يقسم د ح بقسمين يكون نسبة احدهما الى الآخر
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم برهان ذلك ان خط
ب ح اطول من نصف الضلع القائم كما تبين من الشكل ى من
هذه المقالة



وخط ب د
نصف القطر
المجانب فنسبة
د ب الى ب ح
اعظم من نسبة
القطر المجانب
الى الضلع القائم فنقسم د ح بقسمين يكون نسبة احدهما الى
الآخر كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم على نقطة ه فاقول
ان العمود الذي يخرج من نقطة ه على خط د ح ينتهي الى نقطة ا
فان لم يكن كذلك فليكن مثل عمود ه ز ونصل خط ح ز فخط ح ز

هو الخط الأقصر الذي يخرج من نقطة د مما بين من الشكل ط من
هذه المقالة وقد كان الخط الأقصر آد هذا خلف فالعمود الذي
يخرج من نقطة د ينتهي الى نقطة آ وزاوية اد ب حادة والعمود
الذي يخرج من نقطة آ يقسم خط د ز بقسمين يكون نسبة
أحدهما الى الآخر كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
إذا أخرج من موضع من السهم الأطول من سهمي القطع الناقص يه
خط هو أقصر الخطوط التي تخرج من ذلك الموضع فإن ذلك الخط
الأقصر إن كان يخرج من مركز القطع فهو عمود على السهم الأطول
وإن كان يخرج من نقطة أخرى فإنه يحدث مع السهم الأطول
زاوية منفرجة مما يلي المركز والعمود الذي يخرج من طرف
ذلك الخط الأقصر يقع فيما بين الخط ورأس القطع ويكون نسبة
الخط الذي بين مسقطه وبين المركز الى الخط الذي بين مسقطه وبين
النقطة كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فليكن قطع
ناقص عليه اب د والسهم الأطول آد والمركز ة فنخرج
أولا من نقطة ة الى القطع الخط الأقصر الذي يخرج منها وهو
ة ب فأقول إن ة ب عمود على آد فإن لم يكن كذلك فليكن ة ز
عمودا على آد فخط ب ة أعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ة مما
بين من هذه المقالة وقد كان الخط الأقصر ة ب هذا خلف
فيكون خط ة ب عمودا على آد وأيضا فإنا نعلم على السهم
نقطة أخرى فهي ح ولكن الخط الأقصر الذي يخرج من نقطة
ح خط ح د فأقول إن زاوية ب ح د منفرجة وأن العمود الذي
يخرج من نقطة د الى آد يكون نسبة ما بين مسقطه وبين

نقطة ح كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم وذلك لأن
خط د ح هو الخط الأقصر الذي يخرج من نقطة ح فخط ح ج أعظم
من نصف الضلع القائم كما بين من الشكل ... من هذه
المقالة فخط د ي نصف القطر المجانب فنسبة ب ح الى
ح ج أعظم من نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فنقسم
ح ج على نقطة ك قسمة يكون نسبة ب ك الى ك ح كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم فأقول إن العمود الذي يخرج
وصل ل ح من نقطة د يمر بنقطة ك فإن لم يكن كذلك فليكن مثل د ل



فخط ل ح
أصغر من
جميع الخطوط
التي تخرج
من نقطة
ح كما بين
في الشكل
ي من هذه المقالة وقد كان أصغر منه ح د هذا خلف فالعمود
الذي يخرج من نقطة ك يمر بنقطة د وزاوية ب ح د منفرجة
والعمود الذي يخرج من نقطة د الى خط آد يكون مثل د ك
ويكون نسبة ب ك الى ك ح كنسبة القطر المجانب الى الضلع
القائم وذلك ما أردنا أن نبين
إذا تعلم نقطة على السهم الأقصر من سهمي القطع الناقص يو
وكان بينها وبين رأس القطع مقدار من السهم الأقصر مساو

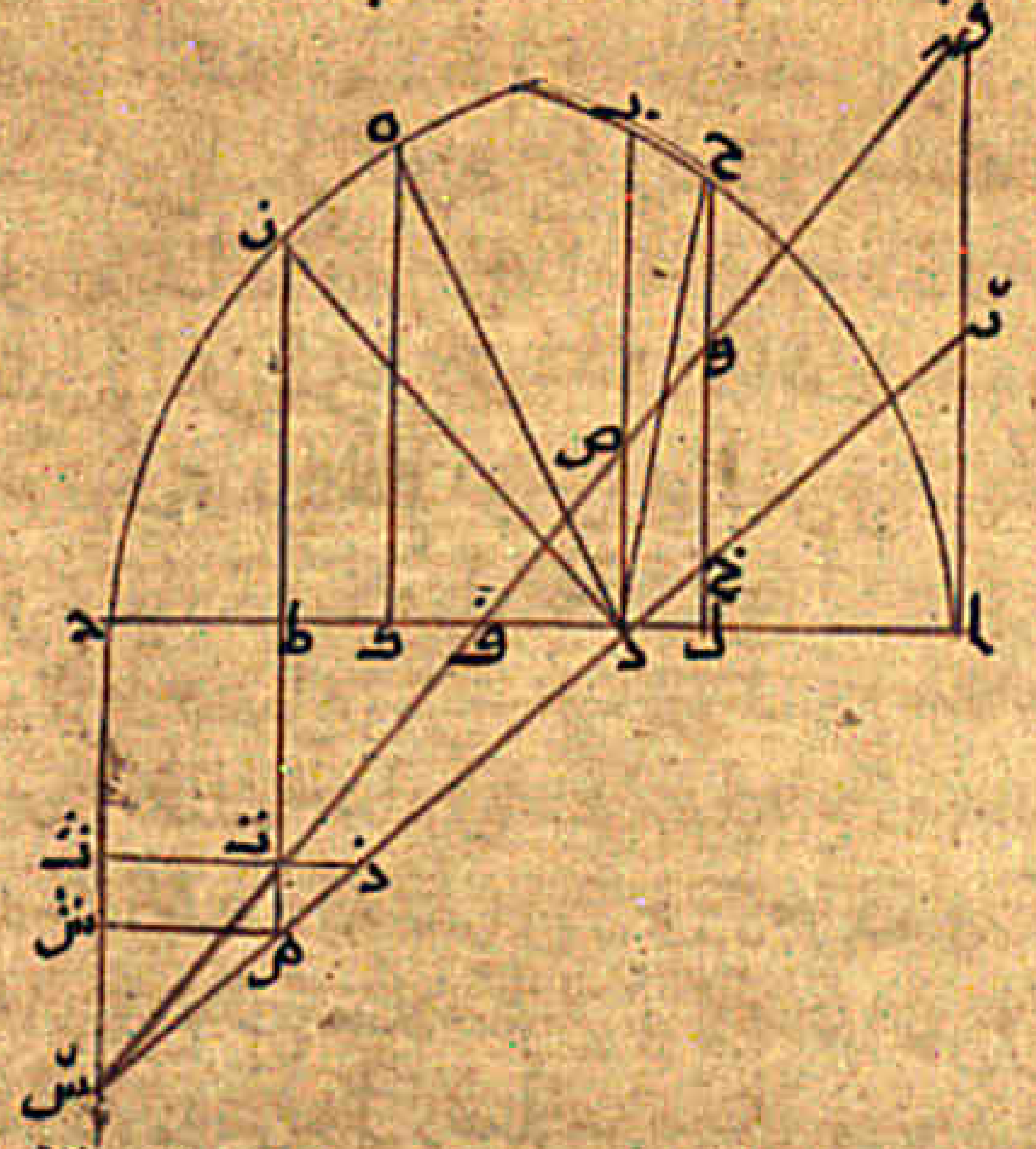
لنصف الضلع القائم فإن الخطوط التي تخرج من تلك النقطة إلى القطع
أعظمها هي القطعة من السهم الأقصر التي هي مثل نصف الضلع
القائم وأصغرها هو تمام السهم الأقصر وما قرب من الخطوط
الباقية من الخط الأطول فهو أطول مما بعد وزيادة مربعه
على مربعات كل واحد منها مساوية للسطوح التي تعمل على الخطوط
التي بين مسقط أعمدتها وبين طرف السهم الأقصر الشبيهة بالسطح
الذي يحيط به السهم الأقصر وزيادة ضلعه القائم عليه فليكن
قطع ناقص عليه ا ب ج د وسهمه الأقصر ا ج ومركزه ه ولتكن
على السهم نقطة ز ولتكن ج ز مساويا لنصف الضلع القائم
فأقول إن أعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ز إلى قطع ا ب ج د
هو خط ز ج وأصغرها خط ز ا وما قرب من الخطوط الباقية
من خط ز ج فهو أطول مما بعد وإن مربع خط ز ج يزيد على مربع
كل واحد منها بمثل السطوح التي تعمل على الخطوط التي بين
مسقط أعمدتها وبين نقطة ا الشبيهة بالسطح الذي ذكرنا
برهان ذلك أنا نخرج خطوط ز د ز ه ز ب ز ج ولنخرج خط د ب
عمودا على ا ج ولنجعل نصف الضلع القائم ج س ونصل خطي س ر ف
س ر د ونخرج العمود ن ط ه ك ج ل ونخرج خط ا ق
موازيا لخطوط الترتيب ونخرج خطي م س ن ث موازيين لخط
ا ج فخط ج د مساوي لخط ج س فمربع ج د مثلا مثلث ج د س
ومربع ط د مثلا مثلث د ط م ومربع ز ط مثلا سطح ج س ن ط
كما بين في الشكل ا من هذه المقالة ففضل ما بين مربع ج د
ومربع د ز مساوي لمثلي مثلث ت م س ومثلا هذا المثلث

١٨٢
183

هو سطح س م ر ن ث ونسبة ف د إلى ف د كنسبة القطر المجانب
إلى زيادة الضلع القائم عليه لأن نسبة نصف القطر المجانب
إلى نصف الضلع القائم كنسبة القطر المجانب إلى الضلع القائم
فكنسبة ن ث إلى ث د التي هي كنسبة ن ث إلى ن م فنسبة
ث ن إلى ن م كنسبة القطر المجانب إلى زيادة الضلع القائم عليه
وخط ث ت مثلا خط ج ط ففضل ما بين مربع ج د ومربع د ز
مساوي للسطح الذي يعمل على خط ج ط الشبيه بالسطح الذي ذكرنا
وكذلك أيضا يبين أن فضل ما بين مربع ج د ومربع د ه مساوي
للسطح الذي يعمل على ج ك الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وأيضا فإن
مربع ب د مثلا سطح ا ف ص د كما بين في الشكل ج من هذه المقالة
ومربع د ج مثلا مثلث د ج س ومثلث ف ق ا مساوي لمثلث
د س ف ففضل ما بين مربع ج د ب هو مثلا مثلث ص س ف فمثلا
هذا المثلث مساوي للسطح يعمل على ج د الشبيه بالسطح الذي
ذكرنا فخط ج د أعظم من د ز ود ز من د ه ود ه من د ب وأيضا
فإن مربع ل ج مثلا سطح ق و ل ا كما بين في الشكل ج من هذه
المقالة ومربع ل د مثلا مثلث ل د فمربع د ج مساوي لمثلي
سطح و ل أعني مثلي مثلث خ د ل ومربع ج د مثلا مثلث
ج س د ومثلث ج س ف مساوي لمثلث و ف ا ففضل ما بين مربع
ج د ومربع د ج هو مثلا مثلث و س خ ومثلا هذا المثلث
مساوي للسطح الذي يعمل على ج ل الشبيه بالسطح الذي ذكرنا
ولهذا فإن مربع د ا مثلا مثلث د ا ن ومثلث ج ف س مساوي
لمثلث ا ق و ففضل ما بين مربع ج د ومربع د ا هو مثلا مثلث

الشبيه

قرس ومثلا هذا المثلث مساو للسطح الذي يعمل على اح
الشبيه بالسطح الذي ذكرنا فخط دآ اعظم الخطوط التي تخرج
من نقطة د الى القطع وخط دا اعظمها وما كان من الخطوط
الباقية اقرب الى خط دآ فهو اعظم مما بعد وفضل ما بين
مربع دك ومربعات الخطوط الاخر مساو للسطوح التي تعمل



على الخطوط التي بين مساقط اعمدتها ومن نقطة د الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبينه

وايضا فانا نجعل اج هو السهم الاقصر من القطع الناقص مساويا
لنصف الضلع القائم ونجعل المركز ع فاقول ان خط اد اعظم
الخطوط التي تخرج من نقطة آ الى القطع وما قرب منه فهو
اعظم مما بعد وفضل ما بين مربعه ومربع كل واحد
منها مساو للسطوح التي تعمل على الخطوط التي بين مساقط
اعمدتها ومن نقطة د الشبيه بالسطح الذي ذكرنا في الشكل

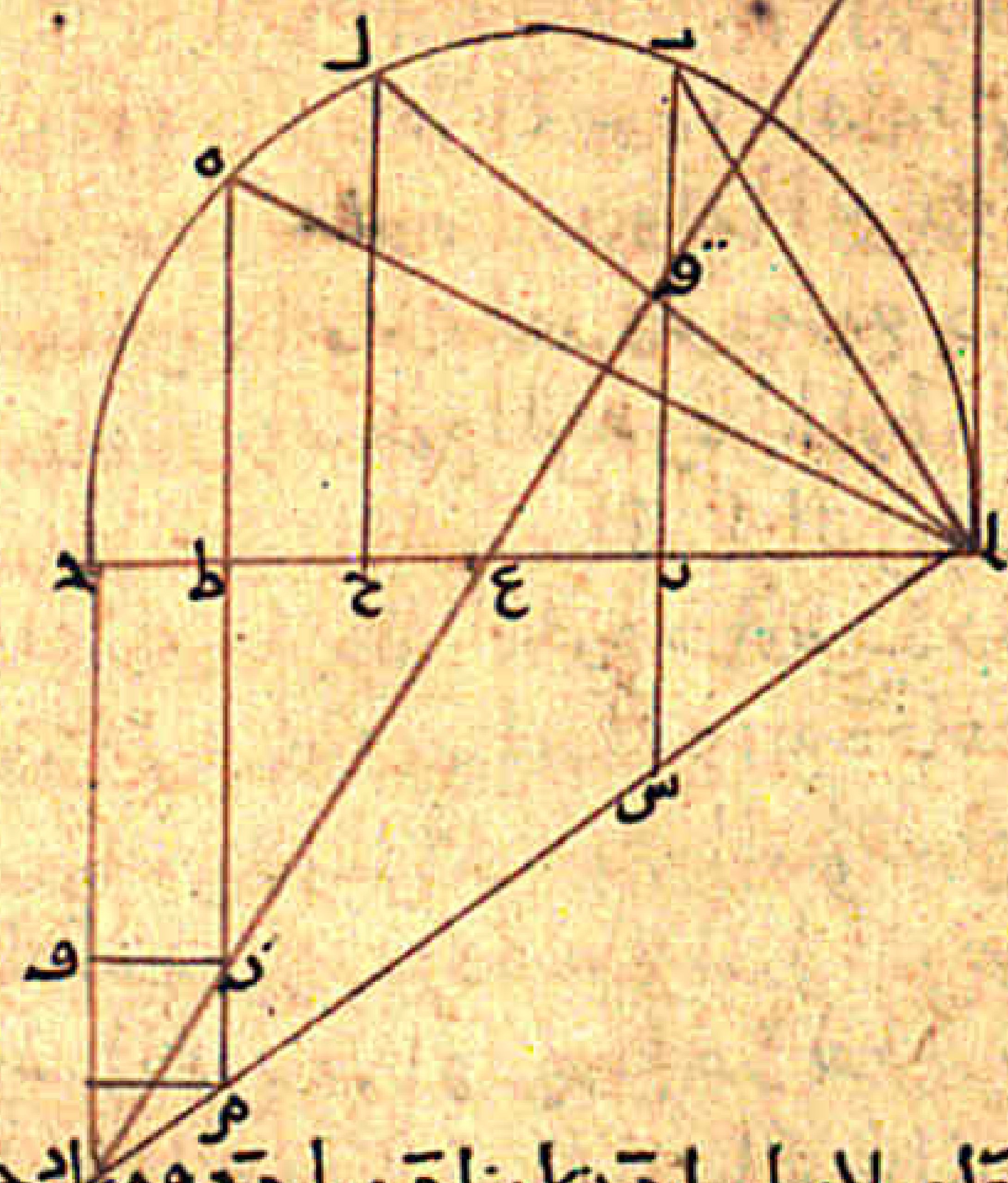
بن

١٨٤

184

هذا

الذي قبل هذا برهانا وذلك انا نخرج الخطوط ونبين بالشكل الذي بين
الشكل الذي قبله فنبين كما بينا هناك ان مربع اد اعظم من
مربع اه بمثل السطح الذي يعمل على خط ح ط الشبيه بالسطح
الذي ذكرنا وكذلك ايضا نبين ان مربع اد اعظم من مربع اك
بمثل السطح الذي ذكرنا المعمول على ه ح وايضا فان مربع

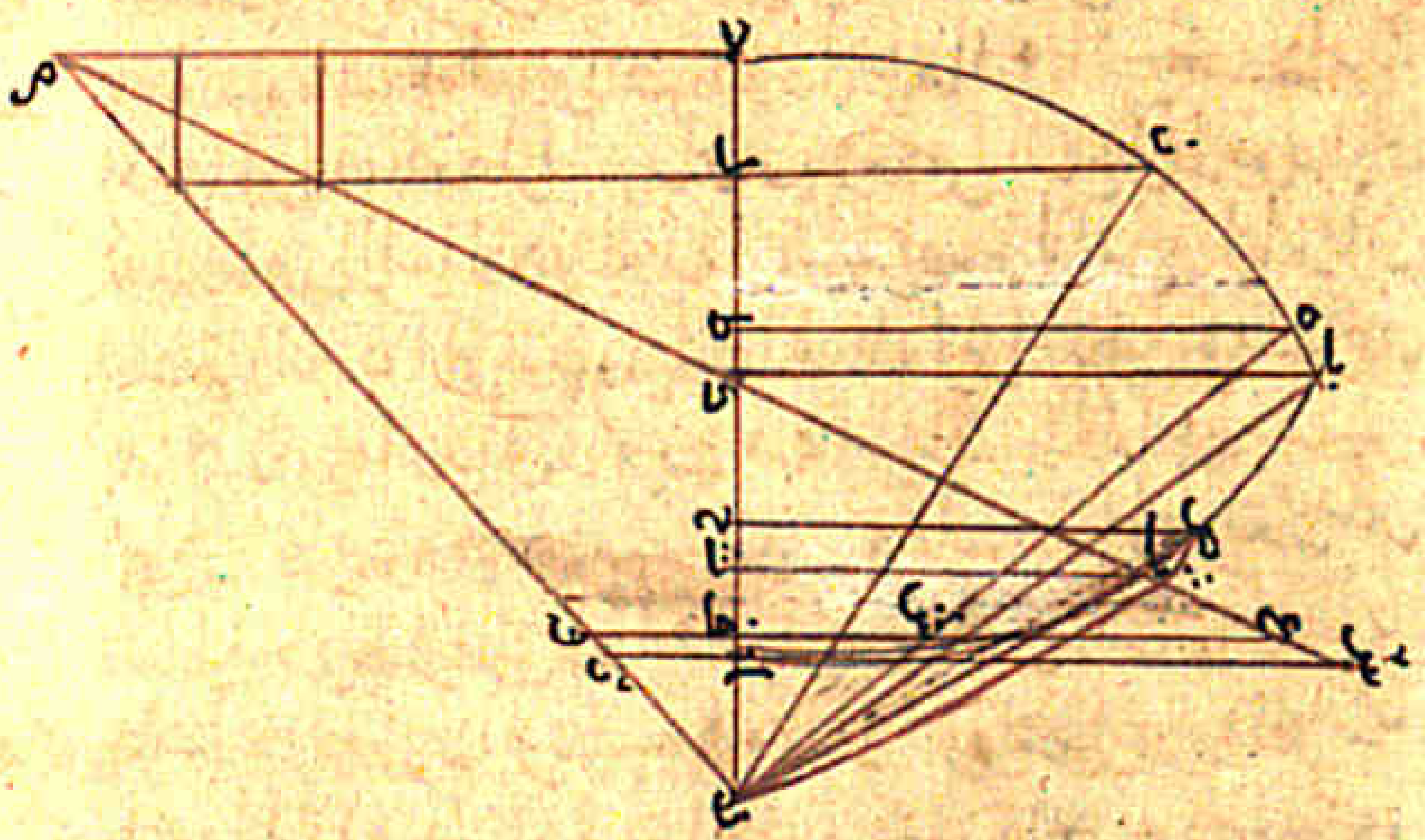


د ب مثلا سطح ك قد ا كما بين في الشكل ك من هذه المقالة ومربع اب مثلا مثلث اس د ومربع اب مثلا سطح ك

وس ا ومربع دا مثلا مثلث احد لان اح مثلا دد ومثلث ح ع د
مساو لمثلث د ع ا فضل ما بين مربع دا ومربع با مساو
لمثل مثلث ف س د ومثلا هذا المثلث مساو للسطح الذي يعمل
على د ر الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وسنبين ذلك كما بين في الشكل
الذي قبل هذا فخط اد اعظم من خط اه وخط اه من خط اك
وخط اك من خط اب واعظم الخطوط التي تخرج من نقطة آ هو خط
اد وما قرب منه من الخطوط الباقية اعظم مما بعد وزيادة مربع

اد على مربعاتها مساوية للسطوح التي تعمل على الخطوط التي
من مسقط اعمدتها ومن نقطة ذ الشبيهة بالسطح الذي ذكرنا
وذلك ما اردنا ان نبين ه
وايضا فانا نجعل السهم الاقصر من القطع الناقص اد والمركز ه
ذ والخط المساوي لنصف الضلع القائم د ذ فاقول ان د ذ
اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ذ الى القطع واصغرها
خط د ا وما قرب من الخطوط الباقية التي تقطع القطع من
خط د ذ فهو اعظم مما بعد واما التي تقع جانبي فان ما قرب
منها من اد اصغر مما بعد ونبين ان مربع د ذ على مربع كل واحد
منها بقدر السطوح التي تعمل على الخطوط التي من نقطة ذ من
مسقط الاعمدة الشبيهة بالسطح الذي ذكرنا في الشكلين اللذين
قبل هذا البرهان ذلك انا نخرج خطوط د ن د ه د ب ونبين
مثل الذي قبله فيتبين ايضا ان مربع د ذ اعظم من مربع د ن بمثل
السطح الذي يعمل على خط ل الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وان مربع
د ن اعظم من مربع د ه بمثل السطح الذي يعمل على خط الشبيه
بالسطح الذي ذكرنا وان مربع د ه اعظم من مربع د ب بمثل
السطح الذي يعمل على خط ك الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وايضا
فان مربع اد مثلا مثلث اد ي لان د د مثل ح م ومربع د ك
مثلا مثلث د م ومثلث ح م ك مساوي لمثلث ش ا ك فزيادة
مربع د ك على مربع د ا مساوية لمثلي مثلث ش م ومثلا
هذا المثلث مساوي للسطح الذي يعمل على ا م الشبيه بالسطح
الذي ذكرنا فخط د ذ اعظم من خط د ن وخط د ن اعظم من خط
د ه وخط د ه اعظم من خط د ب وخط د ب اعظم من خط د ا

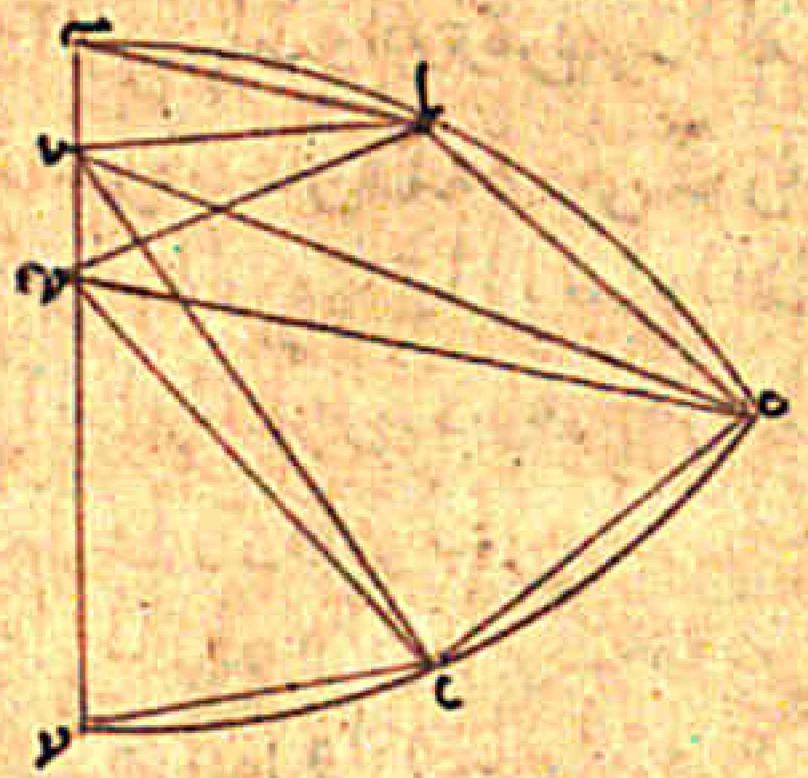
وايضا فان مربع ق ش مثلا السطح ش ع ق لما بينا في الشكل
د من هذه المقالة ومربع د ق مثلا مثلث د ق و فمربع
ش د مثلا السطح ش ع ق مع مثلي مثلث ف د ق ومربع د ذ
مثلا مثلث د م د ومثلث ح م د مساوي لمثلث ش ا ك فيفضل
ما بين مربعي د ش د مساوي لمثلي مثلث ع م و ومثلا هذا



المثلث مساوي للسطح الذي يعمل على ح ق الشبيه بالسطح الذي
ذكرنا في الشكلين المتقدمين وكذلك ايضا نبين ان مربع ح د
اعظم من مربع د ت بمثل السطح الذي يعمل على ح ت الشبيه
بالسطح الذي ذكرنا وان فضل ما بين مربع ح د ومربع د ص
مساوي للسطح الذي يعمل على ح ح الشبيه بالسطح الذي ذكرنا
وكذلك فضل ما بين مربع ح د ومربع د ا مساويا للسطح الذي
يعمل على ح ا الشبيه بالسطح الذي ذكرنا فخط ا د اصغر من

خط دش وخط دثز اصغر من خط دث وخط دث اصغر من خط دص
وخط دد اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة د وخط دا اصغرها
والخطوط الباقية التي تقطع القطع ما قرب منها من خط دح فهو اعظم
مما بعد واما التي لا تقطع القطع فان ما قرب منها فهو اصغر
مما بعد وفضل ما بين مربعات الخطوط وبين مربع دح مساوي
للسطوح التي تعمل على الخطوط التي بين نقطة ح وبين مسقط الاعمدة
الشبيهة بالسطح الذي ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبين.
اذا اعلمت نقطة على السهم الاعظم من سهمي القطع الناقص وكان يط
بعدها من راس القطع بعدا اكبر من نصف الضلع القائم فان
اعظم الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى القطع هو الخط الذي
تخرج الى راس القطع وما قرب منه من الخطوط الباقية اعظم
مما بعد فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج وعلى سهمه الاعظم اج نعلم
عليه نقطة د وليكن جد اعظم من نصف الضلع القائم فاقول ان
دج اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة د الى القطع وان ما قرب من
الخطوط الباقية من خط دج اعظم مما بعد فليكن نصف الضلع
القائم ح وخرج من نقطة د خطوط دز ده دب وسائر خطوط
جح زح هح ب وخطوط جز جه جب فخط جد اعظم من خط
دح لان الذي بين في الاشكال الثلثة التي قبل هذا ان زاوية دزح اعظم
من زاوية دجح ويكون لذلك زاوية دزد اعظم من زاوية
دجز فخط دج اعظم من خط دز وايضا فان خط زح اعظم من خط هح
فزاوية بهح اعظم من زاوية هزح فزاوية دهز اعظم
من زاوية دزه فيكون خط دز اعظم من خط ده وكذلك ايضا

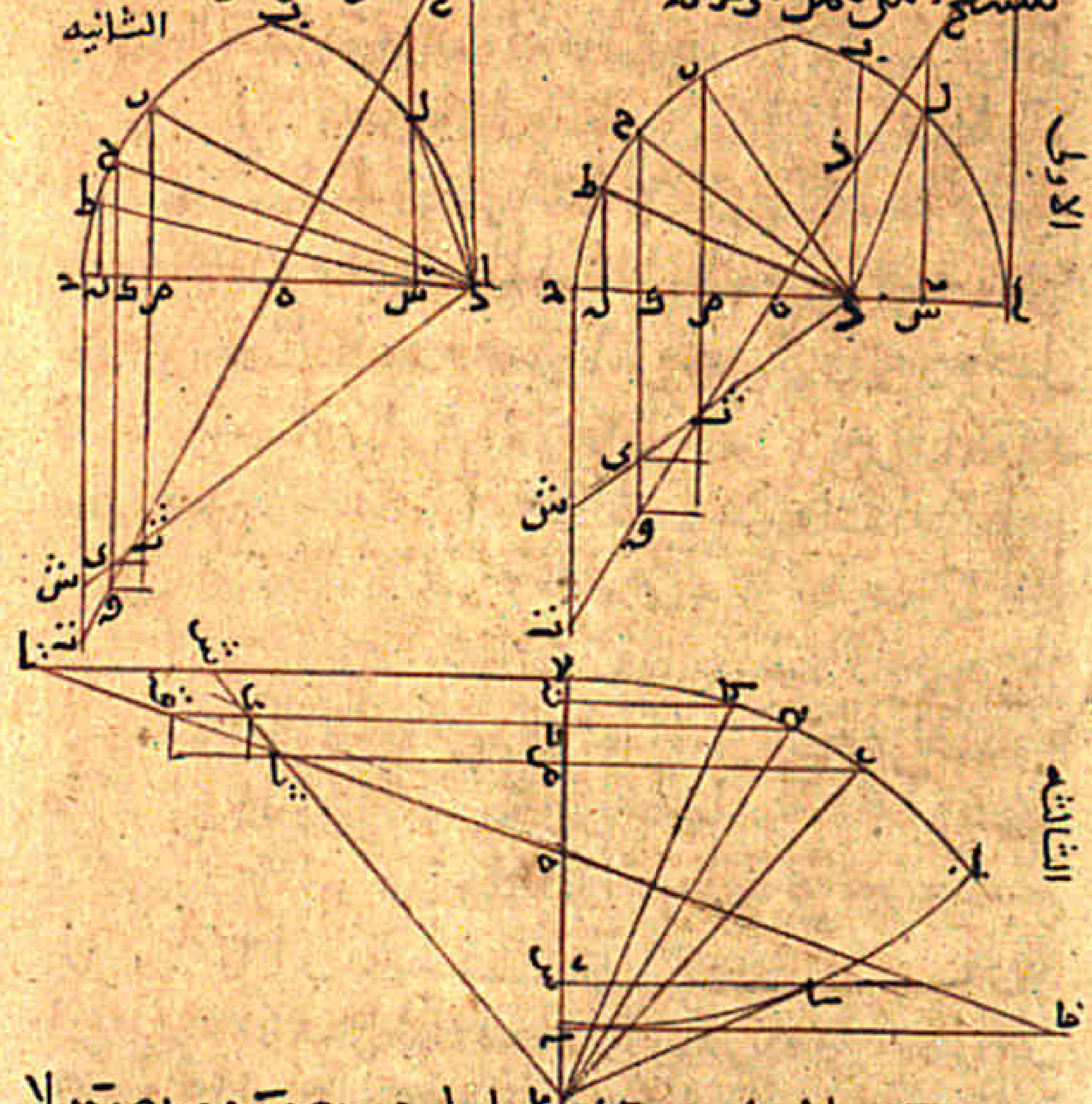
تبين ان خط ده اعظم من خط دب وخط دج اعظم الخطوط التي تخرج
من نقطة د الى القطع



وما قرب منه من
الخطوط الباقية
اعظم مما بعد
وذلك ما اردنا
ان نبين.
ك اذا اعلمت نقطة
على السهم الاعظم من سهمي القطع الناقص وكان الخط الذي بين تلك
النقطة وبين راس القطع اصغر من نصف الضلع القائم واعظم
من نصف القطر وقسم الخط الذي بين راس القطع وبين مركزه على
نقطة وكانت نسبة الخط الذي بين المركز وهذه النقطة التي انقسم
عليها الخط الى الخط الذي بين هذه النقطة وبين النقطة الاولى
التي كانت اعلمت كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم واخرج
من هذه النقطة الاخيرة التي اعلمت عمود على السهم فانتهى الى
القطع واخرج خط من منتهاه الى النقطة الاولى التي كانت اعلمت
فان اعظم الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الاولى التي كانت اعلمت
الى القطع هو الخط الذي وصل وما قرب منه من الخطوط الباقية
اعظم مما بعد وفضل ما بين مربعه ومربع كل واحد منها مساوي
للسطح الذي يعمل على الخط الذي بين النقطة الثانية التي كانت اعلمت
وبين مسقط عمود الخط الشبيه بالسطح الذي يحيط به القطر المجانب
وزيادة الضلع القائم عليه فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وعلى

سهمه الأعظم ا ح ولنكن عليه نقطة د ولنخرج د ا أعظم من نصف القطر
المجانب الذي هو ا ح وأصغر من نصف الضلع القائم ولنكن المركز
ه ولنقسم ه ح على نقطة م حتى يكون نسبة ه م إلى م د كنسبة
القطر المجانب الذي هو ا ح إلى الضلع القائم وذلك ممكن لأن نصف
الضلع القائم أعظم من ح د ونخرج من نقطة م عمودا على ا ح عليه
م ن ونصل خط ن د فأقول إن خط ن د أعظم الخطوط التي تخرج من
نقطة د إلى القطع وإن ما قرب منه من الخطوط التي تخرج من الناحيتين
جميعا أعظم مما بعد وإن فضل ما بين مربع ن د ومربع كل واحد منها
مساو للسطح الذي يعمل على الخط الذي بين نقطة م وبين مسقط
عموده النسبة بالسطح الذي ذكرنا برهان ذلك أنا نخرج خطوط
د ط د ح د ل ولنكن خط د ت عمودا على السهم ولنكن نصف الضلع
القائم ح ت ونخرج أعمدة ط ر ح ك ر م ل س ونصل خط ت ه
ونطيله ونخرج الأعمدة والخطوط الموازية لخط ا ح كما فعلنا
فيما تقدم فنسبة ه م إلى م د كنسبة القطر المجانب إلى الضلع
القائم وذلك كنسبة ه ح إلى ح ت ونسبة ه د إلى د ت كنسبة
ه م إلى م ت فخط م د مساو لخط م ت ومربع م د مثلا مثلث
م د ت ومربع م ن مثلا سطح م ت ن ح كما بين في الشكل الأول
من هذه المقالة فمربع ن د مساو لمثلي مثلث د م ت مع مثلي
سطح م ت ن ح وأيضا فإن مربع ح د مثلا سطح ك ح د ت ومربع
د ك مثلا مثلث ك د ت فمربع د ح مثلا مثلث ك ت د مع مثلي
سطح ك ح ت ق فضل ما بين مربعي ن د و د ح مساو لمثلي مثلث
ق ر ت وهذا المثلث مساو للسطح الذي يعمل على ك م النسبة

بالسطح الذي ذكرنا وسنذكر العمل الذي ذكرنا في برهان الشكل الثاني
من هذه المقالة وكذلك أيضا بين أن فضل ما بين مربعي د ن د ط مساو
للسطح الذي يعمل على م ر النسبة بالسطح الذي ذكرنا وأيضا فإن

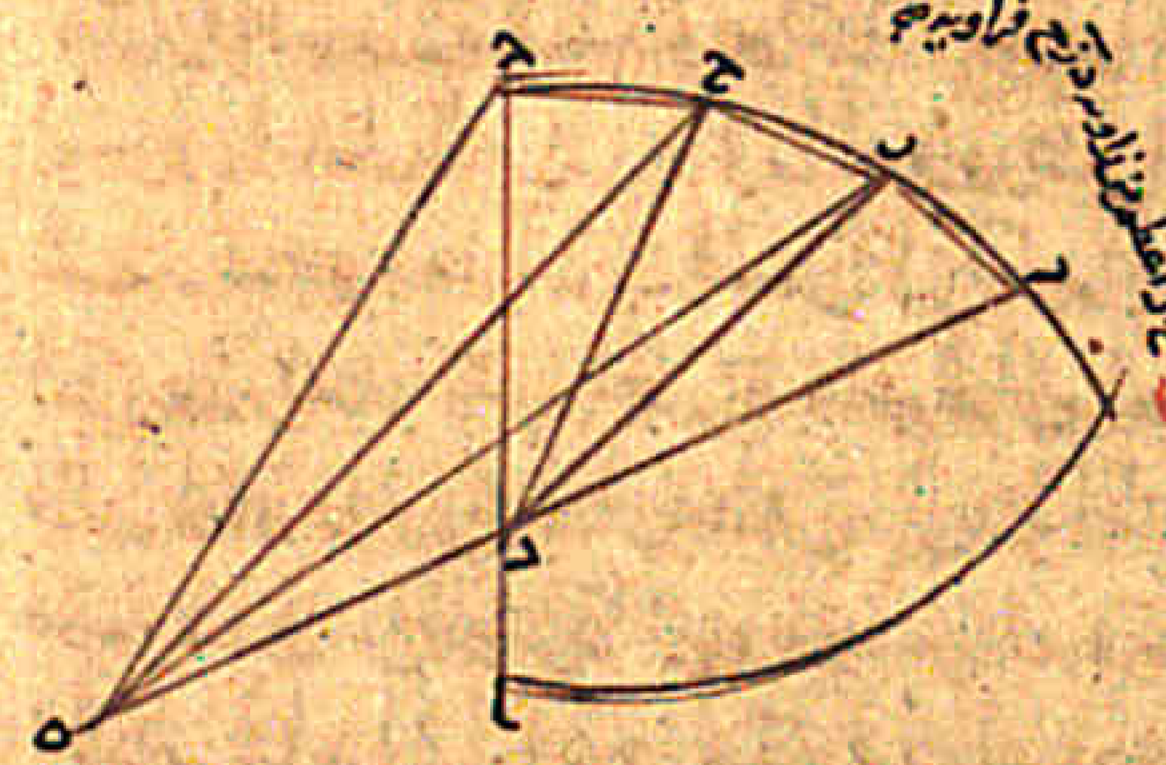


مربع ح د مثلا مثلث د ح ش ففضل ما بين مربع د ن ومربع د ح مثلا
مثلث ن د ش ت الذي هو مساو للسطح الذي يعمل على ح م النسبة
بالسطح الذي ذكرنا فخط د ن أطول من خط د ح و د ح أطول من د ط
و د ط أطول من د ا وأيضا فإن مربع د ب مثلا سطح ف ا د ن كما
بين في ح من هذه المقالة وقد كان مربع د ن مثلي ه د ن ده ت

ومثلث ه د ب مساوي لمثلث ف ه ا فضل ما بين مربع د ه ومربع
د ب هو مثل مثلث ث د ذ ومثل هذا المثلث مساوي للسطح الذي
يعمل على ه د الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وتبين لك بمثل الذي
ذكرنا في الشكل ن من هذه المقالة وكذلك تبين ان فضل
ما بين مربع د ز ومربع د ل مساوي للسطح الذي يعمل على ز ل
الشبيه بالسطح الذي ذكرنا فخط د ب اطول الخطوط التي تخرج
من نقطة د الى القطع واما الخطوط الباقية فان ما قرب منها من خط
د ب فهو اطول مما بعد وفضل ما بين مربع د ب وبين مربع كل
واحد منها مساوي للسطح الذي يعمل على الخط الذي بين نقطة م ورأس
مسقط عموده الشبيه بالسطح الذي ذكرنا وكذلك ايضا تبين
ان نصف الضلع القائم الذي هو اعظم من نصف القطر ان كان مساويا
للسهم الاقصر وان كان اعظم منه فان الخطوط التي تخرج من نقطة
د من الصورة الاولى ومن نقطة ا من الصورة ب ومن نقطة خارجة
عن ا مثل نقطة د من الصورة د فان اعظمها هو الخط الذي ذكرنا
ويتبين لك في الصورة ب وج بمثل الذي قلناه في الصورة ا وذلك
ما اردنا ان نبين ه

نا اذا تعلمت نقطة على الخط الاعظم الذي ذكرناه في الشكل الذي
قبل هذا في القطع الناقص وكان ما بينها وبين طرف الخط الاعظم الذي
على القطع اعظم من الخط الاعظم فان اعظم الخطوط التي تخرج من تلك النقطة
الى واحد من القطع هو الخط الذي الخط الاعظم جزء منه واما
الخطوط التي عن جنبيه فان ما قرب منها من ذلك الخط اعظم مما بعد
فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وعلى سهمه ا ج وليكن خط د ب الخط

الاعظم الذي يخرج من نقطة د وهو الذي ذكرناه في الشكل الذي قبل
هذا ونخرج خط ب د ونعلم عليه نقطة ه فيكون ب ه اعظم من الخط
الاعظم الذي هو د ب فاقول ان اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ه
الى القطع هو خط ه ب وما قرب منه من الخطوط الباقية اعظم
مما بعد منها برهان ذلك انا نخرج خطوط ه ز ه ح ونصل خطوط د ز د ح د ط
خطوط ه ط ه ح ه ز ب فخط د ب اعظم من خط د ز فزاوية د ز ب اعظم من
زاوية ز ب د فزاوية ه ز ب اعظم كثيرا من زاوية د ب ه فخط

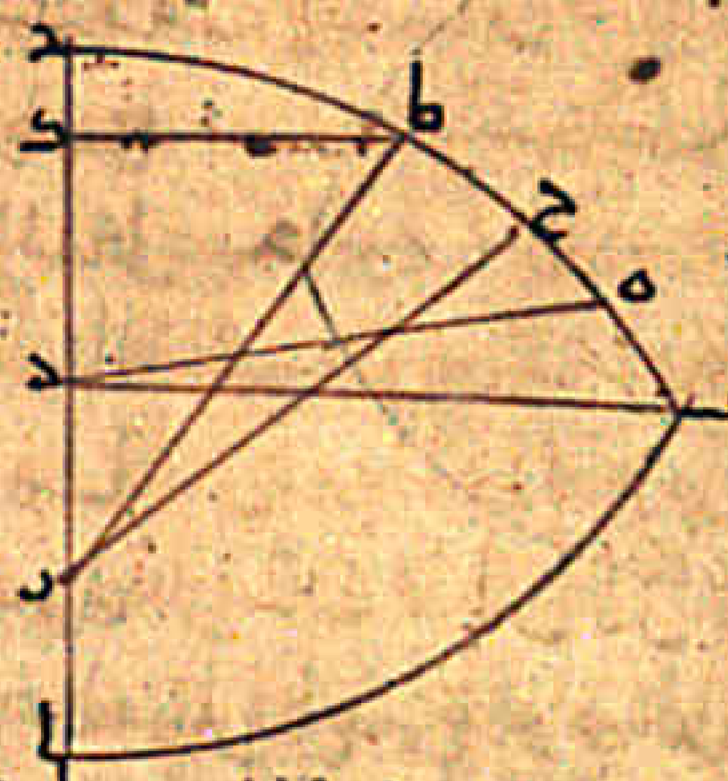


ه ب اعظم من
خط ه ز وايضا
فان خط د ز اعظم
من خط د ح فزاوية
ه ح د اعظم
كثيرا من زاوية
ه ز ح فخط ز ه
اعظم من خط ه ح وكذلك ايضا تبين ان خط ه ح اعظم من ه ط
فخط ه ب اطول الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع في هذا
الجزء الواحد من القطع وما قرب من الخطوط الباقية من خط ه ب
هو اعظم مما بعد وكذلك ايضا تبين ما قلنا ان كان الخط
الاعظم انما خرج من نقطة ا او من نقطة اخرى من النقط التي على
استقامة سهم ا ج وذلك ما اردنا ان نبين ه

نب اذا اخرج من نقطة من السهم الاقصر من سهمي القطع الناقص خط
فاحاط مع السهم بزاوية وكان ذلك الخط اعظم الخطوط التي

يخرج من تلك النقطة الى القطع فان تلك النقطة ان كانت مركز القطع
فان الخط الاعظم عمود على السهم الاقصر وان كانت غير المركز فان
الزاوية التي يحيط بها مع السهم مما يلي المركز حادة وان اخرج من طرفه
عمود على السهم فان نسبة الخط الذي بين مسقطه وبين النقطة التي
تعلمت كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فليكن قطع ناقص
عليه ا ب ج د وسهمه الاقصر ا د وليكن اولا الخط الاعظم خارجا
من المركز وهو د ب فاقول ان د ب عمود على ا د فانه ان لم يكن ذلك
فليكن العمود د ه فخط د ه هو الخط الاعظم الذي يخرج من نقطة د كما
بين في الشكل من هذه المقالة وقد كان الاعظم د ب هذا خلف
فخط د ب عمود على ا د فليكن الان الخط الاعظم خارجا من نقطة
اخرى وهي نقطة ز وهو الخط ز ح فاقول ان زاوية ه ز ح حادة
وان العمود الذي يخرج من نقطة ح الى خط ا د يجعل نسبة ما بين
مسقطه وبين نقطة د الى ما بين مسقطه وبين نقطة ز كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم وذلك ان خط ز د اما ان يكون
اعظم من نصف الضلع القائم واما اصغر واما مساويا له ولو
كان مساويا له لكان هو الخط الاطول كما بينا في الشكل
من هذه المقالة ولو كان اعظم منه لكان ايضا خط ز د
هو الاعظم كما بين في الشكل من هذه المقالة فخط ز د اصغر
من نصف الضلع القائم فان نحن جعلنا نسبة خط موصول بخط
ز د الى خط ز د مع ذلك الخط الموصول كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم فان ذلك الخط الموصول يكون اعظم من د ز
مثل خط د ك الى ك ز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم

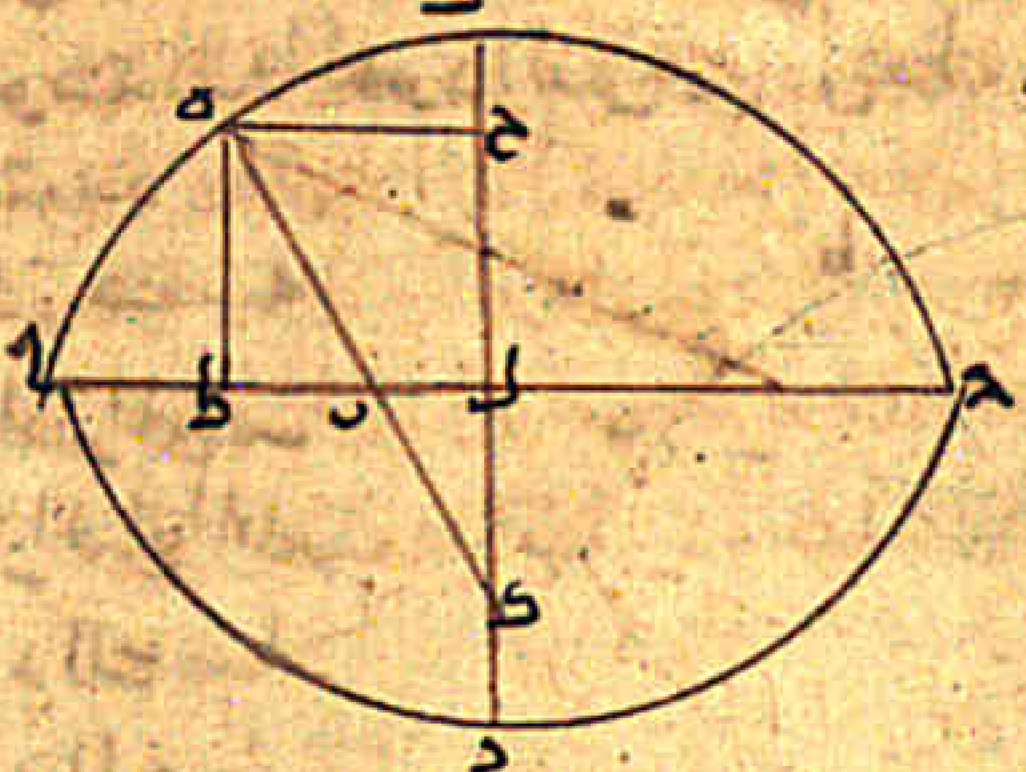
فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطة ك ويكون عمودا على ا د ينتهي
الى نقطة ح لانه لو لم ينته اليه ووقع مثل خط ك ط لكان خط
ط ك هو الخط الاعظم كما بين في الشكل من هذه المقالة وليس
هو كذلك فالعمود الذي يخرج من نقطة ح ينتهي الى ك ويكون



نسبة د ك الى
ك ز كنسبة
القطر المجانب
الى الضلع القائم
وذلك ما
اردنا ان نبين

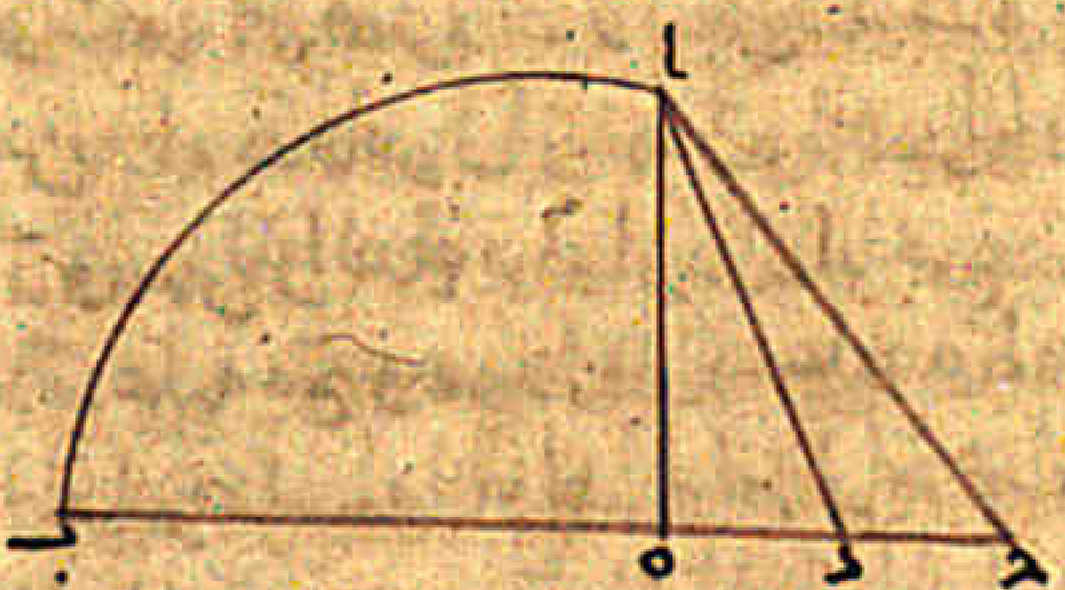
كا اذا اخرج من
موضع من السهم الاقصر من سهمي القطع الناقص خط من الخطوط
العظام التي ذكرنا فان الذي يقع منه فيما بين القطع والسهم
الاعظم هو الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ويقطعه السهم
الاطول فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وسهمه الاطول ا
وسهمه الاقصر د ب وليكن خط ك ه الخط الاعظم الذي يخرج
من نقطة ك فاقول ان خط ز ه اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة
ز وتنتهي الى القطع برهان ذلك انا نخرج من نقطة ه عمودا على
د ب عليه ه ح وعمودا على ا د عليه ه ط فنسبة د ب الى الضلع
القائم كنسبة الضلع القائم الى ا د كما بين في الشكل من
المقالة الاولى ونسبة د ب الى الضلع القائم كنسبة ل ح الى ح ك
فنسبة الضلع القائم الى ا د كنسبة ل ح الى ح ك كما بين في

السكل كب من هذه المقالة وسنبة لح الى حك كنسبة طد
الى طل فنسبة لط الى طن كنسبة دا الى الضلع وخط طه
عمود وقد وصل خط هن وخط اح فهو السهم الاطول فخط



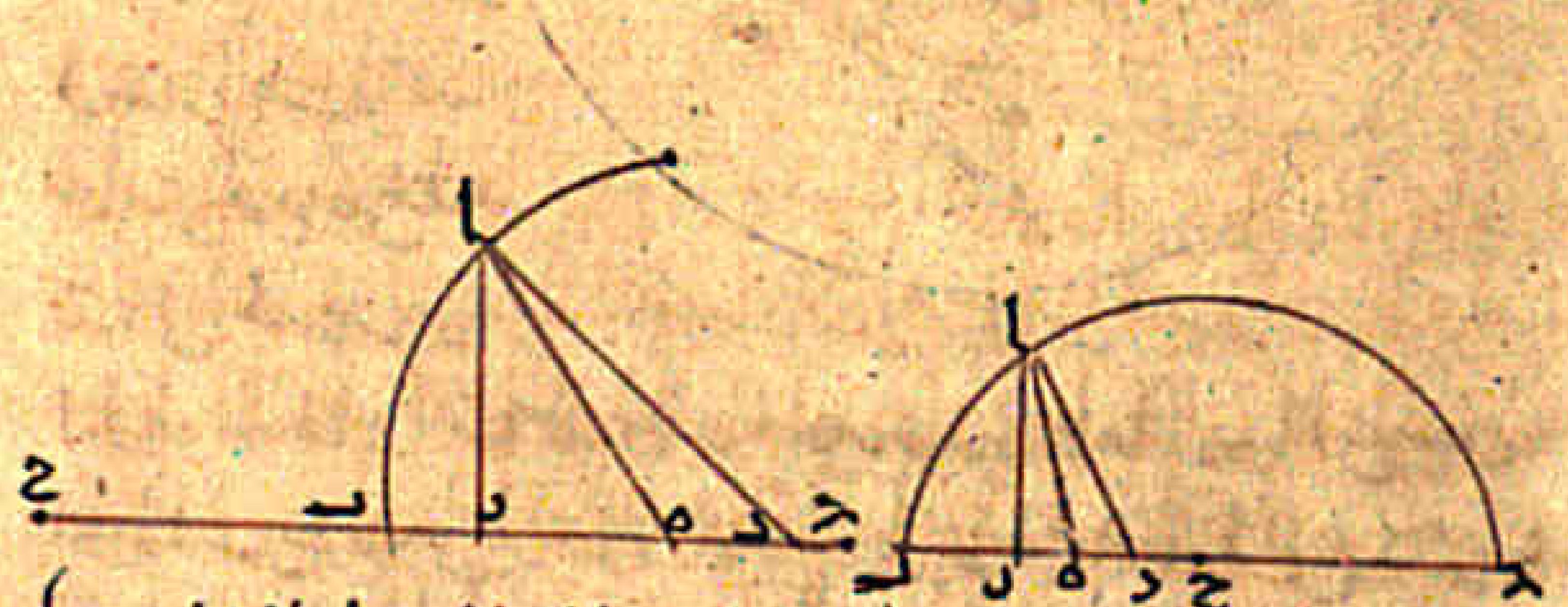
هن هو الخط الاقصر
الذي يخرج من نقطة
ن الى القطع
كما بين في الشكل
كح من هذه المقالة
وذلك ما
اردنا ان نبين

كد اذا تعلمت نقطة على قطع من قطوع المخروط اي قطع كان فانه
لا يخرج منها من الخطوط القصار التي تخرج من السهم الا خط واحد
فقط فليكن القطع اولا قطعا مكافئا عليه اب وعلى سهمه
بد وتعلم على القطع نقطة ا فاقول انه لا يخرج من السهم
الى نقطة ا من الخطوط القصار الا خط واحد فان امكن فليخرج
خطا اج اد ونخرج



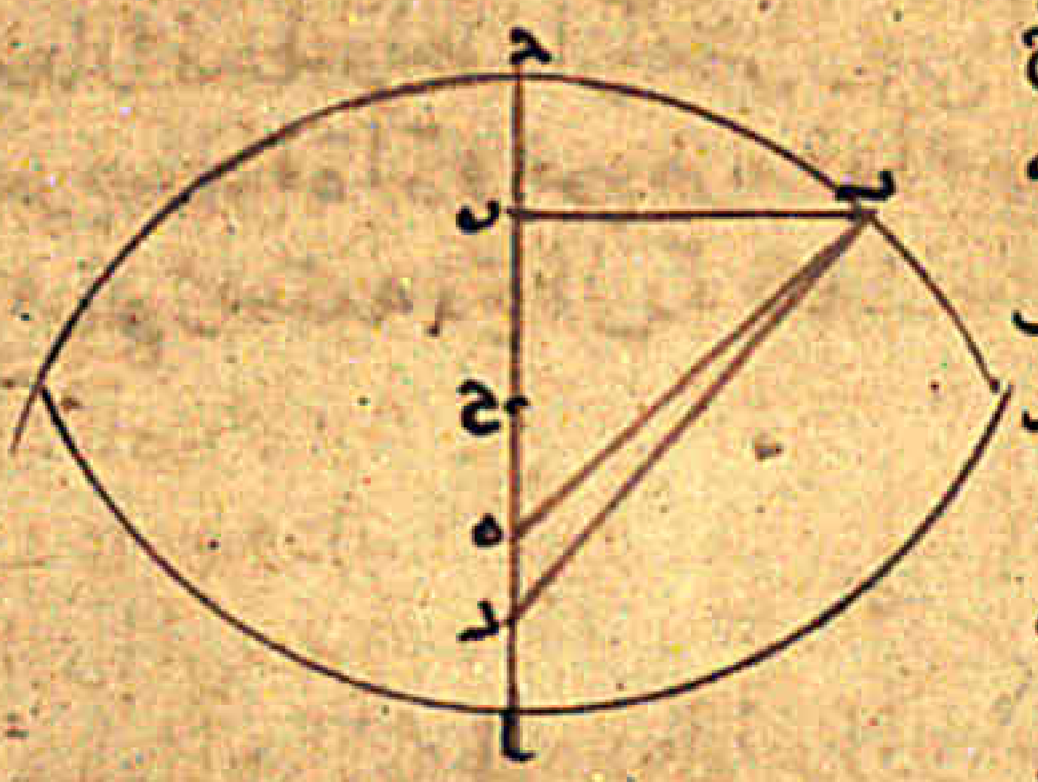
من نقطة ا عمودا
على بد عليه
اه فخط هد مساو
لنصف الضلع
القائم كما بين
في الشكل ح من هذه المقالة وكذلك ايضا يكون هج مساويا

مساويا لنصف الضلع القائم وهذا خلف فليس يخرج من السهم
الى نقطة ا الا خط واحد من الخطوط القصار
كه واما اذا جعلنا القطع قطعا زائدا او ناقصا عليه اب وعلى
سهمه بد ومركزه ح وتعلم على القطع نقطة ا كيف
ما وقعت فاقول انه لا يخرج من السهم الى نقطة ا من الخطوط
القصار الا خط واحد فان امكن ان يخرج اكثر من خط واحد
فليخرج خطا اه اد ونخرج من نقطة ا عمودا على بد عليه
از فيكون نسبة دح الى ده كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم



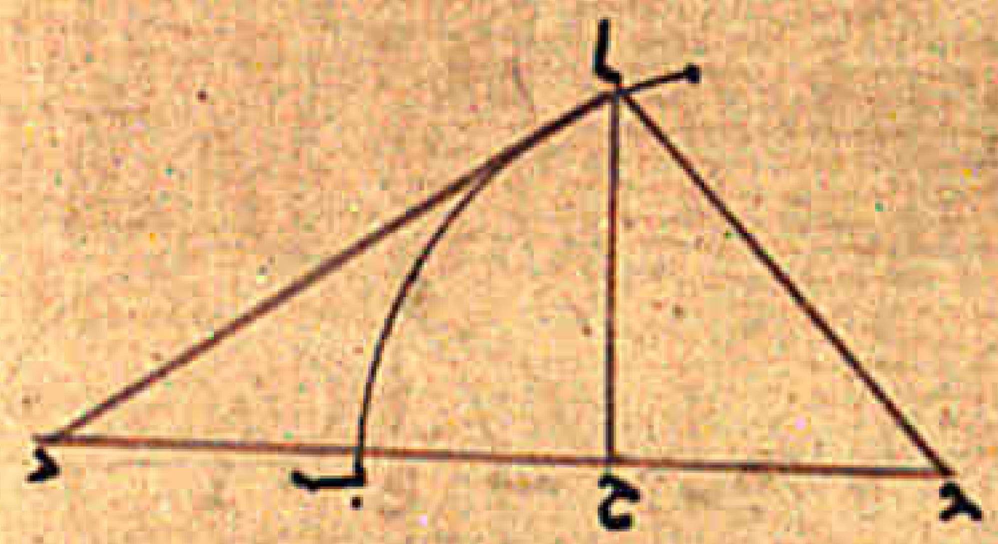
كما بين في الشكل يد و يه من هذه المقالة ولذلك ايضا
تصير نسبة زح الى زد كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
وهذا غير ممكن فليس يخرج من الخطوط القصار من السهم الى
نقطة ا الا خط واحد وذلك ما اردنا ان نبين
كو اذا تعلمت نقطة على القطع الناقص وكانت على غير السهم الاقصر
فانه لا يخرج منها الى السهم الاقصر من الخطوط الطوال الا خط
واحد فقط فليكن قطع ناقص عليه ابجد وعلى سهمه الاقصر
اد وعلى القطع نقطة ب فاقول انه لا يخرج من نقطة ب

الى خط اج من الخطوط الطوال الا خط واحد فقط فان لم يكن
فليخرج اليه خطان د ب ه وتخرج عمود ب ز ولتكن المركز
نقطة ح فخط د ب ه هو من الخطوط العظام التي تخرج من السهم
فنسبة زح الى د ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
كما بين في الشكل كه من هذه المقاله وكذلك ايضا



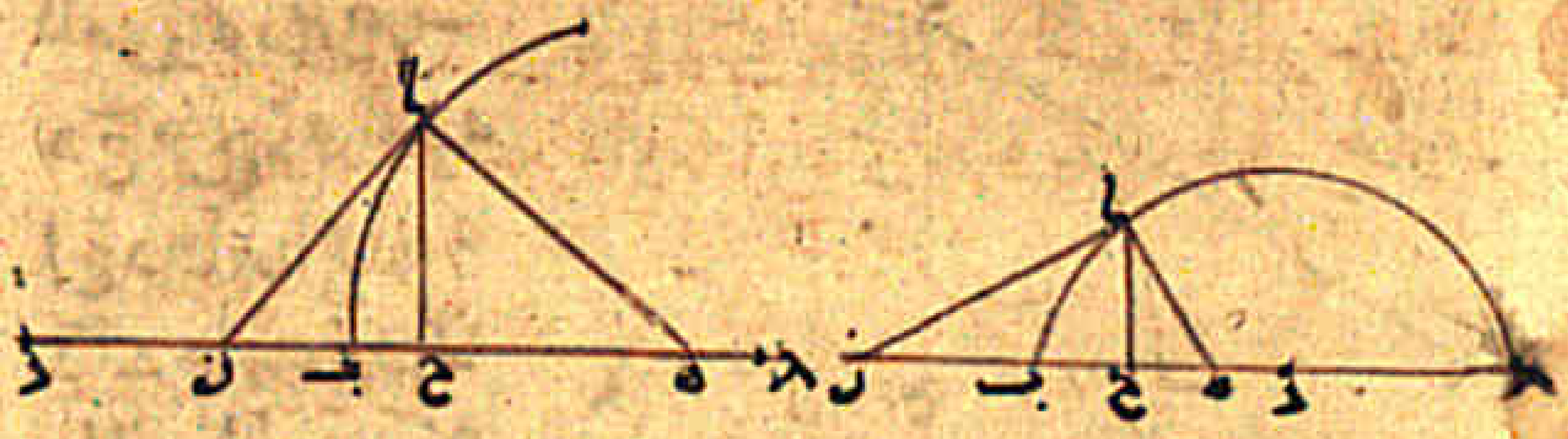
تبين ان نسبة زح
الى ز د كنسبة
القطر المجانب الى
الضلع القائم
وهذا خلف
فليس يخرج من نقطة
ب الى السهم من
الخطوط الطوال الا خط واحد وذلك ما اردنا ان نبين
الخط الذي يخرج من طرف خط من الخطوط الصغار التي ذكرنا كز
ويكون مماسا للقطع فانه عمود على الخط الاصغر فليكن
القطع اولا قطعا مكافيا عليه ا ب وعلى سهمه ب د فاقول
ان الخط الذي يخرج من طرف الخط الاصغر ويكون مماسا للقطع
ا د عمود على الخط الاصغر فان كان الخط الاصغر جزءا من خط ب د
فان الذي ذكرنا بين وان كان الاصغر ا د فالمخرج من نقطة ا
خطا مماسا للقطع ا ب عليه ا ه فاقول ان زاوية د ا ه قائمة
برهان ذلك انا نخرج عمود ا ح فخط ح د مساو لنصف الضلع
القائم كما بين في الشكل ح من هذه المقاله وايضا فان

اه مماس لقطع مكافي وقد اخرج من نقطة ا عمود اح فخط ه ب
مساو لخط ب ح كما بين في الشكل له من المقاله الاولى فنسبة
ه ح الى الضلع القائم كنسبة ب ح الى ح د فالذي يكون من ضرب
ه ح في ح د مثل الذي يكون من ضرب ب ح في الضلع القائم
والذي يكون من ضرب ب ح في الضلع القائم مساو لمربع اح

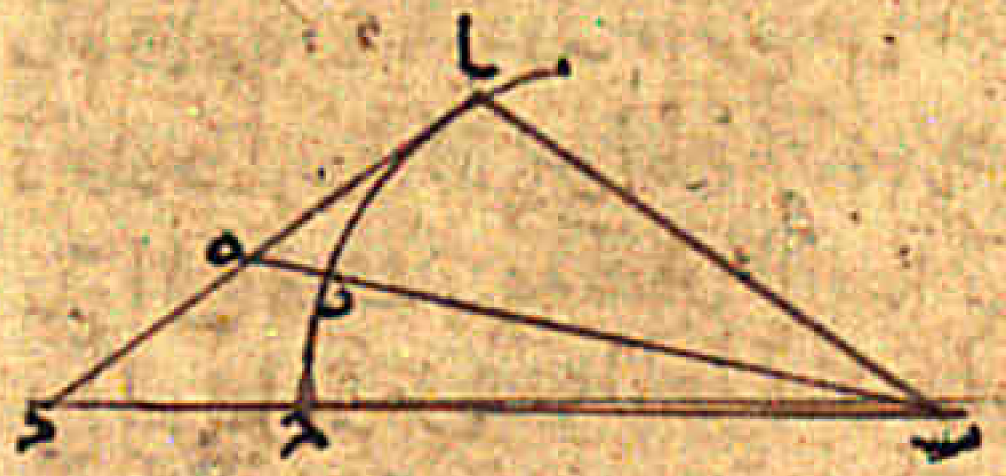


فمربع اح مساو
للذي يكون من ضرب
ه ح في ح د فزاوية
ا ح د قائمة فزاوية
د ا ه قائمة وذلك
ما اردنا ان نبين
وايضا فانا نجعل القطع قطعا زائدا او ناقصا عليه ا ب فاقول كح
ان الخط الذي يخرج من طرف الخط الاصغر ويكون مماسا للقطع
عمود على الخط الاصغر فان كان الخط الاصغر جزءا من خط ب ح فهو
بين ان الخط الذي يخرج من نقطة ب ويكون مماسا للقطع عمود على
الخط الاصغر لانه هو السهم وان لم يكن جزءا من خط ب د
فليكن الخط الاصغر ا ه وليكن الخط المماس ا د فاقول ان زاوية
د ا ه قائمة برهان ذلك انا نخرج من نقطة ا عمود ا ح ونجعل المركز
ز فلان خط ا ه هو الخط الاصغر وخط ا ح عمود فان نسبة
ز ح الى ح ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما بين
في الشكل كد من هذه المقاله وتبين منها ونسبة ز ح الى
ح د كنسبة الذي يكون من ضرب ز ح في ح د الى الذي يكون من

مربع دح في حة فنسبه سطح دح في حة الى سطح دح في حة كنسبه
القطر المجانس الى الضلع القايم ونسبه القطر المجانس الى الضلع
القايم كنسبه سطح دح في حد الى مربع اح كما بين في الشكل
لح من المقاله آ فسطح دح في حة مساوي لمربع اح وخط اح
عمود فزاويه داه قايمه وذلك ما اردنا ان نبين

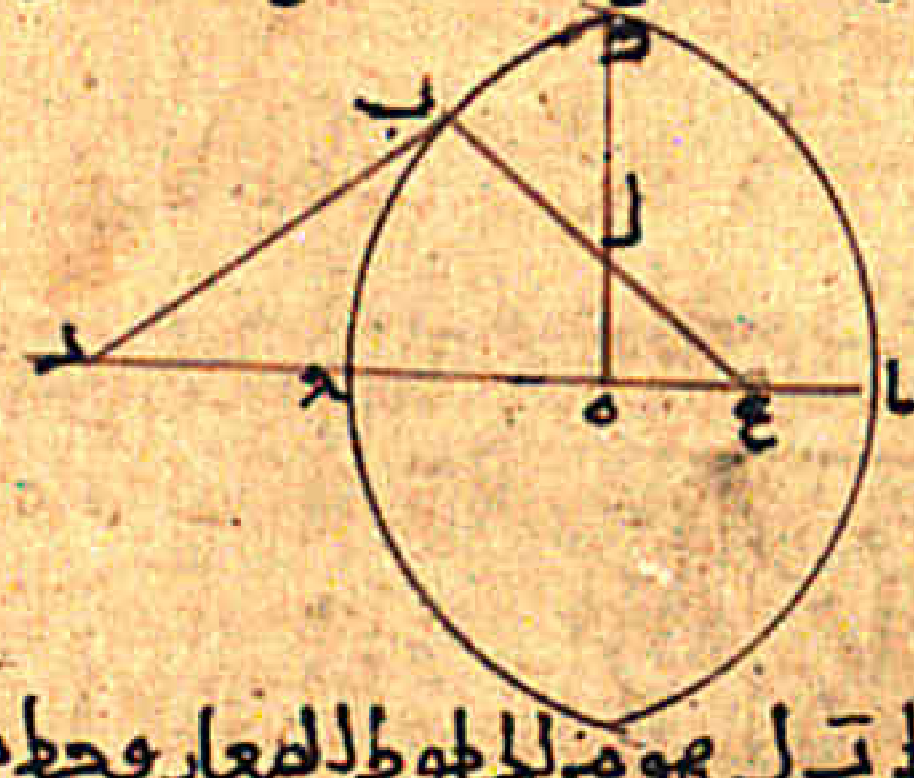


كط وقد نبين ذلك بوجه اخر وهو هذا نجعل قطع المخروط اح وسهمه
ىد فاقول ان الخط الذي يخرج من طرف الخط الاصغر ويكون
مماسا للقطع عمود على الخط الاصغر فليكن الخط الاصغر اب
والخط المماس اد فاقول ان زاويه داب قايمه فان لم
تكن كذلك فانا نخرج عمود به على خط اد فخط اب اعظم
من خط به فهما
اكبر زاويه
على به وهذا
خلف وذلك ان
خط اب هو الخط
الاصغر فزاويه
داب قايمه وذلك ما اردنا ان نبين



١٩١ 192

ل اذا اخرج من طرف احد الخطوط العظام التي تخرج في القطع الناقص
اي خط كان خط مماس القطع فانه عمود على الخط الاعظم
فليكن القطع الناقص ابحد وسهمه الاصغر اد ولنخرج من موضع
من السهم الى القطع خط من الخطوط العظام عليه ع ب ونخرج
من نقطه ب خطا مماسا للقطع عليه دب فاقول ان زاويه
دبع قايمه برهان ذلك انا نخرج من مركز القطع عمودا
على السهم عليه ة ك فخط ة ك هو نصف السهم الاطول وخط
اد هو السهم الاقصر فاذا كان ة ك قد قطع خطا من الخطوط
العظام فان الذي
يقع من ذلك الخط
بين القطع والسهم
الاطول هو من
الخطوط المعادلة
كما بين في الشكل

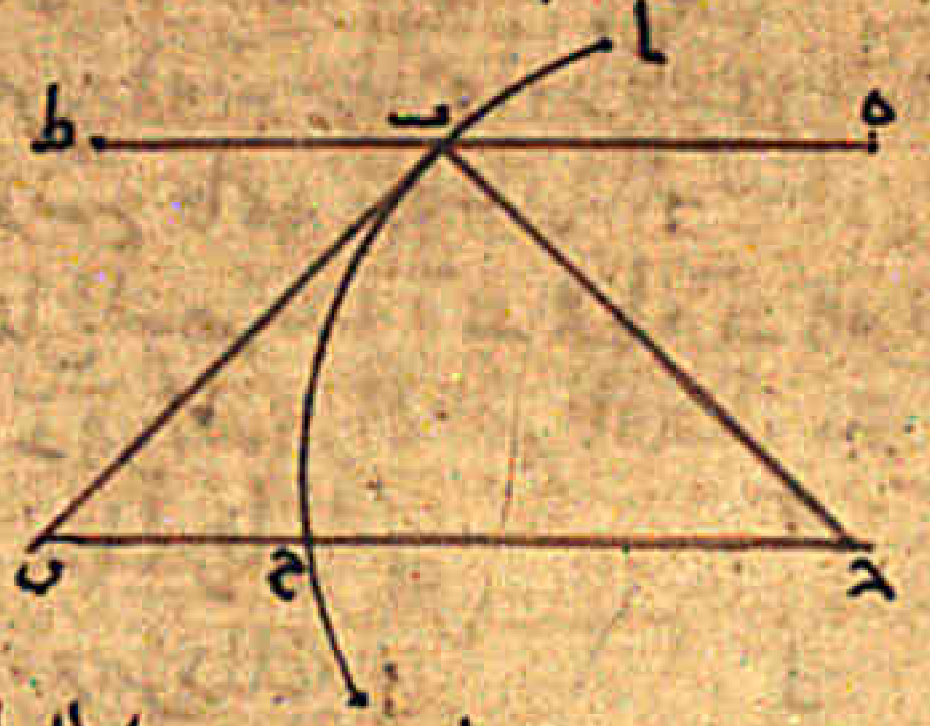


كد من هذه المقاله فخط ك ل هو من الخطوط المعادلة وخط ب د
مماس فخط ب د عمود عليه كما بين في الثلثه الاشكال التي
قبل هذا وذلك ما اردنا ان نبين

لا اذا اخرج من طرف الخط الاقصر الذي يخرج في بعض القطوع خط
على زاويه قايمه وكان ذلك الطرف هو الذي على القطع
فان الخط المخرج مماس للقطع فليكن قطع مخروط عليه ادح
وعلى الخط الاقصر دب فاقول ان الخط الذي يخرج من نقطه
ب ويكون عمودا على دب مماس القطع فان امكن الا يكون

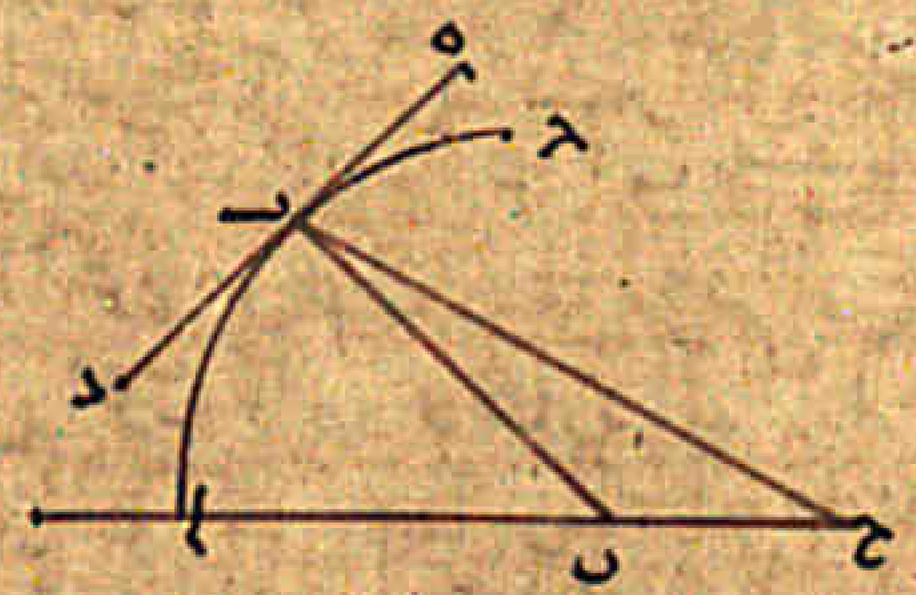
انه سيتضح ان السهم الاقصر ... (marginal note, largely illegible)

مماسا فلنقطعه على خطه ب ط ونخرج من نقطة خارجة
عن القطع فيما بينه وبين خط ب ط فهي خط د ظ وهي نقطة
ت خط ز ب ونخرج من نقطة د عمودا على خط ب د وهو د ح ز
وزاوية د ب ز حادة وزاوية ح ز ب قائمة فخط د ح اعظم من
خط د ب وخط د ح
اعظم من خط ح ز
فخط د ح اعظم كثيرا
من ح ب وقد كان
د ب الخط الاصغر
هذا خلف فالخط



الذي يخرج من نقطة ب ويكون عمودا على ب د هو مماس للقطع
وذلك ما اردنا ان نبين

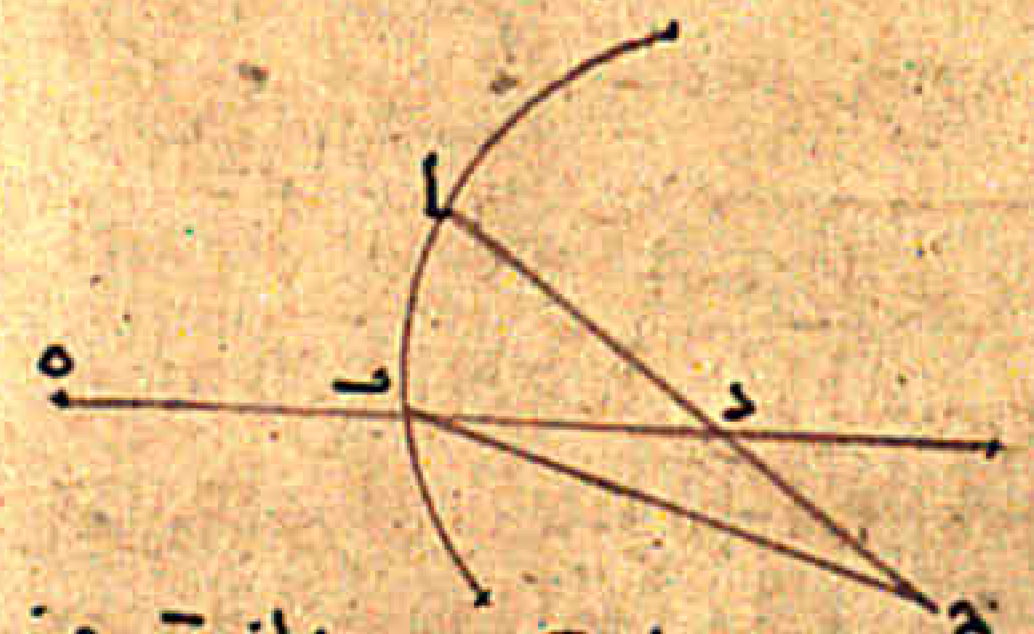
لب اذا كان خط مماس لقطع من القطوع واخرج من نقطة التماس
عمود على ذلك الخط فانتهى الى السهم فان ذلك الخط المخرج هو
الخط الاصغر الذي ينتهي الى تلك النقطة فليكن قطع مخروط عليه
ا ب ولنماسه خط
د ه ونخرج من موضع
المماسة عمود ا
على د ه وهو ب ز
ونخرجه حتى ينتهي
الى السهم لـ ز ح



فاقول ان خط ب ز هو من الخطوط الصغار فان لم يكن كذلك فليكن

الخط الاصغر الذي ينتهي الى نقطة ب خط ب ح وزاوية د ب ح قائمة
مماس في الشكل كز وكح وكط من هذه المقالة وقد كانت
زاوية د ب ز ايضا قائمة هذا خلف فخط ب ز هو من الخطوط
الصغار وذلك ما اردنا ان نبين

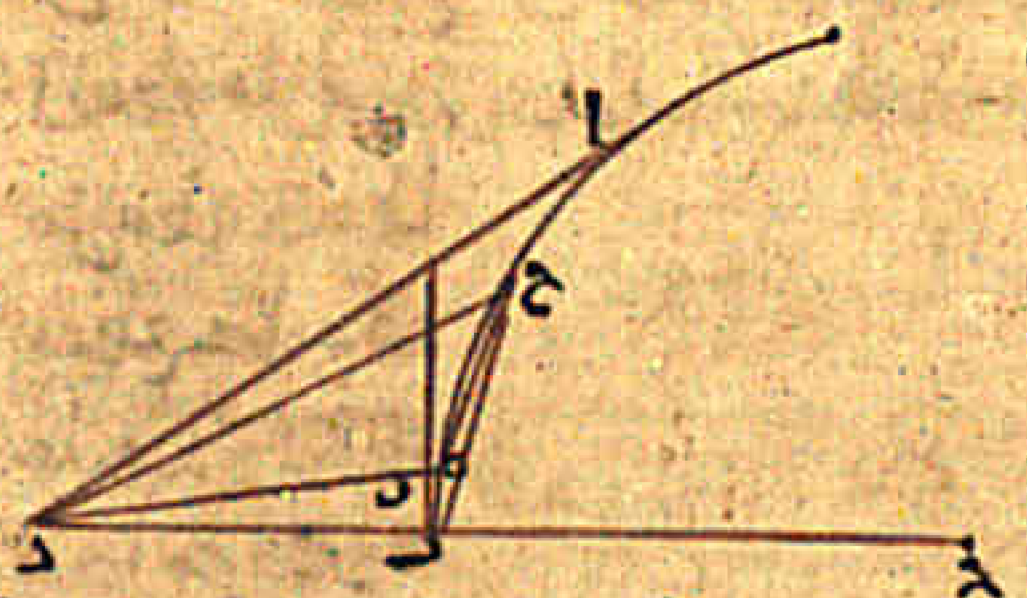
لج اذا اخرج من خط من الخطوط الطوال عمود عليه من طرفه
الذي على القطع فانه يماس القطع فليكن قطع مخروط عليه
ا ب ولنخرج فيه خط من الخطوط الطوال فهو ب د فاقول
ان الخط الذي يخرج من نقطة ب ويكون عمودا على ب د يماس
القطع فان لم يكن كذلك فلنقطعه مثل خط ه ب د ونخرج
من نقطة ح خطا
يقطع خط د ت
عليه ح د الخط
د ا اطول من خط
د ب وخط ا د
اطول من خط



ح د فخط ا د اطول كثيرا من خط د ب وقد كان ح ب من
الخطوط العظام هذا خلف فالخط الذي يخرج من نقطة ب
ويكون عمودا على د ب يماس القطع وذلك ما اردنا ان نبين

لد اذا تعلمت نقطة خارجا من قطع مخروط على الخط الاطول او على
الخط الاقصر اذا اخرج على استقامة فان اعظم ما يقع فيما بين
تلك النقطة والقطع من الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى
كل واحدة من ناحيتي القطع ولا تنفذ فيقطع القطع على اكثر

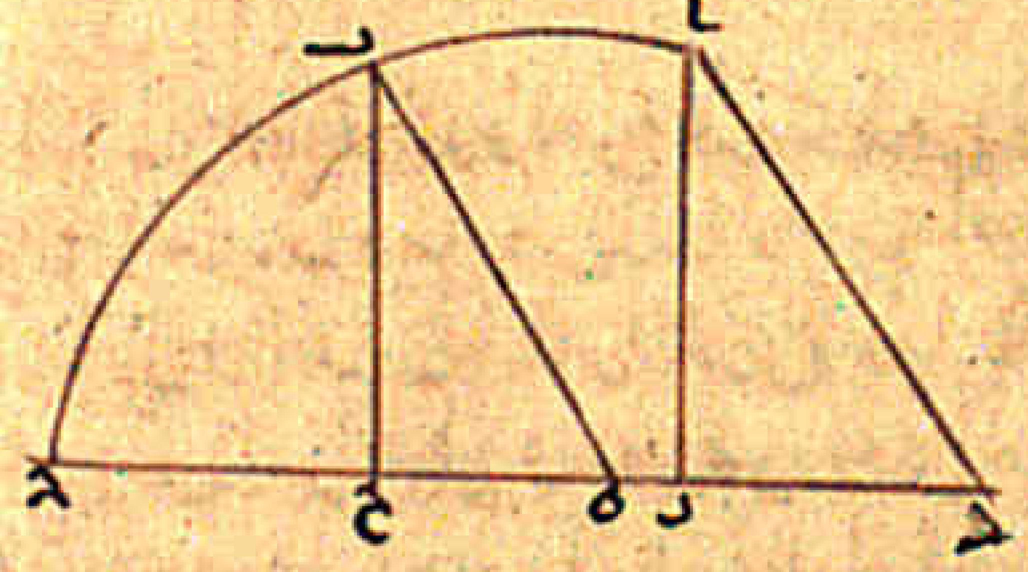
من نقطة واحدة هو الخط الذي على استقامة الخط الاطول
او الخط الاقصر وما قرب منه من الخطوط الباقية فهو اصغر
مما بعد فليكن قطع مخروط عليه اب وعلى خط طويل من
الخطوط التي عليه او خط صغير منها اد ووقع على استقامة
ونعلم عليه من بعد ان نخرج نقطة د كيفما وقعت ونخرج
من نقطة د الى القطع خطوط دا دح ده ولنقطع كل واحد
منها القطع على نقطة واحدة فقط فاقول ان خط دا اصغر
الخطوط التي تخرج من
نقطة د الى القطع
وان ما قرب منه من
الخطوط الباقية
اصغر مما بعد برهان
ذلك انا نخرج خط بز



مماسا للقطع فزاوية زد قائمة لما تبين في الشكل ... من
... من هذه المقالة فخط بد الاطول من خط دب فخط ده
الاطول ... من خط دب ... خط حب وخط حه فزاوية
ده ح منفرجة فخط دح الاطول من خط ده وكذلك ايضا
انبين امر الخطوط التي تخرج الى الناحية الاخرى عن خط بد
وذلك ما اردنا ان نبين

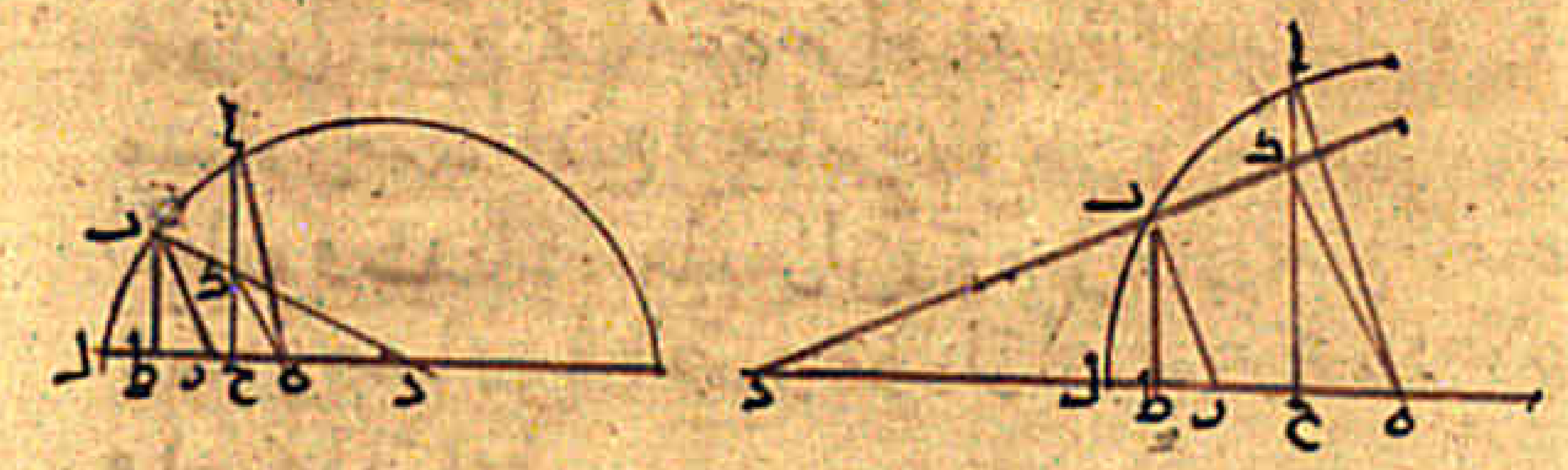
جميع قطوع المخروطات اذا اخرج فيها خطوط معادة فان
الزوايا التي تحدث فيما بين الخطوط المعادة من بين القطع
وبين السهم اعظم من التي تحدث فيما بين الخطوط القريبة له

منه وبين السهم فليكن القطع اولا قطعا مكافيا عليه ا ح
وعلى سهمه د ز ولنكن خطا من الخطوط المعادة فاقول ان
زاوية ا د ح اعظم من زاوية ب ه د برهان ذلك انا نخرج
عمودي ا ز ب ح فخط ب ه من الخطوط المعادة فخط ه ح
مساوي لنصف الضلع القائم كما تبين في الشكل ... من هذه
المقالة وكذلك ايضا تبين ان ز د مثل نصف الضلع القائم
فخط ه ح مساوي لخط د ز وعمود ا ز اعظم من عمود ب ح
فزاوية ا د ز اعظم
من زاوية ب ه ح
وذلك ما اردنا



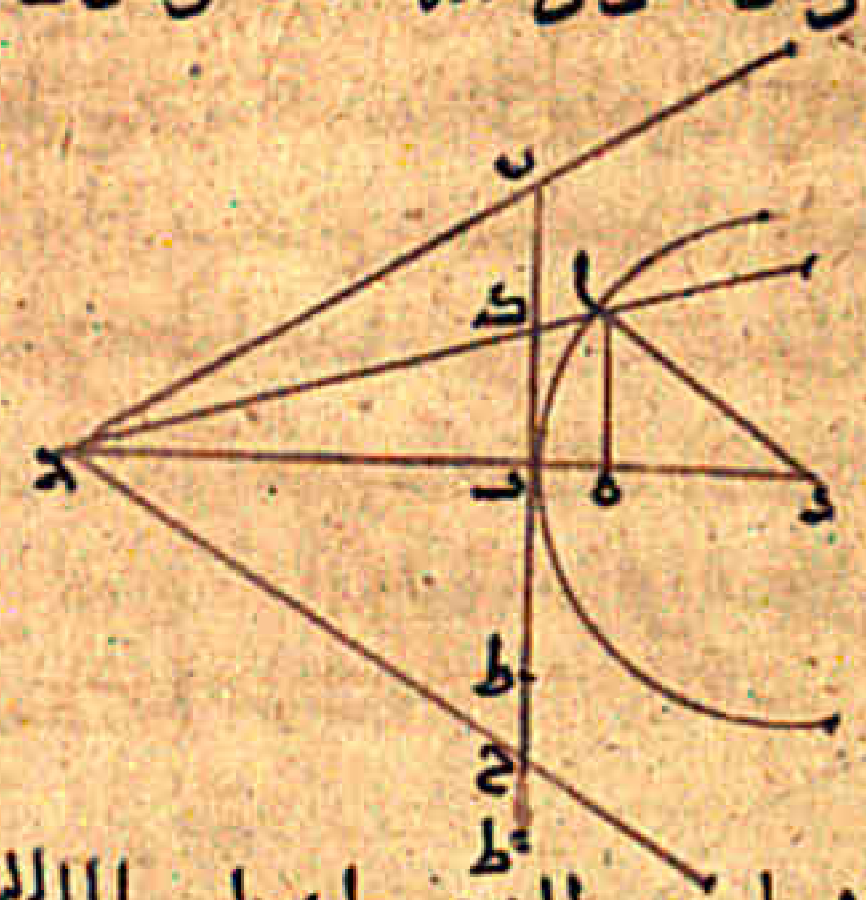
ان نبين لو
فليكن القطع ...
قطعا زائدا او
ناقصا وليكن سهمه ل ه ومركزه ز وليكن خطاه ا د ب د
من الخطوط القصار فاقول ان زاوية ا د ل اعظم من زاوية
ب ه ل برهان ذلك انا نخرج عمودي ب ط ا ح ونمر خط د ك
فنسبة د ح الى ح ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
كما تبين في الشكل ... من هذه المقالة وكذلك نسبة
د ط الى ب ط فيصير نسبة د ح الى ح ه كنسبة د ط الى ط ب
ولذلك ايضا تكون نسبة د ح الى د ط كنسبة ه ح الى ب ط ونسبة
د ح الى د ط كنسبة ك ح الى ب ط فنسبة ح ه الى ب ط
كنسبة ك ح الى ب ط وزاويتا ا ح ه ب ط د قائمتان

فمثلثا د ه ح ب د ط متشابهان وزاوية د ه ح اعظم من زاوية
ب د ط وذلك ما اردنا ان نبين

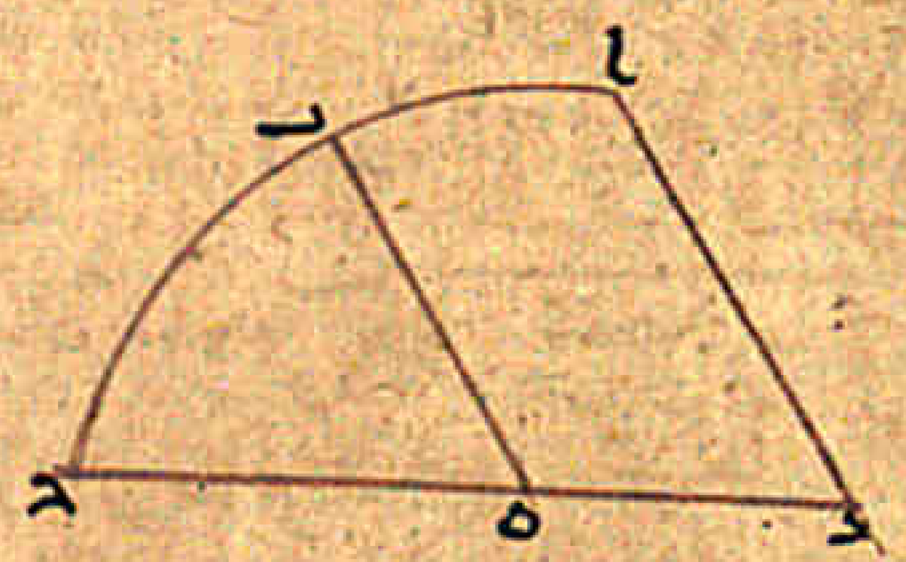


لز اذا كان قطع زائد واخرج فيه خط من الخطوط المقاربة واحاط
مع السهم بزاوية فان تلك الزاوية اعظم من الزاوية التي يحيط
بها كل واحد من الخطين اللذين لا يقعان على القطع مع الخط الذي
يخرج من راس القطع ويكون عمودا على السهم فليكن القطع الزائد
اب وسهمه ح د ولنكن الخطان اللذان لا يقعان عليه د ح د ح وليكن
الخط الاصغر ا د ونخرج على نقطة ب عمودا على السهم وهو ب ح
فاقول ان زاوية ا د ح اعظم من زاوية د ح ب برهان ذلك انا
نجعل نصف الضلع القائم ب ط ونصل خط ط ا فنسبة ح ب الى
ب ط كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسبة د ه
الى ا ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما
تبين في الشكل ... من هذه المقالة فنسبة ح ب الى ب ط كنسبة
د ه الى ه ا ونسبة د ب الى ب د كنسبة ا ه الى ه د فعلى
نسبة المساواة تكون نسبة د ب الى ب ط كنسبة ا ه الى
ه د ونسبة د ب الى ب ط اقل من نسبة د ب الى ب ط ونسبة

د ب الى ب ط كنسبة ح ب الى ب د كما تبين في الشكل ... من هذه
المقالة فنسبة ا ه الى ه د اقل من نسبة ح ب الى ب د فعلى هذه
الاضلاع تحيط
بزوايا متساوية
فزاوية ح د ب
اعظم من زاوية
ا د ه وذلك
ما اردنا ان
نبين



لح اذا اخرج في قطع من القطوع خطان فيما ان يماسانه الى السهم فانهما
اذا انفذا على استقامة التقيا في الجهة الاخرى من القطع فليكن
قطع مخروط عليه ا ب وعلى سهمه ح د ولنخرج في القطع خطان من
الخطوط المقاربة وهما د ا ه ب فاقول ان خطي د ا ه ب اذا انفذا
الى الجهة الاخرى التقيا برهان ذلك ان زاوية ا د ح اعظم من زاوية
ب ه د كما تبين في
الشكل ... ولتكن
هذه المقالة فزاويتا
ا د ه ب ه د اعظم من
زاويتين قائمتين
ويكون من اجل ذلك

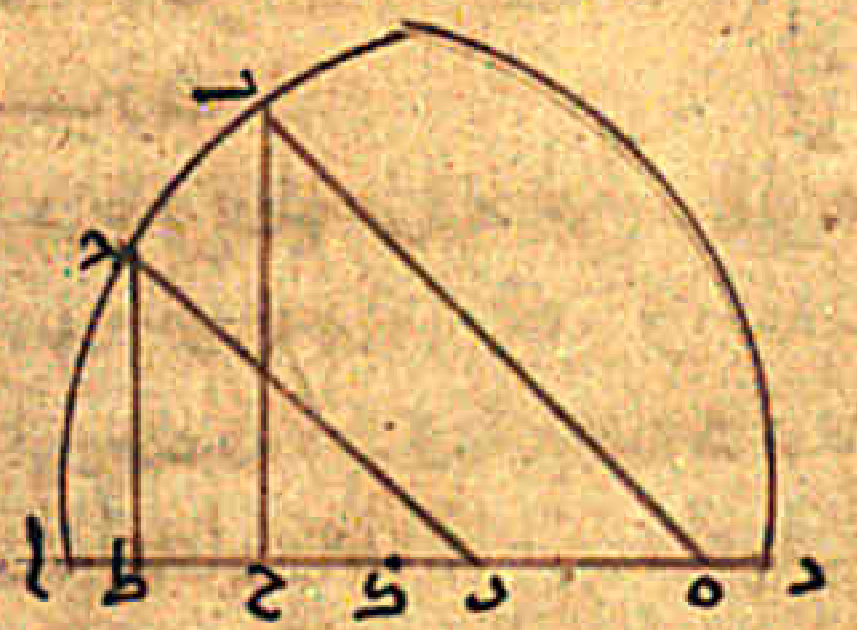


الزاويتان اللتان تليهما اقل من زاويتين قائمتين فخطا ا د ب ه
الاصغر اذا انفذا التقيا في الجهة الاخرى من القطع وذلك ما اردنا ان نبين اريس

لط الخطوط العظام التي تخرج في القطع الناقص التي سهمه الأصغر
تقطع بعضها بعضا في تلك الجهة فليكن قطع ناقص عليه ا ح د ب
وعلى سهمه الأصغر ا د فأقول أن الخطوط العظام التي تخرج في
قطع ا ح د ب تقطع بعضها بعضا في نصف قطع ا ب د فإن أمكن فلا
تقطع بعضها بعضا مثل خطي ب ه ح ز العظيمين ونخرج عمودي ب ح
ح ط وليكن المركز ك فنسبة ك ط إلى ط ن كنسبة القطر المجانس
إلى الضلع القائم كما بين في الشكل كب من هذه المقالة

هذا التفصيل هو بعد العكس والقلب

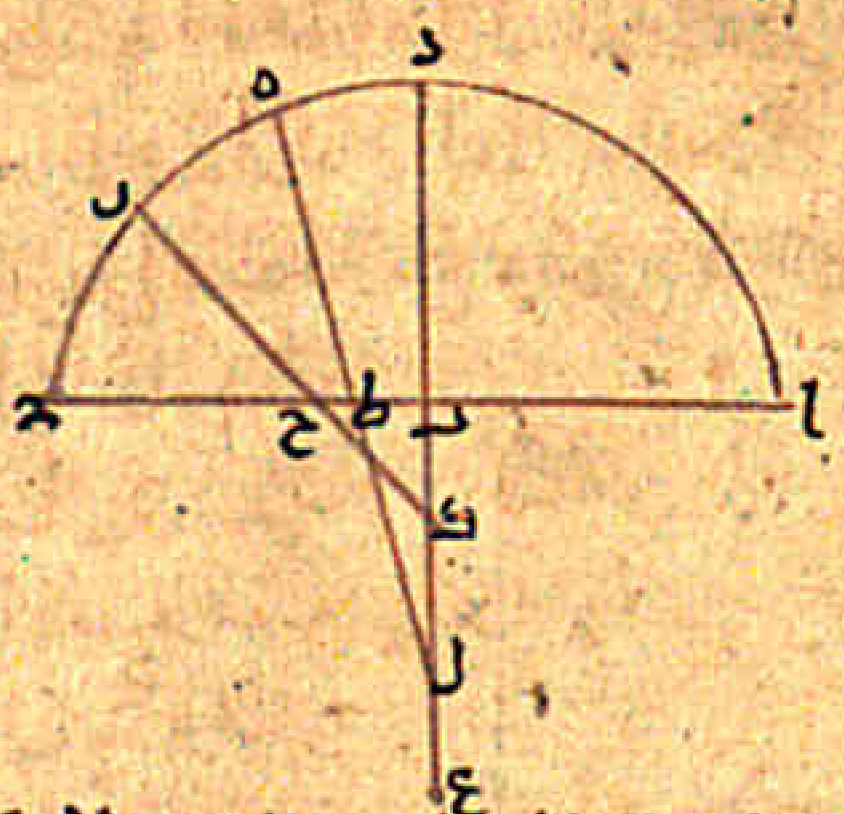
وكذلك أيضا نسبة
ك ح إلى ح ز وإذا
فصلنا صارت نسبة
ك ح إلى ك ز نسبة
ك ط إلى ك ن ولذا
بدلنا صارت نسبة
ك ح إلى ك ط كنسبة



ك ز إلى ك ن وك ز أعظم من خط ك ه فخط ك ط إذا أعظم من
خط ك ح وهذا خلف فخطا ب ه ح ز يتقاطعان وذلك ما
أردنا أن نبين

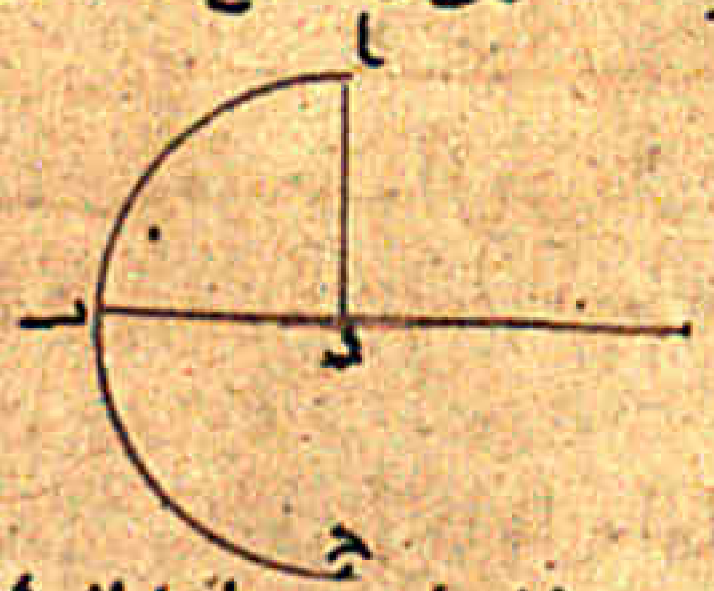
م إنما الخطوط الصغار التي تخرج في القطع الناقص يكون في
الزاوية التي يحيط بها نصف السهم الذي منه خرجت الخطوط
الصغار والسهم الآخر فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وعلى
سهمه الأعظم ا ج وعلى الأصغر ب د وليكن خطا ه ط ب ح خطين
من الخطوط الصغار فأقول أن خطي ه ط ب ح يلتقيان في زاوية

د ث ع برهان ذلك أنا نخرج هذين الخطين من نقطتي ح ط حتى
يلقيا د ث على نقطتي ك ل فخطا ه ط ب ح هما من الخطوط الصغار
فخط ه ل هو من الخطوط العظام كما بين من عكس كج من هذه
المقالة وكذلك أيضا خط ب ك من الخطوط العظام وخطا
ه ط ب ح إذا أنفذا تقاطعا في الناحية الأخرى عن السهم كما
بين في الشكل لج من هذه المقالة وإذا كان خطا ه ل ب ك من
الخطوط العظام فهما يتقاطعان في الناحية التي هما فيها كما
بين في الشكل لط



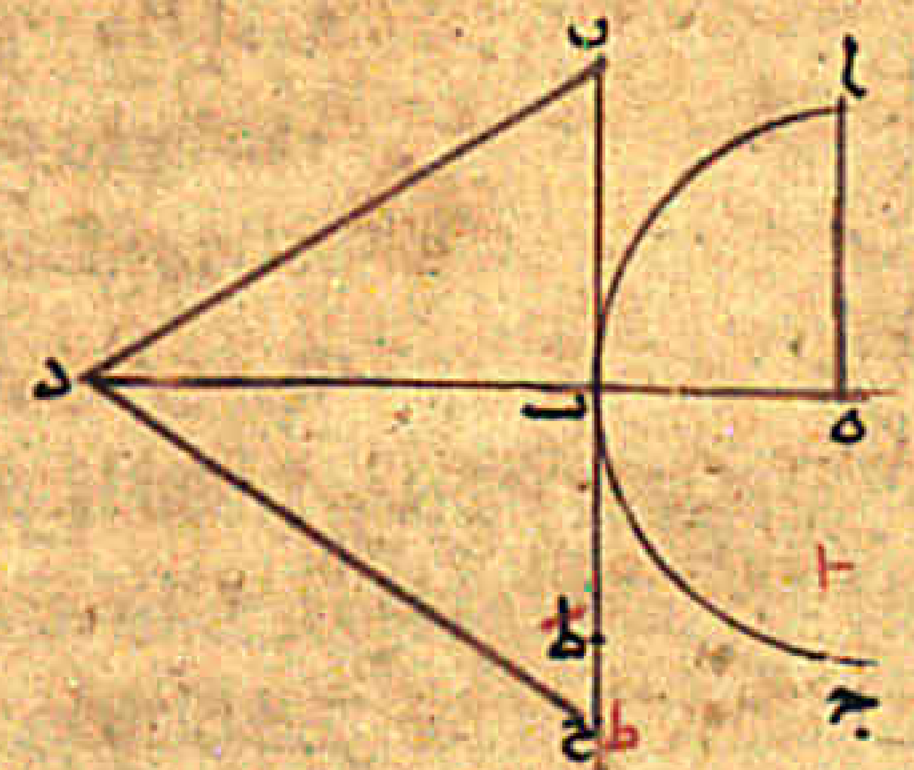
من هذه المقالة
فموضع الالتقاء
يكون في الزاوية
التي يحيط بها خطا
ح ب ث ع وذلك
ما أردنا أن نبين

ما الخطوط الصغار التي تخرج في القطع المكافئ وفي الناقص التي سهمها إذا
انفذت وقعت على الناحية الأخرى من القطع فأما أنها كذلك
في القطع الناقص
فهو بين فليكن قطع



مكافئ على سهمه ب د
وعلى الخط الأصغر
ا د فأقول أن ا د
إذا انفذ لقي قطعة ب ح من القطع برهان ذلك أن قطع ا ب ح

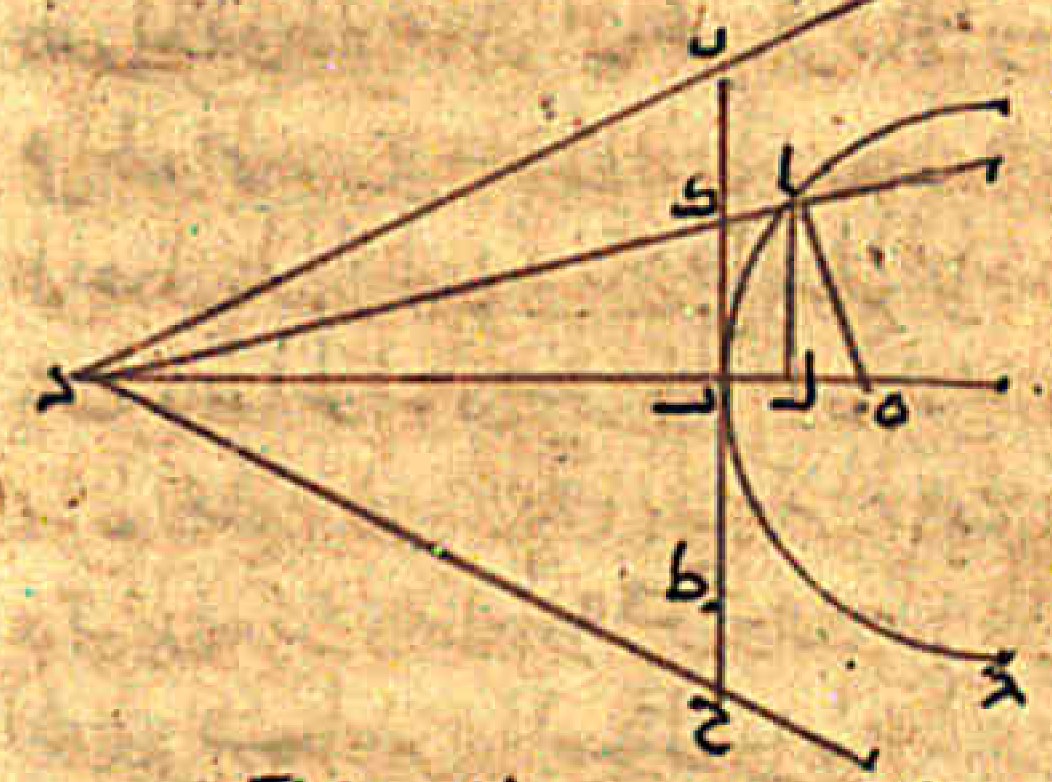
محالف وقد اخرج من نقطة ا د خط ا د اذا انفذ وقع على قطع ب ح د
مماس في الشكل كح من المقالة الاولى وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا كان قطع زائد وكان قطره المجانب ليس باعظم من الضلع القائم مو
فليس في الخطوط المعادة التي تخرج فيه خط ينتهي الى الناحية الاخرى من
القطع وان كان القطر المجانب اعظم من الضلع القائم فان بعض الخطوط
المعادة التي في القطع اذا انفذ لقي القطع في الجهة الاخرى وبعضها
لا يلقاه فليكن قطع زائد عليه ا ب ج وسهمه د ه ومركزه د
وعلى الخط الافقي ولا يكون القطر المجانب باعظم من الضلع
القائم فاقول انه لا يلقى القطع برهان ذلك انا نجعل الخطين اللذين
لا يقعان على القطع د ز د ح ولنخرج خط ز ب ح عمودا على د ه ولنكن نصف
الضلع القائم ب ط



فاذ كان القطر
المجانب ليس باعظم
من الضلع القائم
فان د ب ليس
باعظم من ب ط
ونسبة د ب الى
ب ط كنسبة مربع د ب الى مربع ب ز كما بين في الشكل ح من
المقالة ب فليس مربع د ب باعظم من مربع ب ز ولا خط د ب
باعظم من خط ب ز فليس زاوية ب ز د باعظم من زاوية ز د ب
وزاوية ب ز د اعظم من زاوية ا ه ب كما بين في الشكل الذي من
هذه المقالة فزاوية ز د ب اعظم من زاوية ا ه ب وزاوية

ز د ب مثل زاوية ب د ح وزاوية ب د ح اعظم من زاوية ا ه ب
واذا جعلنا الزاوية التي تلي زاوية ا ه ب مشتركة صارت هذه
الزاوية مع زاوية ا ه ب مثل زاويتين قائمتين فيصير زاوية
ه د ح مع الزاوية التي تلي زاوية ا ه ب اعظم من قائمتين فخطا ا ه
د ح اذا انفذا من ناحية ه ح لم يلتقيا فخط ا ه لا يلقى ناحية ب ح
من القطع لانه لو لقيه للقي اذا خط د ح كما بين في الشكل ح من
المقالة ب ٥
واما انا نجعل القطر المجانب اطول من الضلع القائم فاقول ان مز
بعض الخطوط المعادة التي تكون في قطع ا ب اذا انفذ لقي القطع
في الجهة الاخرى وبعضها لا يلقاه برهان ذلك انا نجعل الخطين اللذين
لا يقعان على القطع د ز د ح والقطر المجانب اطول من الضلع القائم
فخط د ب اطول من خط ب ط الذي هو نصف القائم فنسبة د ب الى
ب ط اعظم من نسبة د ب الى ب ز فلتكن نسبة د ب الى ب ط كنسبة
د ب الى ب ك ونصل خط د ك ونمده فهو يلقى
القطع كما بين في الشكل من المقالة ب فليلقه على نقطة ا ونخرج
من نقطة ا عمودا الى د ه عليه ا ل ونجعل نسبة د ل الى ل ه كنسبة
د ب الى ب ط ونصل خط ا ه فنسبة د ب الى ب ط كنسبة د ل الى
ل ه وكنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم وقد اخرج من نقطة
ا عمود ا ل وقد وصل خط ا ه فخط ا ه هو خط من الخطوط المعادة
كما بين في الشكل من هذه المقالة ولان نسبة ب ك الى ب د
كنسبة ا ل الى ل د ونسبة د ب الى ب ط كنسبة د ل الى ل ه فمن
نسبة المساواة تكون نسبة ا ل الى ل ه كنسبة ب ك الى ب ط

ونسبة ب ه الى ه ط كنسبة ر ب الى ب ك فنسبة ا ل الى ل ه كنسبة
ب ك الى ك د وزاويتا ر ب د ا ل ه متساويتان لانهما قائمتان
فمثلثا ر ب د ا ل ه متشابهان فزاوية ر د ب مساوية لزاوية
ا ه ل ولزاوية ب د ح فزاوية ا ه ب مساوية لزاوية ب د ح
فخطا د ح ا ه متوازيان واذا اخرجا لم يلتقيا فاذ كانا لا يلتقيان فان
خط ا ه لا يلقى القطع على غير نقطة ا وان انفذ على استقامة لانه
لانه لو لقيه للقي خطي د ح د ك كما بين في الشكل ح من المقالة ب
وقد كان ا ه موازيا لخط د ح هذا خلف فليس يلقى خط ا ه قطع



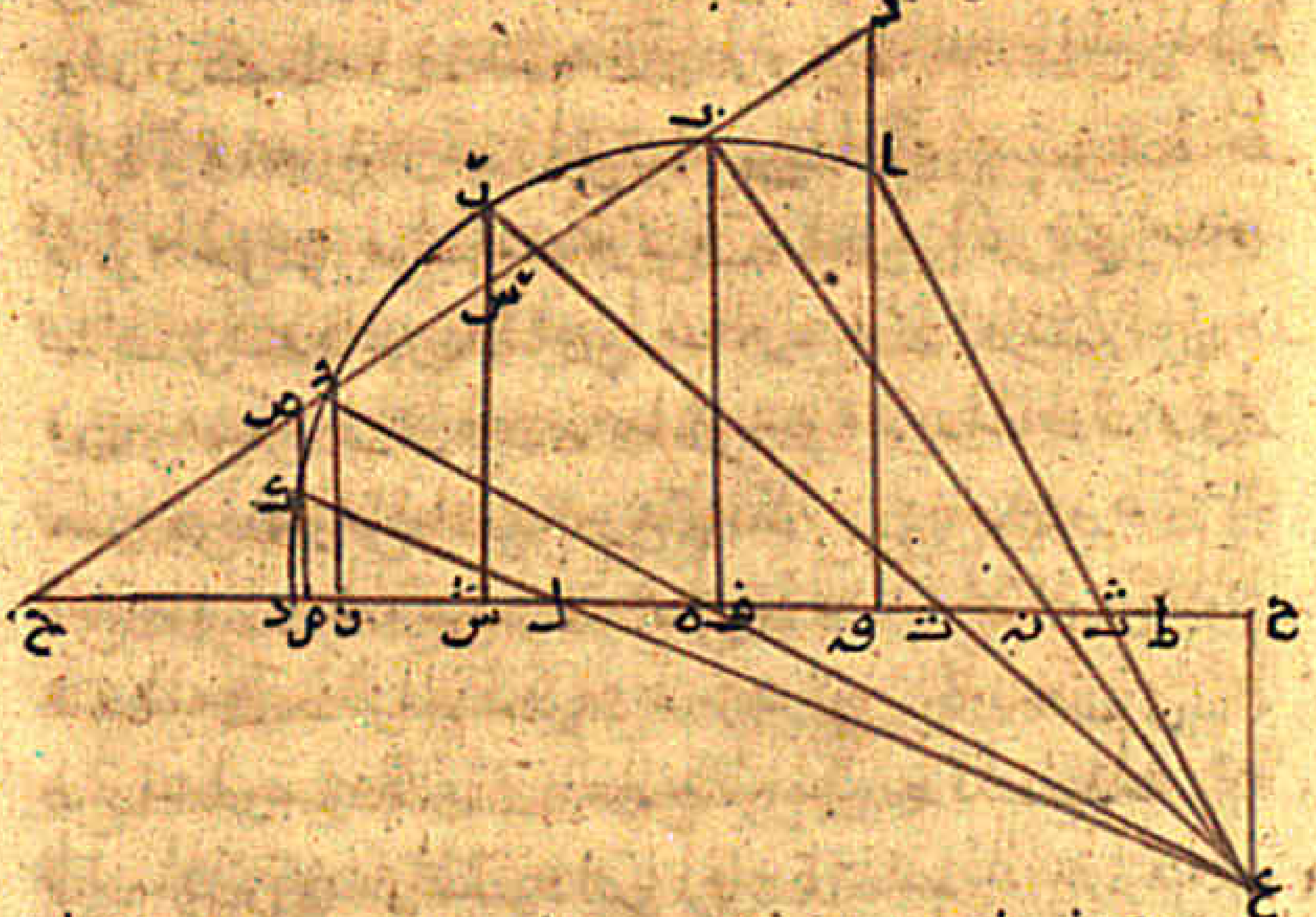
ا ب د على غير
نقطة ا فاما
الخطوط المعادة
التي تخرج فيما
بين نقطتي ب ه
فان الزوايا
التي يحدثها
مع ب ه اعظم من زاوية ا ه ب كما بين في الشكل لو من هذه
المقالة وزاوية ا ه ب مساوية لزاوية ب د ح فالزوايا
التي يحدثها الخطوط المعادة التي تخرج فيما بين ب ه اعظم من زاوية
ب د ح فاذا انفذت لم يلق خط د ح ولا قطع ب د للسبب الذي
ذكرنا آنفا واما الخطوط المعادة الباقية فلانها تحدث مع
السهم زوايا اعظم من زاوية ا ه ب فانها تلقى خط د ح وتلقى
من اجل ذلك قطع ب د وذلك ما اردنا ان نبين

مد اذا اخرج خطان من الخطوط المعادة من سهم قطع من القطوع وانفذا
حتى يلقيا واخرج من ملتقاهما خط اخر يقطع السهم ويسمى الى القطع
فان القطعة التي يقع منه فيما بين القطع والسهم ليست خطا من الخطوط
المعادة فان كان الخط المخرج ليس فيما بين الخطين الاصغرين واخرج من
موضع مسقطه الى القطع خط من الخطوط المعادة فانه يفصل مما يلي
راس القطع خطا اعظم من الخط الذي فصله الخط المخرج وان كان
الخط المخرج فيما بين الخطين الاصغرين فان الخط الاصغر الذي يخرج من منتهاه
يفصل من السهم مما يلي راس القطع قطعة اصغر من القطعة التي
يفصلها فاما في القطع الناقص فان ذلك يكون كذلك اذا كان
الخطان الاصغران والخط المخرج جميعا يقطع نصفا واحدا بعينه من
من نصفي السهم الاطول فليكن القطع اولا قطعا مكافيا عليه ا ب
وعلى سهمه د ح ولنخرج الخطان الاصغران اللذان فيه ب ز ح ه ويلتقيا
على نقطة ع ولنخرج من نقطة ع ولنخرج اولا خطا جائزا على خط ع د
ع ت وهو ع ل ك فاقول ان ل ك ليس من الخطوط المعادة ولكن الخط
الاصغر الذي يخرج من نقطة ك يفصل من السهم مما يلي راس القطع
الذي هو نقطة د خطا اطول من خط د ك برهان ذلك انا نخرج العمود
ع ح ب ع و د ر ك م ولنفرض الضلع القائم ط ح فخط ب ر من
الخطوط المعادة وخط ر ق عمود فخط ف ر مساو لنصف الضلع
القائم كما بين في الشكل ح من هذه المقالة فخط ف ر مساوي
لخط ط ح فيكون لذلك خط ف ط مساويا لخط ر ح ويكون نسبة
ح ط الى ط ق كنسبة ف ر الى ر ح ونسبة ف ر الى ر ح كنسبة
ف ب الى ع ح فالذي يكون من ضرب ع ح في ح ط مساوي للذي يكون

من ضرب ف ب في ف ط وكذلك ايضا نبين ان الذي يكون من ضرب ح ن
في ن ط مساوي للذي يكون من ضرب ع ح في ح ط فالذي يكون من ضرب
ب ف في ف ط مساوي للذي يكون من ضرب ح ن في ن ط ويكون لذلك
نسبة ب ف الى ح ن كنسبة ن ط الى ط ف فلنصل خط ب د ونمده
حتى يلقا خط د ح على نقطة ح ونخرج عمود ك م ونمده الى نقطة
م فيكون نسبة ب ف الى ح ن كنسبة ف ح الى خ ن ونسبة
ف ح الى خ ن كنسبة ن ط الى ط ف فخط ن خ مساوي لخط ف ط وخط
خ م اذا اعظم من خط ف ط فنسبة ف م الى م ح اعظم من نسبة
ف م الى ف ط واذا ركبنا صارت نسبة ف ح الى ح م التي هي نسبة
ف ب الى م ص اعظم من نسبة م ط الى ط ف فالذي يكون من ضرب
ب ف في ف ط اعظم من الذي يكون من ضرب ص م في م ط فهو لذا
اعظم كثيرا من الذي يكون من ضرب ك م في م ط والذي يكون من
ضرب ب ف في ف ط فقد كنا بينا انه مساوي للذي يكون من ضرب
ع ح في ح ط فالذي يكون من ضرب ع ح في ح ط اعظم من الذي يكون
من ضرب ك م في م ط فنسبة ع ح الى ك م التي هي كنسبة
ح ك الى ل م اعظم من نسبة م ط الى ط ح فخط ط ح اعظم من خط
م ل وخط ط ح مثل نصف الضلع القايم فخط م ل اقل من نصف الضلع
القايم والخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ك يفصل من السهم
مما يلي م خطا اعظم من خط ل م وهو لذا يفصل من السهم
مما يلي د خطا اعظم من خط ل د فخط ك ل ليس من الخطوط
الصغار كما بين في الشكل كذا من هذه المقالة واما فانا
نخرج في الجهة الاخرى عن خطي د ع ح خط ع ك فاقول ان خط

ا ت ليس من الخطوط الصغار وان الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة آ
يفصل من السهم خطا اعظم من خط د ت فلنخرج خط ا ق عمود ا
على د ح ونبين ان خط ف ط مساوي لخط خ ز فخط خ ق اعظم من
خط ف ط فنسبة ق ف الى ف خ اعظم من نسبة ق ف الى ف ط
واذا فصلنا صارت نسبة ق ف الى ف خ اعظم من نسبة الى ق ط
واذا عكسنا صارت نسبة ق خ الى خ ف اعظم من نسبة ق ط
الى ط ق ويكون لذلك نسبة ق ذ الى ف ب اقل من نسبة ف ط الى
ط ق فالذي يكون من ضرب ذ ق في ق ط اقل من الذي يكون من ضرب
ب ف في ف ط فالذي يكون من ضرب ا ق في ق ط اقل كثيرا من الذي
يكون من ضرب ب ف في ف ط والذي يكون من ضرب ب ف في ف ط
مثل الذي يكون من ضرب ع ح في ح ط فالذي يكون من ضرب ا ق في ق ط
اقل من الذي يكون من ضرب ع ح في ح ط فنسبة ا ق الى ع ح التي هي
كنسبة ق ت الى ت ح اقل من نسبة ح ط الى ط ق فيكون خط
ط ح اعظم من خط ق ت وخط ط ح مثل نصف الضلع القايم فخط
ق ت اقل من نصف الضلع القايم والخط الاصغر الذي يخرج من نقطة
آ يفصل خطا اعظم من خط ق ت فالذي يفصل اذا مما يلي نقطة
د الذي هو راس القطع اعظم من د ت الذي يفصله ا ت فليس خط
ا ت من الخطوط الصغار كما بين في الشكل كذا من هذه المقالة
واما فانا نجعل الخط المخرج واقعا فيما بين خطي ع ح ع د فهو
ع ن فاقول ان ن ع ليس من الخطوط الصغار وان الخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة ن يفصل من السهم مما يلي نقطة د خطا اعظم
من خط د ن فنبين انك اذا اخرجنا عمود ن ش ونبين ان خط ف ط

مثل خط ح ن محيط شرح اعظم من خط ف ط فيكون لذلك نسبة
شرف الى شرح اقل من نسبة شرف الى ف ط ولذلك صارت نسبة
فرح الى رخ ش اقل من نسبة شط الى طف ونسبة فرح الى رخ شر كنسبة
بف الى رش فنسبة بف الى رش اقل من نسبة شط الى طف
ونسبة فالذي يكون من ضرب بف في فط اقل من الذي يكون من



ضرب رش في شط ولذلك يكون المجموع من بف في فط اقل من
الذي يكون من ضرب رش في شط والذي يكون من ضرب عح في حط
مثل الذي يكون من ضرب بف في فط والذي يكون من ضرب عح في
طح اقل من الذي يكون من ضرب رش في شط فيكون نسبة عح الى
رش اقل من نسبة شط الى طح ونسبة عح الى رش كنسبة حت
الى تش فنسبة حت الى تش اقل من نسبة شط الى طح فخط طح
اصغر من خط تش وخط حط مثل نصف الضلع القائم والخط الاصغر

الذي يخرج من نقطة د يفصل مما يلي ش خطا اصغر من شرت فهو اذا افضل
مما يلي راس القطع اقل من دت فخط رت ليس هو الخط الاصغر والخط
الاصغر يفصل منها يلي راس القطع خطا اقل من دت وذلك ما
اردنا ان نبين ٥

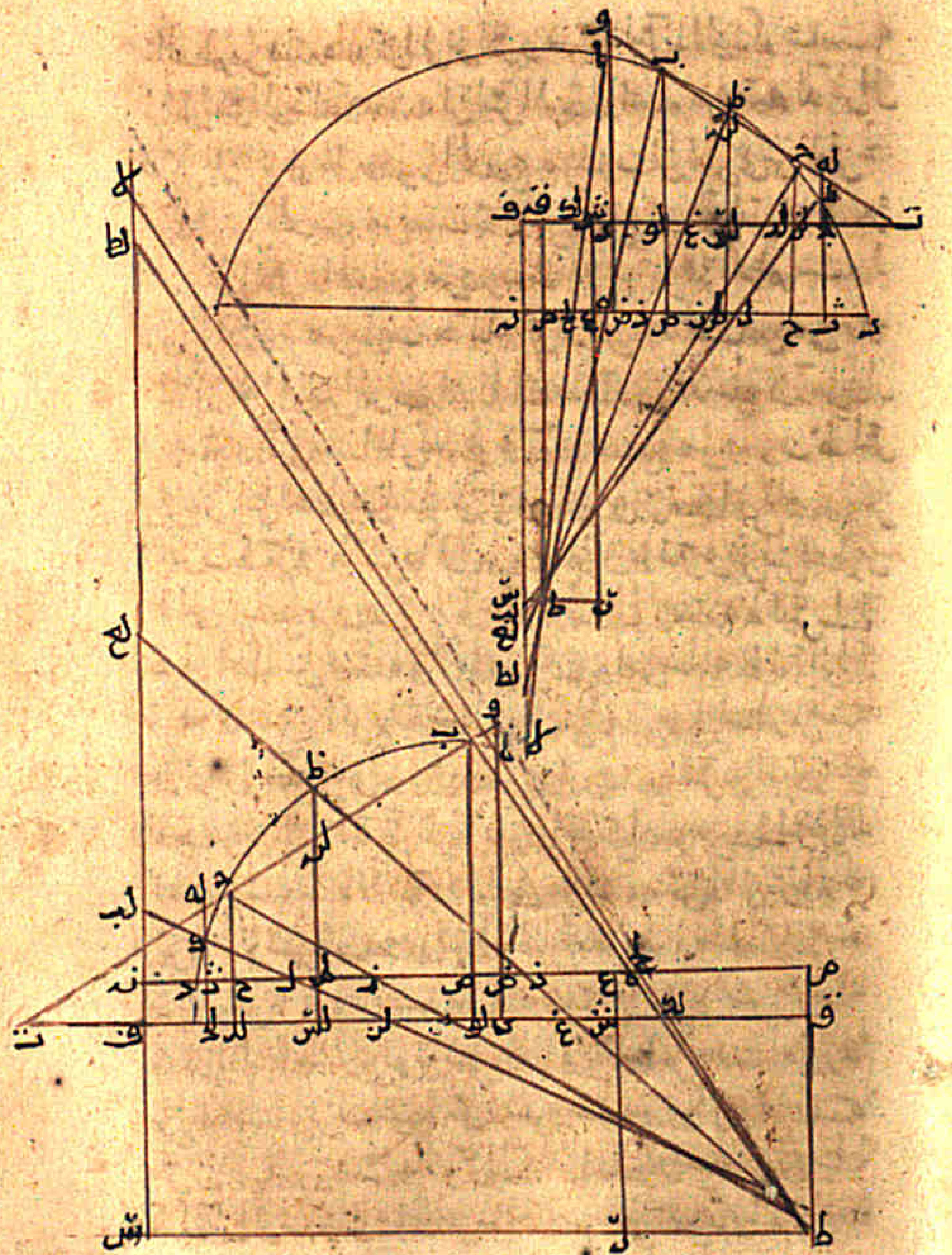
٩٥ واما في القطع الزائد فانا نضع عليه أب جد وعلى
سهمه ب د وعلى مركزه ت ونخرج في القطع خطين من الخطوط
المعارفة هما ب ه ح ن ونلقيهما على نقطة ط ونخرج من نقطة ط
الى القطع خط ط ك د فاقول ان خط ك ل الذي بين السهم
والقطع ليس هو من الخطوط المعارفة لكن الخط الاصغر الذي يخرج
من نقطة ك يفصل من السهم مما يلي نقطة د خطا اطول من خط
د ل برهان ذلك انا نخرج من نقطة ط الى السهم عمود ط م ونخرج
على نقطة ن خطا موازيا لخط م ط وهو ن س ونخرج على نقطة
ط خطا موازيا لخط م ن وهو ط س ونخرج خط ن س حتى يلقاها
خطي ح ط ب ط فيلقيهما على نقطتي ل ط ولتكن كل واحدة
من نسبتي شرف الى ف ن ونع الى ع م كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم ونخرج خطوط ع د ب م ح ح ك ن اعمده
على السهم ونصل خط ب د ونخرجه على استقامة ونخرج على
نقطة ق خطا موازيا لخط د ن وهو ف ق ونمده الى ن فلان
خط ب ه من الخطوط المعارفة وخط ب م عمود يكون نسبة ن م
الى م ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم كما بين في
الشكل ... من هذه المقالة فنسبة نع الى ع م كنسبة ن ص
الى ص ه ولذلك صار في القطع الزائد على ساق القطع الناقص

كانت نسبة ع ت الى ت م كنسبة ص ت الى ت ه واذا انفصلنا الاولين
من الاكثرين كانت نسبة م ع الى ع ص كنسبة م ت الى ت ع وخط
ص ع مساوي لخط ش لو فنسبة م الى ش لو كنسبة م ت الى
ت ع ولان نسبة ش ف ايضا الى ف ت كنسبة القطر المجانب الى
القطر القائم يكون نسبة ش ف الى ف ت كنسبة ت ص الى ص ه
واذا ركبنا في القطع الزايد وفصلنا في القطع الناقص كانت
نسبة ش ت الى ت ف كنسبة ت ه الى ه ص فنسبة ت ه الى ه ص
كنسبة ت ط الى ب ص لتشابه المثلثات واذا جمعنا في القطع
الزايد ونقصنا الاول من الاكثرين في القطع الناقص كانت نسبة
ش ط الى ب لو كنسبة ت ه الى ه ص التي هي كنسبة
ش ت الى ت ف فنسبة ش ط الى ب لو كنسبة ش ت الى ت ف
والهامة ان نسبة سطح ت ط الى سطح ت ش مولفة من نسبة
ش ت الى ت ف ومن نسبة م ت الى ت ع واما نسبة ش ت الى ت ف
فقد تبين انها كنسبة ش ط الى ب لو واما نسبة م ت الى
ت ع فقد تبين انها كنسبة م الى لو ش فنسبة سطح ت ط الى سطح
ت ش مولفة من نسبة ش ط الى ب لو ومن نسبة م الى لو ش
ولكن سطح ت ط مساوي للمجتمع من ضرب ش ط في م …
لو نسبة ش ط الى ش ط كنسبة ط م الى م … فسطح ت ش
اذا مساوي للمجتمع من ضرب ب لو في لو ش وكذلك ايضا
تبين ان سطح ت ش مساوي للمجتمع من ضرب ح لد في لد ش
فالمجتمع من ضرب ب لو في لو ش مساوي للمجتمع من ضرب
ح لد في لد ش ولذلك يكون نسبة ب لو الى ح لد كنسبة

لد ش الى ش لو ولكن نسبة ب لو الى ح لد كنسبة لو ت
الى ت لد فنسبة لو ت الى ت لد كنسبة لد ش الى ش لو
واذا فصلنا كانت نسبة لو لد الى لد ت كنسبة لو لد
الى لو ش فخط لد ت مساوي لخط لو ش ولذلك يكون خط
لو ش اعظم من خط ت لح فنسبة لح لو الى لح ت اعظم
من نسبته الى لو ش واذا ركبنا كانت نسبة لو ت الى
ت لح اعظم من نسبة لح ش الى ش لو ولكن نسبة لو ت
الى ت لح كنسبة ب لو الى ك لح فنسبة ب لو الى ك
لح اعظم من نسبة لح ش الى ش لو فالمجتمع من ضرب ب لو
في ش لو اكثر من المجتمع من ضرب ك لح في لح ش ولذلك يكون (له في لح ش)
المجتمع من ضرب ب لو في ش لو اكثر كثيرا من المجتمع من
ضرب ك لح في لح ش وقد كان المجتمع من ضرب ب لو في ش لو
مساوي لسطح ت ش فسطح ت ش اعظم من المجتمع من ضرب ك لح
في لح ش وسطح ت ش مساوي لسطح ق ت لان نسبة ت ع الى ع م
كنسبة ط ق الى ق م فسطح ق ت اعظم من المجتمع من ضرب ك لح
في لح ش وسطح ق ت مساوي للمجتمع من ضرب ط ق في ق ش والمجتمع
من ضرب ط ق في ق ش فالمجتمع من ضرب ط ق في ق ش اعظم
من المجتمع من ضرب ك لح في لح ش ولذلك يكون نسبة ط ق
الى ك لح اكثر من نسبة لح ش الى ق ش ونسبة ط ق الى ك لح (الشوقة)
… ق لح الى لح … فنسبة ق لح الى لح … اعظم من نسبة
لح ش الى ق ش واذا ركبنا كانت نسبة ق لح الى لح …
اكثر من نسبة لح … الى ق ش فخط ق ش اطول من خط لح …

لـ ز و يكون نسبة ش ط الى ح ل ز كنسبة ش ل ب الى ك ل ح
لمشابهة المثلثين فنسبة ش ط الى ف ش اقل من نسبة ش ل ب الى
ك ل ح و ش ط مثل م ز و ف ش مثل م ع فنسبة م ز الى م ع
اقل من نسبة ش ل ب الى ك ل ح ونسبة م ز الى م ع كنسبة
س ز الى ز ف لانه قد كان كل واحد من سطحي ز ع الى
ع م و س ف الى ف ز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
فنسبة س ز الى ز ف اقل من نسبة ش ل ب الى ك ل ح واذا
نقصنا الاقل من الاكثر في القطع الزائد وجمعنا في القطع
الناقص كانت نسبة ز ل ب الى ك ز اكثر من نسبة س ز
الى ز ف لان ز ف مثل ز ح ولكن نسبة ز ل ب الى ك ز
كنسبة ز ك الى ل ز لتشابه المثلثات فنسبة ز ك الى
ل ز اكثر من نسبة س ز الى ز ف واذا فصلنا في القطع الزائد
وركبنا في القطع الناقص كانت نسبة ز ز الى ز ل اكثر
من نسبة س ف الى ف ز ونسبة س ف الى ف ز كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم فنسبة ز ز الى ز ل اكثر
من نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فان نحن جعلنا
نسبة ز ز الى ر ط اخرى كنسبة القطر المجانب الى الخط القائم
كان ز ل الخط الاخر اطول من خط ز ل فالخط الاصغر الذي
يخرج من نقطة ز ويفصل من السهم مما يلي نقطة ز خطا اطول
من خط ز ل للذي بيناه في الشكل ... من هذه المقالة
وليس خط ك ل من الخطوط الصغار للذي بيناه في الشكل ...
من هذه المقالة وايضا فانا نخرج خط ط ح فاقول ان ح ط ليس

هو من الخطوط الصغار وان الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة
ا ويفصل من السهم خطا اطول من خط ذ ل مع برهان ذلك انا
نخرج الى السهم عمود ا ض ونصله الى ى فلان نسبة ل د مساوية
لخط ل ى ش يكون خط ن ل د اعظم من خط ش ى ويكون نسبة
ل د الى ى ش اعظم من نسبة الى ن ل د واذا ركبنا صارت
نسبة ل د ش الى ش ى اعظم من نسبة ى ن الى ن ل د ونسبة
ى ن الى ن ل د كنسبة و ى الى ح ل د فنسبة ل د ش الى ش
ى اعظم من نسبة و ى الى ح ل د كنسبة ... ل د ش الى ش
اعظم من نسبة و ى الى ح ل د ولذلك يكون نسبة ل د ش الى
ش ى اعظم كثيرا من نسبة ا ى الى ح ل د فالمجموع من ضرب
ح ل د في ل د ش اعظم من المجموع من ضرب ا ى في ش ى وقد كان
المجموع من ضرب ح ل د في ل د ش مساويا لسطح ف ع فسطح
ف ع اعظم من المجموع من ضرب ا ى في ش ى وسطح ف ع مساوي
لسطح ف ... لان نسبة ... الى ... التي هي كنسبة ف ش الى ش ف
هي كنسبة ش ف الى ف ... التي هي كنسبة ش ف الى ... فسطح
ف ... اعظم من المجموع من ضرب ا ى في ش ى ولذلك يكون نسبة
ط ف الى ا ى اعظم من نسبة ش ى الى ف ش ونسبة ط ف الى
ا ى كنسبة ف ل ك الى ل ك ى فنسبة ف ل ك الى ل ك ى اعظم
من نسبة ش ى الى ف ش واذا ركبنا كانت نسبة ى ف ل
ف ل ك اعظم من نسبة ى ف الى ش ط فـ ل ك اعظم من ط
ى ش ويجعل خط ش ل ك مساويا فيكون خط ف ش اعظم من خط
ى ل ك ويكون لذلك نسبة ش ط الى ف ش اقل من نسبة ش ط الى
ى ل ك ونسبة ش ط الى ل ك كنسبة ش ... الى ... فنسبة

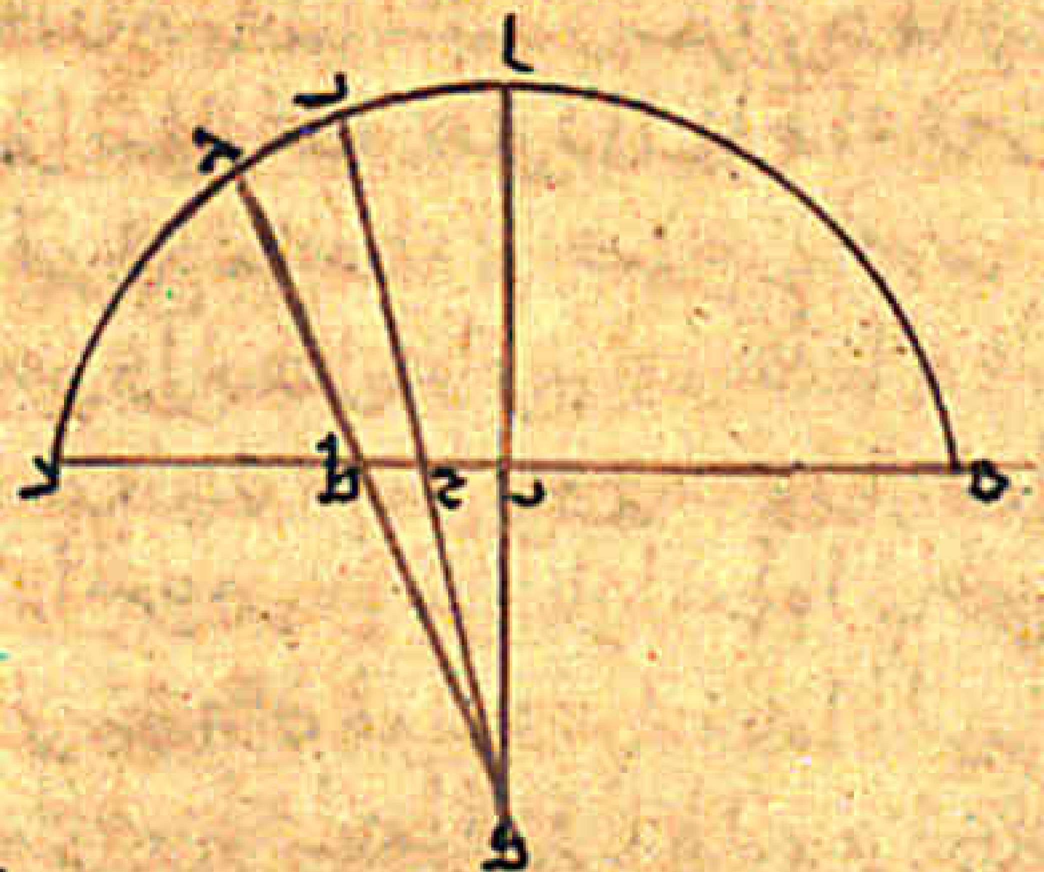


سر لا الى لا ا اعظم من نسبة سط الى قس فاما سط فهو مثل
نم و اما قس فهو مثل مع فنسبة سر لا الى لا ا اعظم من نسبة
نم الى مع ونسبة نم الى مع كنسبة سر نر الى نر ف فنسبة
سر لا الى لا ا اعظم من نسبة سر نر الى نر ف واذا انقصنا الاولين من
الاخرين في القطع الزائد وجمعنا في القطع الناقص كانت نسبة
لا ر الى ا ض اعظم من نسبة سر نر الى نر ف ونسبة لا ر الى ا ض
كنسبة نر لح الى لح ض فنسبة نر لح الى لح ض اعظم
من نسبة سر نر الى نر ف واذا فصلنا في القطع الزائد وركبنا
في القطع الناقص كانت نسبة نر ض الى ض لح اعظم من نسبة
سر ف الى ف نر ونسبة سر ف الى ف نر كنسبة القطر المجانب الى
الضلع القائم وان نحن جعلنا نسبة نر ض الى ض لح كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم كان ذلك الخط اعظم من خط
ض لح فالخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ا فيصل من السهم خطا
الطول من ذ لح الذي بين على ما تبين من هذه المقالة وليس خط
الح من الخطوط القصار الذي بين في الشكل كه من هذه المقالة
وايضا فان الخارج خط ط ذ كا فيما بين خطي ب ه ح ذ الاصغر بقول
ان خط ط ذ ليس هو من الخطوط القصار وان الخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة ظ فيصل من السهم خطا اصغر من خط د كن ه
برهان ذلك انا نخرج الى السهم عمود ظ لم ولان ن لد فد
سا اله مساوي لخط لو ش فيكون خط ن لد اصغر من خط
لم س ش ويكون نسبة لم س الى لد ن اعظم من نسبة
لد لم الى لم س ش ولذلك ركبنا كانت نسبة لم س ن الى ن لد

اعظم من نسبة لد تن الى تن لش ونسبة لش ز الى ز كد كنسبة
لز لش الى ج لد فنسبة لز لش الى ج لد اعظم من نسبة لد تن الى
تن لش ولذلك يكون المجتمع من ضرب لز لش في تن لش
اعظم من المجتمع من ضرب ج لد في لد تن ولكن ظ لش اعظم
من لز لش فالمجتمع من ضرب ظ لش في تن لش اعظم كثيرا
من المجتمع من ضرب ج لد في لد تن والمجتمع من ضرب
ج لد في لد تن هو كما بينا انه مساوي لسطح ن د تن وان
سطح ن د تن مساوي لسطح ق د فالمجتمع من ضرب ظ لش
في تن لش اعظم من سطح ق د وسطح ق د مساوي للمجتمع من
ضرب ط ق في ق تن فالمجتمع من ضرب ظ لش في تن لش اعظم من
المجتمع من ضرب ط ق في ق تن ولذلك يكون نسبة ظ لش الى
ط ق اعظم من نسبة ق تن الى تن لش ولكن نسبة ظ لش الى ط ق
كنسبة لش غ الى غ ق فنسبة لش غ الى غ ق اعظم من نسبة
ق تن الى تن لش واذا ركبنا كانت نسبة لش ق الى ق تن
اعظم من نسبة لش ق الى لش غ فخط ق تن اصغر من خط لش غ ولذلك
يكون نسبة ش ط الى ق تن اعظم من نسبة ش ط الى لش غ ونسبة
ش ط الى لش غ كنسبة ش ع الى ظ لش لتشابه المثلثات فنسبة
ش ط الى ق تن اعظم من نسبة ش ع الى ظ لش ولكن ش ط
مساوي لخط ن م و ق تن مساوي لخط م ع فنسبة ن م الى
م ع اعظم من نسبة ش ع الى ظ لش ونسبة ن م الى م ع كنسبة
ش ز الى ز ن فنسبة ش ز الى ز ن اعظم من نسبة ش ع الى
ظ لش واذا نقصنا الاقل من الاكثر في القطع الزائد وجعلنا

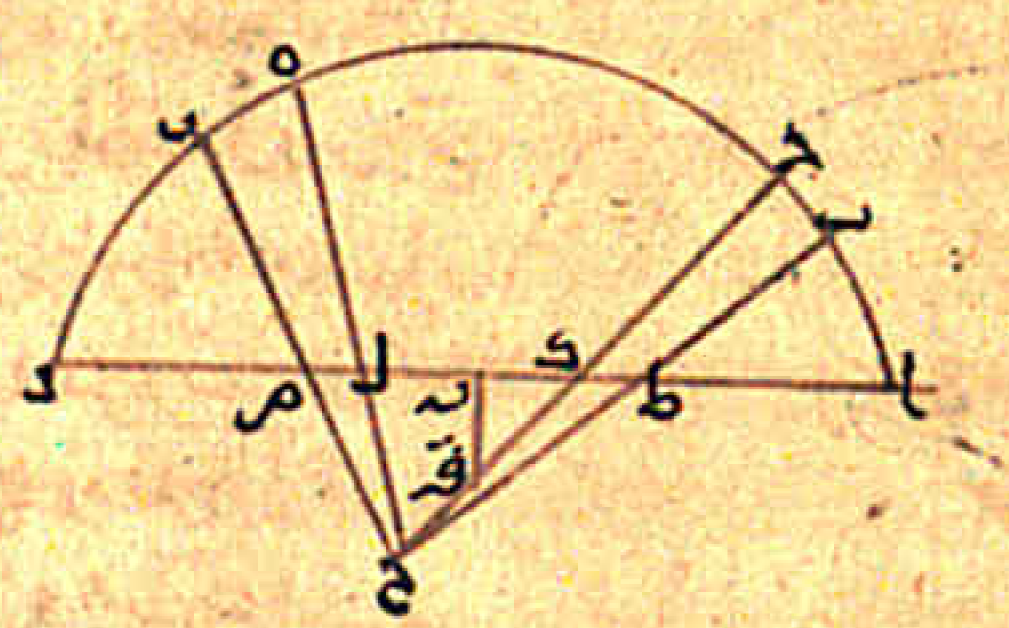
وفي القطع الناقص كانت نسبة ش ز الى ز ن اعظم من نسبة لع ن
الى ظ له ونسبة لع ن الى ظ له كنسبة ن د الى د له لتشابه
المثلثات فنسبة ش ز الى ز ن اعظم من نسبة ن د الى د له
واذا فصلنا في القطع الزائد وركبنا في القطع الناقص كانت
نسبة ش ف الى ف ن اعظم من نسبة ن له الى له د ونسبة
ش ف الى ف ن كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم اعظم من نسبة ن له الى له د
ولذلك جعلنا نسبة ن له الى خط اخر كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم كان ذلك الخط اعظم من خط له د فالخط الاعظم
الذي يخرج من نقطة ظ يفصل من السهم خطا اعظم من د ت كما
بين في الشكل ط و ي من هذه المقالة فليس خط ظ ت من الخطوط
الصغار التي بين في ك من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين
مو اذا اخرج من نقطة من ابعاد القطع الناقص خطان من الخطوط الصغار
الى السهم الاطول ومر احدهما بالمركز ولم يجاوز النصف فانه
لا يخرج من ملتقاهما الى ذلك الربع من ارباع القطع خط يكون ما
يفصل منه مماس السهم والقطع خطا من الخطوط الصغار
والخطوط التي تخرج من ملتقى الخطين الى القطع فان الخطوط
الصغار التي تخرج من اطرافها الى السهم يفصل من السهم مما يلي راس
القطع قطعة اعظم من القطعة التي يفصلها الخطوط انفسها
فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج وسهمه الاطول د ه ومركزه
ت ونخرج من المركز عمودا على السهم عليه ت ا وبعده وليكن
ب ج من الخطوط الصغار ولنلقي خط د ت اعلى نقطة ك ونخرج

خط كـ ط ح فأقول أن خط ح ط ليس من الخطوط القصار وأن الخط
الأصغر الذي يخرج من نقطة ح إلى خط د ه يفصل من خط الأعظم من خط
د ط فأما أن خط ح ط ليس من الخطوط القصار فهو بين لأن ب ح
من الخطوط القصار ويليها الخطوط القصار في زاوية د ب ك
كما بين في الشكل من هذه المقالة وليس يلقاه خط ب ح خط
ح ط إلا على نقطة ح فليس خط ح ط من الخطوط القصار وأما
أن الخط الأصغر الذي يخرج من نقطة ح يلقاه خط د ه ويفصل منه
خطا أعظم من خط



د ط فإنه بين
من أن الخط الأصغر
الذي يخرج من نقطة
ح يلقاه خط ب ح
الذي هو خط قصير
في زاوية د ب ك
كما بين في
الشكل من هذه المقالة فهو من أنه يفصل من السهم خطا أعظم
من خط د ط وذلك ما أردنا أن نبين ٥
الخطوط القصار التي تخرج في قطعة من القطع الناقص ونصلها
السهم الأطول لا يلتقي أربعة منها على نقطة واحدة فليكن القطع
الناقص ا ب ح د وسهمه الأطول د ا فأقول إنه إن أخرج من
سهم د ا إلى قطع ا ب ح د أربعة خطوط من الخطوط القصار لم
تلتق على نقطة واحدة فإن أمكن فلتلتق خطوط ط ك ح ل ه م ط ب

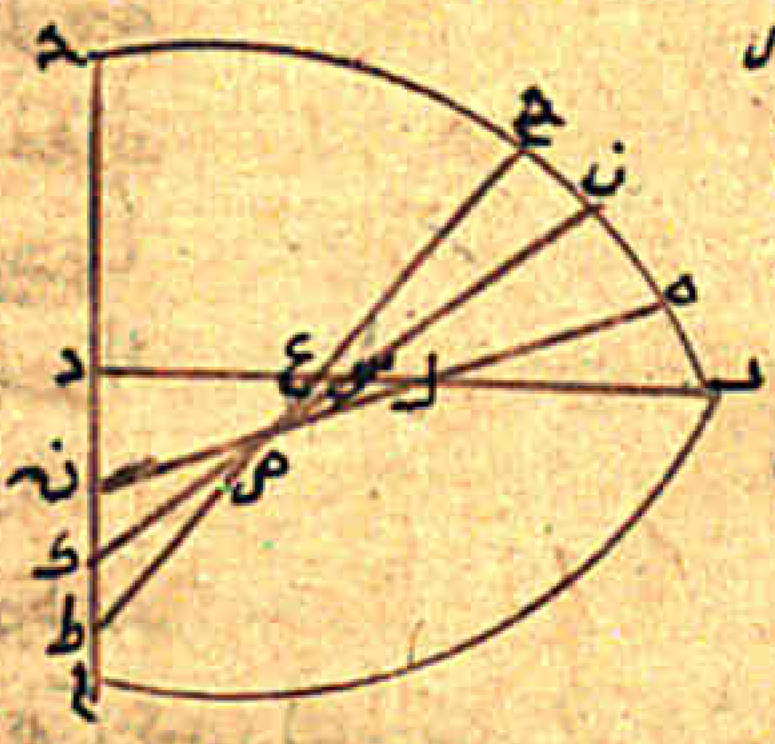
ولا يلتقي على نقطة ح فهذه الخطوط إما أن يكون خط منها عمودا
على ا د وإما أن لا يكون فيها عمود على ا د فليكن أحدها أولا
عمودا عليه وهو ب ط فإذ كان ب ط خطا من الخطوط القصار
وكان عمودا على ا د فإن نقطة ط هي المركز كما بين في الشكل
من هذه المقالة ولأنه قد أخرج من المركز خط من الخطوط القصار
وهو ب ط وخط ح ك أيضا من الخطوط القصار وقد التقيا على
نقطة ح وقد أخرج خط ح ه من نقطة ح فخط ه ل ليس من الخطوط
القصار كما بين
في الشكل من



من هذه المقالة
وقد كان خطا
قصيرا هذا
خلف فلا يكون
أحد خطوط ط ب
ك ح ل ه م ب عمودا على سهم ا د ولنبين المركز نقطة ن ونقطة
ن إن كانت فيما بين خطي ب ط ح ك فقد خرجت منه خطوط
من الخطوط القصار من بعض واحد من بعض السهم فالتقت على
نقطة واحدة وهذا خلف لما بين في الشكل من هذه
المقالة وإن كانت نقطة ن فيما بين خطي ح ك ه ل فإنا نخرج منها
عمودا على ا د وهو ن ق فيكون ملتقيا خطي ه ل ب م في زاوية
د ن ق كما بين في الشكل من هذه المقالة وكذلك لأنه
يجب أن يلتقي خطا ب ط ح ك في زاوية ا ن ق وملتقاها كلها على

نقطة ح هذا خلف فليس يلتقي الأربعة الخطوط التي أخرجت على نقطة
واحدة وذلك ما أردنا أن نبيّن ٥

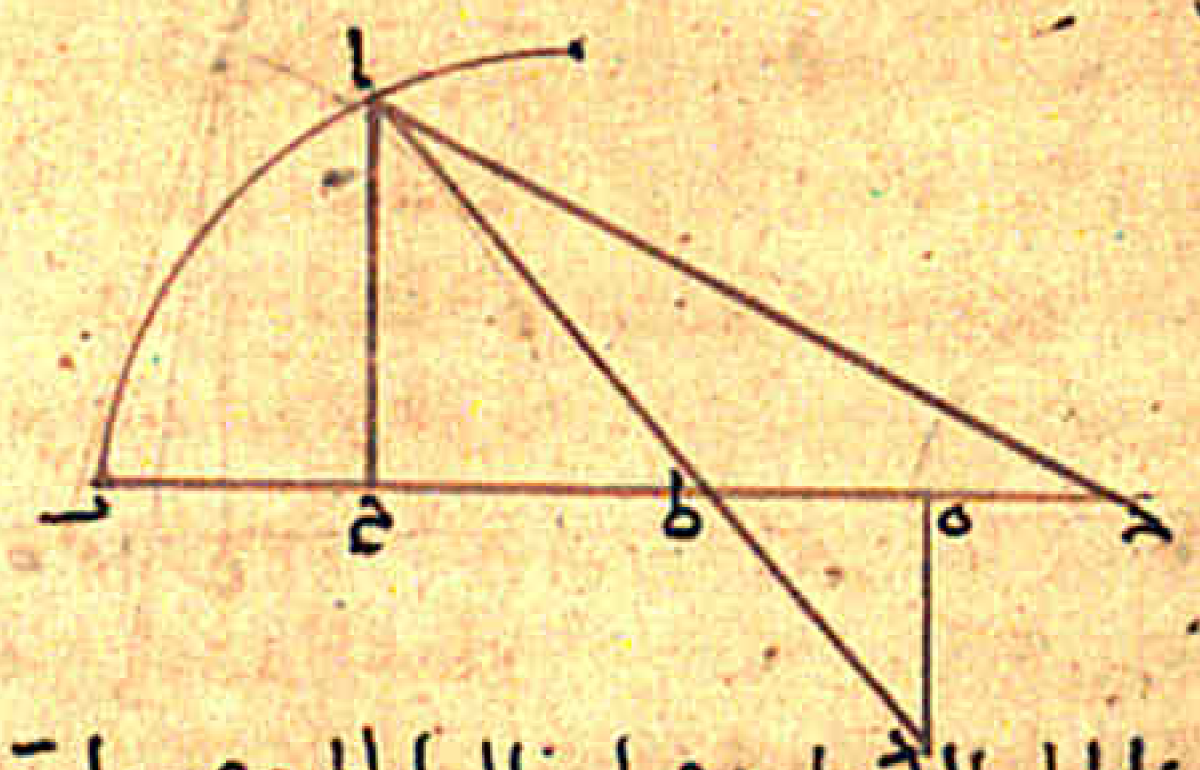
مح الخطوط العظام التي تخرج في القطع الناقص من ربع واحد من أرباعه
لا يلتقي ثلاثة منها على نقطة واحدة فليكن قطع ناقص عليه ابجد
وعلى سهمه الأصغر اد والسهم الأعظم بد فأقول إنه لا يلتقي
ثلاثة خطوط من الخطوط العظام التي تخرج في قطع ابجد من ربع واحد
من أرباعه على نقطة واحدة فإن أمكن فلتخرج خطوط هز نك حط
ولتلتق على نقطة واحدة وهي نقطة م فإذا كانت خطوط هز نك



حط من الخطوط العظام
فإن خطوط هل نس عح
من الخطوط الصغار
كما بين في الشكل لح
من هذه المقالة فقد
وقع في ربع واحد
من أرباع هذا القطع
ثلاثة خطوط من الخطوط الصغار التقت على نقطة واحدة هذا
خلف لما بين في الشكل مه من هذه المقالة فليس
يلتقي ثلاثة خطوط من الخطوط العظام التي تخرج من ربع واحد
من أرباع قطع ابجد على نقطة واحدة وذلك ما أردنا أن نبين ٥

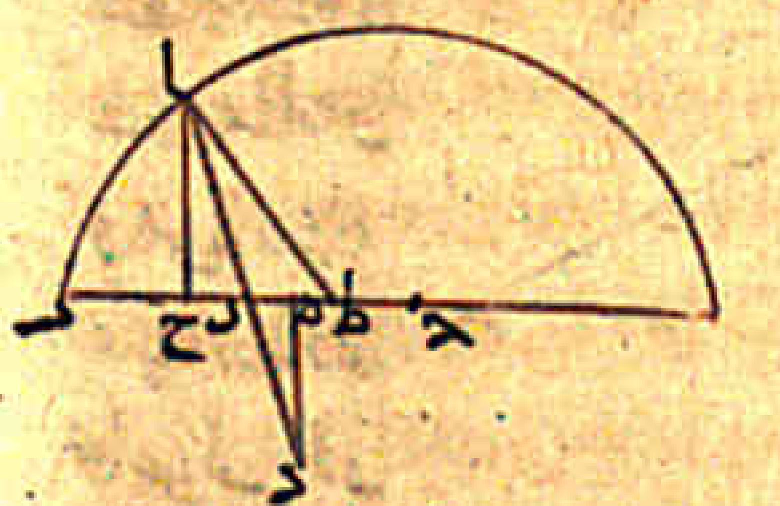
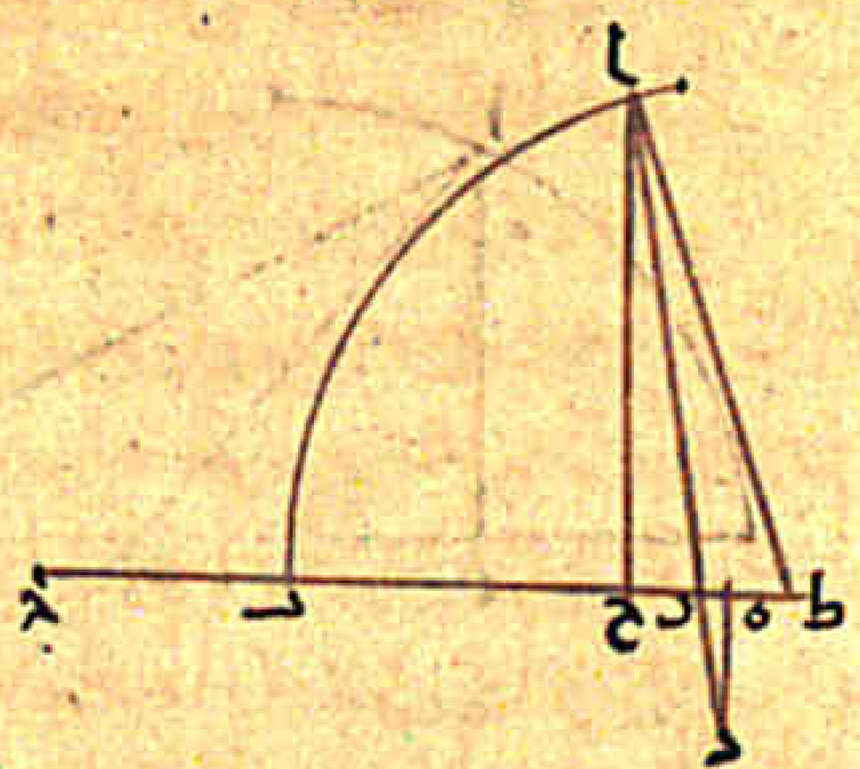
مط إذا كان قطع مخروط وأخرج من سهمه عمود على السهم فصل ذلك
العمود من السهم مما يلي رأس القطع خطا ليس بأعظم من نصف
الضلع القائم وتعلمت على ذلك العمود نقطة وأخرج منها

خطا إلى الجانب الآخر من القطع مما بين العمود ورأس القطع فإن
الخط الأصغر الذي يخرج من منتهى ذلك الخط ليس هو جزءا من ذلك الخط
وهو يفصل من السهم مما يلي رأس القطع خطا أعظم مما يفصله
الخط المخرج وينبغي في القطع الناقص أن يكون السهم الأطول هو
الذي يقع عليه العمود وألا يكون الخط المخرج قاطعا لذلك
النصف من السهم الذي وقع عليه العمود فليكن القطع أولا
قطعا مكافئا عليه اب وعلى سهمه بجد والعمود دا وليكن ما
يفصله العمود من السهم وهو دب ليس بأعظم من نصف
الضلع القائم



وتعلمت على
خط دا نقطة
كيفما اتفق
وهي ا وأخرج
منها خط طا
فأقول إن
خط اط ليس من الخطوط الصغار برهان ذلك أنا نخرج عمود اح
وخط حب ليس بأعظم من نصف الضلع القائم فخط هب أعظم من نصف
الضلع القائم فليكن الخط المساوي لنصف الضلع القائم هد
ونصل خط اه فخط اه من الخطوط الصغار كما بين في الشكل ح
من هذه المقالة وخط اط ليس من الخطوط الصغار كما بين في
الشكل كد من هذه المقالة ولكن الخط الأصغر الذي يخرج من نقطة
ا يفصل من السهم خطا أعظم من خط به ويقع في الناحية المخالفة

لناحية رأس القطع وذلك ما أردنا أن نبين
ن وأيضاً فإنا نجعل القطع قطعاً زائداً أو ناقصاً عليه ا ب ج وعلى سهمه
ب د وعلى المركز ح ونخرج عموداً على السهم عليه د ه ولا يكون
ب ه بأعظم من نصف الضلع القائم ونعلم على ب ه نقطة ز ونخرج
منها خط ز ا فأقول أن ا ز ليس من الخطوط المعارية وأن الخط
الأصغر الذي يخرج من نقطة ا يفصل من السهم خطاً أطول من خط
ب ز برهان ذلك أنا نخرج عموداً على السهم عليه ا ح ونخط ب ه
ليس بأعظم من نصف الضلع القائم ونخط ط ب نصف القطر المجانب

فنسبة القطر المجانب إلى الضلع القائم ليست بأعظم من نسبة ط ب
إلى ب ه ونسبة ط ح إلى ح ه أعظم من نسبة ط ب إلى ب ه فنسبة
ط ح إلى ح ه أعظم من نسبة القطر المجانب إلى الضلع القائم فنجعل
نسبة ط ح إلى ح ط كنسبة القطر المجانب إلى الضلع القائم فخط
ا ط هو من الخطوط المعارية كما بين في الشكل ط وي من هذه
المقالة فخط ا ز ليس من الخطوط المعارية كما بين في الشكل
من هذه المقالة وذلك ما أردنا أن نبين

نا فإن كان العمود الذي ذكرنا يفصل من السهم قطعة أعظم من نصف الضلع
القائم فإني أقول أنه قد يمكن أن يستخرج خط يقاس به العمود المخرج
فإن كان أصغر من العمود المخرج إلى السهم فإنه لا يخرج من طرف العمود
إلى القطع خط يكون ما يفصل منه خطاً من الخطوط المعارية والخط
الأصغر الذي يخرج من طرف كل واحد من الخطوط المخرجة منه إلى
القطع يفصل من السهم مما يلي رأس القطع خطاً أطول من الذي
يفصله الخط نفسه وإن كان العمود مساوياً للخط المستخرج
فإنه يمكن أن يخرج من طرفه خط واحد فقط يكون ما يفصل منه
خطاً من الخطوط المعارية التي تخرج من أطراف الخطوط الباقية
التي تخرج من تلك النقطة فإنها تفصل من السهم مما يلي رأس القطع
خطوطاً أعظم من التي يفصلها الخطوط أنفسها وإن كان العمود
أعظم من الخط المستخرج فإنه يمكن أن يخرج من طرفه خطان فقط
يكون ما يفصل منهما خطاً من الخطوط المعارية وأما الخطوط
المعارية التي تخرج من أطراف الخطوط الباقية التي تقع فيما
بين الخطين اللذين يفصل منهما خطاً من المعارية فإنها تفصل من
السهم مما يلي رأس القطع خطوطاً أصغر من التي يفصلها الخطوط
أنفسها وأما التي تخرج من أطراف الخطوط التي ليست فيما بين
الأصغرين فإنها تفصل من السهم خطوطاً أعظم من التي يفصلها
الخطوط أنفسها وأما كلامنا في القطع الناقص على أن السهم
الذي يقع عليه العمود هو السهم الأطول فنجعل القطع أولاً
قطعاً مكافئاً عليه ا ب ج وعلى سهمه ب ز ونخرج عليه عمود
ه ز وليكن ما يفصل من السهم وهو ب ز أعظم من نصف الضلع

وأما الخطوط المعارية التي

القائم واقول انه ان فصل من ه ز خط ما واخرج من طرفه خط على ما
ذكرنا فصل وجب ما قلنا في الخمس برهان ذلك ان د ز اعظم من
نصف الضلع القائم فلنفرض نصف الضلع القائم ز ح ونقسم د ح
على نقطة ط قسمة يكون سطح مثل ط د ونخرج عمود ط ب ولنكن
نسبة خط ما وهو ك الى خط ط ب كنسبة ط ح الى ح ز ونعلم
على خط ز ه نقطة ولنخرج اولا خط ز ه اعظم من ك فاقول انه
لا يخرج من نقطة ه خط يفصل منه السهم خطا من الخطوط المعادة
فصل ب ه ونقول ان ب ل ليس هو من الخطوط المعادة فنسبة
خط ك الى خط ب ط كنسبة ط ح الى ح ز وخط ك اعظم من خط ز ه
فنسبة ز ه الى ب ط التي هي كنسبة ز ل الى ل ط هي اعظم من نسبة
ح ط الى ح ز ولذلك يكون ايضا نسبة ز ط الى ط ل اعظم من نسبة
ط ز الى ز ح وخط ز ح الذي هو مثل نصف الضلع القائم فالخط الاصغر
اعظم من خط ط ل فخط ط ل اقل من نصف الضلع القائم والخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة ب يقع من ناحية ز كما بين من الشكل ح من
هذه المقالة فخط ب ل ليس من الخطوط المعادة كما بين من الشكل
كد من هذه المقالة وايضا فان اخرج خط ه ي م فاقول ان ي م ليس
من الخطوط المعادة برهان ذلك انا نخرج من نقطة ب خطا مماسا
للقطع عليه ب ع ونخرج عمود م ن فيكون بعده الرأس ولان القطع
قطع مكافئ يكون خط ع ط مساويا للخط ط ح كما بين في الشكل
من المقالة الاولى فخط ع ط مساو لخط ط د وخط ط ع فقد كان مثل خط ط د
فخط ع ط مساو لخط ط ح ويكون خط ط ح اعظم من خط ن ع فنسبة
ط ن الى ن ع اعظم من نسبة ن ط الى ط ح ولذلك يكون ايضا نسبة

ط ع الى ع ن التي هي كنسبة ط ب الى ن ش اعظم من نسبة ن ح الى ح ط
فالذي يكون من ضرب ب ط في ط ح اعظم من الذي يكون من ضرب ن ش في
ن ح وهو اذا العظم كثيرا من الذي يكون من ضرب م ن في ن ح والذي
يكون من ضرب ه ز في ز ح اعظم من الذي يكون من ضرب ب ط في ط ح
لان نسبة ه ز الى ب ط اعظم من نسبة ط ح الى ح ز كما بينا آنفا
فالذي يكون من ضرب ه ز في ز ح اعظم من الذي يكون من ضرب م ن
في ن ح فنسبة ز ه الى م ن التي هي كنسبة ز ي الى ي ن اعظم من
نسبة ن ح الى ز ح واذا ركبنا كانت نسبة ز ن الى ن ي اعظم
من نسبة ز ن الى ن ح فخط ن ح اعظم من خط ن ي وخط ز ح مثل
نصف الضلع القائم فخط ي ن اصغر من نصف الضلع القائم فخط
م ي ليس من الخطوط المعادة لكن الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة
م يقع على السهم مما يلي ز كما بين من الشكل ح ومن كد من هذه
المقالة وايضا فانا نخرج عمودا ا ق ونفرده الى ق فخط ط ع مساو
لخط ط ح كما بينا آنفا ونصير خط ط ع اعظم من خط ق ح فنسبة
ق ط الى ط ع اعظم من نسبة ق ط الى ق ح واذا ركبنا صارت نسبة
ق ع الى ع ط اقل من نسبة ط ح الى ق ح ونسبة ق ع الى ع ط كنسبة
ف ق الى ب ط فنسبة ف ق الى ب ط اقل من نسبة ط ح الى ق ح فالذي
يكون من ضرب ف ق في ق ح اقل من الذي يكون من ضرب ب ط في ط ح
فالذي يكون من ضرب ا ق اقل كثيرا من الذي يكون من ضرب ب ط في ط ح
والذي يكون من ضرب ه ز في ز ح قد بينا انه اعظم من الذي
يكون من ضرب ب ط في ط ح فالذي يكون من ضرب ا ق في ق ح اقل من
الذي يكون من ضرب ه ز في ز ح فنسبة ا ق الى ه ز اقل من نسبة

خط ... واقول ان القطع الخطوط المعادة بعينها وذلك ان خرج عمود

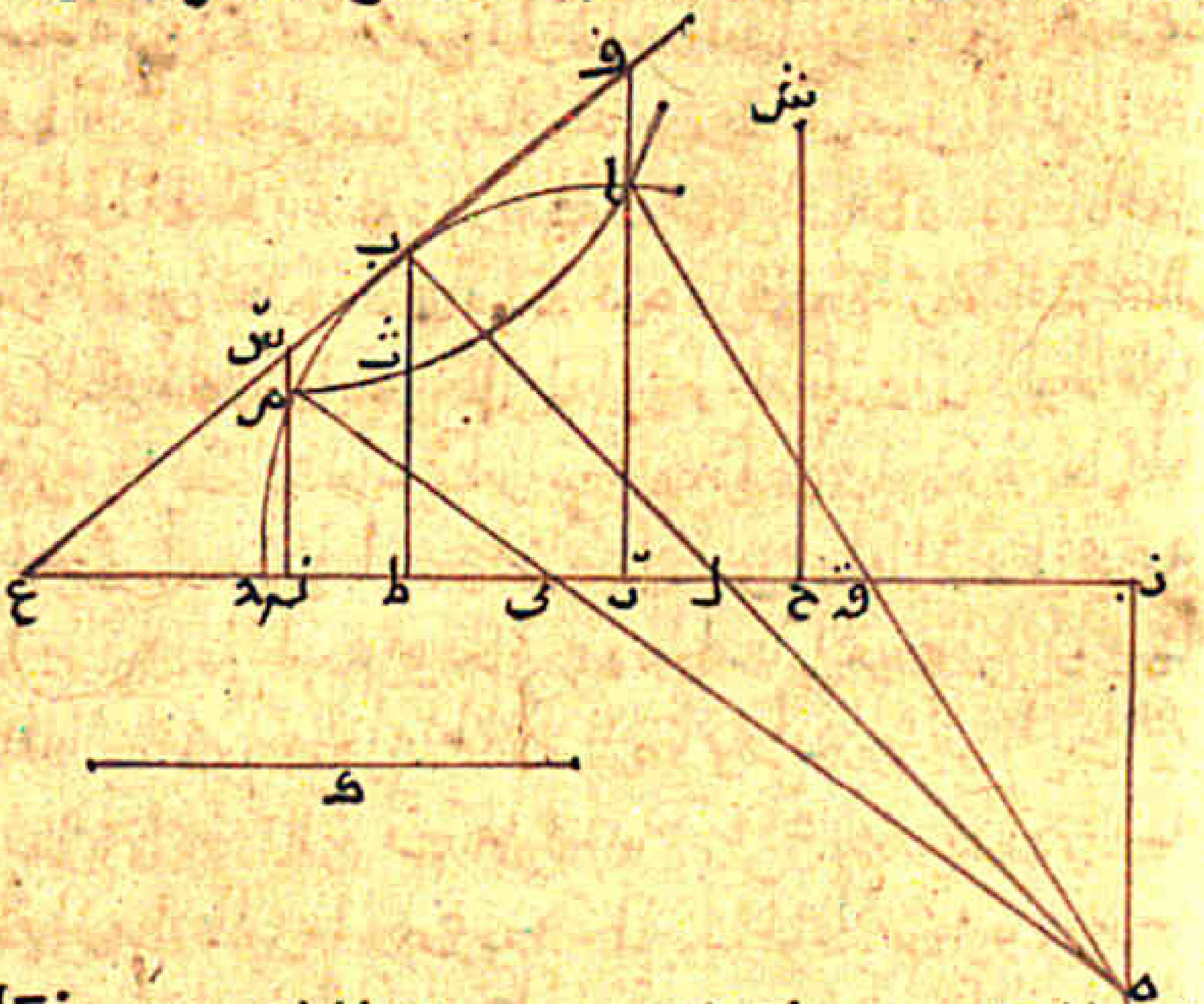
فى ز ح

زح الى دح ونسبته لان اليه ن كنسبة زق الى قد ونسبة دق الى قن
اقل من نسبة دح الى دح ونسبة قد الى زق فاعظم من نسبة زح الى
دح ونسبته ولذلك تبين مما ذكر نسبة دن الى دق اعظم من نسبة
دن الى دح فخط زح اعظم من خط زق وخط زح مساو لنصف الضلع
القائم فخط زق اقل من نصف الضلع القائم فخط اق ليس من الخطوط
المعادة والخط الاصغر الذي يخرج من نقطة آ يقع في ناحية ز كما تبين
في الشكل ح من هذه المقالة ومن كل منها فاذا كان خط زا اعظم من
خط ك فليس يخرج من نقطة ه الى القطع خط يفصل منه السهم خطا
هو من الخطوط المعادة واما فان كان خط زه مساويا لخط ك فاقول انه
لا يخرج من نقطة ه خط يفصل منه خط من الخطوط المعادة الا خط واحد
وان الخطوط المعادة الباقية التي تخرج من سائر الخطوط التي تخرج من نقطة
ه تقع في الناحية البعيدة من نقطة د برهان ذلك ان نسبة طح الى حد
كنسبة ك الذي هو مساو لخط ه ز الى خط ب ط ونسبة ه ن الى ب ط
كنسبة ن ك الى ل ط فنسبة طح الى ح د كنسبة ن ك الى ل ط فخط
زح مساو لخط ل ط وخط زح مساو لنصف الضلع القائم فخط
ل ط هو ايضا مثل نصف الضلع القائم فخط ل ب من الخطوط المعادة
كما تبين في ح من هذه المقالة فاقول انه لا يفصل من الخطوط
الاخر التي تخرج من نقطة ه خط من الخطوط المعادة برهان ذلك انا
نخرج خطا ما وهو م ه وعمود م ن ونصله الى ش وليكن [illegible]
مماسا للقطع ونبين كما تبين انفا ان السطح الذي يكون من ضرب ه ن
في نح اعظم من السطح الذي يكون من ضرب م ن في نح ونبين من هذا
كما تبين فيما تقدم ان زح الذي هو مساو لنصف الضلع القائم

الشكل ع

اعظم من ك ن فخط م ى ليس من الخطوط المعادة لكن الخط الاصغر الذي يخرج من
نقطة م يقع في ناحية ن ولنخرج الخط كخط اق ره فان خط اق ليس من
الخطوط المعادة لكن الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة آ يقع في ناحية د
ونخرج اخر عمودا ن ونصله الى ف وكذلك تبين ان الذي يكون من
ضرب ان في نح اقل من الذي يكون من ضرب ط ب في طح الذي هو مثل
ضرب ه ن في نح وتبين من هذا كما تبين انفا ان خط قن اصغر من
خط قن اصغر من نصف الضلع القائم فخط اق ليس من الخطوط المعادة
لكن الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة آ يقع في ناحية د واما فان جعل
ه ز اصغر من خط ك فاقول انه يخرج من نقطة ه الى القطع اب خطان
من الخطوط يفصل منهما خطان من الخطوط المعادة وان الخطوط الباقية
التي تقع فيما بين ذينك الخطين اذا اخرج من اطرافها خطوط معادة فانها
تفصل من السهم قطعا اصغر من القطع التي تفصلها الخطوط المخرجة
واما الخطوط الباقية فتفصل الخطوط المعادة المخرجة من اطرافها
قطعا اعظم مما تفصله الخطوط انفسها برهان ذلك لان خط زه اصغر
من خط ك فنسبة ه ن الى ب ط اقل من نسبة ك الى ب ط التي هي كنسبة
طح الى ح ز فالذي يكون من ضرب ه ن في زح اقل من الذي يكون من ضرب
ب ط في طح فليكن المجتمع من ضرب ن ظ في طح مساويا للذي يكون
من ضرب ه ن في نح وليكن نح عمودا على ح ز ونخرج على نقطة ث
قطعا زائدا يكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ن ح د ح كما بينا
في الشكل [illegible] من المقالة ب فهو يقطع القطع المكافي فليقطعه على نقطتي
ا م ونصل خطوط [illegible] ونخرج عمودي ا ثم ن [illegible] يقطع ا ثم وقطع
زايد والخطان اللذان لا يقعان عليه ن ح ح د وقد اخرج من القطع

على د؛ وانا قاسمه خطوط ت ا م ز ن ش ط ع التي يكون من ضرب م ن في ز ج
ور سن وللشكل ب من المقالة ب انه مساو للذي يكون من ضرب
ن ط في ط ح الذي هو مساو للذي يكون من ضرب ه ز في ز ح فالذي
يكون من ضرب م ز في ز ح مساو للذي يكون من ضرب ه ز في ز ع
ولذلك يكون نسبة م ز الى ه ز كنسبة ز ح الى ز ع ولكن نسبة



م ز الى ه ز كنسبة ن ى الى ى د فنسبة ز ح الى ز ع كنسبة ن ى الى
ى د وفي التركيب يكون نسبة ن ع الى ز ع كنسبة د ن الى ن ى فلان
خط ى ن مساو بالخط ز ح الذي هو مثل نصف الضلع القائم فخط ع ى من
الخطوط الصغار كما تبين في الشكل ح من هذه المقالة وكذلك ايضا
تبين ان خط ا ق من الخطوط الصغار واذا كان خطا م ى ا ق من الخطوط
الصغار وهما يلتقيان على نقطة ه فان الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع

ما يقع منها فيما بين ا ه من الدائرة من موضع مساقط الصغرى وقع
مما يلي راس القطع واما الخطوط الباقية التي تقع خارج خطي ا ه م
فانها تقع في الناحية البعيدة من راس القطع وقد تبين ذلك في الشكل
مح من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين
نب وايضا فانا نجعل القطع قطعا زائدا او ناقصا عليه ا ب ج د وعلى سهمه
ه د وعلى مركزه ه د ونخرج الى السهم عمود ب ه ولنكن ج د اعظم من
نصف الضلع القائم فاقول انه يلزم في ذلك مثل الذي لزم في
القطع المكافئ برهان ذلك ان ج د نصف القطر المجانب ود ه اعظم من
نصف الضلع القائم فنسبة د ه الى ج ه اعظم من نسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم فانا نجعل نسبة د ج الى ج ه كنسبة القطر
المجانب الى الضلع القائم ونعين نقطة ج فيما بين نقطتي ج ه ونخط
لخطي ج د ج ه خطين متناسبين لهما فيما بينهما وهما خطا د ك ولنكن
ك ب عمودا على السهم ولنكن نسبة خط ما وهو خط ك ل الى ك ب
كالنسبة المؤلفة من نسبة د ه الى ه ج ومن نسبة ج ك الى ك د
ونجعل ه ن اولا اعظم من ك فاقول انه لا يمكن ان نخرج من نقطة ن الى
القطع خط يكون ما ينفصل منه خطا من الخطوط الصغار ولا الخطوط
الصغار التي تخرج من اطراف الخطوط التي تخرج من نقطة ن الى القطع
تفصل من السهم مما يلي راس القطع خطوطا اعظم من التي تفصلها الخطوط
بانفسها فنخرج خط ن م ب فاقول ان ب م ليس هو من الخطوط الصغار
وذلك انا نجعل نسبة ن ل الى ل ه كنسبة القطر المجانب الى الضلع
القائم ونخرج خطي ن ع ن ض ش موازيين لخط ه ج د ونخرج ج ص
د ع عمودين لخطه ن ولان خط ن اعظم من خط ك يكون نسبة

الرب ك ه ز الى ب ك اعظم من نسبة ا ك فاما نسبة ه ز الى ب ك فهي مؤلفة من
نسبة ز ه الى ه ن ومن نسبة ح ك الى ك ب لان ك ح مثل ه ن واما
نسبة ا ك الى ك ب فقد كنا جعلناها مؤلفة من نسبة د ه الى ه ح ومن
نسبة ح ك الى ك د فالنسبة المؤلفة من نسبة ز ه الى ه ن ومن
نسبة ك ح الى ك ب اعظم من النسبة المؤلفة من نسبة د ه الى
ح ه ومن نسبة ح ك الى ك د واما نسبة ن ه الى ه ز فهي كنسبة
د ه الى ه ح لان كل واحدة من نسبتي ز ن الى ن ه و ح د الى ح ه كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم فيبقى نسبة ك ح الى ك ب اعظم من
نسبة ح ك الى ك د ولذلك يكون المجتمع من ضرب ك ح في ك د اعظم
من المجتمع من ضرب ك ب في ح ك ولكن المجتمع من ضرب ك ح في
ك د هو سطح د خ فالمجتمع من ضرب ك ب في ح ك اعظم من سطح د خ
ونجعل سطح ح خ الذي هو المجتمع من ضرب ك ح في خ ض مشتركا
فيكون المجتمع من ضرب ب ح في خ ض اعظم من سطح د ض وسطح
د ض مساوي لسطح ص ن لان نسبة ز ن الى ن ه كنسبة
د ح الى ح ه فالمجتمع من ضرب ب ح في خ ض اعظم من سطح ص ن
وقد بينا في برهان الشكل [illegible] من هذه المقالة ان ذلك اذا
كان كذلك فان ب [illegible] ليس هو من الخطوط المعادة والخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة ب يفصل من السهم مما يلي رأس القطع خطا
اطول من خط ح م وايضا فان المخرج خط ز و في الى [illegible] نقطة ب
فاقول ان خط ف ر ليس من الخطوط المعادة وان الخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة ق يفصل من السهم مما يلي رأس القطع خطا
اطول من ح ق وقد يخرج من نقطة ب خطا مماسا للقطع عليه ب ش

ويخرج الى السهم عمود ق ر ف ونصله الى ت فلان نسبة خ ك
الى ك ب اعظم من نسبة ح ك الى ك د نجعل نسبة ن ك الى ك ب كنسبة
ح ك الى ك د ونخرج على نقطة ن خطا موازيا لخط ه د وهو ن ق ث
فلان خط ب ت لو [illegible] مماس للقطع وخط ب ك عمود على السهم يكون
المجتمع من ضرب ك د في د ل مساويا لمربع خط د ح كما تبين
في الشكل [illegible] من المقالة الاولى فنسبة ك د الى د ح كنسبة د ح الى
د ل والخط الثالث المناسب لخطي ك د د ح هو خط
د ل والخط الثالث المناسب لخطي ح د د ط فقد كان [illegible]
نسبة ك د الى د ح كنسبة ح د الى د ط فنسبة ح د الى د ك
كنسبة د ك الى د ل واذا فصلنا [illegible] وبدلنا [illegible] كانت
نسبة الباقي وهو ك ل كنسبة ح د الى د ك ونسبة ح د الى د ك
كنسبة ن ب الى ب ك لان نسبة ح ك الى ك د فقد كانت كنسبة
ن ك الى ك ب فنسبة ح ط الى ك ل كنسبة ن ب الى ب ك ونسبة
ن ب الى ب ك كنسبة ن ش الى ك ل فنسبة ح ك الى ك ل ونسبة
ن ش الى ك ل فخط ح ك مساوي لخط ن ش وخط ح ك مساوي
لخط ن ت فخط ن ت مساوي لخط ن ش ولذلك يكون خط ش ل ب
اعظم من خط ن ت فنسبة ن ل ب الى ش ل ب اعظم من نسبة ل ب ت
الى ن ت ونسبة ت ش الى ش ل ب اعظم من نسبة ل ب ن الى ن ت
ولكن نسبة ن ش الى ش ل ب كنسبة ب ن الى ن ل ب فنسبة ب ن
الى ن ل ب اعظم من نسبة ل ب ت الى ت ن ولذلك يكون المجتمع من
ضرب ب ن في ت ن اعظم من المجتمع من ضرب [illegible]
فان نسبة ح ك الى ك د كنسبة ن ك الى ك ب فالمجتمع من ضرب

ك ب وح ك مساوي للمجتمع من ضرب ك د في ت ك وبجعل المجتمع
من ضرب ت ك في ح ك مشتركا فيكون المجتمع من ضرب ب ت في
ت ث مساويا للمجتمع من ضرب د ح في ت ك لان ت ث مثل ح ك
والمجتمع من ضرب د ح في ت ك هو سطح د ث فالمجتمع من ضرب
ب ت في ت ث مساوي لسطح د ث وقد كان المجتمع من ضرب
د ح في ت ك هو سطح د ث فالمجتمع من ضرب ب ت في ت ك مساوي
لسطح ب ث وث ت اعظم من المجتمع من ضرب ق ل في ل ب فسطح
د ث اعظم من المجتمع من ضرب ق ل في ل ب ث وبجعل السطح المجتمع
من ضرب ل ب لح في لح ض في القطع الزايد مشتركا فيكون المجتمع
من ضرب ق لح في لح ض اقل من سطح د ث ل بمقدار وايضا في القطع
الناقص فانا اذا نقصنا المجتمع من ضرب ل ب لح في لح ض كان ما
بقي من سطح د ث لب ض اعظم من المجتمع من ضرب ق لح في لح ض
فالمجتمع من ضرب ق لح في لح ض اذا اقل من سطح د ض بكثير ولكن
سطح د ض مساوي لسطح ص ت لان نسبة ت ذ الى ذ ه كنسبة د ح
الى ح ه فالمجتمع من ضرب ق لح في لح ض اقل من سطح ض ت وقد
ساوى برهان السكلمة من هذه المقالة ان ذلك اذا كان كذلك
فان خط ق لح ليس هو من الخطوط الصغار وان الخط الاصغر الذي
يخرج من نقطة ق يفصل من السهم مما يلي راس القطع خط الطول
من ح ق وايضا فانا نخرج خط ك ا فاقول ان خط الـ ليس هو
من الخطوط الصغار وان الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ا يفصل
من السهم مما يلي راس القطع خط الطول من ح له فنخرج عمودا
ل ط ونصله الى لد ونبين ان خط ن ت مساوي لخط ن ش

بخط ث ل لان اصغر من خط ت ش ولذلك يكون نسبة ل ن ت الى ت ل اعظم
من نسبة ل ن ت الى ت ش ولذلك يكون نسبة ت ن الى ت ل
اعظم من نسبة ل ن ش الى ش ت ولكن نسبة ل ن ش الى ش ت نسبة
ل ذ الى ذ ت فنسبة ت ن الى ت ل اعظم من نسبة ل ذ الى
ذ ت ولذلك يكون المجتمع من ضرب ت ن في ذ ت اعظم من
المجتمع من ضرب ل ذ في ل ت وسنبين بمثل هذا التدبير الذي
دبرنا انفا ان المجتمع من ضرب ل ط في ط ض اقل من سطح ض ذ وبين من
ذلك كما بين في برهان السكلمة من هذه المقالة ان خط الـ ه
ليس هو من الخطوط الصغار وان الخط الاصغر الذي يخرج من ا
يفصل من السهم مما يلي راس القطع خط الطول من ح له ولنعا
فانا نجعل خط ن ه مساويا لخط ل فاقول انه يخرج من نقطة ت
خط واحد فقط يكون ما يفصل منه خطا من الخطوط الصغار
وان الخطوط الصغار التي تخرج من اطراف الخطوط الباقية يفصل
من السهم مما يلي راس القطع خطوطا الطول من التي يفصلها الخطوط
انفسها ونبين ذلك كما بينا اولا في الخط عمود ب ك ونصل خط
ذ ب فيكون نسبة ذ ه الى ب ك كنسبة ل الى ب ك فاما نسبة
ذ ه الى ب ك فهي مؤلفة من نسبة ذ ه الى ه ز ومن نسبة ك خ
الذي هو مثل ز ه الى ك ب واما نسبة ل الى ب ك فهي مؤلفة
من نسبة د ه الى ه ح ومن نسبة ح ك الى ك د كما بينا والنسبة
المؤلفة من نسبة ذ ه الى ه ز ومن نسبة ك خ الى ك ب هي
كالنسبة المؤلفة من نسبة د ه الى ه ح ومن ح ك الى ك د فاما
نسبة ذ ه الى ه ز فهي كنسبة د ه الى ه ح فيما نسبة ك خ الى ب

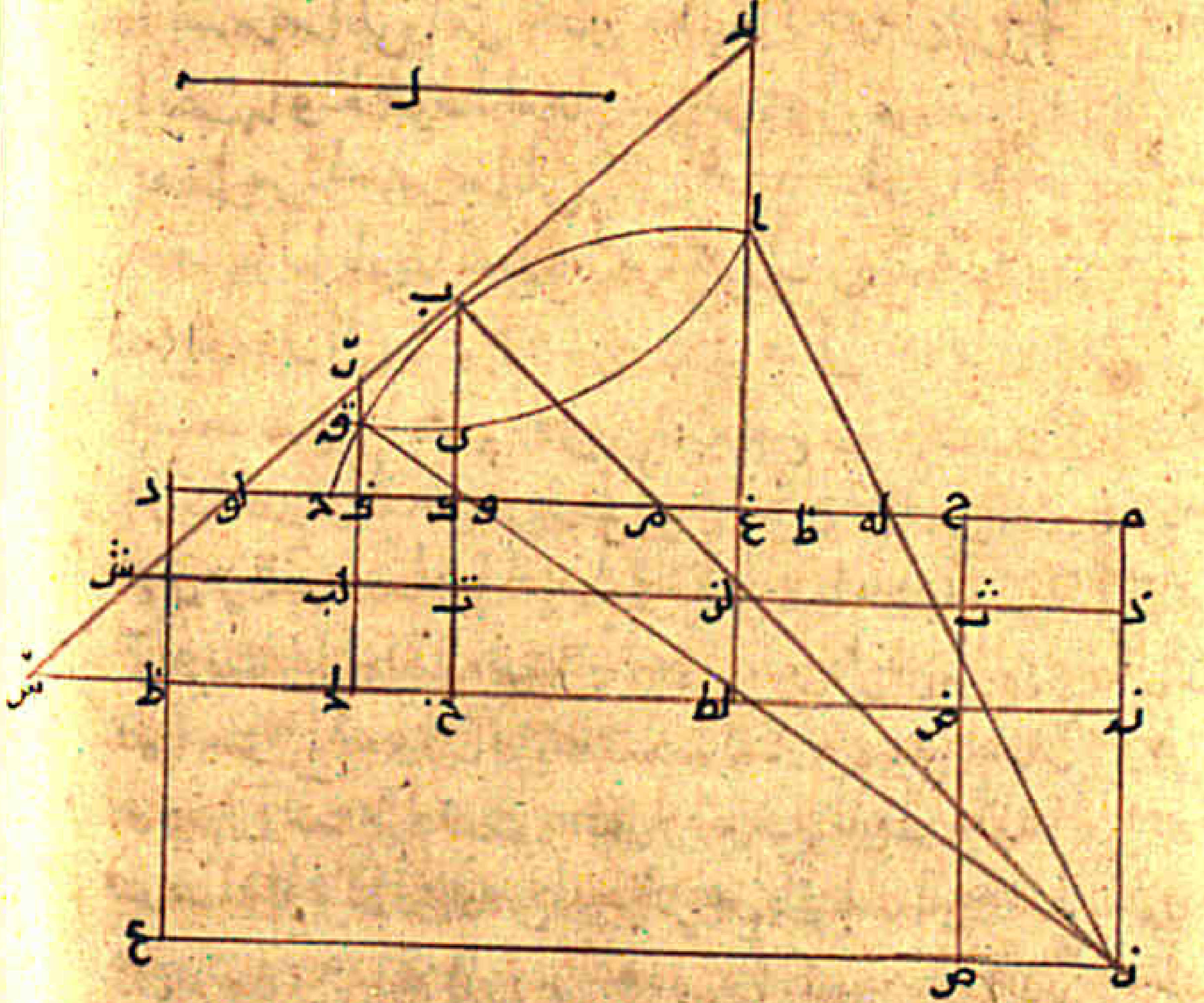
نسخة

ك ب كنسبة ح خ الى ك د ولذلك يكون المجتمع من ضرب ك خ في
ك د الذي هو سطح د خ مساويا للمجتمع من ضرب ك ب في ح ك
ونجعل المجتمع من ضرب ك ح في ك خ مشتركا اما في القطع
الزائد فبالزيادة واما في الناقص فبالنقصان فيكون المجتمع
من ضرب ب ح في خ ض مساويا لسطح د ض وسطح د ض مساوٍ
لسطح ض ن فسطح ض ن مساوي للمجتمع من ضرب ب ح في خ ض
وهو ساقي برهان الشكل مه من هذه المقالة ان ذلك اذا كان
كذلك فان خط ب م من الخطوط المعاد واقول انه لا يخرج
من نقطة ت خط اخر يكون ما يفصل منه خطا من الخطوط المعاد
فيخرج خط ذ ق ويخرج عمود ق ف فيبين مثل الذي بين المتقدم
ان خط خ ض مساوي لخط خ س فخط س ل اعظم من خط خ ض
ولذلك يكون نسبة خ ل الى ل ت اعظم من نسبته الى ح ض
واذا كان كذلك كانت نسبة خ س الى س ل كنسبة ب ح الى ك ل
فنسبة ب ح الى ك ل اعظم من نسبته لح ض الى ض خ ولذلك
يكون المجتمع من ضرب ب ح في خ ض اعظم من المجتمع من ضرب
ك ل في ل ض وهذا اعظم كثيرا من المجتمع من ضرب ق ل في
ل ض وقد كنا بينا ان المجتمع من ضرب ب ح في خ ض مساوي
لسطح ض ن والمجتمع من ضرب ق ل في ل ض اقل من سطح ق ذ
وهو ساقي برهان الشكل مه من هذه المقالة ان ذلك كذا
كان كذلك فان خط ق ف ليس هو من الخطوط المعاد وان الخط
الاصغر الذي يخرج من نقطة ف يفصل من السهم مما يلي راس القطع
خطا اعظم من خط ح ف وكذلك ايضا بين انه ليس هو من الخطوط

ونسبة خ ح الى ح ض [illegible]

المعاد وان الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ا يفصل من السهم
مما يلي راس القطع خطا اطول من خط د ه واضافا بالحقيقة
امعمرك فاقول انه يخرج من نقطة ت خطان فقط يكون ما يفصل
من كل واحد منهما خطا من الخطوط المعاد وان الخطوط المعاد
التي تخرج من اطراف الخطوط الخارجة فيما بين الاصغرين يفصل من
السهم مما يلي راس القطع خطوطا اصغر من التي يفصلها الخطوط
انفسها والخطوط المعاد التي تخرج من اطراف الخطوط الباقية
يفصل من السهم مما يلي راس القطع خطوطا اعظم من التي
يفصلها الخطوط انفسها برهان ذلك ان نسبة ذ ه الى ه ك اعظم
من نسبة ل ك الى ك د وبين من ذلك مثل الذي المتقدم ان
نسبة ك ح الى ك ب اقل من نسبة ح ك الى ك د وان سطح
ض ن اقل من المجتمع من ضرب ب ح في خ ض فيجعل المجتمع من ضرب
خ ي في خ ض مساويا لسطح ض ن ونخط قطعا زائدا يمر بنقطة
ي ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ش ض ض ح اذا الحرى
كما ساقي الشكل د من هذه المقالة ب وهو قطع اي ق وع خ
عمودي [illegible] فيكون كل واحد من السطحين الكائنين من
ضرب ... في ... ومن ضرب ق ل في ل ض مساويا للسطح المجتمع
من ضرب ي خ في خ ض الذي بين في الشكل يب من المقالة ب وقد
كان المجتمع من ضرب خ ي في خ ض مساويا للسطح ض ن فكل واحد
من السطحين الكائنين من ضرب ... ومن ضرب ق ل في ل ض
مساوي لسطح ض ن واذا كان ذلك كذلك فانه
بين كما بينا فيما تقدم من هذا الشكل ان كل واحد من خطي

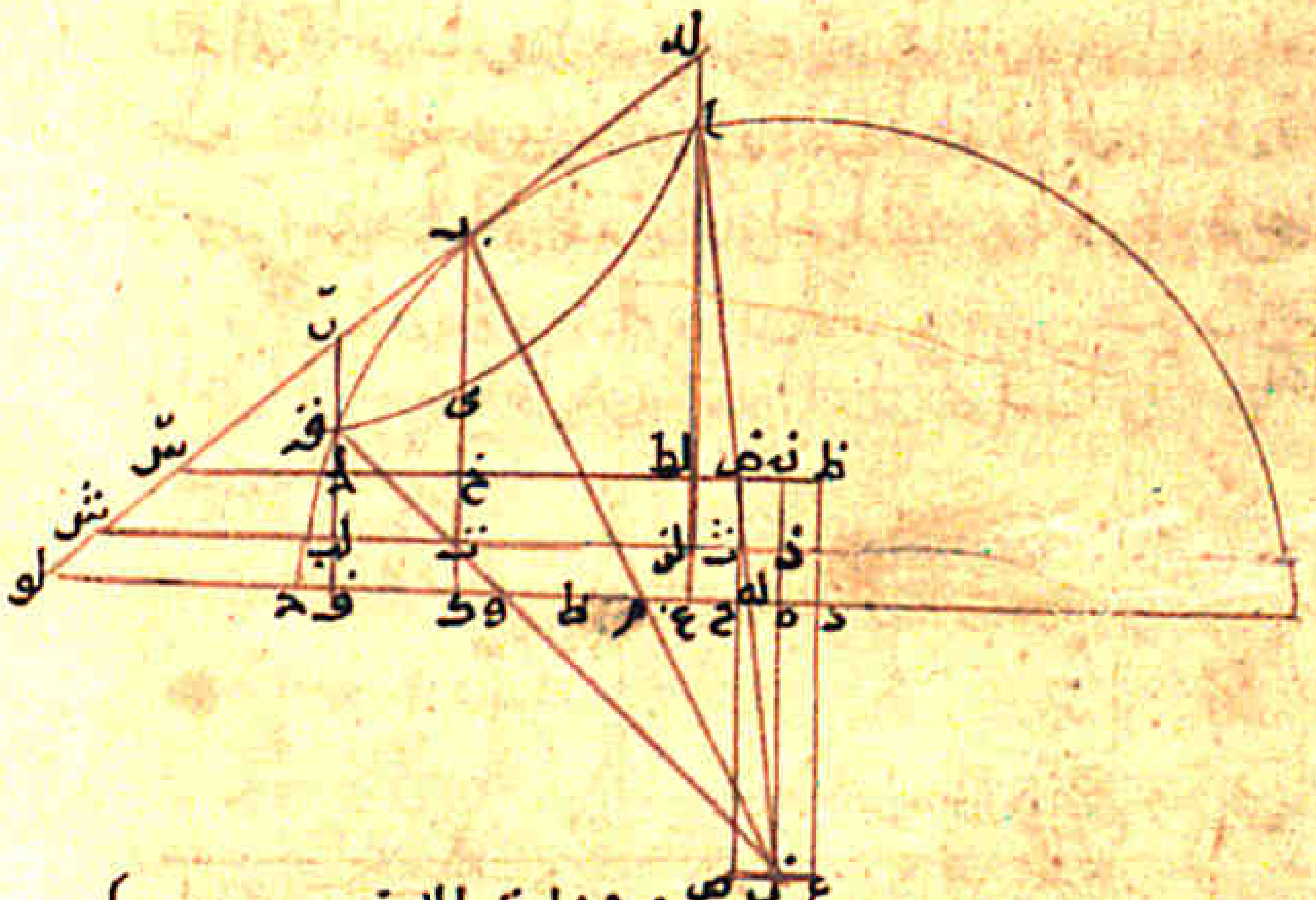
ا ك ه ق و من الخطوط القصار وقد اخرجا فالتقيا على نقطة ن
وقد تبين في الشكل من هذه المقالة ان ذلك اذا كان
كذلك فانه ليس يخرج من نقطة ن خط آخر يكون ما يفصل
منه خطا من الخطوط القصار وان الخطوط التي تخرج من نقطة
ن فيما بين نقطتي ا ك ه ق و اذا اخرجت من نهاياتها خطوط



قصار الى السهم فصلت من السهم فيما يلي راس القطع خطوطا
اعظم من الخطوط التي تفصلها الخطوط نفسها وان الخطوط القصار
الخارجة من اطراف الخطوط الباقية تكون على خلاف ذلك اعني
انها تفصل خطوطا اعظم والقول في القطع الناقص على ان يكون

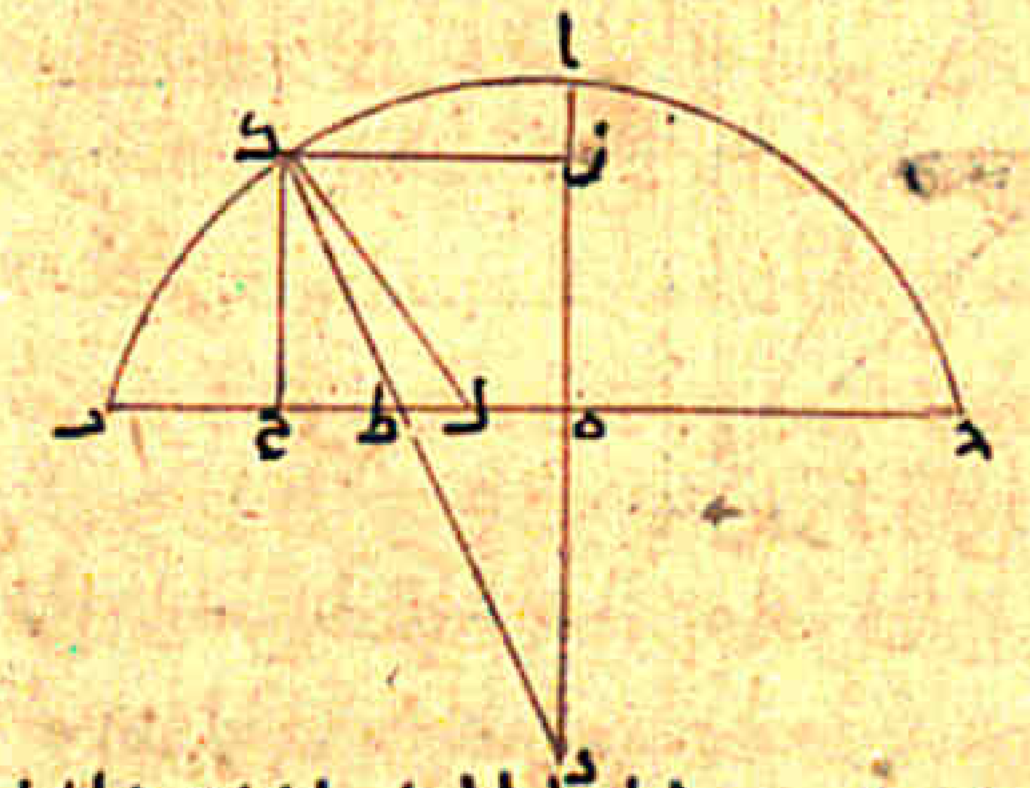
٢١٢
211

السهم الذي يستعمل فيه السهم الاطول وذلك ما اردنا ان نبين



سى اذا تعلمت نقطة خارجة عن احد نصفي القطع الناقص اللذين يفصلهما
السهم الاطول نقطة فكان العمود الذي يخرج منها الى السهم يقع
على مركز القطع وكانت نسبة ذلك العمود مع نصف السهم
الاقصر الى نصف السهم الاطول ليست باقل من نسبة القطر
المجانب الى الضلع القائم فليس يخرج من تلك النقطة خط الى القطع
يكون ما يقع منه فيما بين السهم والقطع من الخطوط القصار
لكن الخط الاصغر الذي يخرج من مبداه يقع في الناحية من الخط
المخرج التي هي ابعد من راس القطع فليكن نصف قطع ناقص عليه
ا ب ج د وسهمه الاعظم ا د ونعلم نقطة خارجة عنه اذا
اخرج منها عمود وقع على المركز وهو ه ق ونخرج من نقطة ه عمودا

على خط ب ج عليه د ه ولتكن نقطة ه التي يقع عليها مركز القطع وليكن
نسبة د ا الى ا ه ليست باقل من نسبة القطر المجانب الى الضلع
القائم فاقول انه لا يخرج من نقطة د خط يكون ما يفصل منه
فيما بين القطع وبين ب ج خطا من الخطوط القصار واية لن
اخرج منها خط مثل خط د ك فان الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة
ك يقع في ناحية ه برهان ذلك انا نخرج عمود ك ح ك ن ونسبة
د ا الى ا ه ليست باقل من نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
ونسبة د ا الى ا ه

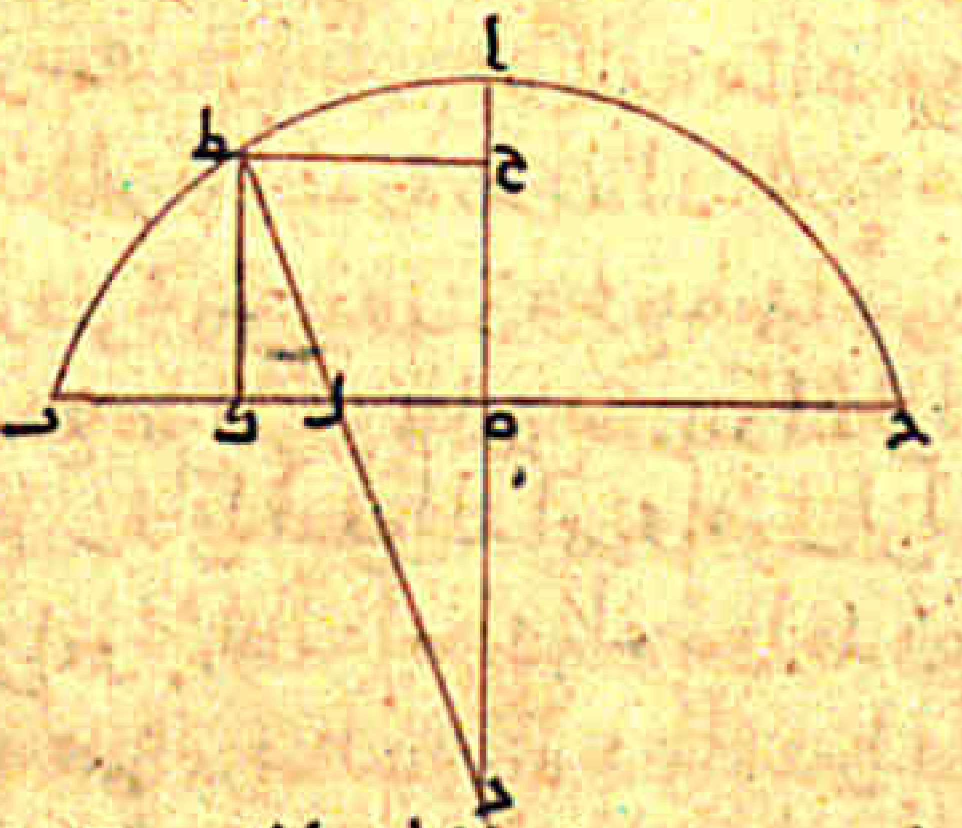


اعظم من نسبة د ه
الى ه ه فنسبة د ه
الى ه ه التي هي نسبة
ه ح الى ح ط اعظم من
نسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم
فليكن نسبة ه ح الى ح ل كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
فخط ك ل من الخطوط القصار كما بين في الشكل ... من هذه
المقالة فليس خط ك ط من الخطوط القصار كما بين في الشكل
... من هذه المقالة والخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ك
يقع في ناحية ه عن خط ك ل وذلك ما اردنا ان نبين

ند اذا تعلمت نقطة خارجة عن احد سهمي القطع الناقص اللذين
يقسمه بهما السهم الاطول من سهمي القطع الناقص وخرج اليه
منها عمود فانتهى الى المركز وكانت نسبة ذلك العمود مع نصف

السهم الاصغر الى نصف السهم الاصغر اقل من نسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم فان من الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى القطع
في كل واحد من الربعين خط واحد فقط يكون ما يفصل منه
فيما بين القطع والسهم الاطول خطا قصيرا واما الخطوط الباقية
التي تخرج في تلك الجهة فليس يفصل منها خط قصير لكن ما كان منها
اقرب الى اصل القطع من الخط الذي يفصل منه خط قصير فان
الخطوط القصار التي تخرج من طرفيه تكون ابعد وما كان
منها ابعد فان الخطوط القصار التي تخرج من اطرافها تكون
اقرب فليكن قطع ناقص عليه ا ب ج د وعلى سهمه الاعظم ب ج
ونتعلم خارجة منه نقطة د اذا اخرج منها عمود وقع على
المركز وهو نقطة ه وخرج منها عمود د ا ه الى خط ب ج عليه د ه
ولتقع على المركز وليكن نسبة د ا الى ا ه اقل من نسبة القطر
المجانب الى الضلع القائم فاقول ان الخطوط التي تخرج من نقطة
د في احد الربعين انما منها خط واحد فقط يكون ما يفصل
منه فيما بين ا ب ج خطا قصيرا وان ما كان من الخطوط
الباقية اقرب الى ب فان الخط الاصغر الذي يخرج من طرفه يكون
ابعد وما كان منها ابعد من ب فان الخط الاصغر الذي يخرج من
طرفه يكون اقرب برهان ذلك ان نسبة د ا الى ا ه اقل من
نسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فنجعل نسبة د ح الى ح ه
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونخرج خط ح ط ك
موازيا لخط ا ه ب ح ونصل خط ط د فاقول ان خط ك ط الذي
هو من د ط خط قصير لان نسبة د ح الى ح ه التي هي كنسبة

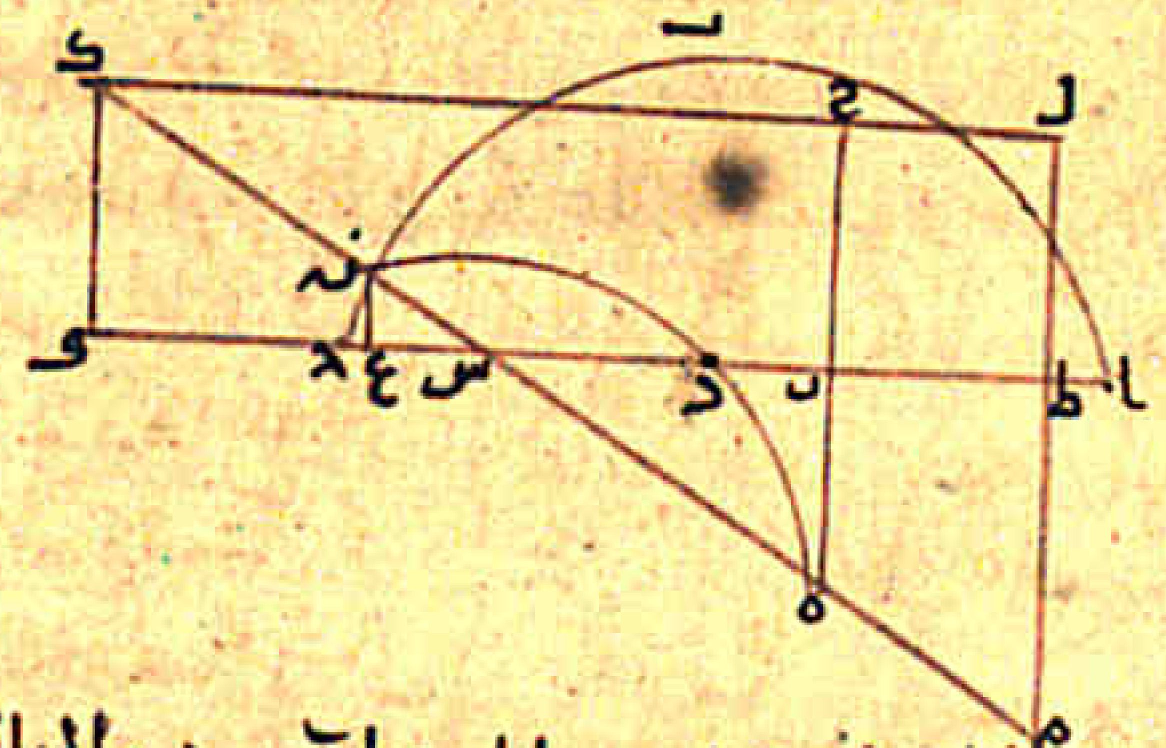
ه ك الى ك ل كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونقطة ه
مركز القطع فيكون خط ط ك من الخطوط المقادير كما تبين في
الشكل ٤ من هذه المقالة وخط ط ا ايضا من الخطوط المقادير
كما تبين في الشكل ٦ من هذه المقالة ونجد النقطة على نقطة
د فالخطوط التي تخرج من نقطة د ما كان منها بعده من نقطة
ب اكثر من بعد د ط فان الخط الاصغر الذي يخرج من طرفه
يكون اقرب الى ب منه وما كان منها بعده من نقطة ب اقل
فان الخط الاصغر
الذي يخرج من طرفه
يكون ابعد من
ب منه كما
تبين في الشكل
٥ من هذه
المقالة وذلك
ما اردنا ان نبين

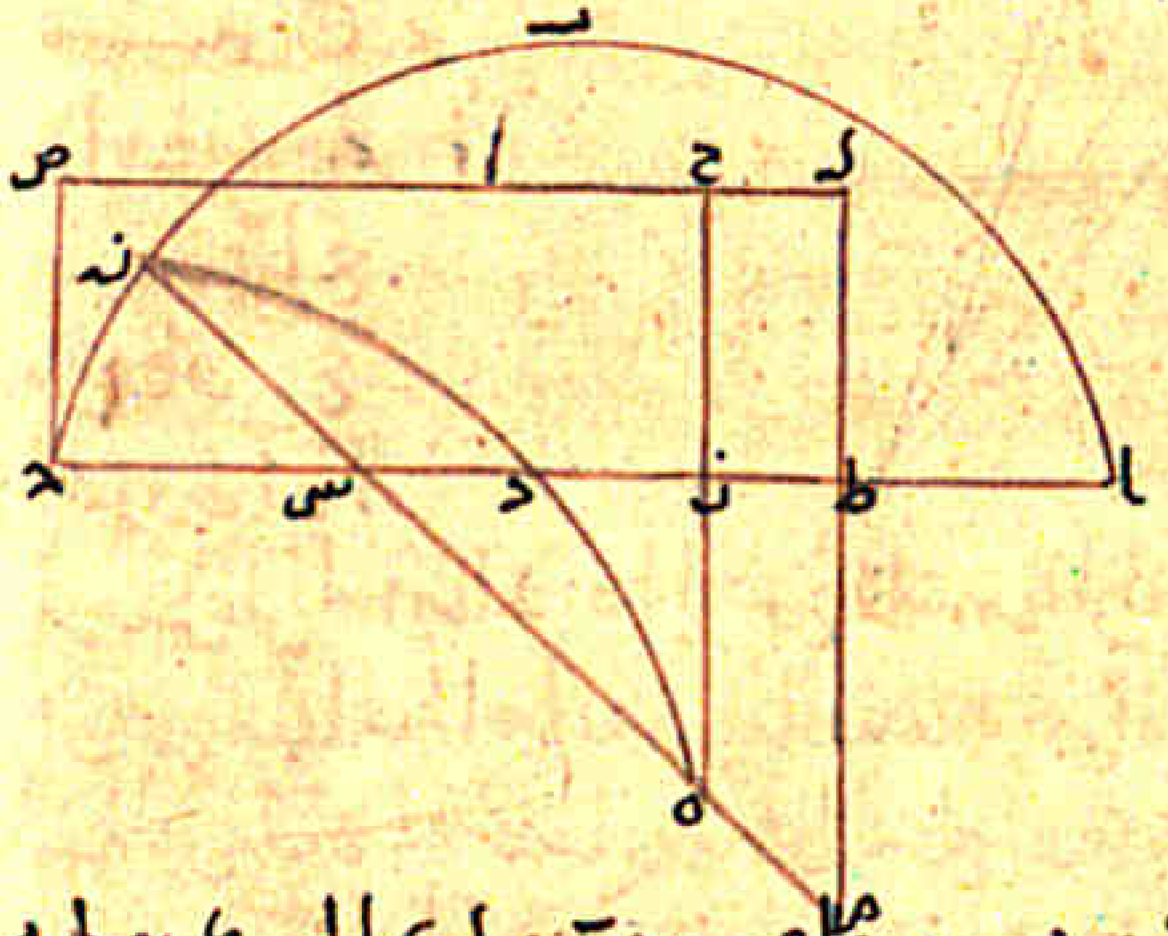


نقطة

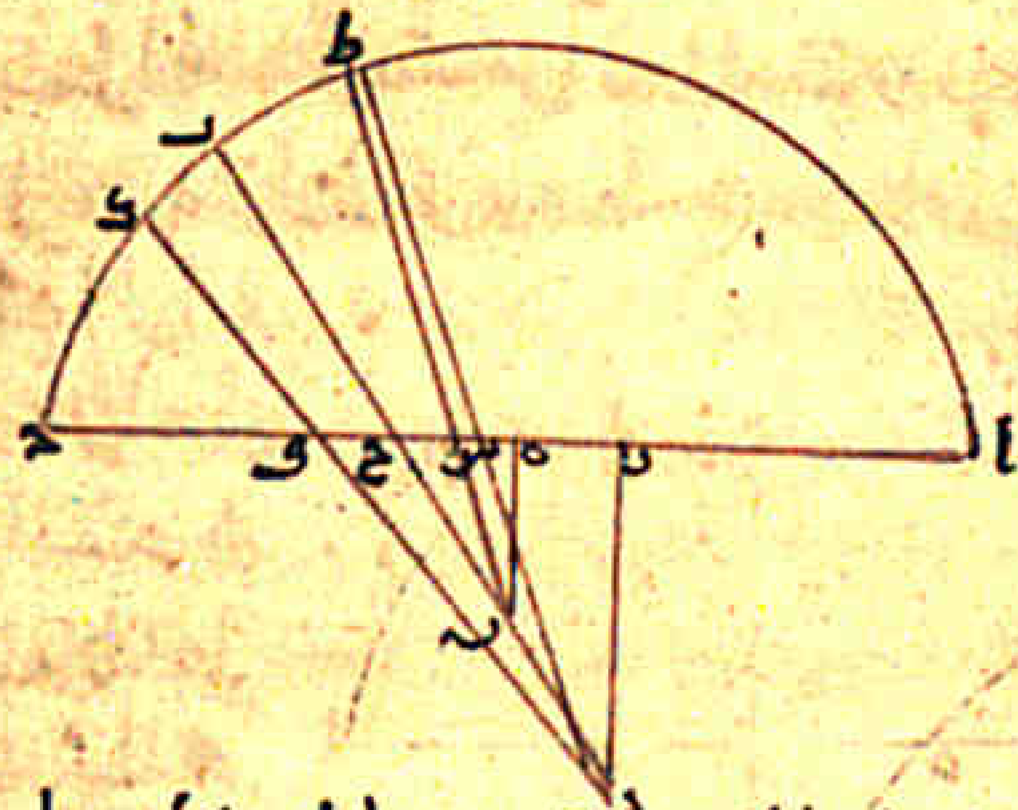
نه اذا كانت نقطة خارجة عن احد نصفي القطع الناقص اللذين يقسمه بهما
السهم الاطول من سهميه ويخرج منها عمود الى السهم
فلم يقع على المركز فانه يخرج من تلك النقطة الى القطع خط يكون
ما يفصل منه فيما بين القطع والسهم الاطول خطا من الخطوط
المقادير ويقطع النصف الاخر الذي لم يقع عليه العمود من
نصفي السهم الاطول ولا يخرج من تلك النقطة خط اخر يقطع
ذلك النصف من القطع ويكون ما يفصل منه خطا مقدارا

فليكن القطع الناقص ا ب ج د وسهمه الاطول ا ج ومركزه د ونقطة
التي علامتها نقطة ه والعمود الذي يخرج منها الى السهم ا ج عمود ه ز
فاقول انه يخرج من نقطة ه خط يقطع خط ج د ويكون ما يقع
منه فيما بين ا ب ج وبين ا ج خطا من الخطوط المقادير فنجعل
نسبة ه ح الى ح ز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
وكذلك ايضا نجعل نسبة د ط الى ط ز ونخرج على نقطة ح
خطا موازيا للخط ا ج عليه ك ل ونخرج على نقطة ط خطا
موازيا للخط ه ح عليه م ط ل ونعمل قطعا زائدا يمر بنقطة
ه ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه م ل ل ك كما تبين في الشكل
د من المقالة ب وليكن ذلك القطع ه ن وليقطع القطع
الناقص على نقطة ن فاقول ان خط ن س من الخطوط المقادير
اذا وصل خط ن ه برهان ذلك انا نصل ه ن حتى يلقى خطي
ل م ل ك عليهما على نقطتي م ك ونخرج الى خط ا ج عمودي
ن ع ك ق فخط م ن مساوي لخط ك ن كما تبين في الشكل ح
من المقالة ب فيكون خط د ط مساويا للخط ق ع ونسبة
ه ح الى ح ز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسبة
ز ق الى ق س فنسبة ز ق الى ق س كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم ونسبة د ط الى ط ز فقد كان ايضا
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسبة د ط الى
ط ز فقد كان ايضا كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
فنسبة ز ق الى ق س كنسبة د ط الى ط ز ولكن ط ز مثل
ق ع و د ط مثل ق ع د ز مجموعين فاذا نقصنا من خط ز ق

خطى ر ق ع ومن خط ف س خط ف ع كان نسبته الباقي وهو
د ع الى الباقي وهو ع س كنسبة الجميع وهو ر ق الى الجميع
وهو ف س التي هي كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
فنسبة د ع
الى ع س كنسبة
القطر المجانب
الى الضلع
القائم وخط

ن ع عمود
ونقطة ك هي
المركز فخط
ن س هو من الخطوط المعادلة كما بين في الشكل ى من هذه المقالة
وبين ما قلنا في هذا الشكل الذي قدمناه من ان القطع الزائد
يقطع القطع الناقص بان نخرج من نقطة ح خطا مماسا للقطع
الناقص عليه ح ص فنسبة د ط الى ط ر كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم ونسبة د ط الى ط ن اقل من نسبة ح ط
الى ط ر ونسبة ح ط الى ط ن اعظم من نسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم التي هي كنسبة ه ح الى ح ر فنسبة ح ط
الى ط ن اعظم من نسبة ه ح الى ح ر فالذي يكون من ضرب ح ط
في ح ر اعظم من الذي يكون من ضرب ط ن في ه ح ولكن خط
ح ر مساو لخط ه ص وخط ن ط مساو لخط ح ل فالذي
يكون من ضرب ط ح في ه ص اعظم من الذي يكون من ضرب ه ح

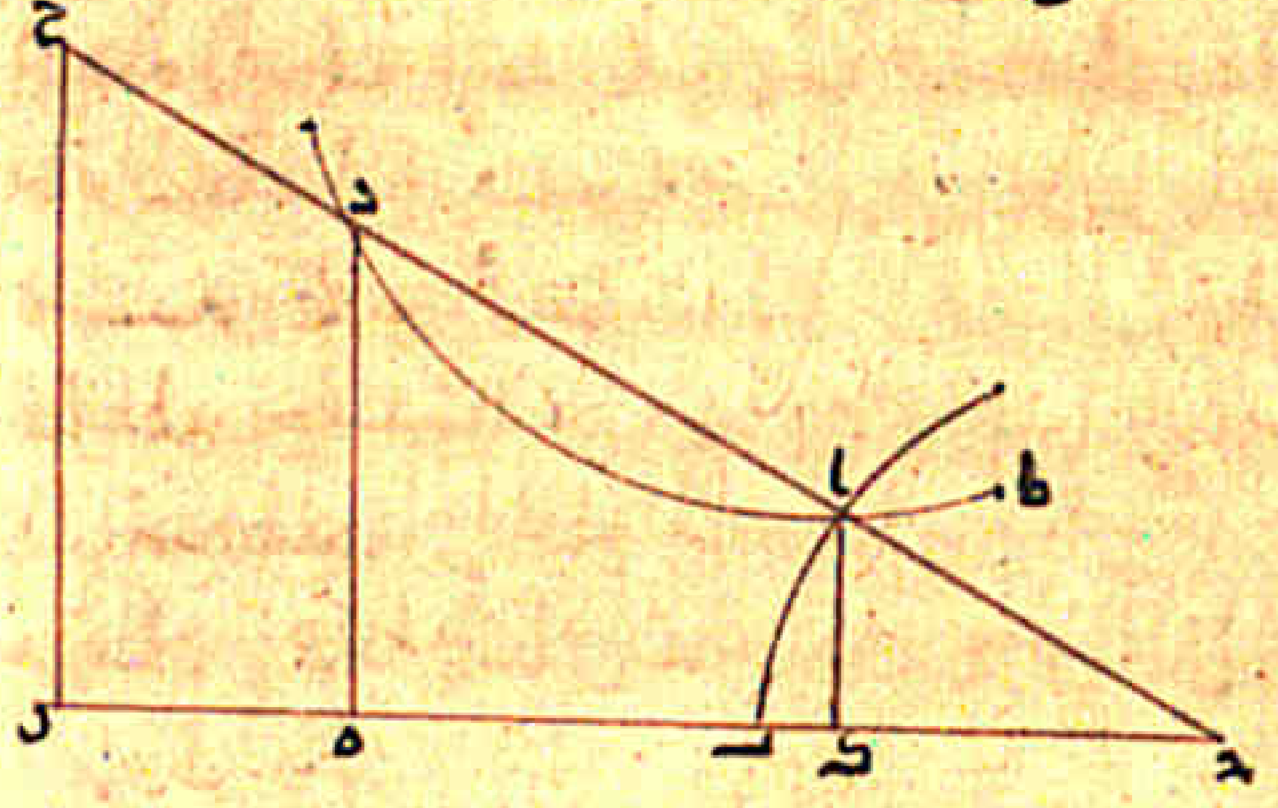
ولنخرج في القطع الزائد الذي يمر بنقطة ه نقطة ح ص كما بين
من عكس الشكل ند من المقالة ب ويكون الخطان اللذان
لا يقعان عليه م ك ك ص وخط ح ص مماس لقطع ا ب ح
فالقطع الزائد
الذي كما قطع
قطع ا ب ح ه
ولنصفه ايضا
الى القطع الناقص
ا ب ح وسهمه
الاطول ح ا

ونعلم تحت
القطع نقطة ر ونخرج منها عمود د ر ولتكن المركز نقطة
ه ونخرج من نقطة ر الخط الذي يفصل منه خط من الخطوط
المعادلة عليه ر ح ب ولتكن الخط الاصغر ب ح ونقطع خط
ح ه ونخرج خطي ر ك ر ط ونخرج من مركز ه خط ه م موازيا
لخط ر د وخط ه ح من الخطوط المعادلة فهو ايضا الخط الاصغر
الذي يخرج من المركز في زاوية ه ر د فليلقه على نقطة
ن فالخط الذي يصل ما بين نقطتي ن ط ليس يفصل منه خط
معين مما من القطع ونسميه لكن الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة
ط يكون اعظم من ط ح كما بين في الشكل م من هذه المقالة
فخط ط ن ليس هو من الخطوط المعادلة كما بين في الشكل له
من هذه المقالة وكذلك ايضا يبين ان خط ك ق ليس هو من

الخطوط الصغار وان الخط الاصغر الذي يخرج من نقطة د يقع فيما



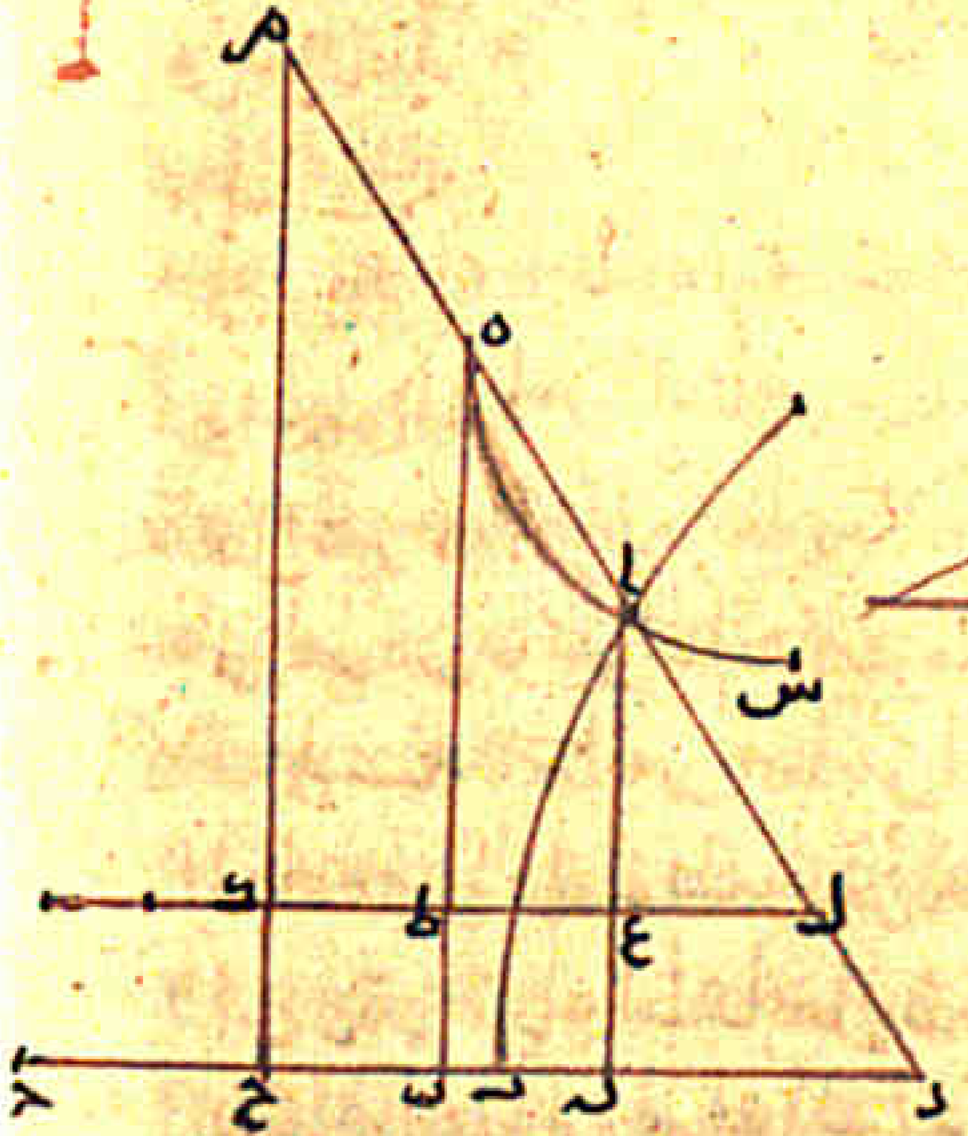
بين نقطة ا وذلك
ما اردنا ان
نبين ٥
كل نقطة تعلم خارجا من قطع نج
من قطوع
المخروط اذا
لم تكن على السهم اذا اما اخرج السهم على استقامته فانه يمكننا
ان نخرج منها خطا ما يكون ما يقع منه فيما بين القطع وبين السهم
خطا من الخطوط الصغار فليكن القطع اولا قطعا مكافيا عليه
اب وعلى سهمه المخرج حد ولنعلم خارج القطع نقطة د على
غير السهم فاقول انه يخرج من نقطة د خط يكون ما يقع منه
فيما بين اب بد خطا من الخطوط الصغار فنخرج عمود ده على خط
حب ما وقع منه ولنكن هز مساويا لنصف الضلع القائم
ولنخرج عمودا على بد ونعمل قطعا زائدا يمر بنقطة د ويكون
الخطان اللذان لا يقعان عليه حز زد عليه دك كما بين في الشكل
د من المقالة ب فهو يقطع القطع المكافي فليقطعه على نقطة
ا ونصل خط دا ونخرجه الى نقطتي ح ك ونخرج من نقطة ا عمودا
على حد عليه ال فخط دح مساوي لخط اك كما بين في الشكل
ح من المقالة ب فيكون لذلك خط زه مساويا لخط كد وخط
زه مثل نصف الضلع القائم فخط كد مساو لنصف الضلع

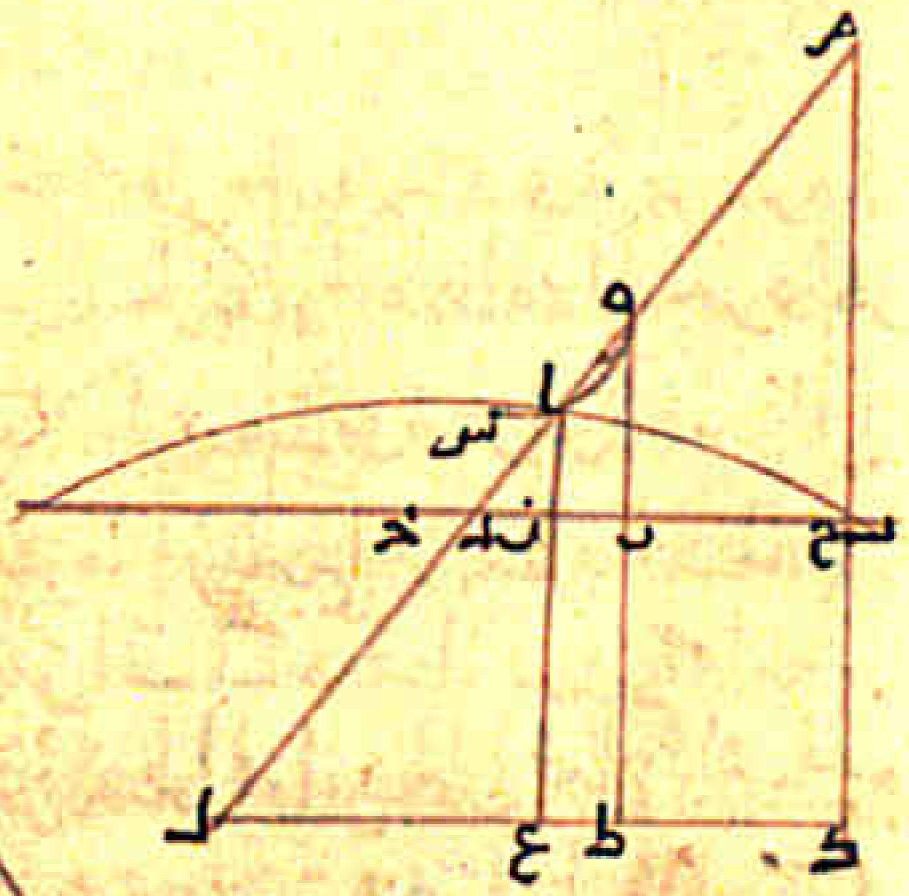
القائم وخط ك ا عمود فخط اك هو من الخطوط الصغار كما بين



في الشكل
ح من هذه
المقالة
وذلك ما
اردنا ان
نبين ٥
واما اذا نط
جعل القطع
قطعا زائدا او ناقصا عليه اب وعلى سهمه بد وعلى مركزه ح
ونعلم خارجا من القطع نقطة على غير استقامة السهم وهي
ه ونخرج منها عمودا على بد عليه هز ولتكن اولا غير واقع
على المركز فاقول انه يمكننا ان نخرج من نقطة ه خطا يكون
ما يقع منه فيما بين اب بد خطا صغيرا فلتكن
نسبة دح الى حز كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم
ونخرج حم على بد قائما ونجعل نسبة هط الى طد كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم ونخرج على نقطة ط خطا موازيا
لخط بد عليه طل ونعمل قطعا زائدا يمر بنقطة ه ويكون الخطان
اللذان لا يقعان عليه مح كل كما بين في الشكل د من المقالة
ب فهو يلقى قطع اب ولكن يلقاه القطع الزائد الذي يلقى
قطع اب على نقطة ا ونصل خط ها ونخرجه على استقامته الى
م ل ونخرج عمود ان فخط مه مساوي لخط ال كما بين في

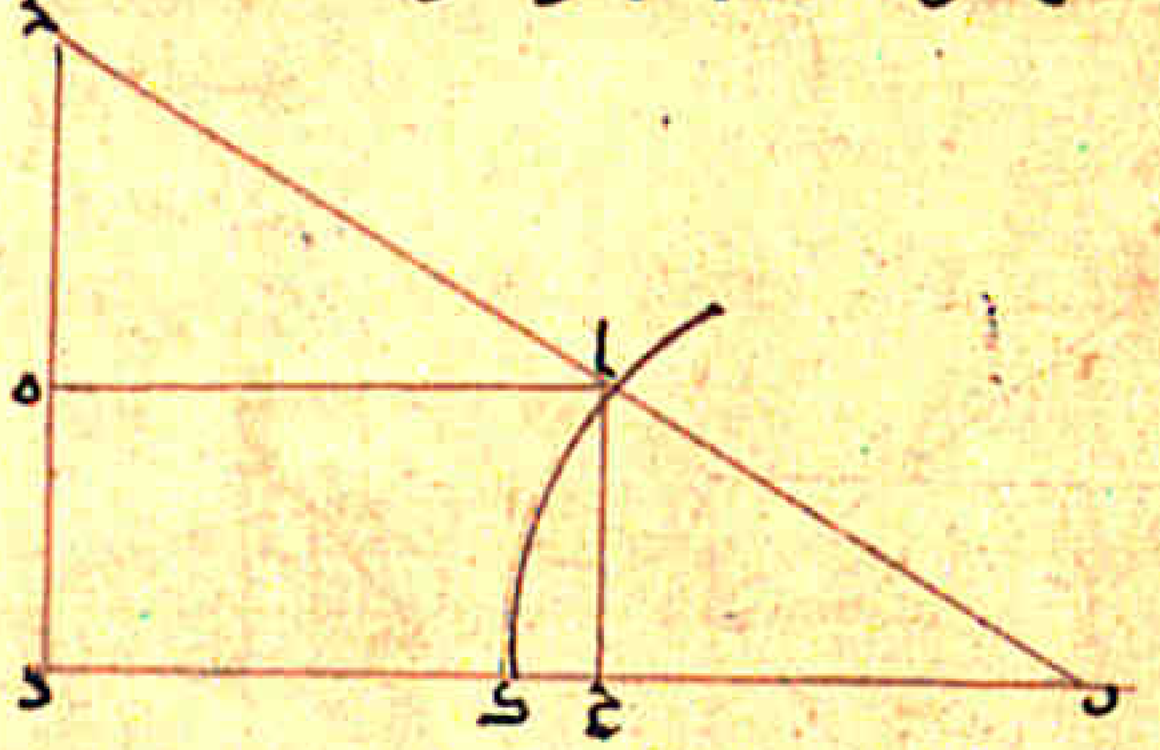
السكل ح من المقاله ب فيكون لذلك خط كـ ط مساويا لخط ع ل
وخط ع ك لخط ط ل وخط ن ح لخط ط ك فنسبه ن د الى ط ك كنسبه
ن ه الى ه ط التى هى كنسبه د ن الى ح ح لان كل واحده من نسبتى د ح
الى ح ن و ه ط الى ط ن كنسبه القطر المجانب الى الضلع القائم فنسبه
ن د الى ن ح كنسبه د ن الى ح ح ولذلك يجعلنا النسب في القطع
الزائد وفصلناها في القطع الناقص كانت نسبه د ح الى ح ن كنسبه
د ح الى ح ح ولذا اطسا في القطع الناقص وفصلنا في القطع الزائد





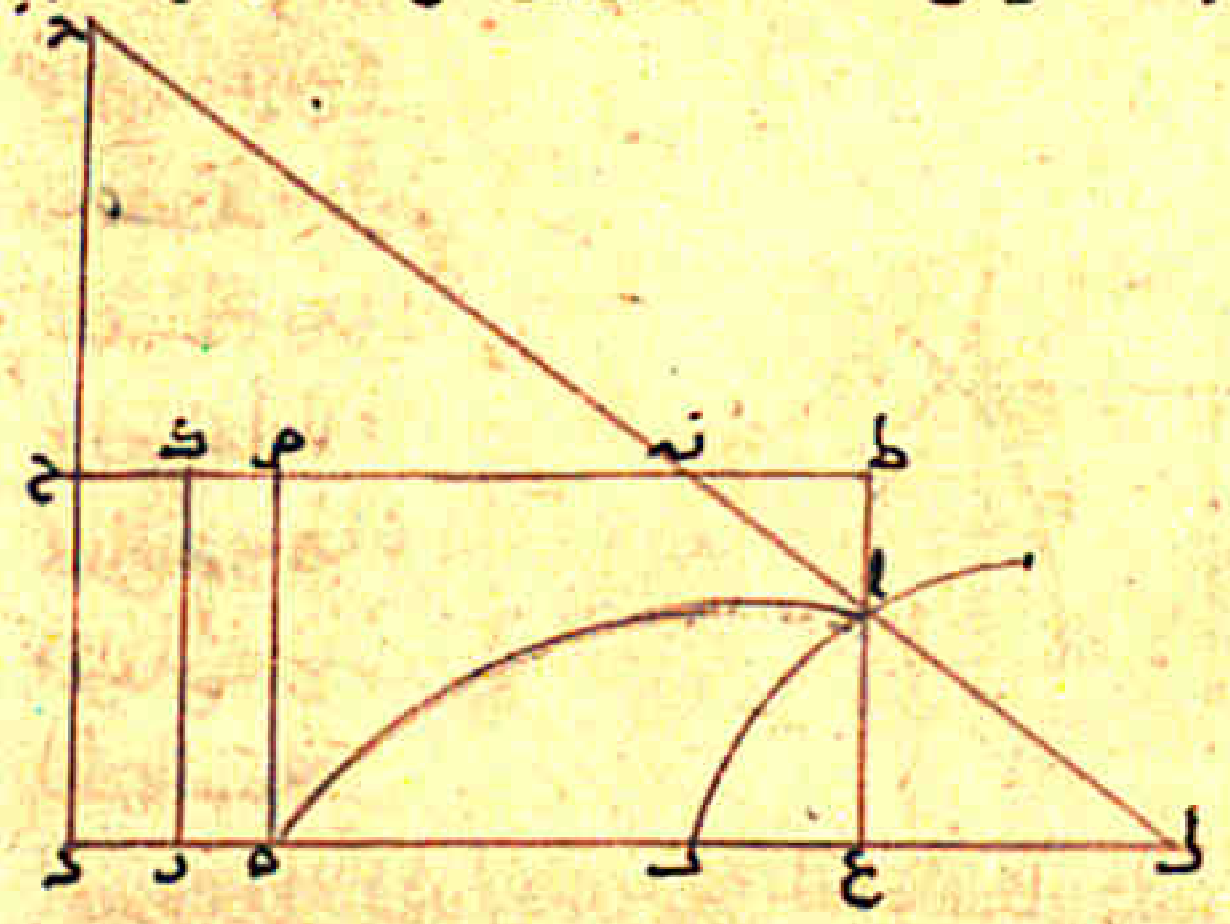
صارت نسبه د ح الى ح ن التى هى كنسبه القطر المجانب الى الضلع
القائم كنسبه ح ن الى ن د وخط ن ا عمود على ن د فخط ا ح من
الخطوط المعارضه كما بين في الشكل ط و ى من هذه المقاله وبذلك
الماس ان وقع العمود خارجا عن نقطه ب ٥
و اما فانا نجعل العمود الذى اخرج من النقطه التى نعلمها خارج القطع س

الزائد واقعا على المركز كعمود د ح ونجعل نسبه د ه الى ه ك كنسبه
القطر المجانب الى الضلع القائم ونخرج خط ه ا موازيا لخط د ن ونصل خط
د ا او نفذه الى ن فاقول ان ا ن خط من الخطوط المعارضه برهان ذلك
انا نخرج من نقطه ا عمودا على د ن عليه ا ح فنسبه د ه الى ه ك كنسبه
القطر المجانب الى الضلع القائم وكنسبه د ا الى ا ن ونسبه ح ا الى
ا ن كنسبه د ح الى ح ن فنسبه د ح الى ح ن كنسبه القطر المجانب الى
الضلع القائم وخط ا ح عمود فخط ا ن هو من الخطوط المعارضه كما بين
في الشكل ط
من هذه
المقاله
واما فانا
نجعل العمود
الواقع من
النقطه



المعلومه في الناحيه الاخرى من ناحيتي المركز كعمود د ك ولتكن
المركز ه والقطع ا ب ونجعل نسبه ه ن الى ن د كنسبه القطر المجانب
الى الضلع القائم ونجعل ايضا نسبه د ح الى ح ك كنسبه القطر المجانب
الى الضلع القائم ونخرج ح ط موازيا لخط د ب ونخرج ك ه م موازيا
لخط د ك ونعمل قطعا زائدا يمر بنقطه ه ويكون الخطان اللذان
لا يقعان عليه ط ك ك ن فهو يقطع قطع ا ب فليقطعه ولتكن القطع
الزائد ل ونصل خط د ا او ننفذه الى ك فاقول ان ا ك من الخطوط
المعارضه برهان ذلك انا نخرج ط ا ع عمودا على د ع فنسبه د ح الى ح د سا

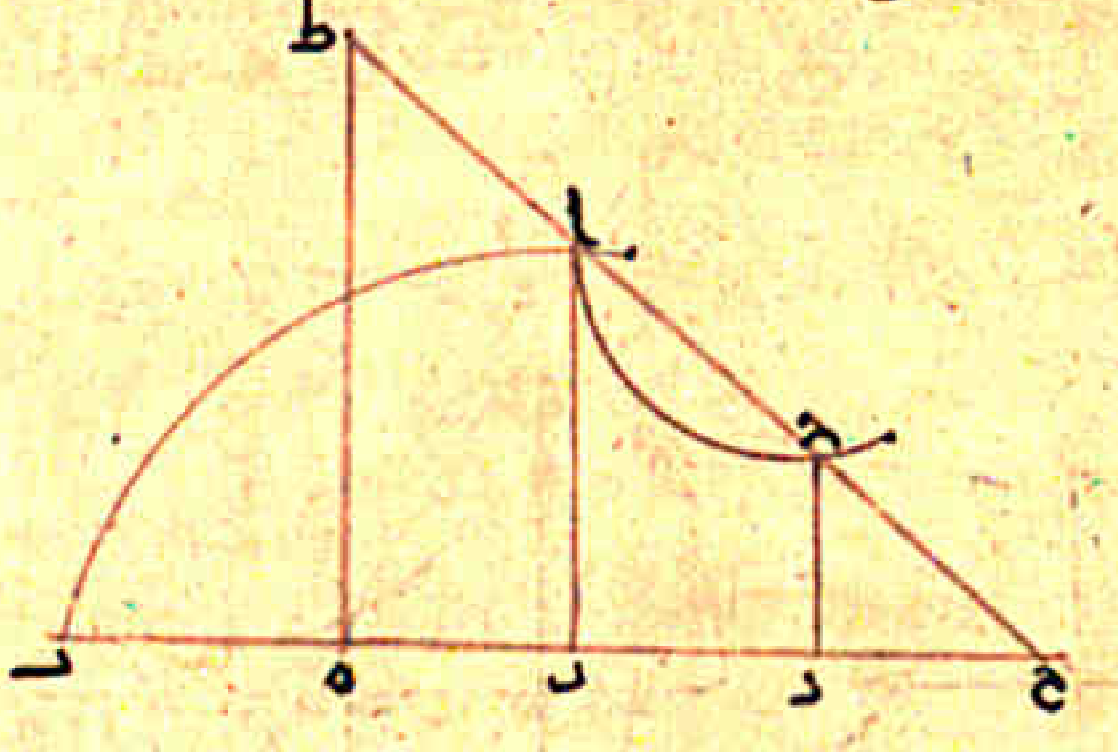
كنسبة ه ز الى د ك فالذي يكون من ضرب ح ج في ج ك الذي هو مثل د ك
مساوي للذي يكون من ضرب ك م الذي هو مثل د ه في مرة الذي هو
مثل ذ ح ولكن الذي يكون من ضرب ك م في مرة مساوي للذي يكون
من ضرب ك ط في ط ا من اجل الخطين اللذين يقعان على القطع مماسين
والشكل ب من المقالة ب فالذي يكون من ضرب ح ج في ج ك مساوي
للذي يكون من ضرب ك ط في ط ا فيكون نسبة ا ك الى ح ج كنسبة ج ك
الى ك ط ونسبة ا ك الى ح ج كنسبة ط ز الى ز ح فنسبة ج ك الى



ك ط كنسبة
ز ط الى ز ح
فخط ك ط الذي
هو مثل د ع
مساوي لخط
ز ح فنسبة
ل د الى ز ح
كنسبته
الى د ع

وكنسبة ل د الى ز ح فنسبة ل د الى د ع كنسبة ل د الى ز ح ونسبة
ل د الى ز ح كنسبة د ح الى ز ح فنسبة ل د الى ز ع كنسبة د ح الى
ح ج ونسبة د ح الى ز ح كنسبة د ه الى ه ز فنسبة ل د الى ز ع
كنسبة د ه الى ه ز فنسبة الباقي وهو ل ه الى الباقي وهو ه ع
كنسبة د ه الى ه ز ولذا فصلنا صارت نسبة ه ع الى ع ل كنسبة
ه ز الى ز د التي هي كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فنسبة ه ع

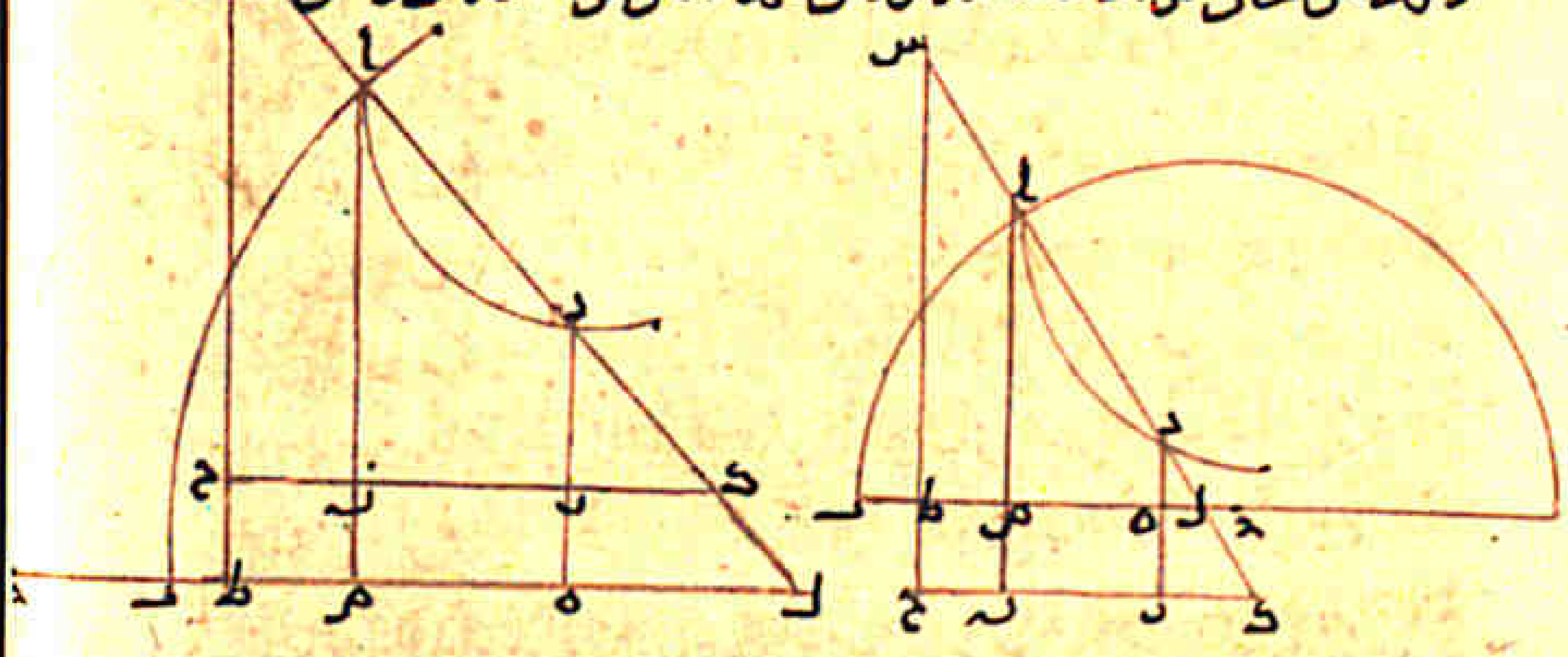
الى ع ل كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم فخط ا ك هو من الخطوط
القصار كما بين في الشكل ط من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين ٥
سه — كل نقطة يكون بعدها من قطع من قطوع المخروطات وبين سهمه بعد
ممكنا ان يخرج عليها خطا من الخطوط القصار ولتكن القطع اولا قطعا مكافئا
عليه ا ب وعلى سهمه ب ج ونعلم في الموضع الذي ذكرنا نقطة د
فاقول انه ممكن ان يخرج على نقطة د خطا من الخطوط القصار فنخرج من
نقطة د عمود د ر ولنكن نصف الضلع القائم د ه ونخرج من نقطة ه



عمودا على ب ج
عليه ه ط ونعمل
قطعا زائدا
يمر بنقطة د
ويكون للخطان
اللذان لا يقعان
عليه ط ه ه ج

فهذا القطع الزائد يقطع القطع المكافئ فليكن القطع اياه على ا
ونصل خط ا ح ونخرجه الى ح فاقول ان ا ح من الخطوط القصار برهان
ذلك انا نخرج عمود ا ر فخط د ح مساوي لخط ط ا كما بين في الشكل
ح من المقالة ب ويكون لذلك خط د ح مساويا لخط ه ر وخط د ه
نصف الضلع القائم فخط ر ح نصف الضلع القائم ويكون لذلك خط
ا ح من الخطوط القصار كما بين في الشكل ح من هذه المقالة ه
سو — وايضا فانا نجعل القطع قطعا زائدا او ناقصا عليه ا ب وعلى سهمه ب ل
ومركزه د ونعلم في الموضع الذي ذكرنا نقطة د فاقول انه

يمكننا ان نخرج على نقطة د خطا من الخطوط المقاربة بهما ان ذلك انا
نخرج عمود د ه ونجعل نسبة خط ك الى ط ه كنسبة القطر المجانب الى
الضلع القائم وكذلك نسبة د ز الى ز د ونخرج خط ك ح موازيا
لخط د ه وخط ط س موازيا لخط د ه ونعمل قطعا زائدا يمر بنقطة
د ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه س ح ح ك فهذا القطع يقطع
القطع الزائد والناقص فليكن القطع ا د ونصل خط ا د ونصله الى
س ك ونخرج عمود ا م فاقول ان ا ل خط من الخطوط المقاربة بهما برهان
ذلك ان خطي س ا د ك متساويان لما بين في السابعة من المقالة



ب ة فيكون خطا ح ك د ك متساويين ونسبة ك د الى فضل ما بينه
وبين ل كنسبة د ز الى د ة ونسبة د ز الى ز ه كنسبة خط ك الى
ط ة فنسبة ط م الى فضل ما بينه وبين ل كنسبة ك ط الى ط ه
واذا فصلنا في القطع الناقص وركبنا في القطع الزائد كانت نسبة
ح م الى م ل كنسبة ك ط الى ط ه ونسبة ك ط الى ط ه كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم وخط م ا عمود على ح ب فخط
ا ل من الخطوط المقاربة وذلك ما اردنا ان نبين

نب اذا تعلمت نقطة تحت سهم قطع مكافئ او قطع زائد وكان الخط
الذي يخرج منها الى راس القطع يحيط مع السهم بزاوية حادة وكان
غير ممكن ان نخرج من تلك النقطة خط الى القطع فيكون ما يقع منه
فيما بين القطع وبين السهم خطا من الخطوط المقاربة او كان انما يكون
ما يتصل من خط واحد من الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى الجهة الواحدة
التي كان فيها الجهة الى هي النقطة خطا صغيرا فقط فان الخط الذي يخرج
من تلك النقطة الى راس القطع هو اصغر الخطوط التي تخرج من تلك النقطة
الى تلك الجهة من القطع وما قرب منه من الخطوط الباقية فهو اصغر
مما بعد فليكن القطع او لا قطعا مكافيا عليه ا ب د وعلى سهمه ا ة
ولتكن نقطة تحت السهم وهي ز ولتكن زاوية ز ا ه التي يحيط بها الخط
الذي يخرج من نقطة ز الى راس القطع وهو ز ا مع سهم ا ه زاوية حادة
ولا نخرج اولا من نقطة ز الى القطع خطا يكون ما يقع منه فيما بين القطع
والسهم خطا من الخطوط المقاربة فاقول ان اصغر الخطوط التي تخرج من
نقطة ز الى القطع ا د هو خط ز ا وان ما قرب منه من الخطوط الباقية
اصغر مما بعد وذلك يتبين من بعد ان نبين ان الخطوط التي تخرج من نقطة
ز وتنتهي الى نقطة من القطع اذا لم يتصل من واحد منها خط من الخطوط
المقاربة فان الخطوط المقاربة التي تخرج من النقط التي على القطع وتقع على
السهم تقع في الناحية التي هي ابعد من نقطة ا من الخطوط المخرجة من
نقطة ز وتبين ذلك هكذا نخرج من نقطة ز عمود ز ة فخط ا ة اما ان
يكون مساويا لنصف الضلع القائم واما اعظم واما اصغر منه
فليكن اولا مساويا له او اصغر منه فالخطوط التي تخرج من نقطة ز
الى القطع ليس يكون ما يقع منها فيما بين القطع والسهم خطا من

الخطوط المعار و الخطوط المعار التي تخرج من النقط التي بين السهم الى السهم
تقع في الناحية التي هي ابعد عن نقطة آ من الخطوط المخرجة كما بين في
الشكل مط من هذه المقالة و اما انا فاجعل آه اعظم من نصف الضلع
القائم و لتكن نصف الضلع القائم ه‍ط و لتكن طح مثل ح‍ ا و لنخرج
من نقطة ح عمود ا على آه عليه ح‍ب و لتكن نسبة لـ الى ح‍ب كنسبة
طح الى ط ز ه اما ان يكون مستويا و يا الخط لـ فهو بين لانه قد تبين
في الشكل نا من هذه المقالة ان خط آل اذا كان مساويا الخط ه ن
فانه يخرج من نقطة ن خط يكون ما يفصل منه فيما بين القطع
و السهم خطا اصغر و قد كنا قلنا ان نقطة ن لا يخرج منها خط
يكون ما يفصل منه فيما بين القطع و السهم خطا اصغر اعلى من خط
لـ يساوي لخط ه ن و كذلك ايضا يتبين ان خط زه لا يمكن ان يكون
اعظم من خط لـ و ذلك انه قد يتبين في الشكل نا من هذه المقالة انه
اذا كان ه ن اطول من لـ فانه يخرج من نقطة ن خطان يكون ما يفصل
السهم من كل واحد منهما خطا اصغر و قد كنا جعلنا نقطة ن نقطة
لا يمكن ان يخرج منها خط يفصل منه خط اصغر فيما بين السهم و القطع
فخط ن ه ليس باعظم من خط لـ و قد كان تبين انه غير مساو له
و قد بين ايضا في الشكل نا من هذه المقالة انه اذا كانت ن ه اعظم
من لـ فانه لا يخرج من نقطة ن خط يكون ما يقع منه فيما بين القطع
و السهم خطا اصغر و ان الخطوط التي تخرج من نقطة ن الى القطع
اذا اخرج من اطرافها خطوط معار الى السهم وقعت على السهم
عن تلك الخطوط في الناحية التي هي ابعد من نقطة آ فقد تبين انه
ان كان آه مثل نصف الضلع القائم او اعظم منه فانه يحدث ان

و اما الصغرى فلما الحكم فيما ان خط زه ليس مساويا لخط آل فهو

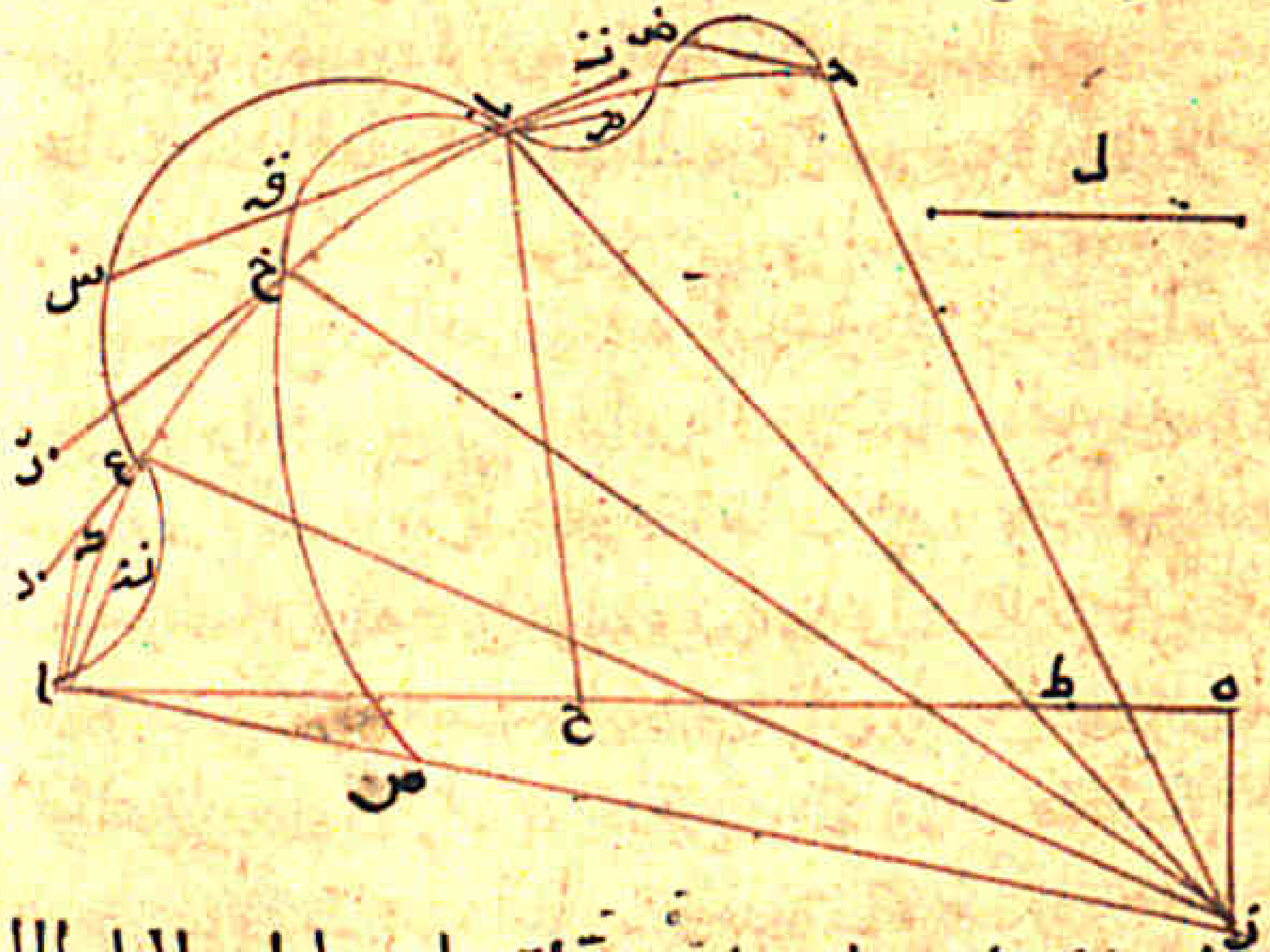
الزلة

يكون الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى القطع متى اخرج من نهايات ز التي
القطع متى اخرج من نهايات اطرافها خطوط معار ان تقع في الناحية التي
هي ابعد من نقطة آ فاذ قد تبين هذا فاني اقول ان خط ز ا اعني
الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى قطع اب د و ازماو بعينه من
الخطوط الباقية اعني مما بعده برهان ذلك انا نخرج خط ز ب
فان امكن فليكن خط ا ز اولا مساويا لـ ن و نخرج من نقطة آ خطا
مماسا للقطع عليه اك فخط اك عمود على سهم آه كما تبين من
الشكل ن من المقالة آ لانه موازي الخطوط المرتبة الواقعة على
السهم و يكون لذلك زاوية ز اك منفرجة فيخرج من نقطة آ
عمود ا على اك عليه اب فهو يقع داخل القطع لانه لا يمكن ان يقع فيما
بين الخط المماس و خط القطع خط اخر كما بين في الشكل لب من
المقالة آ و نخرج من نقطة ب خطا مماسا للقطع عليه ب س فالخط
الاصغر الذي يخرج فيما بين نقطة ب و السهم يقع في الناحية التي هي
ابعد من نقطة آ من خط ب ز كما بينا انفا فهو خط مع خط ب س ز
زاوية قائمة كما تبين في الشكل كح من هذه المقالة فزاوية ز ب س
حادة فان نحن جعلنا نقطة ب مركزا و خططنا ببعد ب ز دائرة
فانها تقطع خط ب س فتكون ز ب لخارج عنها و ذلك لان زاوية
ز ب س حادة و زاوية ب ز ا زاوية قائمة فلتكن الدائرة دائرة ب س ع ا
هي تقطع قطع اب فلتقطعه على نقطة ع و نصل خط ع ز و نخرج
خط ع د مماسا للقطع فهو يقع خارج الدائرة و الخط الاصغر
الذي يخرج فيما بين نقطة ع و السهم يكون ابعد عن نقطة آ من
خط ع ز كما بينا و هو يحيط مع خط ع د بزاوية قائمة كما

و ان كان زه اعظم من نصف الضلع القائم فان زه يكون اعظم من آج كما بينا و حينئذ ان يكون الخطوط التي تخرج من
نقطة ز الى القطع من ... خطوط معار ان تقع في الناحية التي هي ابعد من نقطة آ فاذا ... من ...

بين في الشكل ىح من هذه المقالة فزاوية د ع ن حادة فخط ع د يقطع
الدائرة وقد كان يقع خارجا عنها هذا خلف فليس خط ان بمساوي
لخط ز ب فان امكن فليكن ان اعظم من ز ب فاذا نحن جعلنا نقطة ن
مركزا وادرنا ببعد ب ز دائرة فقطعت الدائرة خط ان ويكون
طائفة من ب س في داخل الدائرة مماسا ويقطع الدائرة القطع
لا محالة فليكن الدائرة ب ق خ ص وليكن خط ن خ ولنخرج من
نقطة خ خطا مماسا للقطع عليه خ د فهو يقع في داخل الدائرة
وذلك ان الخط الاصغر الذي يخرج فيما بين السهم ونقطة خ تقع
في الناحية التي هي ابعد عن نقطة ا من خط خ د ويكون زاوية
ن خ د حادة فيقطع د خ الدائرة وقد كنا بينا انه يقع خارجا
عنها هذا خلف فليس خط ان اعظم من خط ب ن وقد كنا بينا
انه ليس بمساوي له فهو اذن اصغر منه فاقول ان ما قرب من الخطوط
الباقية من خط ان اصغر مما بعد برهان ذلك انا نخرج خط س ب
المماس للقطع عند نقطة ب فزاوية ن ب س حادة وزاوية ن ب د منفرجة
فنخرج من نقطة ب عمودا على ب ن عليه ب م فهو يقع في داخل
القطع ونخرج من نقطة ج خطا مماسا للقطع عليه ج ض وليكن
اولا خط ب ن مساويا لخط ج ن ان امكن ذلك فان نحن خططنا
دائرة على مركز ن وببعد ن ج فانها تقع خارجا عن خط ج ض لان
زاوية ج ض ن حادة ويقع داخلا من خط ب م لان ن ب م عمود
على ب ن فهي اذن تقطع القطع فاذا وصلنا فيما بين النقطة التي
تقطعه عليها وبين نقطة ن خطا تبين استحالة ذلك كما بين
الاستحالة في استواء خطي ان ز ب وكذلك ايضا ان كان خط ز ب

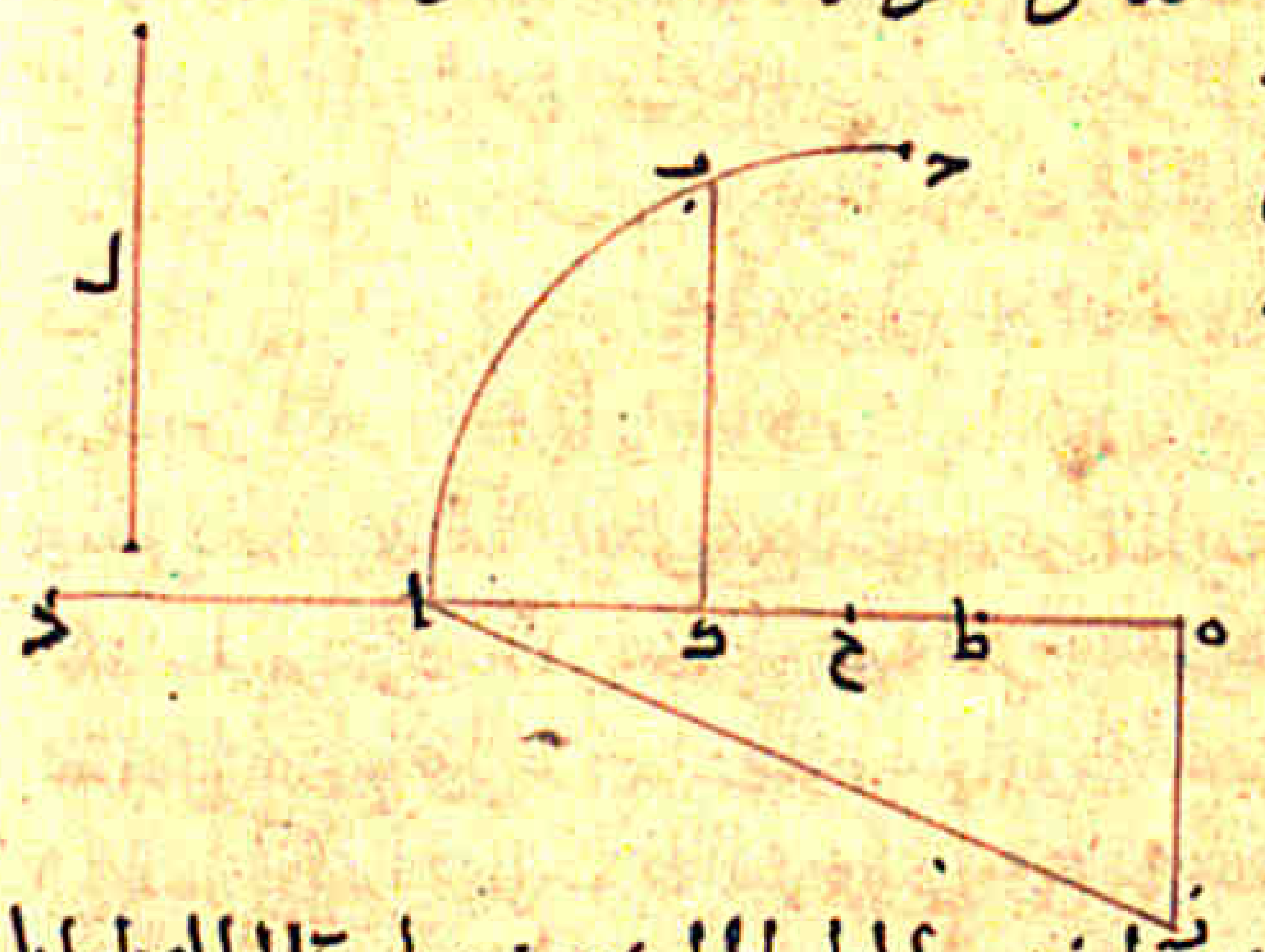
اطول من خط ز د تبين الاستحالة كما تبين في خطي ان ز ب
فيجعل ان اطول من ز ب فخط ز ا اصغر الخطوط التي تخرج
من نقطة ز الى القطع ا ب ج وما قرب منه من الخطوط الباقية
فهو اصغر مما بعد فقد تبين انه ان كانت نقطة ز بالموضع
الذي لا يخرج منها الى القطع خط يكون ما يفصل منه خطا من



الخطوط الصغار وكانت زاوية ز ا ه حادة فان اصغر الخطوط التي
تخرج من نقطة ز الى القطع هو ز ا وان ما قرب من ز ا اصغر مما بعد
وان كان يفصل من خط واحد فقط من الخطوط التي تخرج من نقطة ز
الى القطع خط من الخطوط الصغار وكانت ايضا زاوية ز ا ه
حادة فانه يتبين من الشكل ىز من هذه المقالة ان ز ا ايضا
اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى القطع وان ما قرب منه من
الخطوط الباقية اصغر مما بعد

سه و ايضا فانا نجعل القطع قطعا زائدا عليه ا ب ج وعلى سهمه د ه
وعلى مركزه د ونعلم نقطة ما تحت السهم عليها ز حتى اذا
وصلنا خط ز ا كانت زاوية ز ا ه حادة وكانت الخطوط التي تخرج
من نقطة ز الى القطع خطوطا لا يكون ما ينفصل منها فيما بين
القطع والسهم خطا من الخطوط المعارضة فاقول ان خط ز ا اصغر
من جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى قطع ا ب ج وان ما
قرب منه من الخطوط الباقية اصغر مما بعد برهان ذلك ان جميع
الخطوط المعارضة التي تخرج من كل نقطة من النقط التي على قطع ا ج
الى السهم فانها تقع في الناحية التي هي ابعد عن نقطة ا من الخط الذي
يصل بين تلك النقطة وبين نقطة ز وذلك انا نخرج من نقطة ز
عمودا على السهم عليه ز ه فخط ا ه اما ان يكون مساويا لنصف
الضلع القائم واما ان يكون اعظم منه واما اصغر فان كان
مساويا له او اصغر منه فان الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى قطع
ا ب ج متى اخرج من اطرافها خطوط معارضة الى السهم كانت ابعد
منها من نقطة ا كما بين في الشكل ... من هذه المقالة وان
كان ا ه اعظم من نصف الضلع القائم فانا نجعل نسبة د ط الى ط ه
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونسويه لخط ط د ك ا
خطين ما سين لهما فيما سهما علمها ح ك د ونخرج من نقطة
ك عمودا على ا ه عليه ك ب ونجعل نسبة ل الى ك ب كنسبة
المجتمع من ضرب د ه في ط ك الى المجتمع من ضرب د ك في ط ه فاقول
ان ز ه اعظم من خط ل فان امكن ان لا يكون اعظم منه فليكن اولا
مساويا له وقد بين في الشكل ... ان ذلك اذا كان كذلك فانه

تخرج من نقطة ز خط يكون ما ينفصل منه خطا من الخطوط المعارضة
وليس ذلك كذلك فليس خط ه ز بمساو لخط ل وكذلك ايضا
يبين ان خط ز ه ليس باصغر من خط ل لانه لو كان اصغر منه لامكن
ان تخرج من نقطة ز خطان يكون ما ينفصل منهما خطا من الخطوط المعارضة
فخط ز ه اعظم من خط ل وقد بين في الشكل ... من هذه المقالة
ان ز ه اذا كان اعظم من ل فانه لا تخرج من نقطة ز خط يكون ما
ينفصل منه فيما بين القطع والسهم خطا من الخطوط المعارضة
وان الخطوط
المعارضة التي
تخرج من اطراف
تلك الخطوط
تكون من
نقطة ا
ابعد من
الخطوط



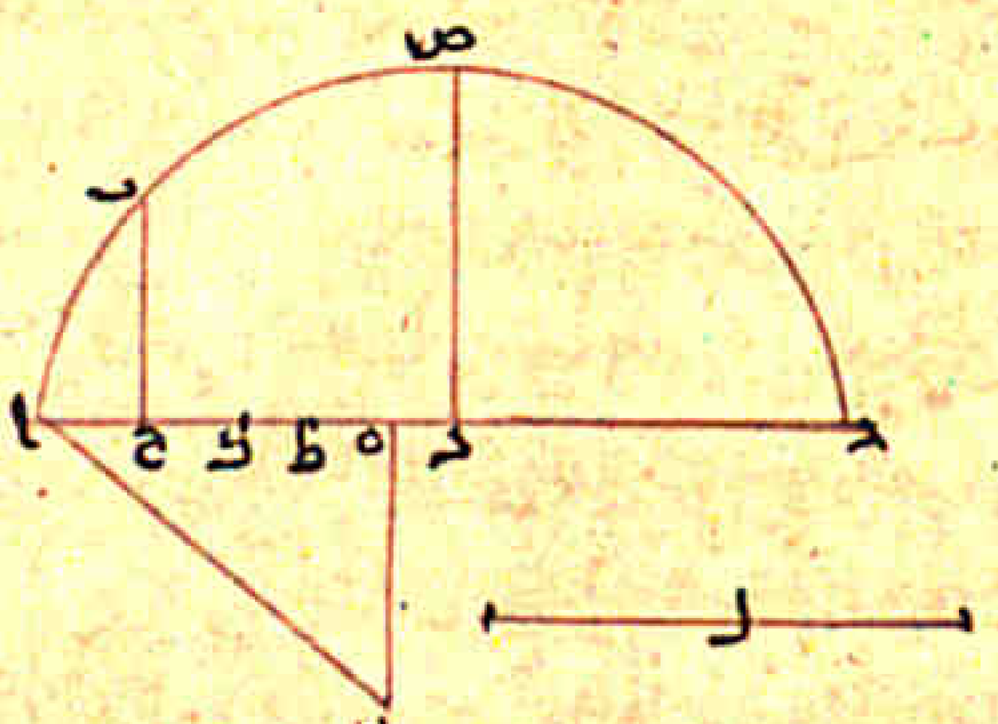
انفسها فقد تبين ان جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى القطع اذا
اخرج من اطرافها خطوط معارضة الى السهم فانها تكون ابعد عن
نقطة ا من الخطوط الباقية ويتبين ذلك بمثل البرهان الذي بين
به في القطع المكافي في الشكل الذي قبل هذا ان ز ا اصغر من جميع
الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى قطع ا ب ج وان ما قرب منه من
الخطوط الباقية اصغر مما بعد ـــــــــ ه
سو وايضا فانا نجعل القطع قطعا ناقصا عليه ا ب ج وعلى سهمه الاطول

اذ ومركزه د ونجد سهمه الى طول نقطة ر ولتكن زاوية ر ا د
حادة ونخرج من مركز د عمودا على السهم عليه د ص ولتكن
زاوية ر ا د حادة ونخرج من مركز د عمود د ا على السهم عليه
د ص ولتكن نقطة ر نقطة لا يمكن ان نخرج منها الى ا ص خطا يكون
ما يفصل منه فيما بين القطع والسهم خطا من الخطوط
المعارة فاقول ان خط ا ر اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ر
الى ا ص وان ما قرب منه من الخطوط الباقية اصغر مما بعد
فالعمود الذي يخرج من نقطة ر الى السهم يقع فيما بين نقطتي
ا د وذلك انه لو امكن ان يقع فيما بين د ح لامكن ان نخرج من نقطة
ر خطا الى القطع فيكون ما يفصل منه فيما بين القطع والسهم
خطا من الخطوط المعارة كما بين في الشكل ته من هذه المقاله
ولنبين لك كذلك فليس يقع العمود فيما بين د ح ولا يقع
ايضا على مركز د لكان ما يقع منه اذا ابعد على استقامة
فيما بين القطع والسهم خطا من الخطوط المعارة كما بين
في الشكل يا من هذه المقاله فهو اذا يقع بين نقطتي ا د مثل
عمود د ن ه وخط ا ه اما ان يكون اصغر منه واما اعظم
وان كان اصغر منه او مساويا له فان الخطوط التي تخرج من
نقطة ر الى قطع ا ص لا يفصل منها خط من الخطوط المعارة
واذا اخرجت من اجل ذلك خطوط معارة الى السهم فانها تقع
في الناحية التي هي ابعد من نقطة ا من الخطوط انفسها كما بين
في الشكل ته من هذه المقاله وان كان ا ه اعظم من نصف الضلع
القائم فانا نجعل نسبة د ط الى ط ه كنسبة القطر المجانب الى

لانه لو وقع على مركز د لكان

مساويا لنصف الضلع القائم واما

الى الضلع القائم ونأخذ الخطين اذ د ط خطين متناسبين لهما فيما
بينهما على ما ح د ك ونخرج خط ح ب على د ا قائمة ونجعل
نسبة ل الى ح ب كنسبة الذي يكون من ضرب د ه في ط ح الى
الذي يكون من ضرب د ح في ط ه فخط ر ه اما ان يكون مساويا لخط
ل واما ان يكون اعظم منه واما اصغر فان كان ر ه مساويا
لخط ل فانه يخرج من نقطة ر خط الى ا ص يكون ما يفصل منه
خطا من الخطوط المعارة كما بين في الشكل نب من هذه المقاله



ولنبين ذلك كذلك
ولو كان ر ه
اصغر من ل لخرج
خطان يكون
ما يفصل منهما
خطين معارين
وان كان ر ه
اعظم من ل فليس يخرج من نقطة ر الى ا ص خط يكون ما يفصل منه
خطا من الخطوط المعارة واذا اخرج خط من نقطة ر الى قطع
ا ص فان الخط الاصغر الذي يخرج من طرفه الى السهم يكون ابعد
عن نقطة ا من الخط نفسه كما بين في الشكل نب من هذه المقاله
فقد بين على جميع الجهات ان الخطوط المعارة التي تخرج من كل
نقطة من قطع ا ص الى السهم فانها تكون ابعد عن نقطة ا من
الخطوط التي تمر بتلك النقطة وبين نقطة ر فيبين كما بينا
في القطع المكافئ ان خط ا ر اصغر من جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ر

الى قطع ا ب ج وان ما كان اقرب اليه من الخطوط الباقية اصغر
مما بعد والبرهان في ذلك برهان واحد في جميع القطوع الثلثة
وانما يأتي كل واحد من القطوع ان الخطوط القصار التي تخرج من القطع
الى السهم تقع في الناحية التي هي ابعد عن نقطة آ من الخطوط
انفسها ٥

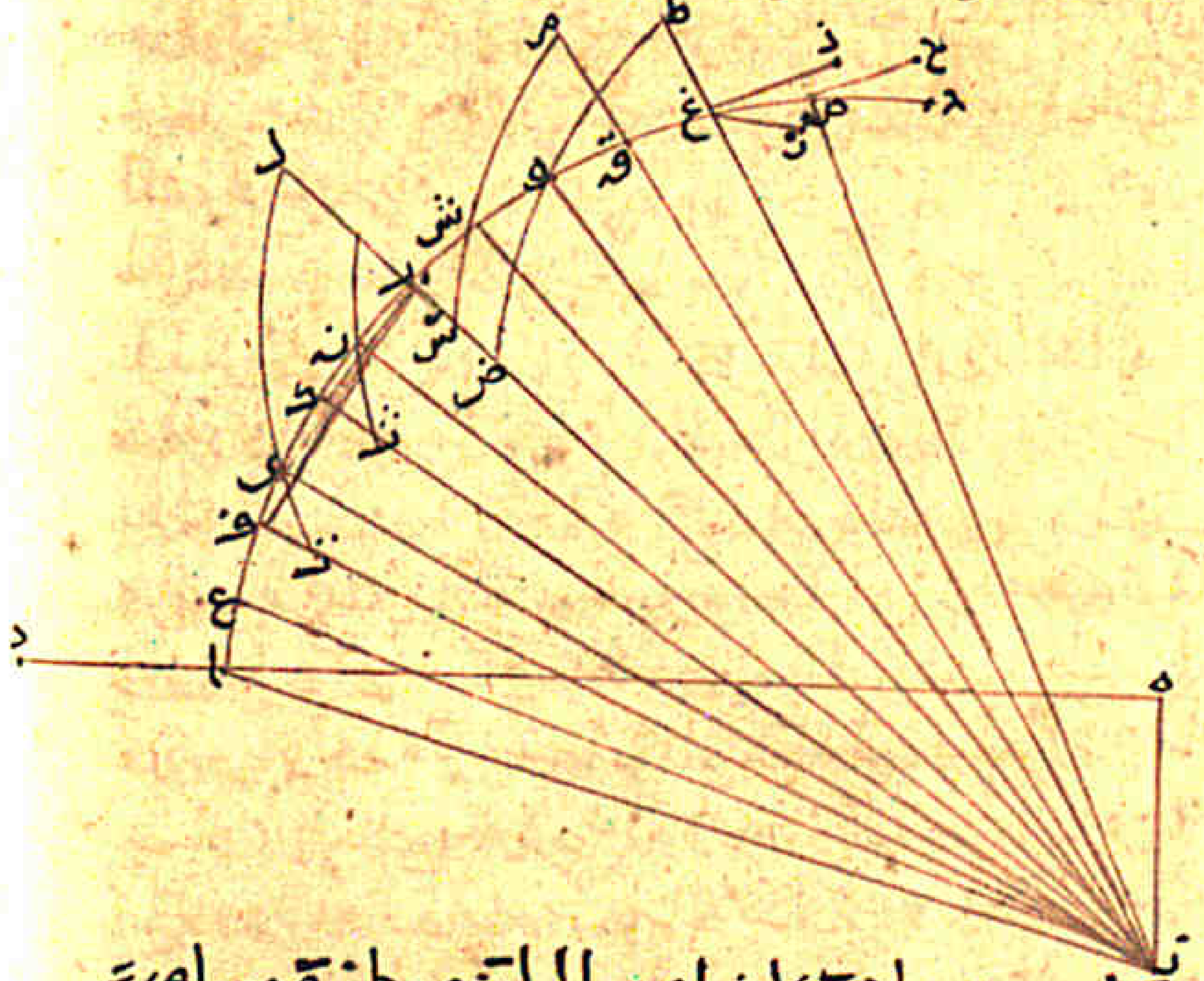
سر وايضا فانا نجعل القطع قطعا مكافيا او زائدا عليه ا ب ج
وعلى سهمه د ه ولتكن تحت سهمه نقطة ما عليها ز ولتكن
زاوية ز ا ه حادة ولتكن ما ينفصل من خط واحد فقط من
الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى القطع خطا من الخطوط القصار
فاقول انما ان خط ز ا اصغر الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى
قطع ا ب ج وان ما قرب منه من الخطوط الباقية اصغر مما بعد
فيخرج من نقطة ز الى السهم عمود ز ح فاقول ان جميع الخطوط
التي تخرج من نقطة ز الى قطع ا ب ج متى اخرجت من اطرافها
خطوط قصار الى السهم فانها تكون ابعد عن نقطة آ من الخطوط
انفسها ما خلا خطا واحدا وذلك ان خط ا ه في القطع المكافي
وفي القطع الزائد اعظم من نصف الضلع القائم لانه لو لم يكن
اعظم منه لما امكن ان يخرج من نقطة ز خط يكون ما ينفصل منه
خطا من الخطوط القصار كما تبين في الشكل مط و نه من هذه
المقالة فخط ا ه اعظم من نصف الضلع القائم فان كان القطع
قطعا مكافيا فانا نفصل من خط ا ه مما يلي نقطة ه خطا مساويا
لنصف الضلع القائم ونفعل سائر ما فعلنا في الشكل سد من
هذه المقالة حتى نجد الخط الذي كنا قد سميناه خط ه ز فيكون

خط ز ه مساويا له لانه لو كان اصغر منه لما امكن ان يخرج من نقطة
ز خط ان يكون ما ينفصل منهما خطا من الخطوط القصار كما تبين
في الشكل نا من هذه المقالة وليس ذلك كذلك ولو كان ه ز
اعظم من ذلك الخط الذي نسميه لما امكن ان يخرج من نقطة ز
خط من الخطوط يكون ما ينفصل منه خطا من الخطوط القصار
كما تبين ايضا في الشكل نا من هذه المقالة وليس ذلك كذلك
فخط ز ه مساو للخط الذي نسميه وقد تبين في ذلك الشكل ان
ذلك اذا كان كذلك فانه يخرج من نقطة ز خط واحد فقط
يكون ما ينفصل منه خطا من الخطوط القصار ولان الخطوط
القصار التي تخرج من اطراف الخطوط الباقية تكون ابعد عن
نقطة آ من الخطوط انفسها وكذلك ايضا تبين ذلك في هذا
القطع ان كان زائدا وذلك انا نجعل المركز د ونقسم د ه
قسمين يكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم ونفعل سائر ما فعلنا في الشكل نه من هذه
المقالة حتى نجد الخط المستخرج الذي سميناه خط ه ب به
فيكون هاهنا ايضا كما كان في القطع المكافي ه ز مساويا
لذلك الخط الذي وجدنا فنقطة ز انما يكون من الخطوط التي
تخرج منها خط واحد فقط يكون ما ينفصل منه خطا من الخطوط
القصار والخطوط الباقية التي تخرج من نقطة ز الى القطع
اذا اخرجت من اطرافها خطوط قصار الى السهم فانها تكون
ابعد عن نقطة آ من الخطوط انفسها كما تبين في الشكل نب
من هذه المقالة وقد كان تبين مثل ذلك ايضا في القطع

المكافي فليكن الخط الذي يخرج من نقطة ت الى القطع ا ب د و يكون
ما يفصل منه السهم خطا من الخطوط العظام ز ب وخرج من نقطة
ت الى القطع فماس نقطتي ا ب خطي ت ع ز ق فبين كما بين في
الشكل الثالث من هذه المقالة ان خط ا ز اصغر الخطوط التي تخرج
من نقطة ت وتنتهي الى القطع فيما بين نقطتي ا ب وان ما قرب منه
من الخطوط الباقية التي فيما بين النقطتين اصغر مما بعد
من خطي ت ع ز ق فاقول ان ز ق اصغر من ز ب فان لم يكن اصغر
منه فليكن اولا مساويا له ونخرج خط ز ك فيكون ز ك اعظم
من ز ق كما بينا آنفا فهو اذا اعظم من ز ب فنفصل من ت ك خطا
اعظم من ز ب واصغر من ز ك فهو ت ث ونجعل نقطة ت مركزا
وندير دائرة ببعد ت ث فهي تقطع خط ك ب المستقيم وقطعة
ك ب من القطع فليقطعها كدائرة ث ذ ن ونصل خط ت ذ فخط
ت ذ اقرب الى خط ا ت من خط ت ن فخط ت ك اصغر من خط ت ن
وخط ت ن مساو لخط ت ث فخط ت ك اصغر من خط ت ث وقد كان
اكبر منه هذا خلف فليس خطا ز ق ز ب متساويين ولا ايضا
فان جعل ز ق اعظم من ز ب ان امكن ذلك ونفصل من خط ز ق
خطا اعظم من ز ب واصغر من ز ق عليه ز ث ونجعل نقطة
ز مركزا وندير ببعد ز ث دائرة فهذه الدائرة تقطع خط ق ب
المستقيم وتقطع قطعة ق ب من القطع فليقطعها كقوس
ث ي ل ونصل خط ز ي فخط ز ق اصغر من خط ز ي لانه اقرب
الى ز ا وخط ز ي مساو لخط ز ث فخط ز ق اصغر من خط
ز ث وقد كنا فرضناه اعظم منه هذا خلف فخط ز ق ليس

باعظم من خط ز ب وقد كنا بينا انه ليس بمساو له فهو اذا
اصغر منه فقد تبين ان جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ت الى ب
اصغر من ز ب فنخرج الآن خطوطا في باقي القطع من الناحية
الاخرى عن خط ز ب وهي ز غ ز ص فاقول ان ز ب اصغر من ز غ وان
ز غ اصغر من ز ص ونخرج خطوطا مماسة للقطع عليها غ ذ ص ح
فيكون زاويتا ز غ ذ ز ص ح منفرجتين لان الخطين الاصغرين اللذين
يخرجان من نقطتي غ ص الى السهم يكونان ابعد عن نقطة ا من الخطين
اللذين يخرجان من مخرجيهما الى نقطة ز كل واحد من نظيره ونخرج
من نقطة غ عمودا على ز غ عليه غ ت فهو يقع في داخل القطع
فيتبين من ذلك كما بينا في الشكل الثالث من هذه المقالة ان
خط غ ت اصغر من ت ص وكذلك كل الخطوط التي هي اقرب الى
نقطة ا من الخطوط التي تخرج في الناحية الاخرى عن خط ز ب
من نقطة ت تكون اصغر مما بعد واقول ان ز ب اصغر منها برهان
ذلك ان خط ز ب يفصل منه السهم خطا من الخطوط العظام
فتكون الزاوية التي يحيط بها الخط المماس الذي يخرج من نقطة
ب مع ز ب قائمة ونجعل اولا خط ز ب مساويا لخط ز غ
ان امكن ذلك ونخرج فيما بينهما خط ز ق فخط ز ق اصغر
من خط ز غ لانه اقرب الى ز ا فهو اذا اصغر من ز ب ونجعل
خط ز ش اصغر من خط ز ب واعظم من ز ق ونجعل نقطة ز مركزا
وندير ببعد ز ش دائرة فهي تقطع قطعة ب ق فيما بين ب ق فليكن
الدائرة م ش س فليقطعه على ش ونصل خط ز س فخط ز ش اصغر
من خط ز ق لانه اقرب الى خط ز ا وخط ز س مساو لخط ز م

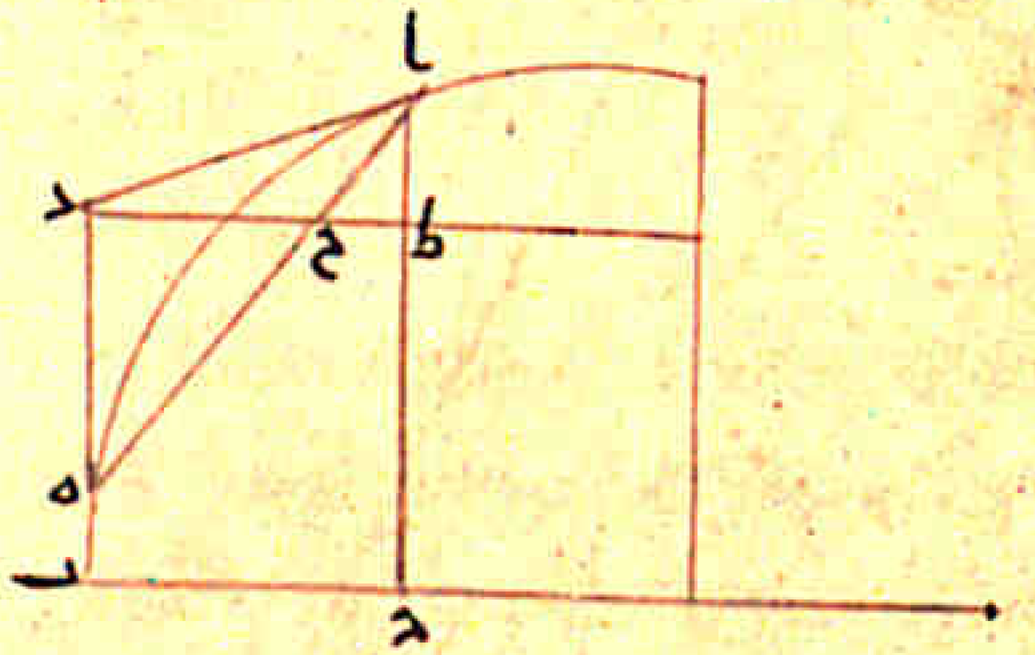
فخط زم اعظم من خط زق وهو اعظم منه هذا خلف فليس خط
زغ مساويا لخط زب فان امكن فليكن اعظم منه ونجعل زض
اعظم من زغ واصغر من زب ونعيد ما عملنا بنقطة ز مركزا ولنرسم
ببعد زض دائرة فانها تقطع قطعة بغ من القطع فلتقطعها
على ق ولنخرج لبرة ض ق ط ونصل خط زق فيكون خط



زق اعظم من خط زغ لانه اقرب الى زا وخط زق مساوي
لخط زط فخط زط اعظم من خط زغ وهو اعظم منه هذا
خلف فليس خط زغ باعظم من خط زب وقد تبين انه ليس
مساويا له فهو اذا اصغر منه فخط بز اعظم الخطوط التي تخرج
من نقطة ز الى قطعة بج من القطع فقد تبين ما قلنا

ان خط آز اعظم من جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى ابد
وان ما قرب منه من الخطوط الباقية اعظم مما بعد وذلك
ما اردنا ان نبين

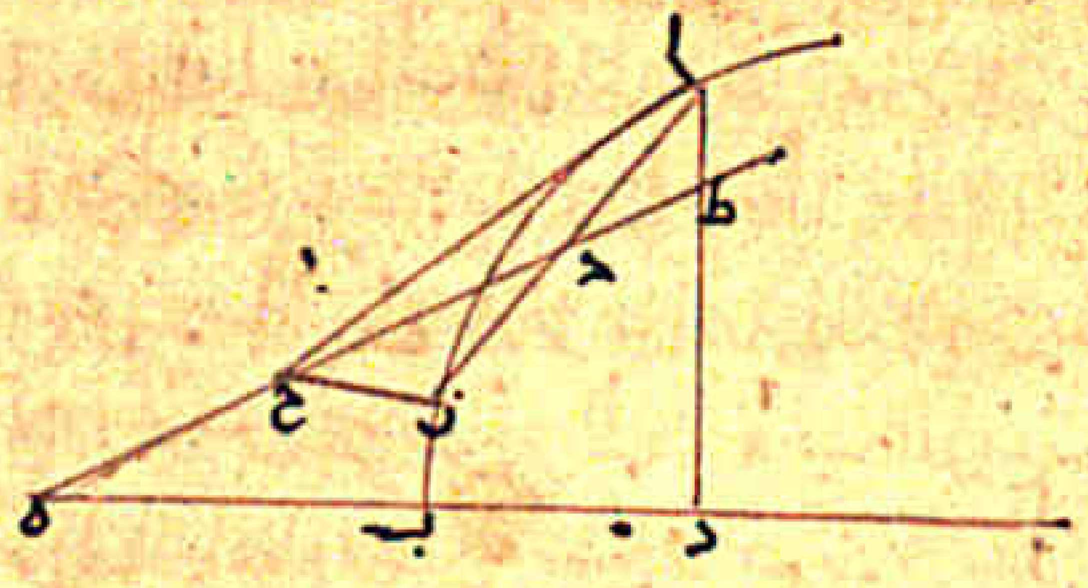
سح اذا كان اب قطعا مكافئا وكان سهمه بد وكان خطا
اد ده مماسين للقطع فان خط هد اعظم من خط دا برهان ذلك
انا نصل خط اه ونخرج من ه خطا موازيا لخط بد عليه دح
فيكون خط اح مساويا لخط هح كما تبين في الشكل لـ من هذه
المقالة ونخرج
من نقطة ا عمودا
على السهم عليه
اط فيكون زاوية
الطد قائمة
ويكون لذلك
زاوية احد



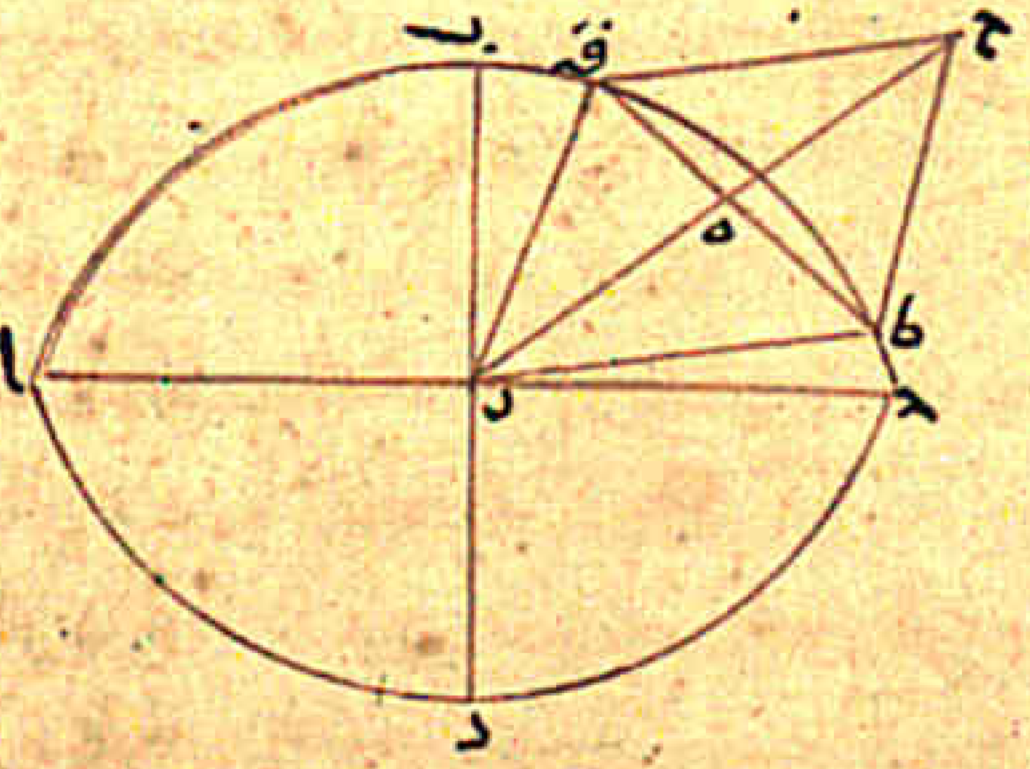
منفرجة وخط دح مشترك للمثلثين ادح هدح فضلعا اح حد
مساويان لضلعي هح حد وزاوية هحد اعظم من زاوية
احد فقاعدة هد اعظم من قاعدة اد وذلك ما اردنا ان نبين

سط اذا كان قطع زائد عليه اب وعلى سهمه ده وعلى مركزه
ة وعلى الخطين اللذين لا يماسانه دح حك فان زح اعظم من ا
برهان ذلك انا نصل خط هح ونمده على استقامته الى خ
ونصل خط اخ فيكون خط اخ مساويا لخط خ كما تبين
في الشكل لـ من المقالة ب فنخرج عمود اطد ونمده الى

ط فزاوية اذه قائمة وزاوية اطه اعظم منها فهي منفرجة ولذلك
تكون زاوية حد اصغر منها فزاوية حد زاوية اعظم منها وخط لد
مثل خط دن وخط دح مشترك لمثلثي لدح نح فقاعدة دع
اعظم من قاعدة

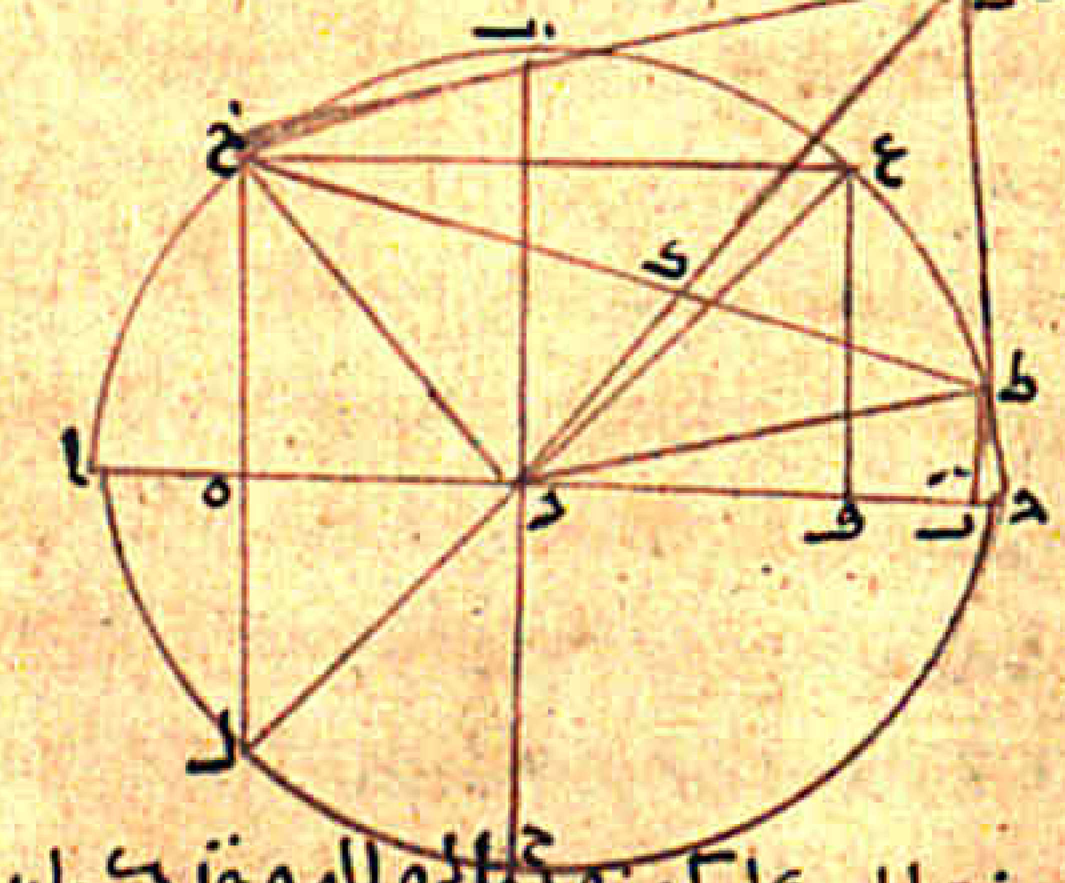


ح ا وذلك ما
اردنا ان نبين
اذا كان قطع
ناقص عليه ع
ا ب ح د وعلى
سهمه الاطول
اد وعلى الاقصر ب د واخرج مماس نقطتي ب د وعلى ... باع
القطع خطان مماسان للقطع عليهما نقطتي ط ح فان اقربهما الى
السهم الاصغر اعظم من ابعدهما منه برهان ذلك انا نصل خط
ط ق وخط ح د من نقطة ح الى مركز د فيكون زاوية ه مساوية



لخط ه ط كما
بين في الشكل
ل من المقالة
ب وخط د ق
اقرب الى السهم
السهم الاصغر
الذي هو د ب
من خط د ط وخط ط ق اقرب الى السهم الاطول الذي هو د ا

خط د ط الطول من خط د ق وخطا ط ه ق مساويان لخطي ق ه ه د
فزاوية ط ه د اعظم من زاوية ق ه د ولذلك تكون زاوية
ق ه ح اعظم من زاوية ط ه ح وخطا ق ه ه ح مساويان لخطي
ط ه ه ح فقاعدة ق ح اعظم من قاعدة ط ح وذلك ما اردنا ان نبين
عا اذا كان ا ب ح د قطعا ناقصا وسهمه الاقصر ب ح وكان خطا خ ه ع
ط ت عمودين على السهم الاطول وكان خ ه اطول من ت ط ع
وكان خطا خ ق ط ت مماسين للقطع فهو بين بما تبين الذي
قلنا في الشكل ... من المقالة ب فان خ ق اعظم من ط ت برهان
ذلك انا نصل خطي ط ك خ د ك ت ونخرج خ ه الى ل ونصل خط
ل د ونخرجه الى ع فيكون ل د مثل د ع كما بين في الشكل ل
من المقالة ا وخط ل ه مثل خط ه خ وخط د ه عمود على ل خ
فخط ل د مثل خط د خ وقد كان ل د مثل د ع فخط د خ مساوي
لخط د ع ونصل خط ع خ فيكون موازيا لخط ه ت واذا اخرجنا
عمود ع ق كان ايضا موازيا لخط خ ه فهو مساو له وقد كان



خ ه اعظم من
ط ت فخط ع ق
اطول من خط
ط ت فخط ط
اقرب الى د
من خط د ع
فخط د ط اطول
من خط د ع كما بين في الشكل ... من هذه المقالة وقد كما بينا

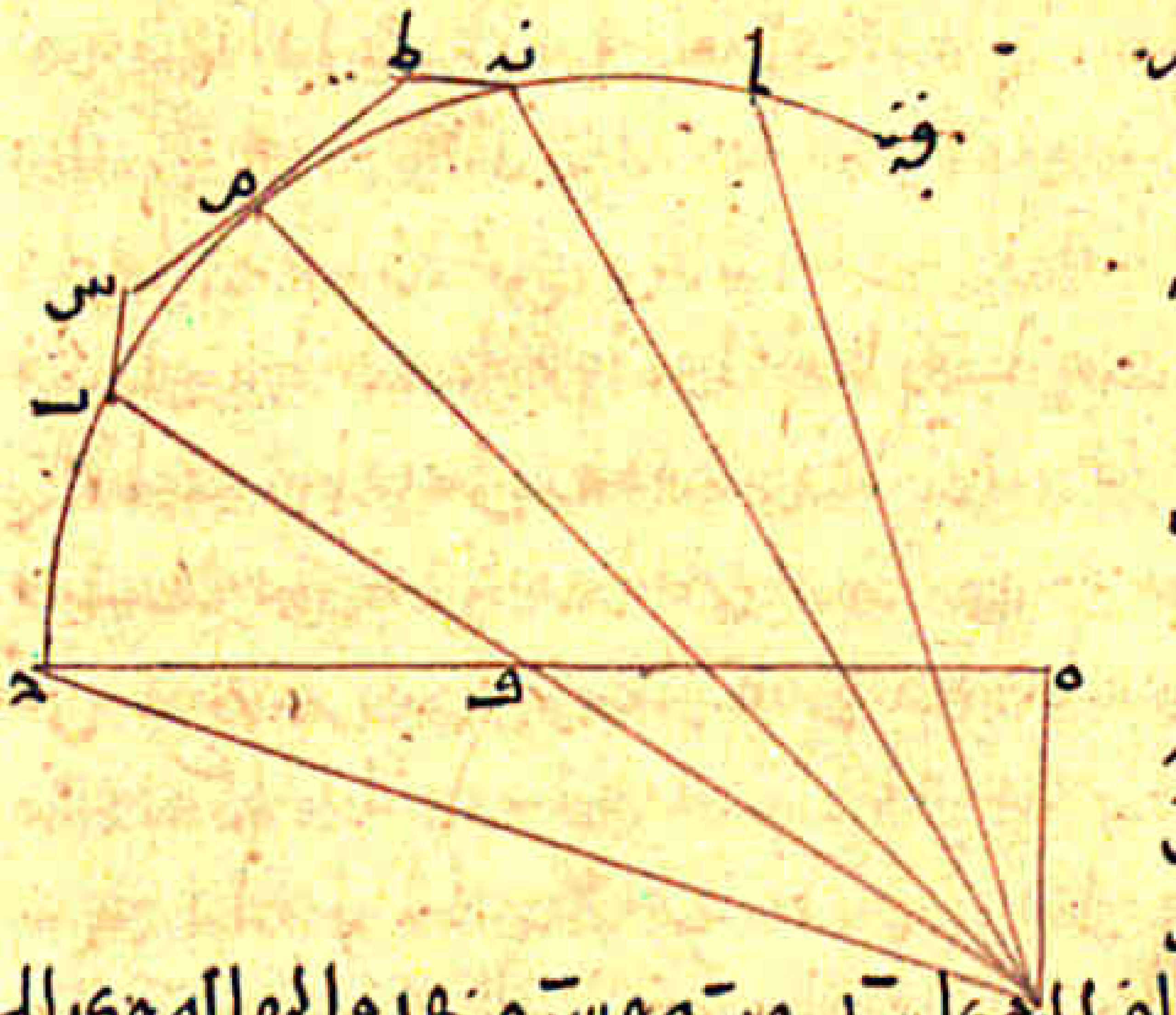
ان دع مثل دخ فخط دط اطول من خط دخ وخط طك مساو لخط
كخ كما بين في الشكل آ من المقالة ب فزاوية ذكط اعظم من
زاوية دكخ ولذلك تكون زاوية ثكخ اعظم من زاوية
ثكط ونصلع خ ك كث متساويان لضلعي طك كث فقاعدة
خث اعظم من قاعدة طث وذلك ما اردنا ان نبين

اذا تعلمت نقطة تحت قطع مكافئ او زائد وامكن ان تخرج منها
خطان يكون ما يفصل من كل واحد منهما للسهم خطا من الخطوط
المعارفة فان اقرب تلك الخطين الى راس القطع اعظم من جميع
الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى القطعة من القطع التي من راس
القطع الى الخط الاخر الثاني وما قرب منه من الخطوط الباقية
التي تخرج الى هذه القطعة من الناحيتين جميعا اعظم مما بعد
والخط الثاني اصغر من جميع الخطوط التي تخرج من تلك النقطة
الى ما يلي تلك الناحية من القطع وهو تمامه في تلك الجهة وما
قرب منه من الخطوط الباقية التي تخرج الى تلك القطعة الباقية
اصغر مما بعد فليكن القطع ابجد وسهمه دحه والنقطة التي
تحته ز وليكن الخطان اللذان يخرجان منها الى القطع فيكون ما يفصل
منهما للسهم خطين من الخطوط المعارفة زا زب فاقول ان خط
زب اعظم من جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى حد ا
وان ما قرب منه من الناحيتين جميعا اعظم مما بعد وان خط
زا اصغر من جميع الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى اق وما قرب
منه من هذه الخطوط اصغر مما بعد برهان ذلك انا نخرج من
نقطة ز عمودا على دحه عليه زه ونخرج الخط الذي يفصله

خط زه كما استخرجناه في الشكل الثامن والستين من هذه المقالة
فيكون خط زه اصغر منه لانه لو كان اعظم منه لما امكن ان نخرج
من نقطة ز خطا يكون ما يفصل منه خطا من الخطوط المعارفة
ولو كان مساويا له لما امكن ان نخرج الا خطا واحدا كما بين في
الشكل الثاني من هذه المقالة ونبين منها فان كان زه اصغر من
ذلك الخط الذي نستخرج فانه يخرج منه خطان فقط يكون ما
يفصل منهما خطا من الخطوط المعارفة والخطوط المعارفة التي تخرج
من اطراف الخطوط التي فيما بين خطي زا زب تكون اعظم الى
نقطة ك من الخطوط انفسها واما الخطوط المعارفة التي تخرج من
اطراف الخطوط الباقية فانها تكون اصغر كما بين في الثاني
والثمانين من هذه المقالة فاما ان خط زب اعظم من جميع
الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى حد ب فانه بين كما بين
في الشكل الستين من هذه المقالة وكذلك بين ان ما قرب
من زب من هذه الخطوط التي تلي ح اعظم مما بعد واما ان
خط زب اعظم الخطوط التي تخرج الى اب وان ما قرب منه
من هذه الخطوط اعظم مما بعد فبين هكذا نخرج خطي
زم زن ونخرج من نقطتي م ن خطين مماسين للقطع عليهما نس
سم ط ع ط ق من الخطوط المعارفة وخط سم مماس
للقطع وزاوية سزق قائمة كما بين في الشكل كز وبج
من هذه المقالة وزاوية سمز منفرجة لان الخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة م الى زه يكون اقرب الى نقطة زمن
خط مز كما بين في الشكل الثاني والستين من المقالة فزاوية

هذه

سن بـ د قائمة وزاوية س م د منفرجة فمربعا س ب ب د اعظم من
مربعي س م م د وخط س ب اعظم من خط س م كما بين في الشكل
سبعة وثمانين من هذه المقالة فخط ب د اعظم من خط د م وكذلك
ايضا بين ان خط م د اعظم من خط د ن لان زاوية ط م د حادة
واذا اخرجنا ن ط فيما بيّنا كانت زاوية ط ن د منفرجة وكذلك ايضا
بين ان خط ن د اعظم من خط د ط فخط د ب اعظم من جميع الخطوط
التي تخرج من نقطة د الى قطعة ا ح من القطع وما قرب منه من هذه



الخطوط اعظم
مما بعد فاما
ان خط د ا اصغر
من جميع
الخطوط التي
تخرج من نقطة
د الى ا ق ه
فانه يبين
بمثل السبيل
التي سلكناها في الشكل ستة وستين من هذه المقالة وبذلك
ايضا يبين ان ما قرب من خط ا د من الخطوط التي تخرج الى ا ق ه اصغر مما
بعد وذلك ما اردنا ان ـــــــ نبين

عح اذا تعلمت نقطة تحت السهم الاطول من سهمي القطع الناقص ولم
تكن على امتداد السهم الاصغر وكانت الخطوط التي تخرج من
تلك النقطة الى القطع انما يفصل من خط واحد منها لا خط

من الخطوط المعادة فان ذلك الخط فقط يكون اطول من جميع الخطوط التي
تخرج من تلك النقطة اليه وما قرب منه من الخطوط الباقية اعظم
مما بعد واصغر الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى ذلك النصف الذي
خرج اليه الخط الاطول من القطع هو الخط الذي يصل ما بين تلك النقطة
وراس القطع الذي يلي تلك النقطة فليكن قطع ناقص عليه ا ب د وعلى
سهمه ا د وعلى مركزه ه ونخرج على السهم نقطة ح عمود اعلى السهم
عليه ب ح ه وتعلم تحت السهم نقطة ت ولتكن نقطة ت نقطة لا
تخرج منها الى ا ب د الا خط واحد فقط يكون ما يفصل منه السهم الى
خطا من الخطوط المعادة وهذا الخط الذي يفصل منه خطا من الخطوط
المعادة اذ كان لا يخرج من تلك النقطة الى القطع خط غيره
يفصل منه السهم خطا من الخطوط المعادة وكان ممكنا ان يخرج من نقطة
ت خط يكون ما يفصل منه السهم خطا من الخطوط المعادة ويقطع
النصف الاخر من نصفي السهم اعني النصف الذي لا يقع عليه العمود الخارج
من نقطة ت كما بين في الشكل ثلثة من هذه المقالة فان الخط الذي يخرج
من نقطة ت الى ا ب د ويكون ما يفصل منه خطا من الخطوط المعادة
يقطع خط ح د فليكن ذلك الخط خط ت ح ط ونصل خط ت ك فاقول ان
خط ت ط اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ت الى ا ب د وما قرب منه
من الخطوط التي عن جنبيه اعظم مما بعد وان اصغرها كلها خط ت ك
برهان ذلك ان قطع ا ب د قطع ناقص وقد تعلمت تحت سهمه الاطول
نقطة ت وهي نقطة لا يخرج منها الى القطع الا خط واحد يفصل منه
خطا من الخطوط المعادة وقد بين في الشكل ثلثة من هذه المقالة ان
ذلك اذا كان كذلك فان الخطوط المعادة الباقية التي تخرج من نقطة على

القطع الى السهم التي نقطة ك انه يكون البعد عن نقطة آ او عن نقطة
د من الخطوط التي تصل ما بين تلك النقطة ونقطة ز و بين اي الخطوط
هو البعد من نقطة آ و ايها من نقطة د فنخرج من نقطة ز خطوطا ما
الى القطع عليها ز ك ز ل ز م ونخرج من نقطة آ خطا مماسا للقطع
عليه آ ن فيكون زاوية ز آ ن منفرجة ونخرج من نقطة آ عمود آ على آ ن عليه
زاوية آ ع فهو يقع في داخل القطع كما بين في الشكل لب من المقالة الاولى
من نقطة ك خطا مماسا للقطع عليه ف ك فزاوية الخط الاصغر الذي
يخرج من نقطة ك الى السهم يكون البعد عن نقطة آ من خط ك ن كما
بين في الشكل ن من هذه المقالة ويكون لذلك زاوية ف ك ز حادة
ولو كانت زاوية ع آ ن قائمة فبين كما بينا في الشكل سد من
هذه المقالة باخراجنا العمود من نقطة آ ان خط ز آ ليس اعظم من خط
ز ك ولا مساوله فخط ز آ اصغر من خط ز ك ولهذا فانا نخط ف ك ق
مماس للقطع وزاوية ف ك ز منفرجة فنخرج من نقطة ك عمودا على
ك ف عليه ك و فهو يقع في داخل القطع لانه لا يقع بين الخط المماس
وبين القطع خط مستقيم كما بين في الشكل لب من المقالة الاولى
ايضا على نقطة ل خطا مماسا للقطع عليه ش ل ت فالخط الاصغر
الذي يخرج من نقطة ل يكون البعد عن نقطة آ من خط ل ت فبين
كما بين في الشكل سد من هذه المقالة ان خط ز ك اصغر من خط
ز ل وايضا فانا نصل خط ز ب ونخرج على نقطة ب خطا مماسا
للقطع عليه خ ب ذ فيكون زاوية خ ب ذ قائمة ويكون لذلك
زاوية خ ب ز حادة ويكون لذلك خط ز ل اصغر من خط ز ب كما
بين في الشكل سه من هذه المقالة وايضا فان خط ز ب اصغر

من خط ز م وذلك انا نخرج على نقطة م خطا مماسا للقطع عليه ذ م ض
فاذا كان آ ب د قطعا ناقصا وكان ج جا على مركزه عمود على السهم
عليه ب د ه وكان خطا ب ذ ذ م مماسين فان خط ب ذ اعظم من خط
ذ م كما بين في الشكل ع من هذه المقالة ومربعا ذ ب ب ز اعظم من
مربعي ذ م م ز لان زاوية ذ ب ز منفرجة وزاوية ذ م ز حادة فخط ز ب
اعظم من خط ز م وكذلك ايضا يبين ان خط ز م اعظم من خط ز ن
بان نخرج خط ض ن فقد تبين ان ما قرب من هذه الخطوط من نقطة
ط اعظم مما بعد فاقول ان خط ز ط اعظم من ز ب ونخرج خط ط ب مماسا
للقطع فيكون زاوية ب ط ز قائمة كما بين في الشكل لج من هذه
المقالة وزاوية ز ب ط منفرجة وخط ز ط اعظم من خط ز ب كما
بين في الشكل عا من هذه المقالة فخط ط ز اعظم من خط ز ب فخط
ط ز اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى القطع وما قرب منه
من هذه الخطوط اعظم مما بعد وخط ز د اصغرها فنخرج خطوطا الى
ط د عليها ز ع ز ل ز د ونخرج من نقطة د خطا مماسا للقطع عليه
د ص وخطا يكون عمودا على ج ز عليه ج ظ فهو يقع في داخل القطع
كما بين في الشكل لب من المقالة آ ونخرج من نقطة ل خطا مماسا
للقطع عليه ل ت فالخط الاصغر الذي يخرج من نقطة ل الى السهم
يكون البعد عن نقطة ج من خط ل ت وزاوية ت ل ز حادة فبين
من ذلك ان خط ز د اصغر من خط ز ل وبين كما بينا في الشكل سد
من هذه المقالة ان ما قرب من خط ز د من الخطوط التي تخرج من نقطة
ز الى القطع فيما بين خطي ز د ز ط اصغر مما بعد فيكون خط ز ل
اصغر من خط ز ع فاقول ان ز ع اصغر من ز ط برهان ذلك انه

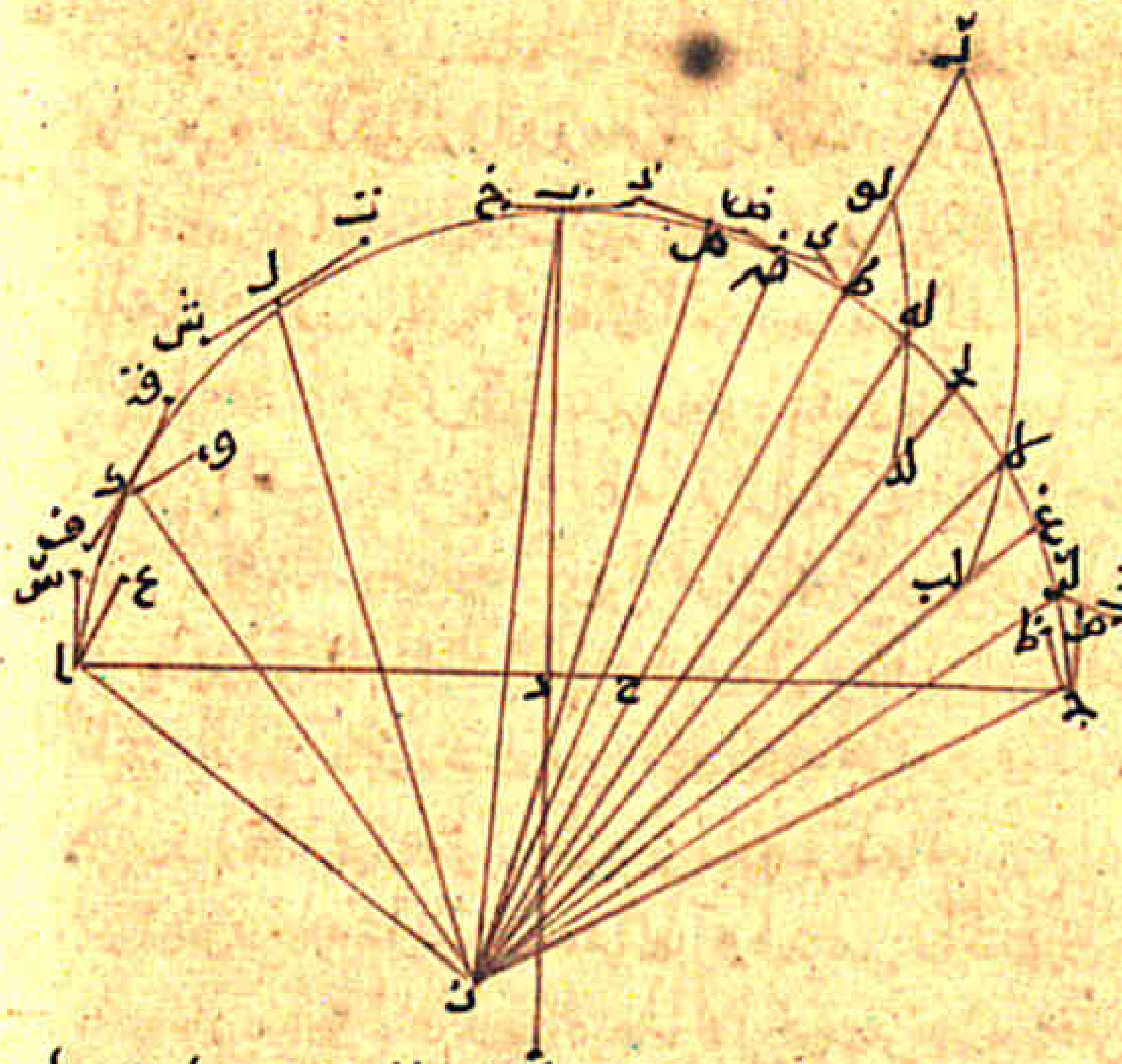
حادة

أعظم من خط ز ح لأنه أبعد من خط ز د وهو مساو لخط ز ك فخط
ز ك أعظم من خط ز ح وهو أصغر منه هذا خلف فخط ز ع أصغر من خط
ز ط فخط ز ط أعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ز إلى قطع ا ب د وما يلي ب
منه من الخطوط الباقية أعظم مما بعد وخط ز د أصغر الخطوط التي
تخرج من نقطة ز إلى خط د ط وخط ز د أعظم من خط ز ل فخط ز ا أصغر
الخطوط التي تخرج من نقطة ز إلى قطع ا ب د وأعظمها خط ز ط وما
يلي ب منه من الخطوط الباقية أعظم مما بعد وذلك ما أردنا أن نبين ٥

عد

إذا كانت نقطة تحت السهم الأطول من سهمي القطع الناقص وكان
ممكنا أن تخرج من تلك النقطة إلى القطعة المقابلة لها من القطع
خطان فقط يكون ما يفصل منهما خطين من الخطوط المعادة فإن أعظم
الخطوط التي تخرج من تلك النقطة إلى تلك الجهة من القطع هو الخط
الذي يقطع السهم الأصغر من الخطين اللذين يكون ما يفصل من
كل واحد منهما خطا من الخطوط المعادة وما قرب منه من الخطوط
التي عن جنبتيه أعظم مما بعد وأصغر هذه الخطوط هو الخط الذي
يخرج من تلك النقطة إلى أقرب رأسي القطع إليها فليكن القطع الناقص
ا ب د وسهمه الأطول ا د ولتكن نقطة تحت السهم الأطول عليها
ن ولتكن مركز القطع د ونخرج على نقطة د عمودا على السهم
عليه ب د ولكن ممكنا أن نخرج من نقطة ن خطان فقط يكون ما
يفصل منهما فيما بين ا ب د وسهم القطع خطين من الخطوط المعادة
ز ط ولكن هذان الخطان اللذان ذكرنا أنهما خرجا من نقطة ن ذ ح و ل
تخرج منها خط غيرهما يكون ما يفصل منه خطا من الخطوط المعادة
فأقول إن خط ن ط الذي يقطع السهم الأصغر أعظم من جميع الخطوط

إن لم يكن أصغر منه فهو مساو له أو أعظم منه فإن أمكن فليكن
أعظم منه ونجعل ز ل ب أعظم من ز ط وأصغر من ز غ فإذا أخرجنا
نقطة ز مركزا وأدرنا ببعد ز ل ب دائرة فإنها تقطع قطعة ط غ
من القطع فلتقطعه على نقطة ل ك دائرة ز ل ل ب ونصل خط ز ل
البعد عن خط ز ح من خط ز غ فخط ز ل أعظم من خط ق وهو مساو



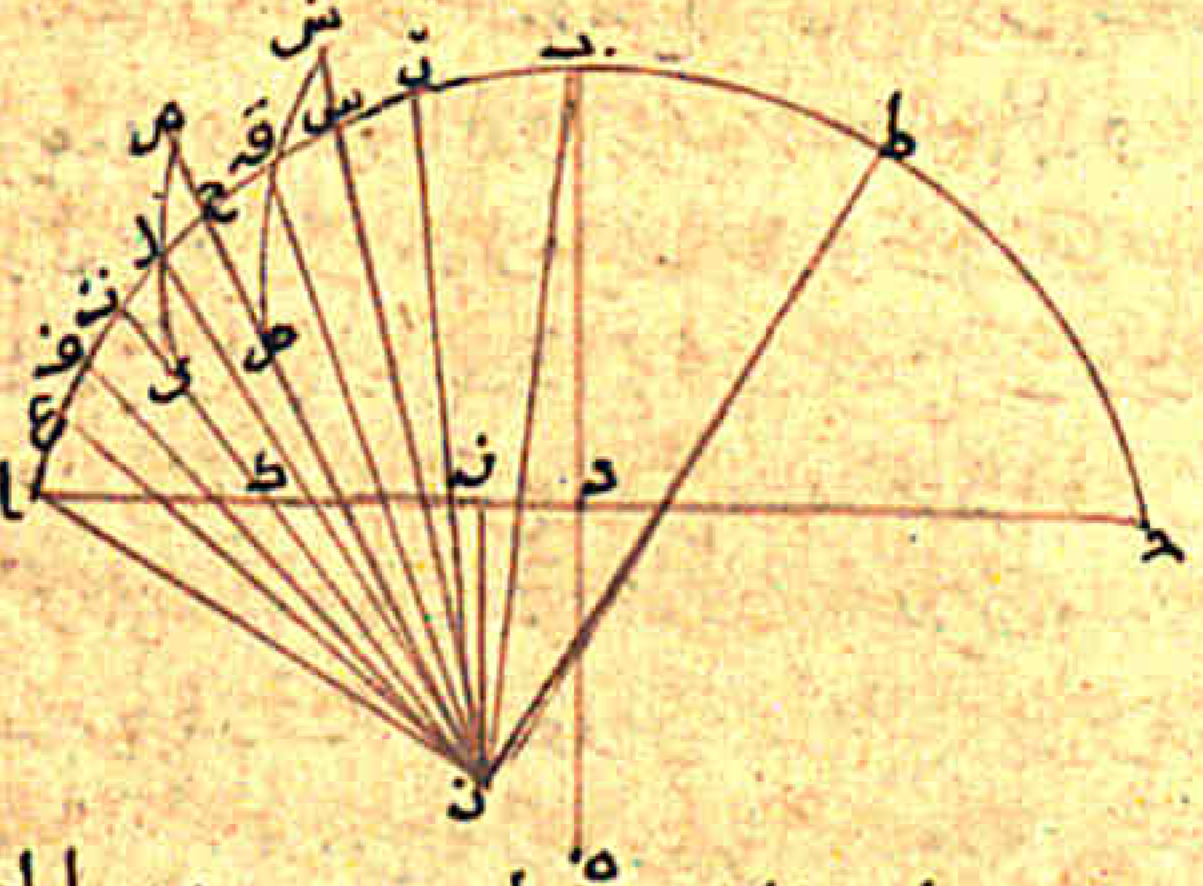
لخط ز ل ب أعظم من خط ز غ وهو أصغر منه هذا خلف فليس خط

ز غ بأعظم من خط ز ط فإن أمكن فليكن مساويا له ونخرج فيما بينهما
خط ز ك فخط ز ك أعظم من خط ز غ فهو إذا أعظم من خط ز ط فنجعل
خط ز ل أعظم من خط ز ط وأصغر من خط ز ك فإذا أخرجنا نقطة
ز مركزا وأدرنا ببعد ز ل دائرة عليها ل د ل ه لو قطعت قطعة
ط غ ط ك من القطع فلتقطعه على نقطة ل ه ونصل خط ز ل ه فخط ز ل ه

التي تخرج من نقطة ز الى قطع ا ب ج د وان ما قرب من خط ز ط من الباقين
جميعا اعظم مما بعد وان خط ز ا اصغر هذه الخطوط التي ذكرنا
برهان ذلك انا نخرج من نقطة ز عمودا على السهم عليه ز ن فهو بين
ان ز ن لا يقع على القطع المركز لانه لو وقع على المركز لكان غير
ممكن ان نخرج من نقطة ز خط يكون ما يفصل منه السهم خطا من الخطوط
المعادة سوى عمود ز ن وحده اذا انفذ الى القطع او كان يمكن
ان نخرج خطان سواه يكون ما يفصل من كل واحد منهما خطا من
الخطوط المعادة كما بين في الشكل لح و ند من هذه المقالة وليس
ذلك كذلك فليقع عمود ز ن فيما بين نقطتي ا د فخط ا ن اعظم
من نصف الضلع القائم لانه لو لم يكن اعظم منه لما امكن ان نخرج
من نقطة ز خط فيما بين نقطتي ا ب يكون ما يفصل منه خطا من
الخطوط المعادة كما بين في الشكل نه من هذه المقالة فخط ا ن
كما قلنا اعظم من نصف الضلع القائم فنجعل نسبة د ك الى ك ن
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم ونخرج الخطوط ل د د ك ط ن
مما بين لنا فيما سلف ونخرج العمود الذي كنا اخرجنا في الشكل
سد من هذه المقالة ونفعل سائر ما كنا فعلناه حتى يتبين ان الخط
الذي يخرج من نقطة ز ن مع خط ز ن مساوي لذلك الخط الذي تخرج
وذلك انه لو كان اعظم منه امكن ان نخرج من نقطة ز خط الى لما
ا ب يكون ما يفصل منه خطا من الخطوط المعادة ولو كان اصغر
منه لا يمكن ان نخرج الى ا ب خطان يكون ما يفصل منهما خطا من
الخطوط المعادة كما بين في الشكل نه من هذه المقالة ولا يمكن
ايضا ان نخرج من نقطة ز خط اخر الى ا ب ج د كما بين في الشكل

نه من هذه المقالة فخط ز ن مساوي للخط الذي يخرج وهو بين
في الشكل نب من هذه المقالة ان ذلك اذا كان كذلك فانه يخرج
من نقطة ز خط واحد يكون فيما بين الى ا ب يكون ما يفصل منه
خطا من الخطوط المعادة وان الخطوط المعادة التي تخرج من اطراف
الخطوط الباقية التي تخرج الى ا ب يكون لها عن نقطة ا من الخطوط
انفسها فنخرج من نقطة ز الى القطع خطوط ز ا ز ع ز ق فبين
كما بان في الشكل عب وعج ان ز ا اصغر من ز ع وان ز ع اصغر
من ز ق فاقول ان ز ق اصغر من ز ح فان لم يكن اصغر منه فليكن
اعظم منه او مساويا له فليكن اولا مساويا له ونخرج منهما
خط ز ب فخط ز ب اطول من خط ز ق وخط ز ق مساوي لخط
ز ح فخط ز ب اطول من خط ز ح فنفصل من ز ب خطا اصغر من ز ب
ولكن مثل ز ح عليه ز ي ونجعل نقطة ز مركزا وندير ببعد ز ي دائرة
ي ل م فهي تقطع قطعة ب ح فلتقطعها على ل ونصل خط ز ل فهو
اعظم من خط ز ب لانه ابعد من خط ز ا وخط ز ل مساوي لخط
ز ي فخط ز ي اعظم من خط ز ب وهو اصغر منه هذا خلف وبمثل
ذلك يتبين ان ز ح ليس باصغر من ز ق فهو اذا اعظم منه فخط ز ح
اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى ا ح وما قرب منه من هذه
الخطوط اعظم مما بعد واصغرها خط ز ا وكذلك ايضا يتبين
ان خط ز ب اعظم الخطوط التي تخرج فيما من ح ب وان ما قرب منه
من هذه الخطوط اعظم مما بعد كما بينا امر الخطوط التي تخرج الى ا ح
واقول ايضا ان ز ح اصغر الخطوط التي تخرج الى ح ب فنخرج خط
ز د فان امكن ان لا يكون اعظم من ز ح فهو مثله او اصغر

منه فليجعل اولا مساويا له وخرج فيما بينهما خط زش فخط زش
اصغر من زد وهو ايضا اصغر من زح وخط زص اعظم من زش واصغر
من زح وليجعل نقطة ز مركزا وندير ببعد زص دايرة ص ق ش فهي
تقطع قطع شح فلتقطعها على ق ونصل خط زق فخط زق اصغر
من خط زش لانه ابعد من زب وهو مساوي لخط زش فخط زش
اصغر من خط زش وهو اعظم منه هذا خلف فليس خط زق

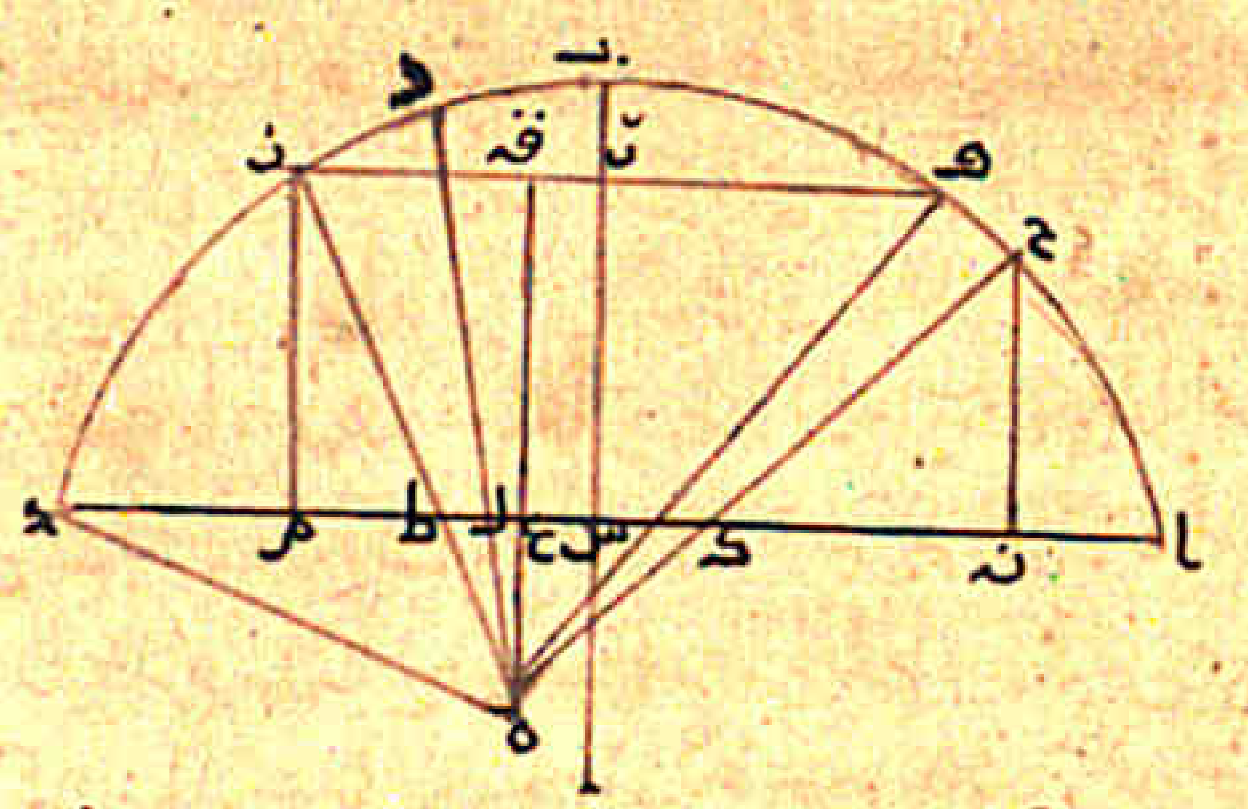


بمساوي لخط نح؛ وكذلك ايضا ليس انه ليس باعظم منه فخط زب اعظم من جميع
الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى اب وما قرب منه من هذه الخطوط
اعظم مما بعد ومقطع ابد قطع ناقص وسهمه الاطول اد
والاقصر به ده ونقطة ز في زاوية اده وقد خرج منها خط زط
الى القطع بد من القطع فبين كما بينا في الشكل الذي قبل
هذا ان زط اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى بد وما
قرب منه من هذه الخطوط اعظم مما بعد وقد كان بين ان زب اعظم
الخطوط التي تخرج الى اب وان ما قرب منه من هذه الخطوط اعظم

مما بعد فخط زط اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ز الى قطع ابد وما
وما قرب منه من الخطوط الباقية اعظم مما بعد وخط زا اصغرها
وذلك ما اردنا ان نبين
اذا تعلمت نقطة تحت السهم الاطول من سهمي القطع الناقص وكانت عه
مما يمكن ان يخرج منها ثلثة خطوط الى القطع يكون ما يفصل منها
بالسهم خطوطا صغارا خطان منها في الجهة التي فيها النقطة من جنبي
السهم الاقصر وخط في خلاف تلك الجهة فان الخطوط التي تخرج من تلك
النقطة الى القطعة من القطع التي فيما بين الاوسط من الخطوط
الثلثة وبين راس القطع النائي عن النقطة اعظمها هو الخط الذي
خرج الى الجهة المخالفة للجهة التي فيها النقطة من الخطوط الثلثة
وما قرب منه من هذه الخطوط اعظم مما بعد واما الخطوط
التي تخرج من تلك النقطة الى القطعة التي فيما بين الاوسط من الخطوط
الثلثة وبين راس القطع الذي يلي النقطة فان اعظمها هو الخط
الذي يلي راس القطع الذي في الجهة التي فيها النقطة وما قرب منه
من هذه الخطوط اعظم مما بعد واعظم هذه الخطوط والخطوط
الاخر التي ذكرنا انفا هو الخط الذي يخرج الى الجهة المخالفة للجهة
التي فيها النقطة من الخطوط الثلثة فليكن القطع الناقص ابجد
وسهمه الاطول اد ومركزه س والعمود الذي يخرج على
المركز بس والنقطة التي تحته ة ولنخرج منها ثلثة خطوط
صعادا؟ يكون ما يفصل منها خطوطا عليها ح ه زه ده خطان منها في الجهة
التي فيها ا وهما زه ده وخط في الجهة الاخرى وهو ه ح فاقول
ان خط ه ح اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى قطع ابد وان

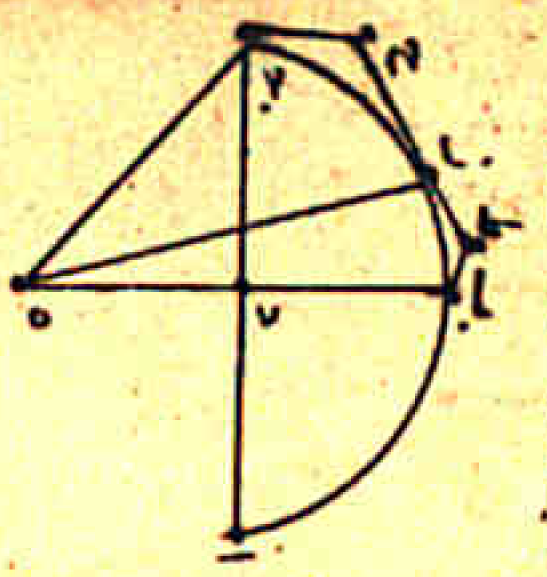
ما قرب منه من الناحيتين جميعا من الخطوط التي فيما بين د ا أعظم مما
بعد وأن خط د ه أعظم الخطوط التي تخرج فيما بين ح د وما قرب
منه من الناحيتين من هذه الخطوط أعظم مما بعد منها وذلك
أن خطي د ل د ط هما من الخطوط القصار فبين كما بينا في القطع
المكافئ وفي الشكل عب من هذه المقالة أن خط د ا أعظم الخطوط
التي تخرج من نقطة د إلى ح د وأن ما قرب منه من هذه الخطوط
أعظم مما بعد وأيضا فإن خط د ل من الخطوط القصار وخط
ح ك أيضا من الخطوط القصار فبين من ذلك كما بين من الشكل
الذي قبل هذا أن خط د ح أعظم الخطوط التي تخرج من نقطة د إلى
ا د فأقول أيضا إن خط د ح أعظم من خط د ز فنخرج من نقطة ح
عمود ح ن ونخرج ن ح ع فنسبة م س إلى م ط كنسبة القطر المجانب
إلى الضلع القائم كما بين في الشكل لب من هذه المقالة فنسبة
س م إلى م ط كنسبة س ن إلى ن ك ونسبة ع م إلى م ط أعظم
من نسبة س ن إلى ن ك ولذلك تكون نسبة ع م إلى م ط أعظم
كثيرا من نسبة ع ن إلى ن ك وإذا فصلنا كانت نسبة ع ط
إلى ط م أعظم من نسبة ع ك إلى ك ن فأما نسبة ع ط إلى ط م فهي
كنسبة ه ع إلى ز م وأما نسبة ع ك إلى ك ن فهي كنسبة
ه ع إلى ح ن ونسبة ه ع إلى ز م أعظم من نسبته إلى ح ن فخط ز م
أعظم من خط ح ن فالخط الذي يخرج من نقطة ز ويكون موازيا
لخط ا د يكون أبعد من نقطة ح فليكن الخط ز ق ويخرج ذلك
عموده ع إلى ق فخط ز ن مساو لخط ق ف ويكون لذلك خط
ق ف أعظم من خط ز ق وخط ه ق مشترك لمثلثي ه ق ز ه ق ف

وهو عمود على ز ق فخط ه ف أعظم من خط ه ز وخط ه ح أعظم من
خط ه ف فخط ه ح أعظم من خط ه ز فخط ه ح أعظم الخطوط التي
تخرج من نقطة ه إلى قطع ا ب د وأمر الخطوط القريبة والبعيدة
منه على
ما ذكرنا
والحجة
في ذلك
ما ذكرنا
أن يبين

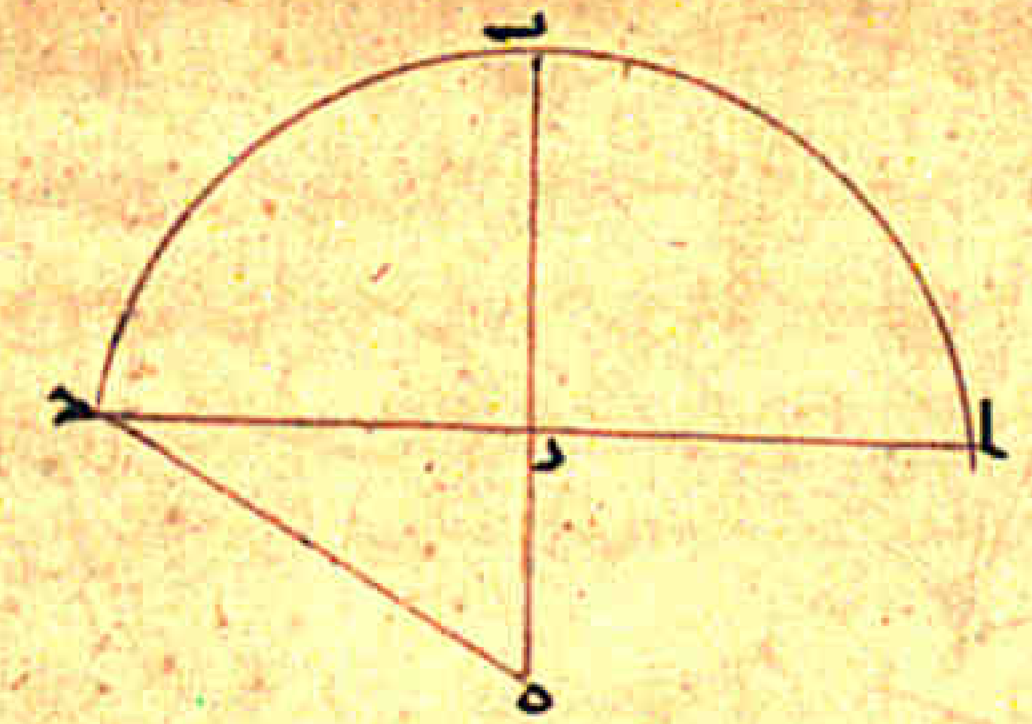


عو إذا خرج
عمود من نقطة ما إلى السهم الأعظم للقطع الناقص الذي هو الطول فوقع على مركزه
ولم يخرج من تلك النقطة خط آخر إلى شيء من أضلاع القطع التي في
الجهة المخالفة لجهة النقطة من القطع يكون ما يفصل منه خطا
مفردا فإن أعظم الخطوط التي تخرج من تلك النقطة إلى القطع هو
العمود لذلك البعد وما قرب منه من الخطوط الناقصة أعظم
مما بعد فليكن القطع الناقص ا ب ج د ونسمه الأطول ا ج
والنقطة التي تعلمت نقطة ه والعمود الذي يخرج منها إلى المركز
ه د وهو ينفذ إلى ب ولا يخرج من نقطة ه إلى ب د خط يكون
ما يفصل منه خطا من الخطوط القصار سوى ب د فأقول إن
خط ه ب أعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ه إلى ب د برهان
ذلك أنه لا يخرج من نقطة ه إلى القطع فيما بين ب د خط من
الخطوط القصار والخطوط القصار التي تخرج من أطراف هذه

يكون ما يفصل منه خطا من



الخطوط يكون ابعد عن نقطة د من الخطوط انفسها كما بين في الشكل يح من هذه المقالة وبين من ذلك ان الخطوط المماسة كما بين في الشكل عب من هذه المقالة ان خط ه ب اعظم

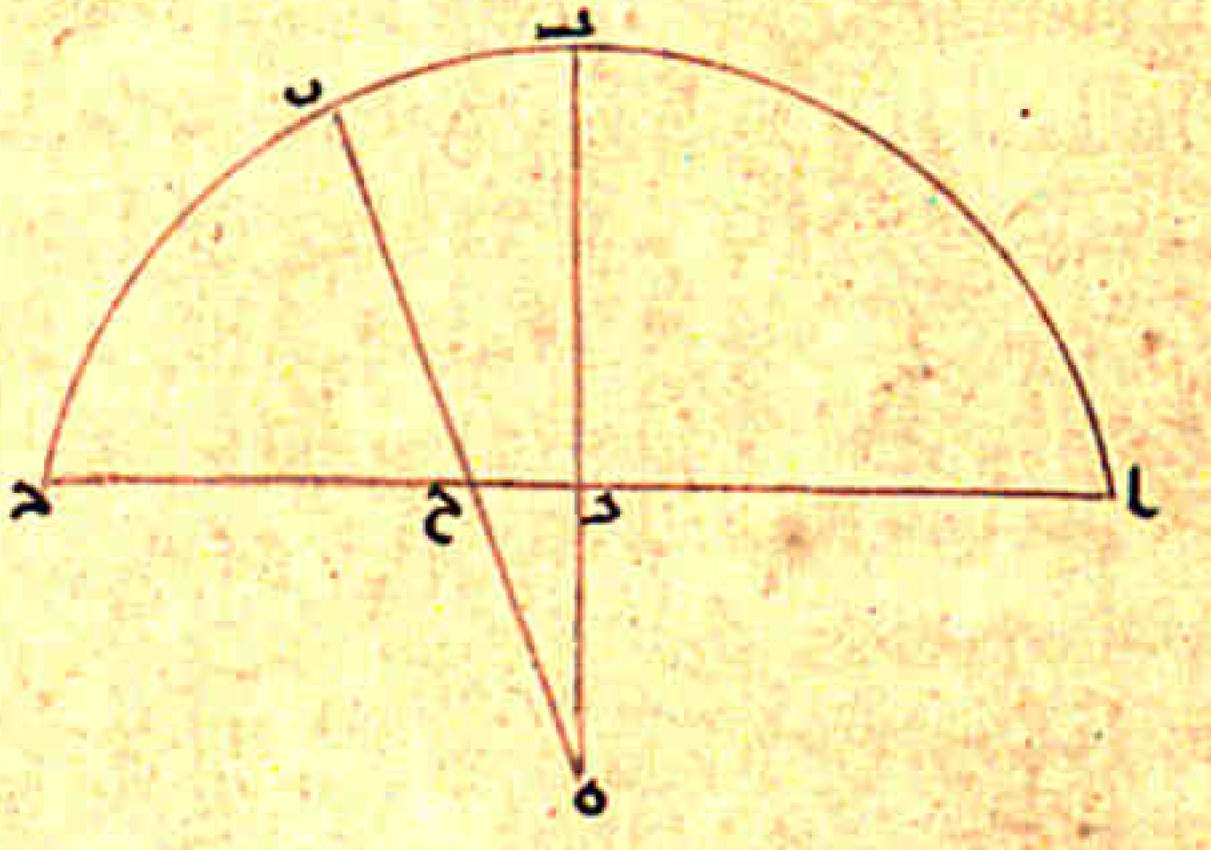


الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى القطع وان ما قرب منه من هذه الخطوط اعظم مما بعد وذلك ما اردنا ان نبين

عز

اذا اخرج عمود من نقطة ما الى السهم الاطول من سهمي القطع الناقص ووقع على المركز وامكن ان يخرج من تلك النقطة الى ربع القطع خط يكون انما يفصل منه خطا من الخطوط المعادة فان ذلك الخط هو اعظم الخطوط التي تخرج من تلك النقطة الى ذلك الربع وما قرب منه من هذه الخطوط اعظم مما بعد فليكن القطع الناقص ا ب ح وسهمه ا ح ومركزه د والنقطة التي تحت السهم ه وقد اخرج منها الى ا ح عموده د ولنخرج منها الى ب ح خط يكون انما يفصل منه خطا من الخطوط المعادة الخط واحد وهو ه ح د واقول ان خط ه د اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى ب ح وان ما قرب منه من الناحيتين جميعا اعظم مما بعد برهان ذلك ان خطي ب د د ح خطان من الخطوط المعادة وقد خرجا والتقيا على نقطة د فالخطوط المعادة التي

تخرج من نقطة من القطع فيما بين نقطتي ه د يكون ابعد عن نقطة د من الخطوط التي تصل ما بين تلك النقط ونقطة ه كما بين في الشكل مو من هذه المقالة والخطوط المعادة التي تخرج من نقطة من القطع فيما بين ب د تكون اقرب الى نقطة د من الخطوط التي تصل ما بين تلك النقطة ونقطة ه كما بين في الشكل مو من هذه المقالة وان كان ذلك كذلك فانه بين كما بين في الشكل عب من هذه المقالة بالخطوط المماسة ان خط ه ز اعظم الخطوط التي تخرج من نقطة ه الى ب ح وان ما قرب منه من هذه الخطوط اعظم مما بعد وذلك ما اردنا ان نبين



تمت المقالة الخامسة من كتاب ابلونيوس في المخروطات والحمد لله رب العالمين وصلى الله على محمد وآله اجمعين

بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة السادسة من كتاب
ابلونيوس في المخروطات

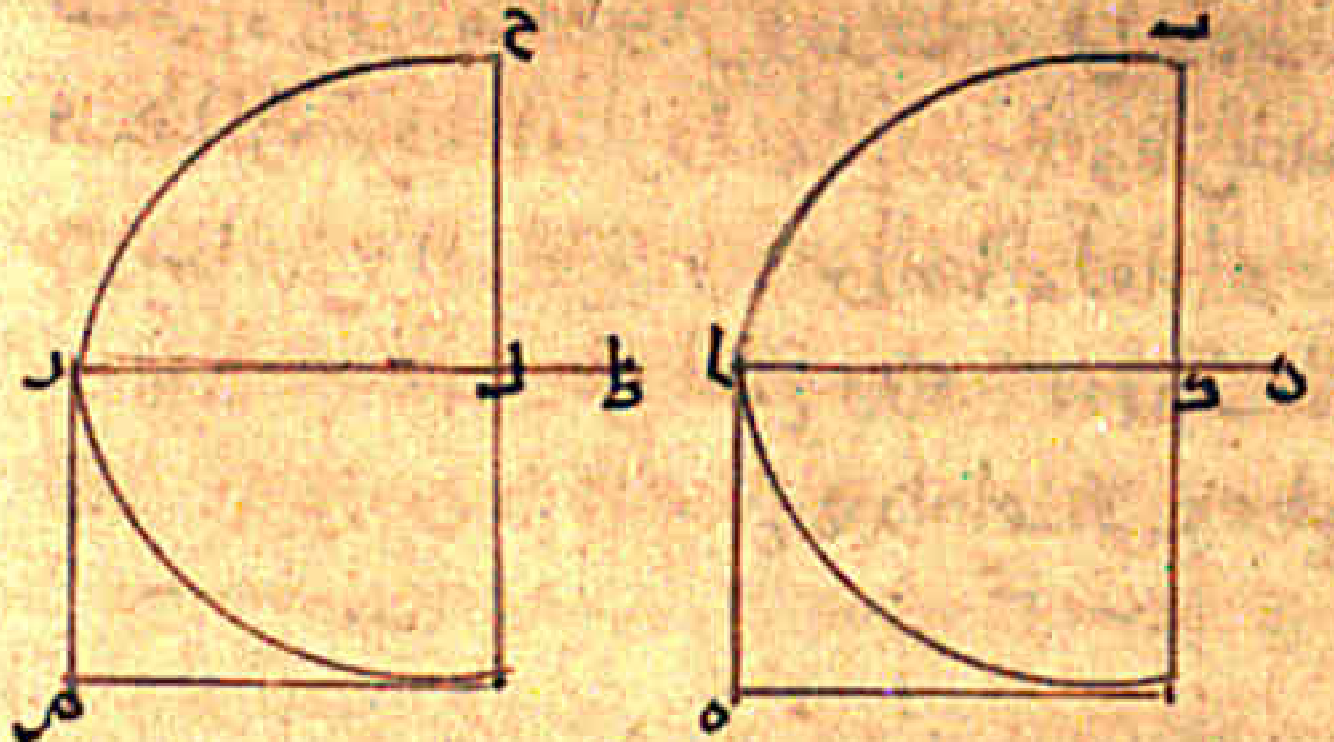
من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك قد وجهت اليك بالمقالة السادسة من كتاب المخروطات والغرض فيها هو الكلام في قطوع المخروطات المتساوية والتي ليست بمتساوية وفي المتشابهة والتي ليست بمتشابهة وفي قطع القطوع وقد قلنا في ذلك اكثر مما قاله من وضع غيرنا ممن تقدمنا وفي هذه المقالة انه كيف يوجد قطع في مخروط قائم معلوم يساوي قطعا معلوما وكيف يوجد مخروط قائم يحيط به قطع مخروط معلوم ويشبه مخروطا معلوما وما ذكرنا من ذلك اكثر واوضح مما ذكره من كان قبلنا والسلام

قطوع المخروطات التي يقال انها متساوية هي التي يمكن ان ينطبق بعضها على بعض ولا يفضل احدهما على الاخر والتي يقال انها غير متساوية هي التي ليست كذلك والمتشابهة هي التي اذا اخرجت فيها خطوط مرتبة واقعة على السهام كانت نسب الخطوط التي اخرجت الى ما يفصل من السهام مما يلي رأس القطع متساوية وكانت نسب القطع التي يفصلها الاعمدة من السهام بعضها الى بعض نسبا متساوية والقطوع التي ليست بمتشابهة هي التي لا يوجد فيها

مثل التي ذكرنا والخط الذي يوتر قطعة من خط محيط بدائرة او من مخروط يقال له قاعدة لتلك القطعة ويقال للخط الذي يقطع جميع الخطوط التي تخرج في تلك القطعة موازية للقاعدة بنصفين نصفين قطرا لتلك القطعة ويقال للخط الذي يقطع الخطوط التي تخرج في تلك القطعة موازية للقاعدة النقطة التي على القطع التي منها اخرج القطر رأس القطعة والقطع التي يقال انها متساوية من قواعدها فيما فوق هي التي يمكن ان ينطبق بعضها على بعض ولا يفضل بعضها على بعض والتي يقال انها ليست بمتساوية هي التي ليست على ما ذكرنا والقطع التي يقال انها متشابهة هي التي تحيط قواعدها مع اقطارها بزوايا متساوية ويخرج في كل واحد منها خطوط موازية لقاعدتها متساوية العدد ويكون نسبها ونسبة القاعدة الى ما يفصل من القطر مما يلي رأس القطع في كل واحد من القطع نسبا متساوية وكذلك نسبة ما يفصل من اقطار بعضها الى ما يفصل من اقطار الاخر ويقال ان قطع مخروط موضوع في مخروط وان المخروط يحيط به قطع مخروط اذا كان القطع كله في البسيط المحيط بالمخروط الذي فيما بين رأسه وقاعدته او في هذا البسيط من بعد ان يخرج من ناحية قاعدته فيكون القطع كله في البسيط الذي تحت القاعدة او يكون بعض القطع في هذا البسيط وبعضه في البسيط الاخر والمخروطات القائمة التي يقال انها متشابهة هي التي نسب سهامها الى اقطار قواعدها متساوية والشكل الذي اسميه شكل القطع المعمول على السهم او على القطر هو الذي يحيط به السهم والقطع المالع الى ـــ ابه

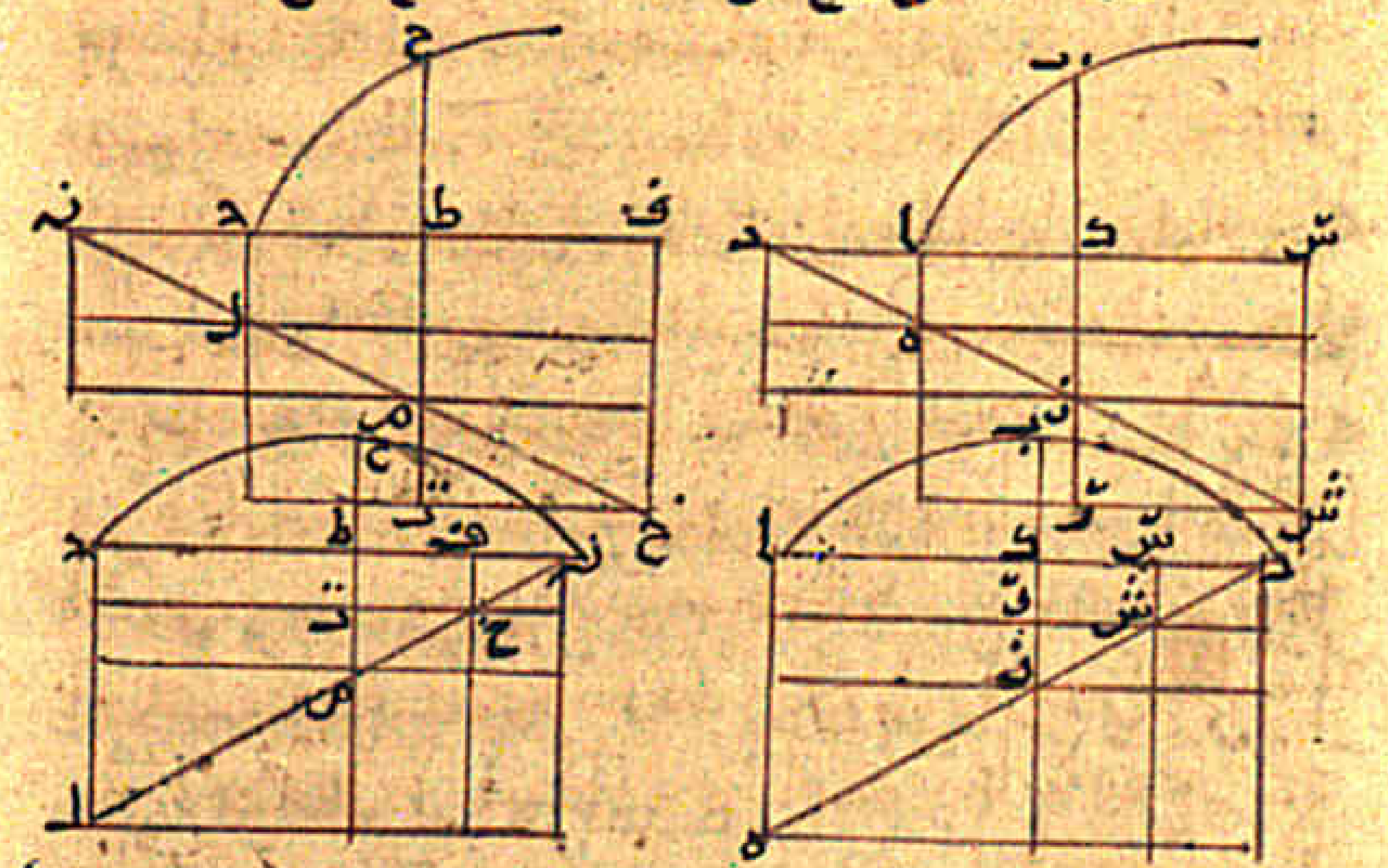
القطوع المكافئة اذا كانت اضلاعها القائمة التي تقوى عليها
الاعمدة الواقعة على السهم متساوية فان القطوع متساوية
وان كانت القطوع متساوية فان اضلاعها القائمة متساوية
فليكن قطعان مكافئان وهما اللذان سهماهما اد ك ط وضلعاها
القائمان المتساويان اة رم فاقول ان هذين القطعين متساويان
برهان ذلك انا اذا وضعنا سهم اد على سهم ك ط فان القطع يقع
على القطع فينطبق عليه فان لم ينطبق فليكن جزء من قطع اب لا
يقع على قطع دح ونعلم على الجزء الذي لا يقع منه على دح نقطة
ب ونخرج منها عمود ب ك ونتمم سطح ك ه ونجعل ك ل مثل
ا ك ونخرج من نقطة ل عمودا على السهم عليه ل ح ونتمم
سطح ل م فخطا ا ك ا ه متساويان لخطي ك ل ر م كل واحد
لنظيره فسطح ك ه اذن مساو لسطح ل م وخط ك ب يقوى
على سطح ه ك كما تبين في الشكل ا من المقالة ا ولذلك يقوى
خط ل ح على سطح ل م فخطا ك ب ل ح متساويان فاذا اوقع
السهم على السهم ووقع خط ا ك على خط د ل ووقع خط
ك ب على خط ل ح ووقعت نقطة ب على نقطة ح وقد
كانت غير واقعة على قطع دح هذا خلف وليس يمكن ان
يكون القطع غير مساو للقطع ولما فاذا جعل القطع
مساويا للقطع وجعل اك مساويا لخط د ل وخرج العمودين
من نقطتي ك ل ونتمم سطح ه ك فقطع اب يقع على قطع دح
ويقع لذلك سهم اك على سهم د ل وذلك انه لو لم يقع عليه
لكان لقطع دح المكافئ سهمان وذلك غير ممكن فليقع عليه

فنقطة ك تقع على نقطة ل لان اك ل ر متساويان وتقع نقطة ب
على نقطة ح فخط ب ك مساو لخط ل ح فيكون لذلك سطح ه ك
مساويا لسطح ل م وخط ا ه مساو لخط ر م لان خط اه مساو
لخط رم
وذلك
ما اردنا
ان نبينه



اذا كانت
الاشكال
التي تعمل
على سهام القطوع الزائدة والناقصة المتشابهة متساوية
متشابهة فان القطوع متساوية وان كانت القطوع متساوية
فان الاشكال التي تعمل على سهامها متساوية متشابهة
ووضعها متشابه فليكن قطعان زائدان او ناقصان عليهما
اب دح وعلى سهميهما اك دط وليكن الشكلان اللذان يعملان على
على سهميهما المتشابهين متساويين متشابهين عليهما د ك ه فرد ل
فاقول ان قطعي اب دح متساويان برهان ذلك انا نضع
سهم اك على سهم دط فيقع القطع على القطع فان لم يكن ذلك
فليكن جزء من قطع اب غير واقع على قطع دح ونعلم
على ذلك الجزء نقطة ب ونخرج منها عمودا على السهم عليه ب ك
ونتمم سطح د ن ونفصل من خط د ط خطا مساويا
لخط اك عليه د ط ونخرج من نقطة ط عمودا على ح ط عليه

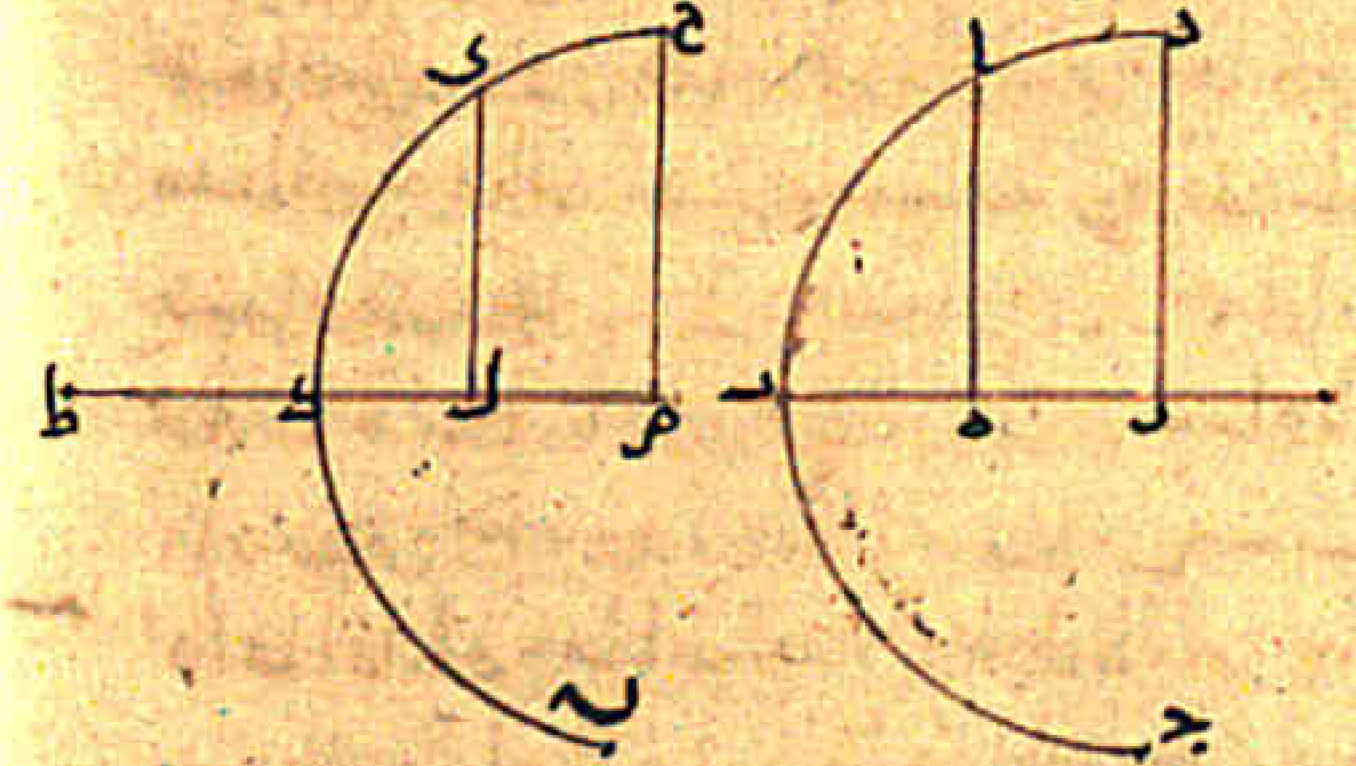
طح وسهم خط طه سطح ننم فخطا اه اك مساويان لخطي لح حك
وسطحاه كل له مساويان وايضا فان سطحي لم مه نم متشابهان
الوضع لانهما شبيهان بسطحي ده نر ل وخطا اك حط متساويان
فسطحاه نن له مساويان وقد كان سطحا كه طل متساويين
فسطحا الن حم متساويان والخطان اللذان يقويان عليهما ماب ك
ح ط كما بين في الشكل ب ويح من المقالة آ فاذا وضع السهم على
السهم وقع خط ب ك على خط طح ووقعت نقطة ب على نقطة ح ووقف
[illegible] على [illegible] ح هذا الحاجة مجمع قطع ا ب سطح على



قطع د ح واما فانا نجعل القطعين متساويين ونجعل خطي ل ك ح ط متساويا
ونخرج منهما عمودي ى ب طح وسهم خط طه ده ذ ل ن ... وقطع
ا ب سطح على قطع د ح ونقع سهم ا ك على سهم ح ط لانه لو لم يقع
عليه لصار للقطع الزائد سهمين وللقطع الناقص بليه سهام
وهذا اعظم [illegible] خط اك يقع على خط ح ط وهو مساو له فيقع

نقطة ك على نقطة ط ويقع خط ك ب على خط ط ح ويقع نقطة ب على
نقطة ح فيطبق قطع ا ب على قطع د ح فخط ك ب مساو لخط ح ط
ويكون من اجل ذلك سطح ا ن مساويا لسطح ح م ولكن خطا ا ك
مساو لخط د ط فخط ك ن مساو لخط ط م فخط ك ن مساو لخط
ط م وايضا فانا نجعل ان [illegible] ق وسن كما بينا انفا ان ش [illegible]
ف ح فيكون لذلك ذ ن [illegible] ويكون خطا ن ش متساويا للخط [illegible]
فسطحا [illegible] متساويان متشابهان فيكون لذلك سطحا ده نل
متساويين ويكون ايضا سطحا د ز ن م متساويين وخطا ك ز ط م
متساويان فخطا ك ن ط متساويان وقد كان خطا ا ك ح ط
متساويين فخطا د ا ن ح متساويان وسطحا ده نل متشابهان
فخطا اه د ل متساويان فسطحا ده نل متساويان وهما السطحان
اللذان على السهمين وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا كانت قطوع متكافئة وكانت خطوط الترتيب التي تقع على قطر ٦
من اقطارها تلقى الاقطار على زوايا قائمة متساوية وكانت اضلاعها
القائمة متساوية فان القطوع متساوية وكذلك ان كانت قطوع زائدة
او ناقصة وكانت خطوط الترتيب التي تقع على قطر ما من اقطارها
تلقى الاقطار على زوايا متساوية وكانت الاشكال التي تعمل على تلك
الاقطار متشابهة متساوية فان القطوع متساوية وذلك بين
كما بين في السهام اما القطع الناقص فهو بين انه لا يكون مساويا
لشيء من القطوع الباقية وذلك انه متناه وتلك غير متناهية
فاقول ايضا انه لا يكون قطع متكافئ مساويا للقطع الزائد فليكن
قطع متكافئ عليه ا ب ح وقطع زائد عليه ح ي ك ز وان امكن

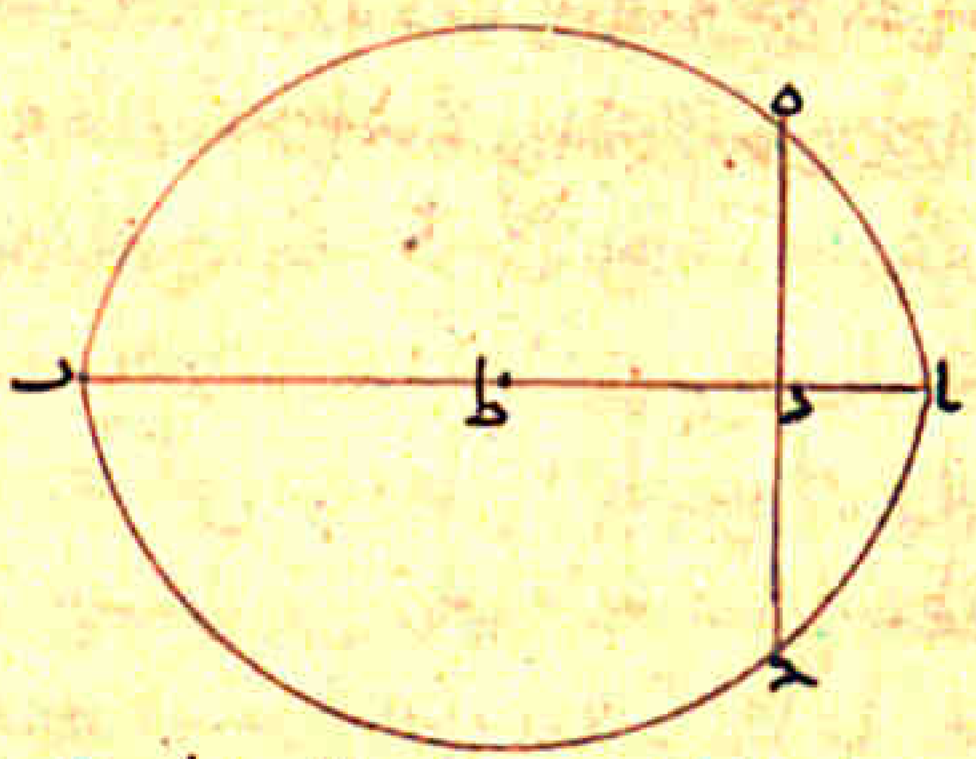
فليكن مساويا له وليكن سهما القطعين ب ز ك م وليكن قطر القطع
الزائد المجانب ك ط وليكن خطا ه ب ز م مساويين لخطي ك ل ك م
ونخرج من السهام اعمدة ا ه د ز ي ل ح م فالقطع ينطبق على القطع
لانه مساو له ويقع نقطة ز ك على نقطتي ل م ي ح وسنبين
د ز ب الى ه ب كنسبة مربع د ز الى مربع ا ه كما بين في الشكل
ك من المقالة آ ونسبة م ك الى ك ل كنسبة مربع م ح الى مربع
ل ي وذلك لان كل واحد من نسبة مربع م ح الى مربع ل ي كنسبة



السطح الذي يكون من ضرب ط م في م ك الى الذي يكون من ضرب ط ل في ل ك كما
بين في الشكل ك من المقالة آ فالقطع المكافئ غير مساو للقطع
الزائد وذلك ما اردنا ان نبين ٥

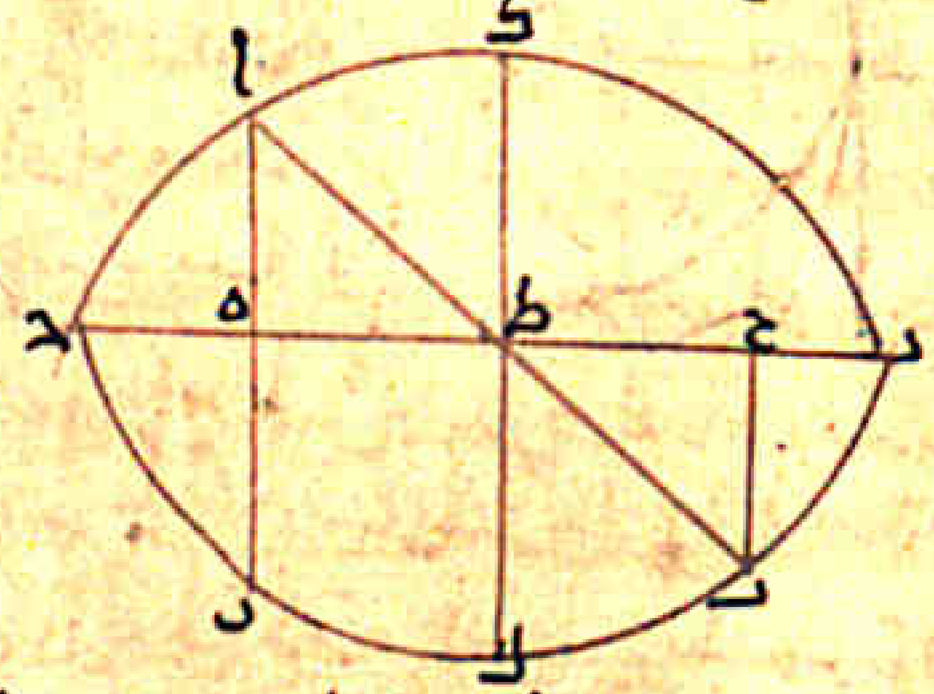
اذا كان قطع ناقص وقد مر بمركزه خط واستقر طرفاه الى القطع ك
فانه يقسم خط القطع بقسمين متساويين ويكون السطح ايضا
مقسوما بقسمين وليكن قطع ناقص عليه ا د ب ه وعلى مركزه
ط وليمر بمركزه خط ا ب وليكن ا ب اولا احد سهمي القطع
فاقول ان خط ا د ب ينطبق على خط ا ه ب اذا وضع عليه ويقع
سطح ا د ب على سطح ا ه ب فان لم يكن ولا ينطبق سطح ا د ب كله

على سطح ا ه ب ويعلم على سطح جزءه الذي لا يقع عليه نقطة ج
ونخرج منها عمودا على ا ب عليه ح ج وننفذه الى ه محيط د
يقع على خط د ه لان الزوايا التي عند ج قائمة وخط ح د
مساو لخط د ه فيقع نقطة ح على نقطة ه وقد كان بين ان
واقعة عليها هذا خلف فخط ا د ب يقع على ا ه ب فينطبق عليه



ويقع سطح ا د ب على سطح ا ه ب فخط ا د ب مساو لخط ا ه ب وسطح ا د ب لسطح ا ه ب ٥

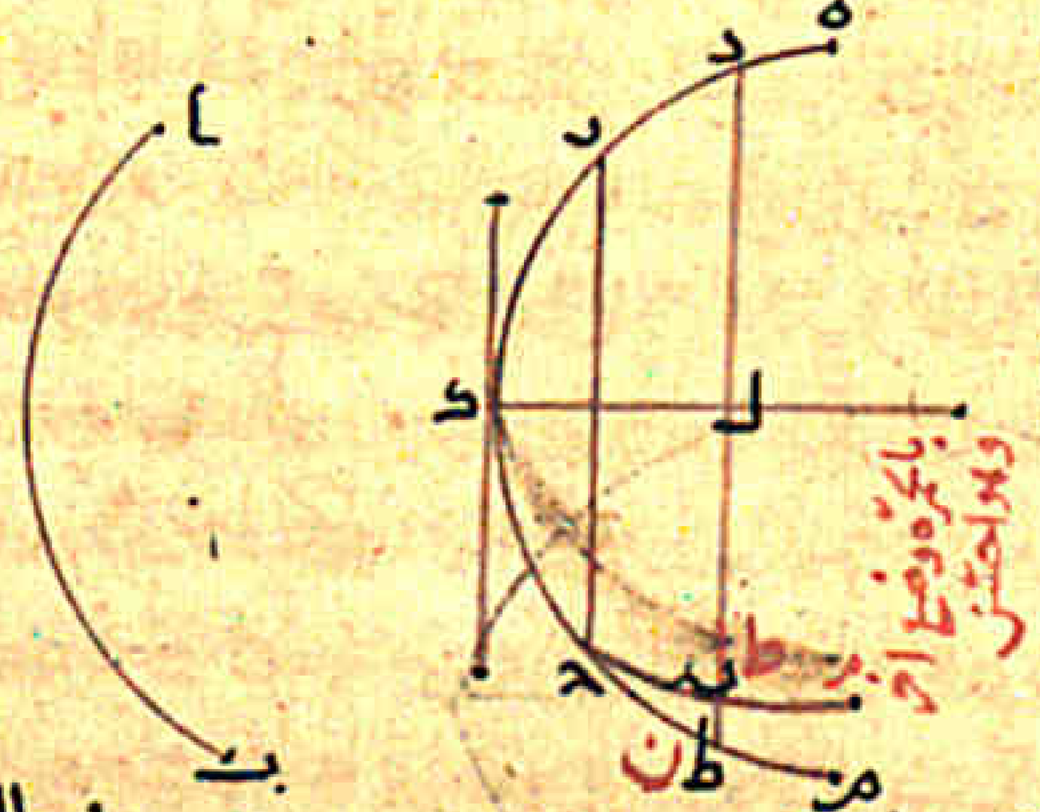
ه وايضا فانا لا نجعل ا ب احد السهمين وليكن السهمان ح د ك ل
ونخرج عمودي ا ه ب ح فخط د ا د ينطبق على خط د ز د كما بين في
الشكل الذي قبل هذا ويقع نقطة آ على نقطة ز ويقع سطح



ا د ه على سطح د ز ه وايضا فان ك د ل يقع على ك ز ل ويقع خط ه ط على ط ح وخط ه ز على خط ح ب
لان خط ه ط مساو لخط ط ح وخط ه ز لخط ب ح ويقع سطح

ده ز على سطح زح ب مسطح اد ه يقع على سطح ب زح فهو اذن مساوى
له وخط اد مساوى لخط د ب واما فان ز ط مثل ط ح فيكون خط
مثل ط ب د والباقي وهو اك مساوى للباقي وهو ب ل وخط ا ك د
مساوى لخط د ل ب فجميع سطح ا ك د ب مساوى لجميع سطح ا د ل ب
وخط ا ك د ب لخط ا د ل ب وذلك ما اردنا ان نبين

اذا كان قطع مخروط وكان جزء منه يقع على جزء من قطع آخر فينطبق ه
عليه فان القطع مساوى للقطع فليكن قطعة اب من قطع اب اذا
وقع على قطعة د ه من قطع د ه انطبق عليها فاقول ان قطع
اب مساوى لقطع د ه فان لم يكن كذلك فليقع جزء اب على جزء د
ولا يقع باقي القطع على باقي القطع الآخر لكي يكون كقطعي د ه م
د ز ب ونعلم على ح ن نقطة ط ونصلها بنقطة د ونخرج في قطع د ه
وفي القطع د ط بنصفين عليه ك ل فالخط الذي يماس قطع د ه على
نقطة ك يوازي
خط د ط ونقطع
ونخرج ك ل الخطوط
الموازية لخط د ك ط
بنصفين بنصفين
فيخرج من نقطة
ح خطا موازيا



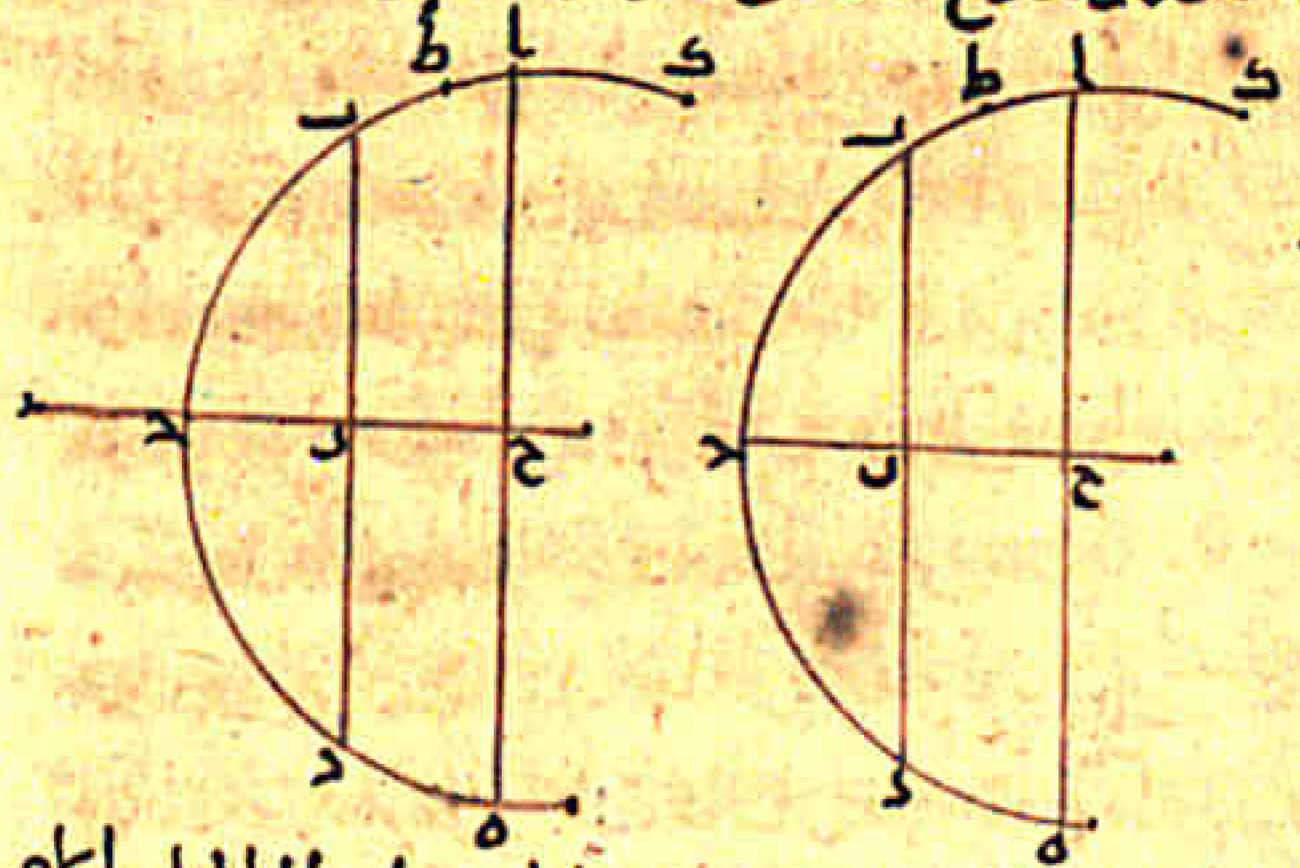
لخط د ط عليه ح ن فخط ك ك نقسمه بنصفين وهو موازي للخط
المماس لقطع د ح م كما بين في الشكل د من المقالة ب فهو يقطع
خط ح ن بنصفين على نقطة ل وقد كان ينقسم د ط بنصفين على نقطة ل

قلت هذا الشكل لا يندرج في عموم الشكل العشرين من المقالة الرابعة والبرهان [illegible]

وقد كان ينقسم د ط بنصفين على نقطة ل هذا خلف فقطع اب ينطبق
كله على قطع د ه فهو مساوله وذلك ما اردنا ان نبين
الاعمدة التي تخرج من القطع المكافي او من القطع الزائد الى سهمه ويبعد
الى الناحية الاخرى فانها تفصل من القطع عن جنبتي السهم قطعا اذا
وضع بعضها على بعض انطبق عليه ولم يزد ولم ينقص ولا ينطبق على
جزء آخر من القطع اذا وضع عليه فليكن قطع مكافي او زائد عليه
د ا وعلى سهمه د ح ونعلم على القطع نقطتي ب ا ونخرج منها
عمودين الى د ح ونبعدهما الى الجهة الاخرى من القطع عليهما ب د
ا ح ه ولتفصلا من القطع قطعتي ب ح د ا ح ه فاقول ان خط ب ح
ينطبق على خط ح د وخط ب د على خط د ه وسطح ا ح على سطح ح ه
وقطعة ا ب د من القطع على قطعة د ه وبرهان ذلك انا قد بينا في
المقدمة ان جميع الاعمدة التي تخرج من قطعة ا ب د الى سهمه د ح تقوى
على سطوح مساوية للسطوح التي تقوى عليها الاعمدة التي تخرج من
من قطعة د ه الى سهمه د ح ونصل تلك الاعمدة فيكون خط ب ح
مساويا لخط ح د وخط ا ح لخط ح ه والزوايا التي عند نقطتي ح ح قائمة
فقطعة ب ح د اذا وضعت على قطعة د ح انطبقت عليها ووقعت
قطعة اب على قطعة د ه ووقعت السطوح على السطوح فلتكن
قطعة ط ك قطعة اخرى لا يفصلها عمودان لعمود ان فاقول ان قطعة
د ه اذا وضعت عليها لم تنطبق عليها فان لم يكن كذلك وامكن فلتنطبق
فاذا وضع د ه على ك ط ولتنطبق عليه وقع خط د ح على القطعة
التي تفصل بقطعة ط ك كما بين في الشكل الذي قبل هذا ووقعت نقطة
ح من قطعة د ه على غير نقطة ح من قطعة ك ط د لان قطعة

[illegible]

كطب د غير متشابه لقطعة د ده ووقع سهم ح على موضع اخر
غير موضعه فصير للقطع المكافي والزائد سهما نظهر لحاله فليس

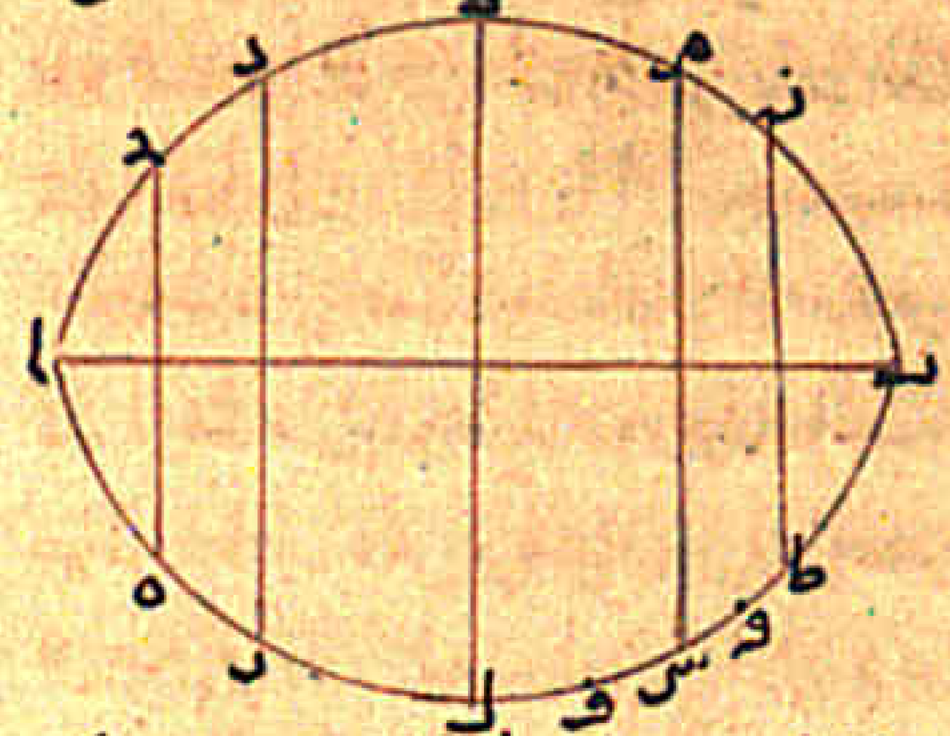


يقع قطعة
د ه على
قطعة ط ك
وذلك
ما اردنا
ان نبينه

ح

كل قطع
ناقص يخرج فيه اعمدة الى سهمه ويقع على استقامة الى الناحية الاخرى
منه فانها تفصل من القطع عن جنبي السهم قطعا اذا وضع بعضها
على بعض انطبق عليه وان وضع على القطع التي تفصلها الاعمدة التي بعدها
من المركز الى الناحية الاخرى كبعد الاعمدة المخرجة لم تنطبق عليها
ولا تنطبق على قطعة اخرى من القطع فليكن قطع ناقص عليه ا ح د ب فعلى
سهمه ا ب ك ل ولنخرج فيه عمودان الى ا ح ويمدان على استقامة الى
الناحيتين وليكن عليهما ه ح د ز ولنفصل منه قطعتي ح د ه ز و ولنخرج
في القطع ايضا عمودان اخران على هذا المثال بعدهما من المركز بعد
هذين العمودين عليهما م ز ب ط فاما ان ح د ه ز ط ا اذا وضع احدهما على
الاخر انطبق عليه فانه بين كما بين في الشكل الذي قبل هذا وكذلك
بين ان م ز تنطبق على ب ط ولما كان سطح ك ا ل اذا وضع على سطح
ك ح ل انطبق عليه كما بين في الشكل د من هذه المقالة فان خط
د ه يقع على خط ب ط لان بعدهما من المركز واحد ويقع د ه على م س

ويقع قطعة د ه على قطعة م ن فهي تنطبق على قطعة س ط لان بعدهما
تنطبق على الاخرى وكذلك ايضا قطعة ه د فليكن قطعة اخرى من القطع



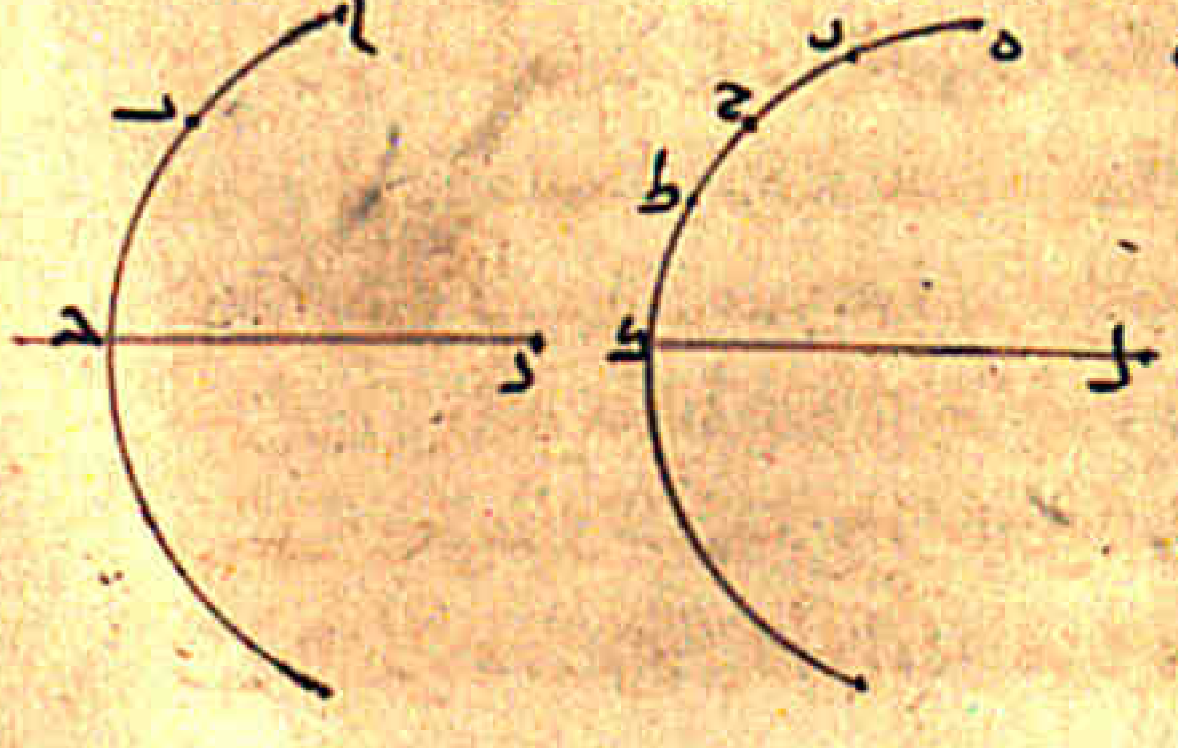
سوى هذه الاربع
عليها ع ح فاقول
انه لا تنطبق عليها
بعض هذه القطع فان
امكن فلتنطبق عليها
قطعة م ن فيجب

بعدها متساوي عن طرفي بعضها

ان يكون فيما تقدم من هذا الشكل ان يكون للقطع الناقص اكثر من سهمين
هذا خلف فليس تنطبق م ن على ع ح وذلك ما اردنا ان نبين ٥

ط

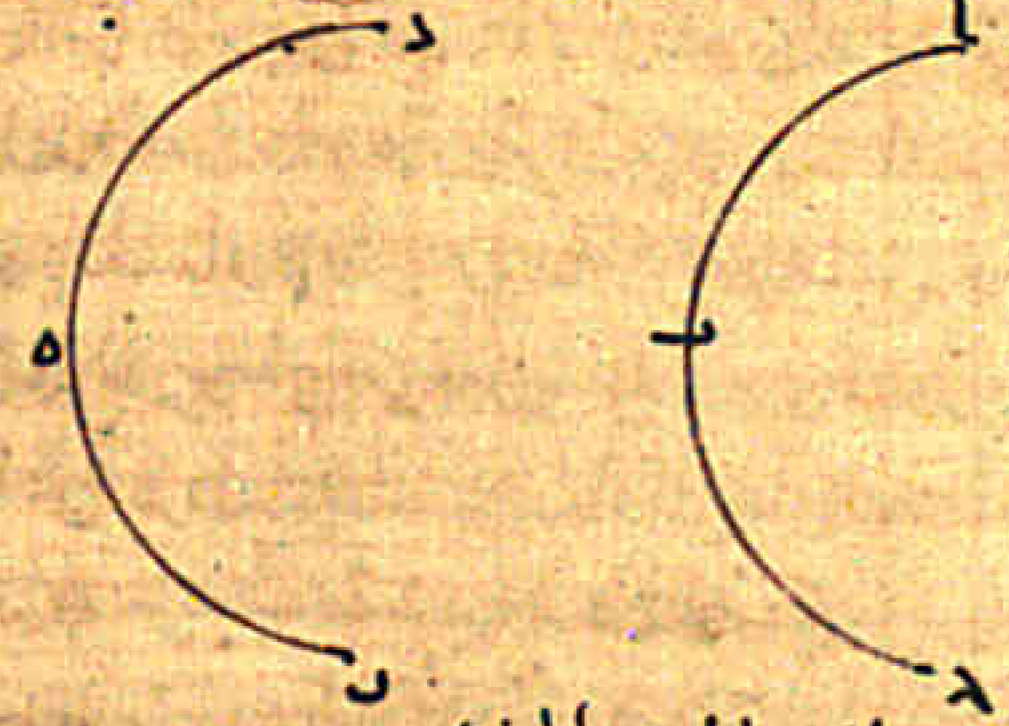
القطوع المساوية فان اجزاءها التي بعدها من د و سواء متساوية
بعضها على بعض والتي ليس بعدها من د و سواء بعدا متساويا فليس تنطبق
بعضها على بعض فليكن قطعان متساويان على سهميهما د ز ك ل ونفصل
قطعة ا ب من نقطة د كبعد قطعة ه ح من نقطة ل فاقول ان ا ب
تنطبق على ه ح برهان ذلك ان قطع ا د اذا وضع على قطع ه ل وقعت
نقطة ب على نقطة ح لان بعدهما من د و وشكل القطعين متساو ويقع نقطة



ا على نقطة ه وقطعة
ا ب على قطعة ه ح
فاقول انها لا تقع
على قطعة اخرى
فتنطبق عليها فان
امكن فلتقع على

قطعة ن ط وقد كنا بيّنّا انها ينطبق على ه ح فقطعة ن ط ينطبق على
قطعة ه ح وقطعتا ن ط ه ح ليس بعدهما قطعتين متساويتين بعمود ان ولا
بعدهما من المركز متساوٍ وهذا خلف كما بيّن في الشكلين اللذين قبل
هذا وذلك ما اردنا ان نبيّن ه

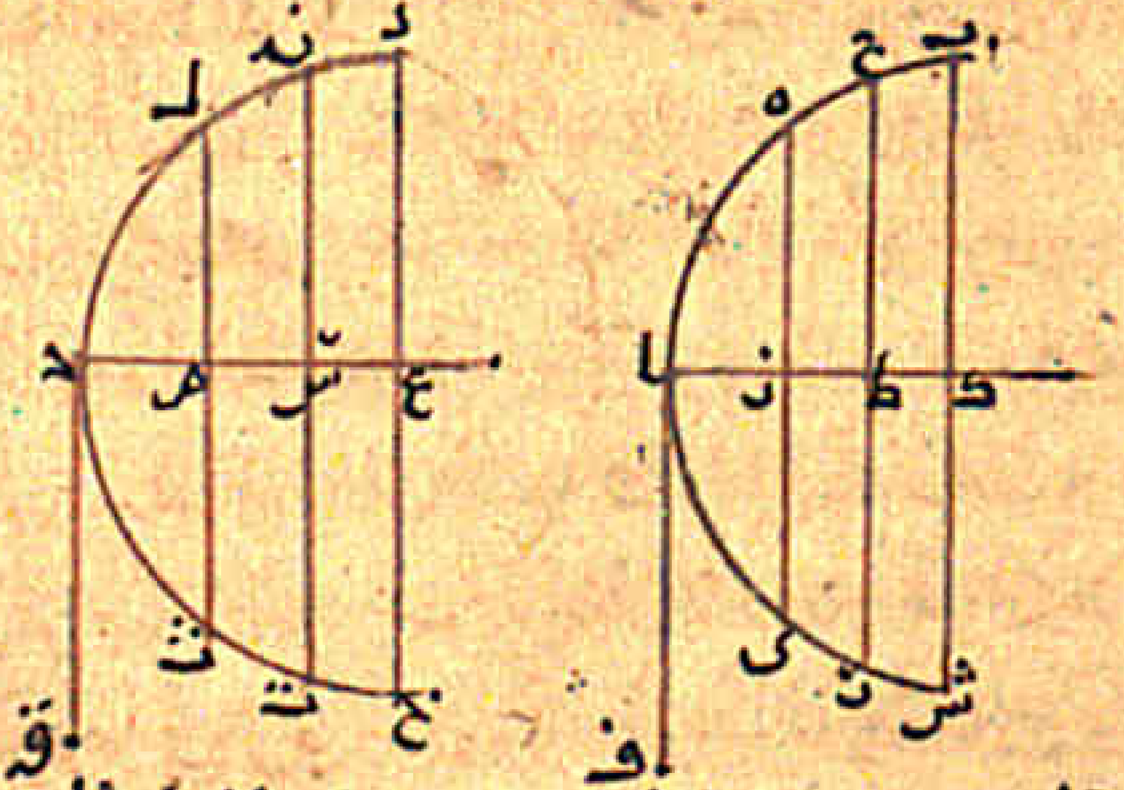
ي القطوع التي ليست متساوية لا ينطبق جزء من احدها على جزء من الآخر
فليكن قطعان غير متساويين عليهما ا ب ج د ه ز فاقول انه لا ينطبق
جزء من احدهما على جزء من الآخر فان امكن فلينطبق جزء ا ب على جزء د ه
فقطع ا ب ج كله ينطبق على قطع د ه ز كما بيّن في الشكل ... من



هذه المقالة
فقطع ا ب ج
مساوٍ لقطع
د ه ز هذا خلف
فليس ينطبق
جزء من ا ب ج
على جزء من د ه ز وذلك ما اردنا ان نبيّن ه

يا كل قطع مكافئ فهو شبيه بكل قطع مكافئ فليكن قطعان مكافئان عليهما
ا ب ج د ه ز وعلى سهميهما ا ك د ع فاقول ان القطعين متشابهان برهان
ذلك انا نجعل ضلعيهما القائمين ا ق د ف ونجعل نسبة ك ا الى ا ق كنسبة
ع د الى د ف ونقسم ا ك على نقطتي ن ط كيفما اتفق ونقسم د ع بمثل
اقسامه وعلى نسبتها على نقطتي م س ونخرج من سهمي ا ك د ع اعمدة
ن ه ط ح ك ب م ل س ر ونخرج من سهمي ا ك د ع اعمدة ن ه ط ح ك ب
م ل س ر ع ز فنسبة ف ا الى ا ك كنسبة ق د الى د ع وخط ك ب — دع م

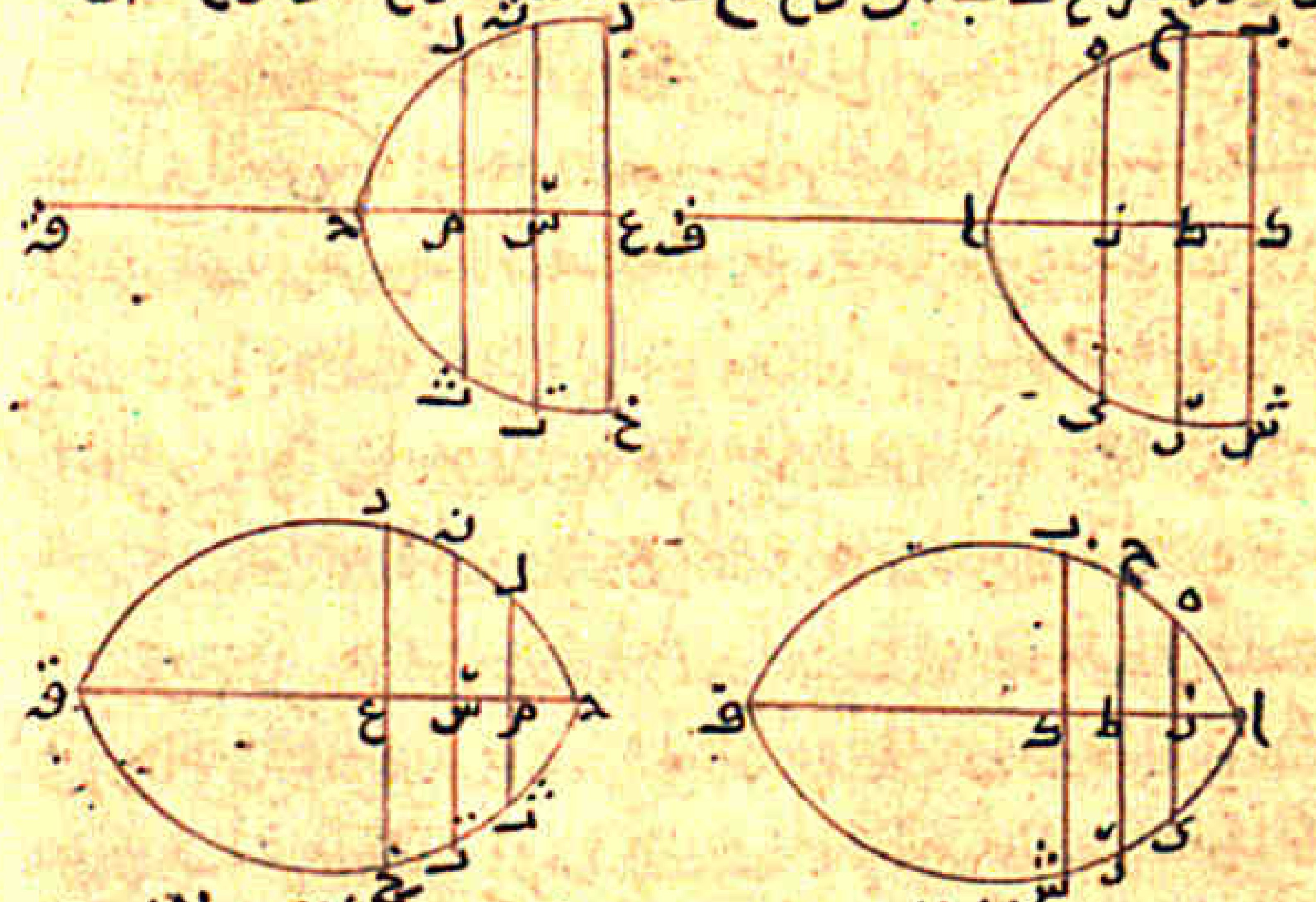
مماسّ للقطع ا ق ا ك مماسان وخط ع ك مماس للقطع د ق و د ع مماسان
للقطع كما بيّن في الشكل ا من المقالة ا ونسبة ك ب الى ك ا كنسبة ع ز الى ع د
وخط ب ش مثل خط ب ك وخط د خ مثل خط د ع فنسبة ب ش الى ك ا
كنسبة د خ الى ع د والصافات نسبة ق ا الى ا ك كنسبة ف د الى د ع ونسبة
ا ك الى ا ط كنسبة ع د الى د س ونسبة ا ق الى ا ط كنسبة د ف الى د س
فيتبين من ذلك كما بيّن آنفاً ان نسبة ح ط الى ا ط كنسبة ت س الى د س
وكذلك يتبين ان نسبة ه ن الى ن ا كنسبة ل ث الى ث د فنسبة
خطوط ب ش ح ط ه ن التي هي اعمدة على السهم الى ما يفصل من السهم وهو



ا ك ا ط ا ن
كنسبة
خطوط ط
د خ ت س
ل ث التي
هي اعمدة
على السهم
الى ما يفصل من السهم وهو ع د س د ث د ونسبة القطع التي يفصلن من
احد السهمين الى القطع التي يفصلن من السهم الآخر متساوية فقطع ا ب
شبيه بقطع د ز وذلك ما اردنا ان نبيّن ه

يب القطوع الزائدة والقطوع الناقصة التي اشكالها التي يعمل على
سهامها متشابهة فهي ايضا متشابهة وان كانت القطوع متشابهة
فان اشكالها التي يعمل على سهامها متشابهة فليكن قطعان اولا زائدتان
او ناقصان ولتكن اشكالهما اللذان يعملان على سهميهما

قطع اب شبيها بقطع جد فاذ كان القطعان متشابهين فالمخرج من قطع اب
اعمدة ما على السهم عليها نزب ح ذه ى و من قطع حد اعمدة دخ
نزث لت فلم يتشابه هذه الاعمدة الى ما يفصل من السهمين نسبا
متساوية وكذلك نسب ما يفصل من احد السهمين الى ما يفصل
من السهم الاخر فنسبة بك الى اك كنسبة دع الى عد ونسبة
كا الى اط كنسبة عد الى دش ونسبة اط الى طح كنسبة دش
كنسبة دش الى شن فنسبة بك الى طح كنسبة دع الى شن
ونسبة مربع كب الى مربع حط كنسبة مربع ال الى مربع [illegible] ولكن



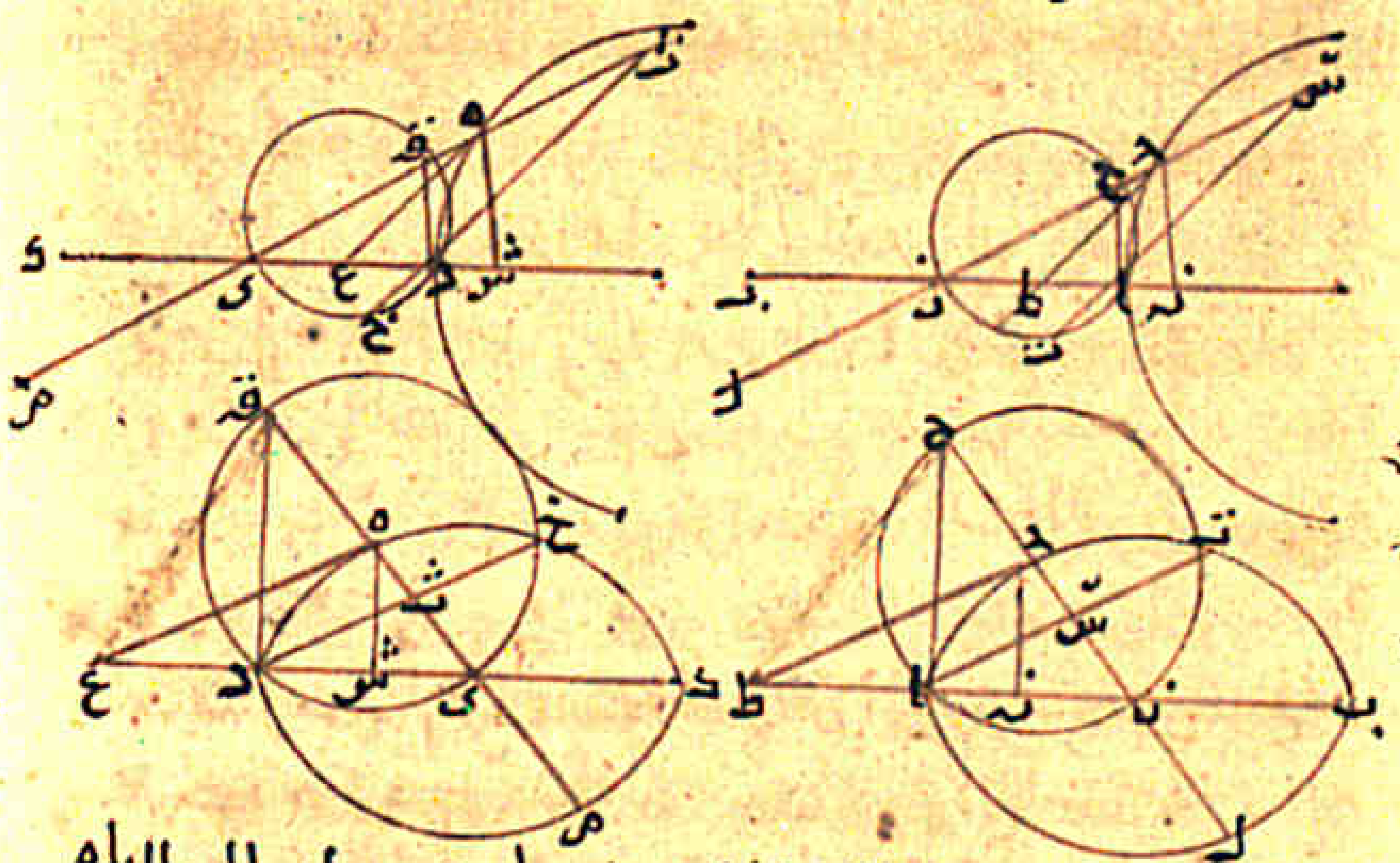
لذلك نسبة السطح الذي يكون من ضرب فك في كا الى السطح الذي يكون
من ضرب فط في طا كنسبة السطح الذي يكون من ضرب فش في شد من
اجل ما قد تبين في الشكل كا من المقالة ا ولان نسبة كا الى اط
كنسبة عد ونسبة كا الى اف كنسبة عد الى دق فيكون نسبة
كف الى فط كنسبة عق الى قش ويكون نسبة فط الى كط كنسبة

متشابهين وهما قطعا اب جد وسهماهما اك دع وقطراهما المجانبان
اف قد ويفصل من السهمين قطعتي اك دع وهو عن انهما المجانبان ولتكن
نسبة اك منهما الى اف كنسبة دع الى دق ونقسم اك كيف ما اتفق
على نقطتي نط ونقسم دع مثل اقسام اك وعلى نسبها على نقطتي مش
ونخرج من نقط ك ط ن [illegible] ش ع اعمدة على السهمين عليها بك طح
ذه ع دذ [illegible] فلان شكلي القطعين متشابهان يكون نسبة مربع
بك الى السطح الذي يكون من ضرب فك في كا كنسبة مربع
دع الى السطح الذي يكون من ضرب قع في عد وذلك بين من الشكل
كا من المقالة ا ونسبة سطح فك في كا الى المربع الذي يكون من كا
كنسبة السطح الذي يكون من ضرب قع في عد الى مربع عد فنسبة
مربع بك الى مربع كا كنسبة مربع دع الى مربع عد فنسبة
بك الى كا كنسبة دع الى عد ويكون نسبة بك الى كا كنسبة
دع الى عد وايضا فان نسبة فا الى اك كنسبة قد الى دع ونسبة
كا الى اط كنسبة عد الى دش فنسبة اف الى اط كنسبة قد
الى دش فمن ذلك كما بينا ان نسبة حط الى طا كنسبة
شن الى شد ولان نسبة هن الى نا كنسبة لت الى تد فنسبة
اعمدة بك طح نه الى ما يفصل من السهم فهو اك [illegible]
كنسبة اعمدة دع شن تث الى ما يفصل من السهم فهو دع
الى اك كنسبة اعمدة دع شن لت الى ما يفصل من السهم فهو عد
[illegible] وتنسب اقسام دع اك الذي هو سهم اب الى
يفصلها الاعمدة الى اقسام دع الذي هو سهم جد الى يفصلها الاعمدة
نسبة متساوية فقطع اب شبيه بقطع جد وايضا فانا نجعل

فمربع ش ع ونسبته ط الى ط ا كنسبته ع ش الى ش د فنسبة ق ط الى
ط ا كنسبة ف ش الى ش ح وتكون نسبة السطح الذي يكون من ضرب
ق ط في ط ا الى مربع ط ا كنسبة السطح الذي يكون من ضرب ف ش في
ش د الى مربع ش د ونسبة مربع ا ط الى المربع ط ح كنسبة مربع د ش
الى مربع ش ن فنسبة السطح الذي يكون من ضرب ق ط في ط ا الى المربع
ط ح كنسبة الذي يكون من ضرب ف ش في ش د الى المربع ش ن ونسبة
السطح الذي يكون من ضرب ق ط في ط ا الى مربع ط ح كنسبة ق ا
الى الضلع القائم لخماسين في الشكل كا من المقالة ا ونسبة السطح
الذي يكون من ضرب ف ش في ش د الى المربع ش ن كنسبة ف د الى الضلع
القائم للذي بين ايضا في الشكل كا من المقالة ا فالشكلان اللذين
اللذان يعملان على ق ا ف د متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ه
اذا كانا شكلا القطوع الزائدة او الناقصة المعمولة على اقطارها
احدهما اعظم ابها سوى السهام متشابهة وكانت خطوط الترتيب التي
تقع على تلك الاقطار تحيط مع الاقطار بزوايا متساوية فان
القطوع متشابهة فليكن قطعان زائدان او ناقصان على مركزيهما
ذ ي وعلى قطريهما د ك ه م وليكن الزوايا التي تحيط بها هذه الاقطار
مع خطوط الترتيب متساوية وليكن الشكلان اللذان يعملان على
د ك ه م متشابهين فاقول ان القطعين متشابهان برهان ذلك انا نخرج
من نقطتي د ه خطين مماسين للقطعين عليهما خط ه ع ... ان الخطان
موازيان لخطوط الترتيب التي تقع على هذين القطرين فيكون لذلك الزوايا
التي عند نقطتي د ه التي على قطري د ك ه م متساوية وليكن سهما القطعين
الذين ... ا ب د ك فيكون زاوية ط د ز مساوية لزاوية ع ه ي لان

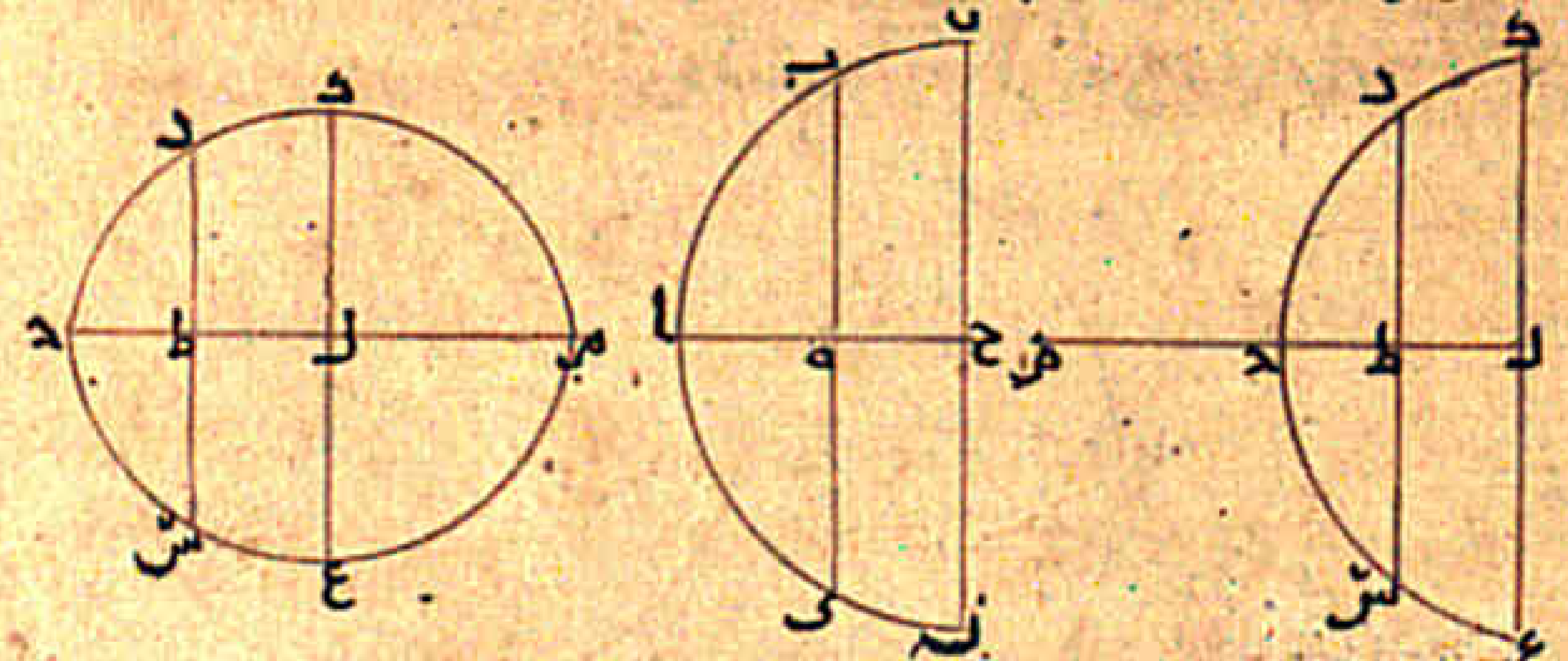
الخطوط المماسة موازية لخطوط الترتيب ونخرج من نقطتي ا ذ عمودين على
السهمين عليهما ا ح د ق ولهما نقطتي ح ك ه م ونعمل دائرتين تحيطان
بمثلثي ح ا ذ د ق ي عليهما ا ح ق ر ي ونخرج على نقطتي ا ذ خطين موازيين
للخطين المماسين عليهما ش ا ت ث د خ والشكلان اللذان يعملان على
د ك ه م متشابهان وخطا ا ح د ق مماسان للقطعين وخطا ا ش د ث
خطا ترتيب على القطرين فنسبة سطح ز ش في ش ح الى مربع ا ش كنسبة
سطح ي ث في ث خ الى مربع د ث لان كل واحد منهما من النسبتين كنسبة
القطر المجانب الى الضلع القائم لكل واحد من القطرين لخماسين في الشكل
لز من المقالة ا وسطح ز ش في ش ح مساو لسطح ن ش في ش ل وسطح
ي ث في ث خ مساو لسطح خ ث في ث د فنسبة السطح الذي يكون
من ضرب ن ش في ش ا الى مربع ش ا كنسبة السطح الذي يكون من ضرب
خ ث في ث د الى مربع ث د فنسبة السطح الذي يكون من ضرب د ش في
ش ا الى مربع ش ا كنسبة السطح الذي يكون من ضرب ح ث في ث د الى
المربع ث د ويكون لذلك نسبة ن ش الى ش ا كنسبة خ ث الى ث د
والزاويتان اللتان عند نقطتي ش ث متساويتان ولسنا نعلمين لان
قطري د ك ه م ليسا سهمين وخطا الدائرتين اللذين يحيطان ... الزوايا
اللتان عند نقطتي ... متساويتان للذي بين في المقدمات التي قبل
هذا الكتاب والزاويتان ايضا اللتان عليهما ... ط ك ه ع متساويتان
ومثلثا ... ط ك ه ع متساويان فنخرج من نقطتي د ه عمودين الى السهمين
عليهما د ز ه ن فيكون نسبة السطح الذي يكون من ضرب ز ك في ك ط
الى مربع د ز كنسبة السطح الذي يكون من ضرب ي ن في ن ع الى
مربع ه ن للذي بين في المقدمات التي قبل هذا الكتاب ونسبة

سطح زبـ نـ في نـ طـ الى مربع د ز كنسبة القطر المجانب الذي هو ا ب الى
الضلع القائم كما بين في الشكل لـ من المقالة آ ولذلك تكون نسبة
سطح ى ش في ش ع الى مربع ه ش كنسبة قطر ك د المجانب الى الضلع
القائم فنسبتا سهمي ا ب ك د الى ضلعيهما القائمين متساويتان وشكلا
هذين القطعين اللذان يعملان على سهميهما متساويان والقطعان



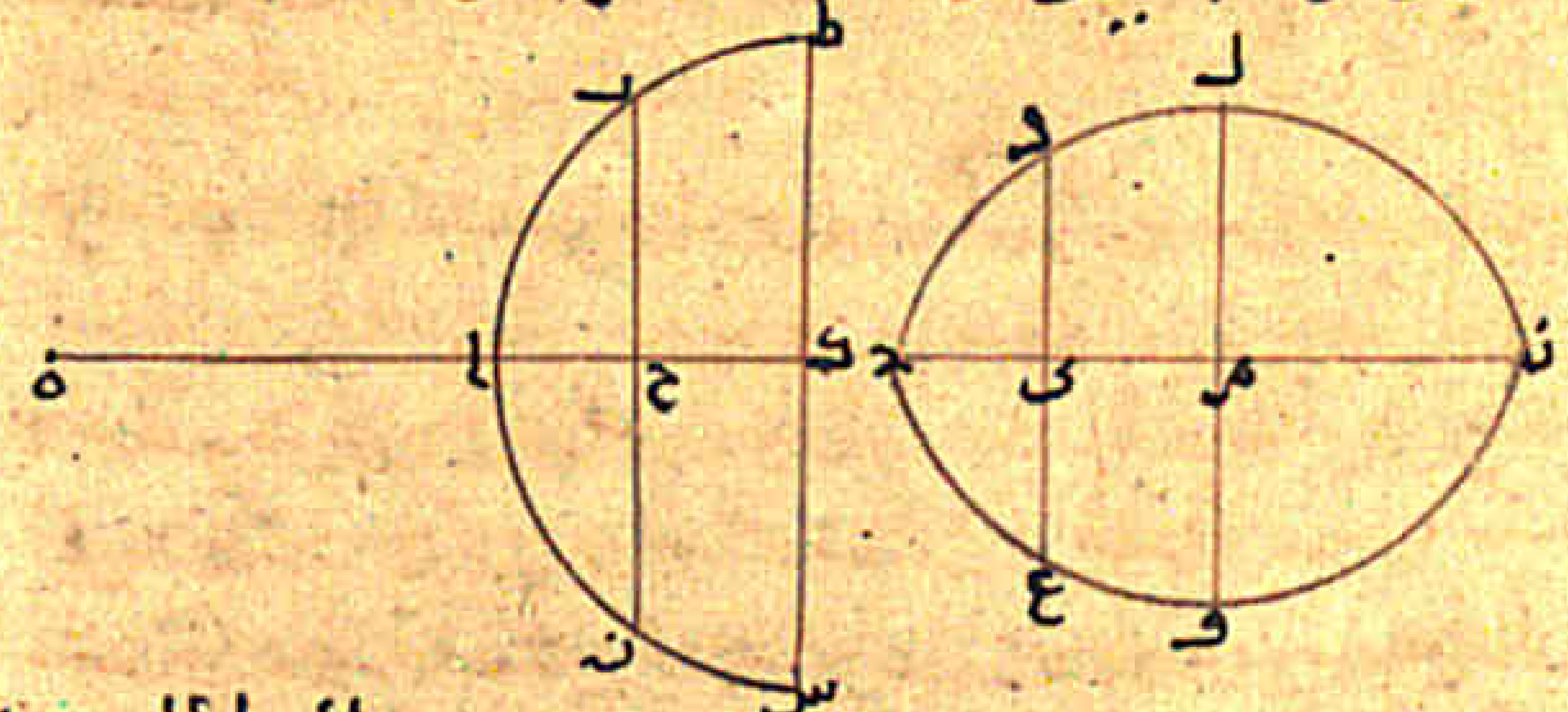
اذن متساويان كما بين في الشكل الذي قبل هذا وهو بين انا اذا دللنا على
القطعين الناقصين ان كان سهما ا ب ك د جميعا السهمين الاطولين وان
كانا جميعا السهمين الاقصرين لان نسبة ب ا الى ضلعه القائم في الحالين
جميعا تكون نسبة ك د الى ضلعه القائم وحكم الاطولين والاقصرين
حكما واحدا وذلك ما اردنا ان نبين
القطع المكافي لا يشبه القطع الناقص ولا يشبه القطع الزائد فليكن قطع
مكافي عليه ا ب وعلى سهمه ا ح فان امكن فليكن هذا القطع شبيها
بالقطع الزائد او الناقص الذي عليه د ه ولنكن سهمه د ك خط د ل ولنكن

ضلع شكل القطع الذي هو القطر المجانب من د ولنخرج اعمدة في القطوع عليها
بـ ى ز ن د ش ك ع ولنكن نسبتها اليها نفسها من السهام في احد القطوع
متساوية لنسبها نفسها من سهم القطع الاخر وسبب القطع الذي يفصل
من احد السهام الى القطع الذي يفصل من السهام الاخر متساوية فنسبة
د ح الى ح ا كنسبة ك ل الى ل د ونسبة ح ا الى ا ه كنسبة ل د الى
د ط ونسبة ا ه الى ه ب كنسبة د ط الى ط ك فنسبة د ح الى ه ب



كنسبة ك ل الى د ط ونسبة مربع ز ح الى مربع ب ه كنسبة ح ا الى
ا ه كما بين في ك من المقالة آ ونسبة ح ا الى ا ه كنسبة ل د الى د ط
فنسبة مربع ك ل الى مربع د ط كنسبة ل د الى د ط وكنسبة
السطح الذي يكون من ضرب م ل في ل د الى السطح الذي يكون من ضرب
م ط في ط د كما بين في الشكل كا من المقالة آ فتكون نسبة ل د الى
د ط كنسبة السطح الذي يكون من ضرب م ل في ل د الى السطح الذي
يكون من ضرب م ط في ط د فخط م ط مساوي لخط م ل هذا خلف
فالقطع المكافي لا يشبه سائر القطوع الاخر وذلك ما اردنا ان نبين
القطع الزائد لا يشبه القطع الناقص فليكن قطع زائد عليه ا ب
وقطع ناقص عليه د ه وعلى سهميهما ا ك د ز ولنكن القطران المجانبان

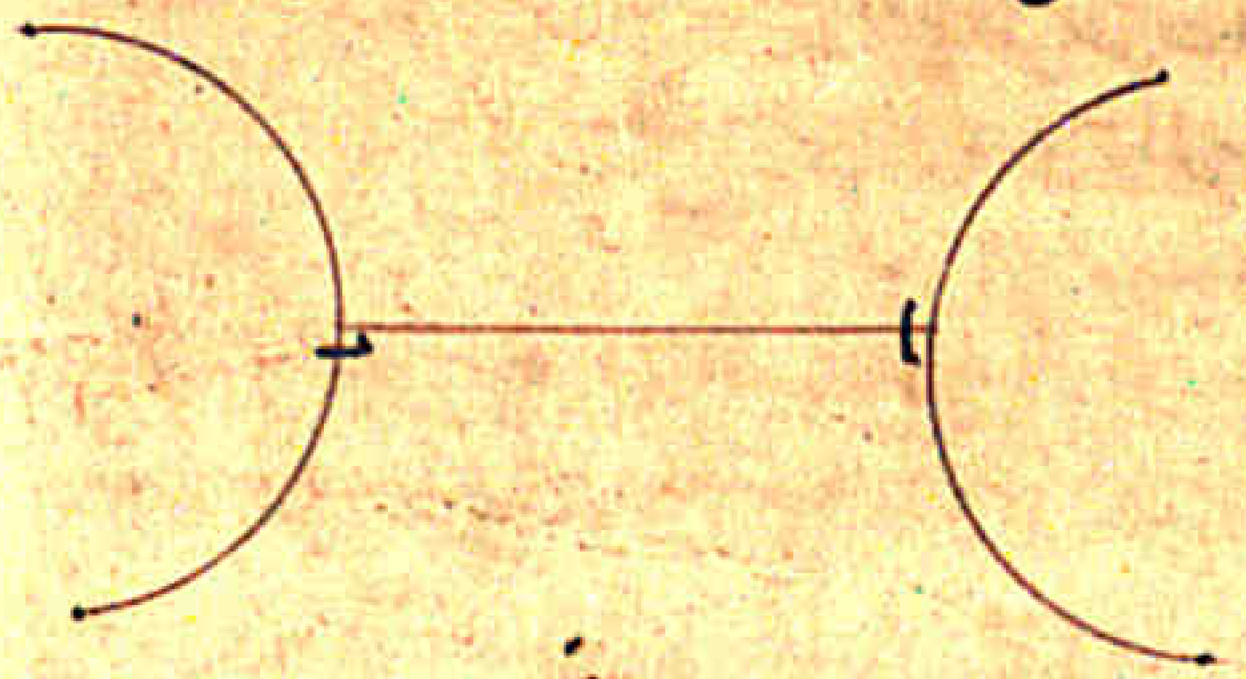
لاه د ر فان كان هذان القطعان متشابهين فان في القطعين اعمدة مما ذكرنا
ب ر ط س د ع ل ف يكون نسبها التي يفصل من السهام في القطعين جميعا
نسبا متساوية فنبين كما بينا في الشكل الذي قبل هذا ان نسبة مربع
ط ك الى مربع ب ح كنسبة مربع ل م الى مربع د ي وكنسبة السطح
الذي يكون من ضرب ه ك في ك ا الى السطح الذي يكون من ضرب ه ح
في ح ا وكنسبة السطح الذي يكون من ضرب ب م في م د الى السطح الذي
يكون من ضرب ب ي في ي د ونسبة السطح الذي يكون من ضرب ه ك في ك ا



الى السطح الذي يكون من ضرب ه ح في ح ا كنسبة السطح الذي يكون
من ضرب ب م في م د الى السطح الذي يكون من ضرب ب ي في ي د فاذ
كان هذا هكذا وكانت نسبة ك ا الى ا ح كنسبة م د الى د ي فان
نسبة ك ه الى ه ح يكون كنسبة م ب الى ب ي وهذا خلف فقطع
ا ب ليس بشبيه بقطع د ه وذلك ما اردنا ان نبين
القطعان المتقابلان اذا كانا متساويين فانهما متشابهان فليكن قطعان متقابلان يو
عليهما ا ب وعلى سهميهما ا ب فاقول ان قطعي ا ب متساويان
متشابهان برهان ذلك ان الضلع القائم لقطعي ا ب متساويان
كما بين في الشكل د من المقالة الاولى وخط ا ب هو ضلع مشترك

[illegible]

لشكليهما فالشكلان اللذان يعملان على سهمي قطعي ا ب هما متشابهان
متساويان فالقطع الذي عليه ا اذا شبيه القطع الذي عليه ب ومساويه

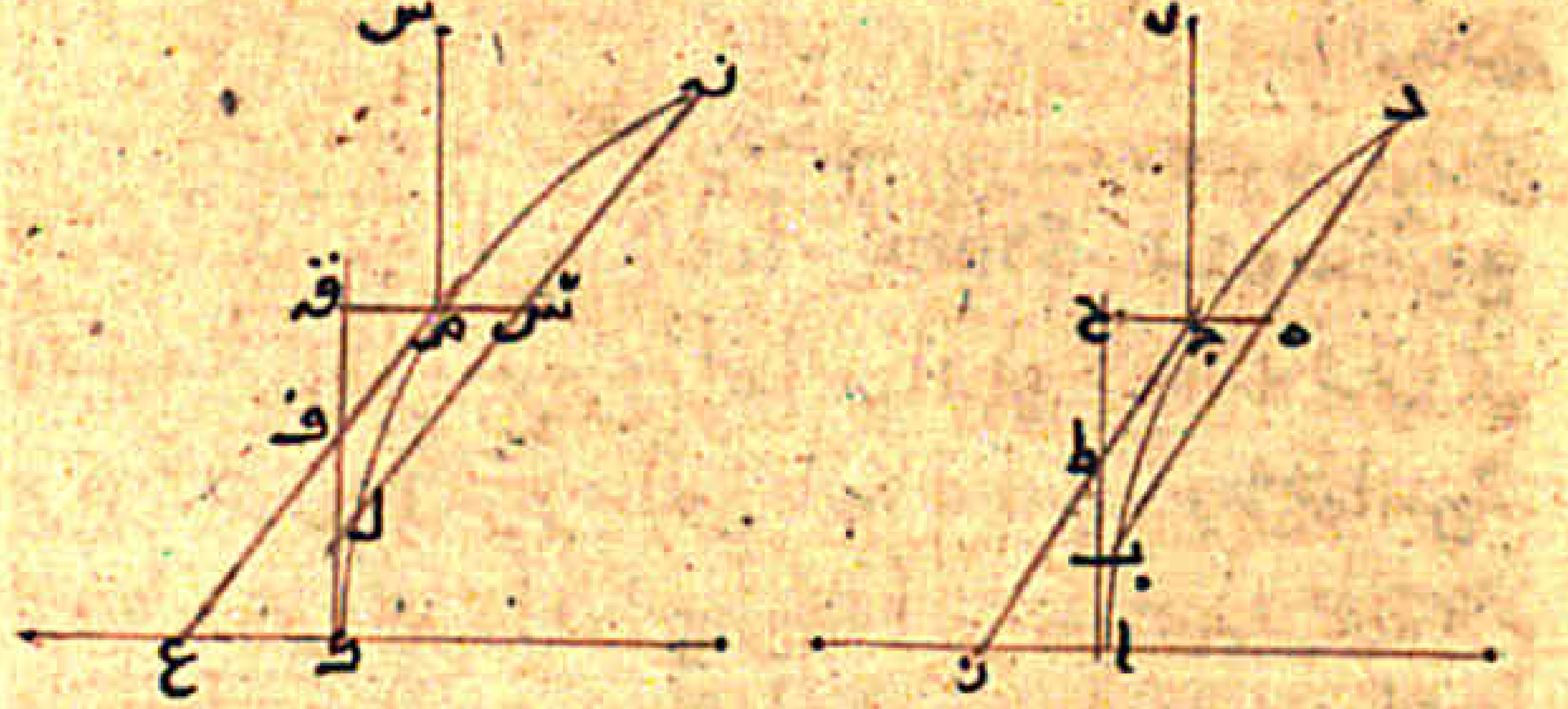


كما بين في الشكل
ب من هذه
المقالة وذلك
ما اردنا ان
نبين
اذا كانت قطوع يز
متشابهة واخرجت خطوط مماسة لها فانتهت الى سهامها فاحاطت مع
السهام زوايا متساوية واخرجت من نقط التماس اقطار للقطوع
وتعلمت على كل واحد منها نقطة وكانت نسبة الخطوط التي بين النقط
التي تعلمت وبين رؤوس الاقطار الى الخطوط المماسة نسبا
متساوية واخرجت على النقط التي تعلمت خطوط موازية للخطوط
المماسة فقطعت من القطوع قطعا فان تلك القطع متشابهة
ووضعها وضع متشابه وان كانت القطع متشابهة وكان وضعها
متشابها فان نسب اقطارها الى الخطوط المماسة نسبا متساوية
والزوايا التي تحيط بها الخطوط المماسة مع السهام متساوية
فلتكن القطوع المتشابهة اولا قطعين مكافئين عليهما ا ب ج ولتكن
سهامهما ا ر ك ع والخطان المماسان لهما ح ر م ع ولتكن زاويتا
ا ر ح م ع ك متساويتين ونخرج على نقطتي د م قطرين للقطعين عليهما
د ه م س ولتكن نسبة ه د الى د ر كنسبة م س الى م ع ونخرج على
ه س خطي ه و ل س موازيين لخطي ح ر م ع عليهما د ب ر ل فاقول ان قطعي

بـ ح د لـ م ن متشابها الوضع برهان ذلك انا نخرج من نقطتي ا ك
عمودين على السهمين عليهما ا ح ك ق و نخرج قطري ه ح م س حتى يلقياهما
على نقطتي ح ق و نجعل نسبة ز ح الى مثل ح ن كنسبة ط ح الى ح ح
و نجعل نسبة س م الى مثل م ع كنسبة ف م الى م ق فيكون ز ح
و س م ضلعين قائمين لقطري ح ه م س فيكون مربع د ه مساويا للسطح
الذي يكون من ضرب ز ح في ح ه كما تبين في الشكل الحادي عشر من المقالة
الاولى لكن يكون مربع ن س مساويا للسطح الذي يكون من ضرب س م في
م س و زاويتا د ع م متساويتان و متساويتان لزاويتي ق م ع
ح ح لان خطي ق م ح ح موازيان لخطي ع ك كما تبين في الشكل
... من المقالة الاولى فزاويتا ق م ع ح ح ه متساويتان والزاويتان
اللتان عند نقطتي ح ق متساويتان والزاويتان اللتان عند ط ف
متساويتان فمثلثا ط ح ح و ق ف م متشابهان و نسبة ط ح الى ح ح
كنسبة ف م الى م ق فنسبة ز ح الى ح ن كنسبة س م الى م ع
و قد كانت جعلت نسبة د ن الى ح ه كنسبة م ع الى م س فنسبة
ز ح الى ح ه كنسبة س م الى م س فتبين من ذلك كما تبين في الشكل
... من هذه المقالة انه تخرج من ح ه خطوط موازية لخط د ب
و من خط م س خطوط موازية لخط لـ ن و تكون نسبة هذه الخطوط
الموازية لقاعدتي د ب ن ل التي تفصل من القطرين مما يلي نقطتي ح م
اللتين هما رأسا القطعين بعضها لبعض متساوية و تكون نسبة ما تفصل
من احد القطرين الى ما تفصل من القطر الآخر ايضا نسبة متساوية
و الزوايا التي تحيط بها خطوط الترتيب الموازية للقاعدتين
مع القطرين للقطعين جميعا متساوية لان الزوايا التي عند نقطتي ح م

٢٤٧
249

متساوية و قطعة ب ح د شبيهة بقطعة ل م ن و وضعهما شبيه
وضعهما و ايضا فانا نجعل قطعة د ح ب من القطع شبيهة بقطعة
ن م ل من القطع الآخر و لكن قطر اوساطهما ح ه م س و قاعدتاهما
ب د ل ن فهو بين ان قطريهما اشبهما ح م و لماس القطعين على هاتين
النقطتين خطا د ز م ع فاقول ان زاويتي د ع م متساويتان
و ان نسبة ه ح الى ح ز كنسبة م س الى م ع فنخرج الخطوط التي
اخرجنا ايضا و اذ كان القطعان متشابهين فان الزاويتين اللتين



تحيط بهما خطا د ب ح ه متساوية للزاويتين اللتين تحيط بهما
ل ن م س و خطا د ز ع م موازيان لخطي ب د ل ن و الزوايا التي
عند نقطتي ح م متساوية فاذ كان ذلك كذلك كانت زاويتا
ز ح ه ع م س متشابهتين فان زاوية ز ح ه مساوية لزاوية ع م س
والزاوية التي عند نقطة ز مساوية للزاوية التي عند نقطة
ع و ايضا فان نسبة د ب الى ه ح كنسبة ن ل الى س م لتشابه
قطعتي القطعين و نسبة د ه الى ه ح كنسبة ن س الى س م
و نسبة ز ح الى ح ه كنسبة ع م الى م س و نسبة س م الى م ع

كنسبة س ن الى س م ونسبة ى د الى د ه كنسبة س م الى م س لانه
ع م الى م س لان زاويتي ح ط ح ق م ق متساويتان ونسبة د ى الى د ه
كنسبة ع م الى م س وقد كنا بينا ان الزاويتين اللتين عند
نقطتي ى ع متساويتان ه
وايضا فان الخط المقطوع الذي ذكرنا قطوع زائد او ناقص ولكن
سائر الاشياء على ما ذكرنا في الشكل الذي قبل هذا ولتنصف نقطتا
د ه مرتين الى مركزي القطعين ونخرج من نقطتي ى ت ولكن نسبة
د ه الى د ن المماس كنسبة س م الى م ع ولكن اوينا ان د ى ع ه
متساويين فاقول ان زاويتي د ح ب ز م ل متساويتان ولكن
نسبة ى د الى المثل د ن المماس للقطع د ح كنسبة ط د الى د ح
ونسبة س م الى المثل م ع المماس للقطع كنسبة ق م الى
م ق فيكون د ت س م مثلين فاشبر لقطري ح ه م س كما بين في
الشكل من المقالة ج وخرج من نقطتي ا ك خطي ا عمودي على السهمين
عليها ا ح ك ق ح ت ب م خ ولان القطرين متساويان يكون سطحاهما
اللذان يعملان على سهميهما ايضا متساويين كما بين في الشكل
من هذه المقالة واذا كان شكلا هذين القطعين المعمولين
على السهمين متساويين فان نسبة سطح ى ت في ت ز الى مربع ح ت
كنسبة سطح ت خ في خ ع الى مربع م خ للذي بين في الشكل
من المقالة ا والزاويتان اللتان عند نقطتي ت ع قد كنا جعلناهما
متساويتين والزاويتان اللتان عند نقطتي ت خ متساويتان
لانهما قائمتان فمثلثا د ت ت م ع خ متساويا الزوايا وقد كنا بينا
ان نسبة سطح ى ت في ت ز الى مربع ح ت كنسبة سطح ت خ في

ونسبة ى د الى د ه كنسبة

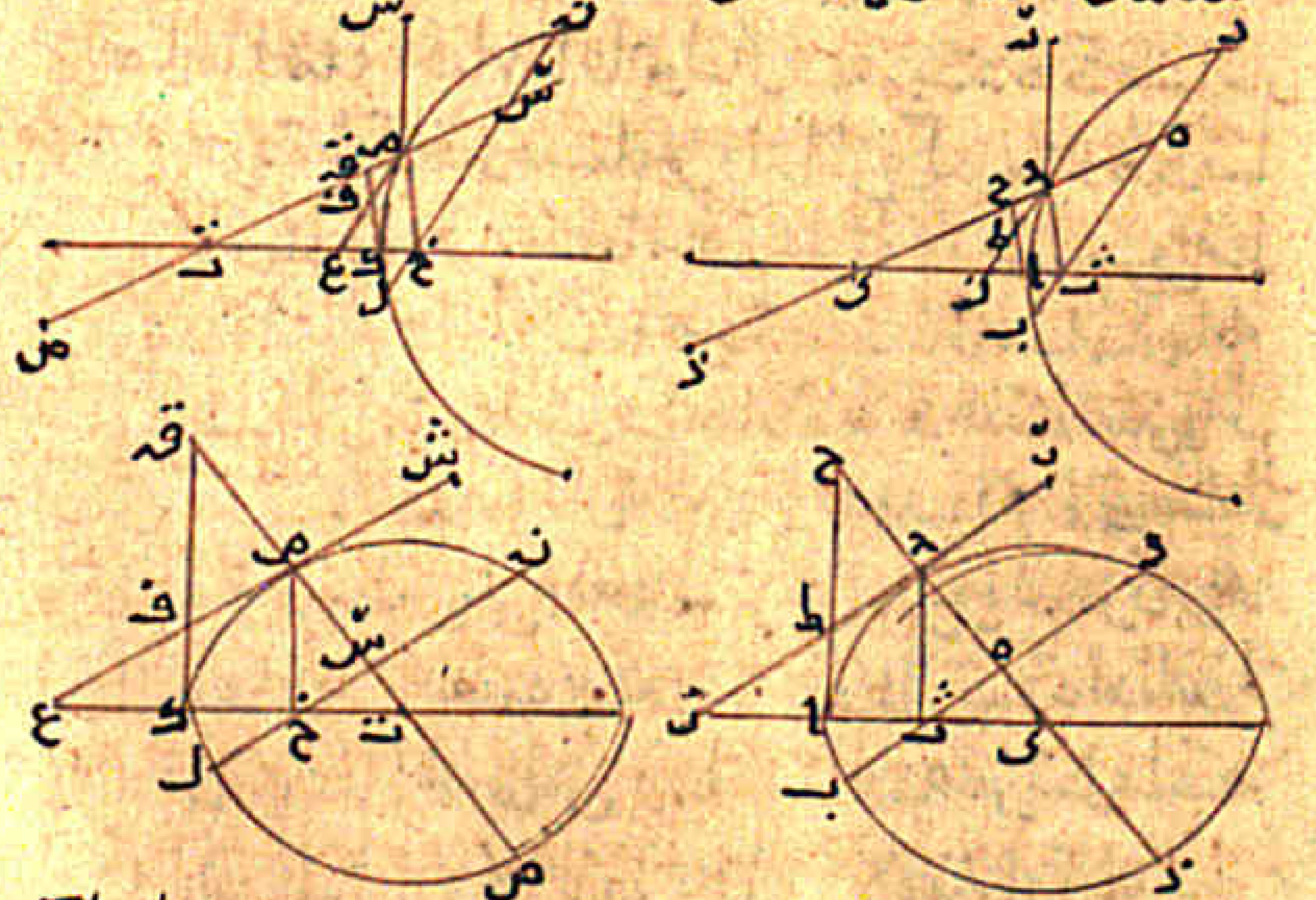
ت خ الى مربع م خ فمثلثا د ى ت م ت خ متشابهان للذي بين في المقدمات
التي في هذا الكتاب والزاويتان اللتان عند نقطتي ى خ متساويتان
للزاوية التي عند نقطة ت فتكون الزاويتان اللتان عليهما ح ت
ت م ع خ متساويتين والزاويتان اللتان عند نقطتي ى س متساويتان لان
الخط المماس موازي لخطوط الترتيب والزاويتان اللتان عند
نقطتي ا ك قائمتان وقد كانت الزاويتان اللتان عند نقطتي ت ى
متساويتين فتصير الزاويتان اللتان عند نقطتي ح ق متساويتين
وقد كنا بينا ان زاويتي ح د ى ع م ت متساويتان فمثلثا ط د ح
ق م ق متساويا الزوايا ونسبة ط د الى د ح كنسبة ق م الى م ق
وكان نسبة د ت الى المثل د ن كنسبة ط د الى د ح وهي
نسبة س م الى المثل م ع كنسبة ق م الى م ق فنسبة د ت الى
د ن كنسبة م س الى م ع ونسبة د ن الى د ى كنسبة ع م الى
م ت فنسبة د ت الى د ى كنسبة م س الى م ت ويكون لذلك
نسبة د ى الى د ذ كنسبة م س الى م ص فالشكلان اللذان
تحيط باحدهما خطا د ى د ذ وبالاخر م س م ص متساويان ولهذا
فان نسبة د ى الى د ت كنسبة م س الى م ع ونسبة د ت الى د ه
قد كنا جعلناها كنسبة م ع الى م س فنسبة د ى الى د ه كنسبة
س م الى م س فاذا كان ذلك كذلك وكان الشكل الذي يحيط به
خطا د ى د ذ شبيها بالشكل الذي يحيط به خطا م س م ص فانا
اذا قسمنا د ه باقسام واخرجنا على نقط الاقسام خطوطا
موازية للخط الذي هو قاعدة القطعة وقسمنا خط م س على
مثل نسب اقسام خط د ه واخرجنا ايضا على نقط الاقسام

خطوطا موازية لخط ل ت الذي هو قاعدة القطعة فانه يبين كما بينا
في السكل ب من هذه المقالة ان نسب الخطوط المولدة التي وقعت
خط ح ة الى ما يفصل منه مما يلي نقطة م والزوايا التي يحدثها
قاعدة د ب مع خط ح ة مساوية للزوايا التي يحدثها قاعدة ل ت مع
خط م ش مساوية لان هذه الزوايا التي يحدثها قاعدة ل ت مع
خط م ش مساوية للزوايا التي يحدثها خط ح م الحادثة من الخط
المماس ومن القطر وقطعتا د ح ب ت م ل متشابهتان ووضعهما
متشابه وايضا فان الخط قطعة د ح ب شبيهة بقطعة ت م ل
فاقول ان زاوية ح د ز لزاوية ع ت مساوية وبيان ان نسبة ح ة الى
ح ز كنسبة م ش الى م ع فاذ كانت القطعتان متشابهتين فانه
يخرج فيهما خطوط موازية لخطي د ب ت ل مساوية العدد يقطع
خطي ح ة م ش على زوايا متساوية ويكون نسبها ونسب ملد ب
د ب ل ت الى ما يفصل من الاقطار نسبا مساوية ويكون ايضا
نسب اقسام ح ة الى اقسام م ش مساوية والخطوط التي ع ح
وقطعة د ح ب الى خط ح ة ويكون موازية لخط د ب يقوى على
السطوح التي يضاف الى خط ح ز ويزيد على تمامه او ينقص عن تمامه
سطحا شبيها بالسطح الذي يحيط به خطا ح ز ح ذ كما بين في الشكل
ت من المقالة آ ولذلك يقوى ايضا الخطوط التي في قطعة ت م ل
الى خط م ش ويكون موازية لخط ل ت على السطوح التي يضاف الى
ش م ويزيد على تمامه او ينقص عنه سطحا شبيها بالسطح الذي
يحيط به خطا م ش م ض فاذ كان ذلك كذلك فانه يبين كما بين
في السكل ب من هذه المقالة ان نسبة ح ذ الى ح ز كنسبة

نقطة ت كنسبة الخطوط المولدة التي وقعت بين خط م ... الى ما يفصل منه مما يلي نقطة م

251

م ش الى م ض واذ كان ذلك كذلك وكانت خطوط الترتيب تلقى
القطرين على زوايا متساوية وكانت نسبة سطح ي ت في ت ذ
الى مربع ح ت كنسبة سطح ت خ في خ ع الى مربع م خ وكانت
زاوية ت خ قائمة وكانت زاوية ز ح ي ع م ت مساوية
فان مثلثي ي ح ذ ت م ع متشابهان كما تبين في المقدمات التي قبل
هذا الكتاب وذلك بين في القطع الزائد بيانا عاما واما في القطع
الناقص فانه بين بان يكون فيهما التركيب جميعا السهمين الاطولين
او بان يكون ما جميعا السهمين الاقصرين فاذ كانت نسبة ح ت الى ح ذ
كنسبة م ش الى م ض فان نسبة سطح ح ة في ة ذ الى مربع ذ ة تكون
كنسبة سطح م ش في ش ض الى مربع ض ش كما تبين في الشكل كا من
المقالة آ او نسبة مربع ذ ة الى مربع ح ة كنسبة مربع ذ ش الى مربع



م ش فنسبة سطح ذ ة في ة ح الى مربع ة ح كنسبة سطح م ش في ش م

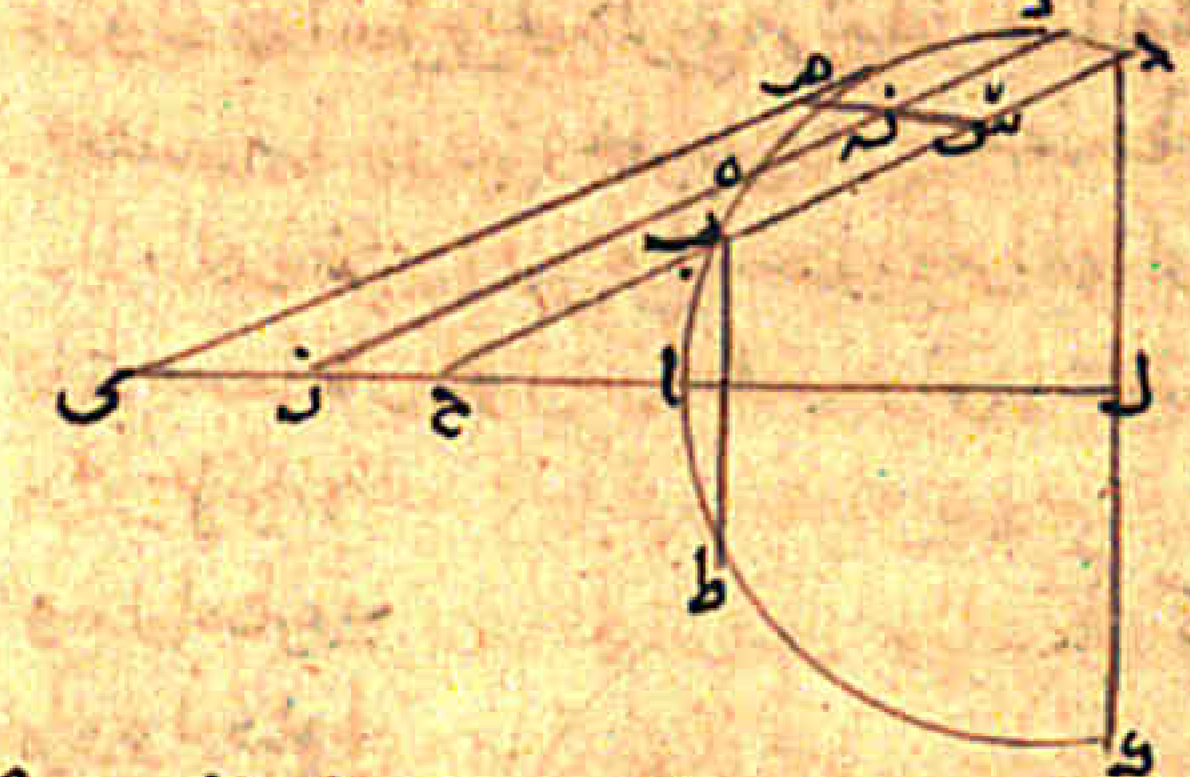
هذا يبين بالتدبير الذي ... في الصورة الاولى ... والقطع الناقص
... في الصورة الثانية ... في الصورة الثانية ...
... هذا الشكل ... وهو ... القطع
... ولا ... مثل ... على زاوية

المربع سرم ويكون لذلك نسبة دة الى حـ كنسبة مربع سر الى سرم
ونسبة كـ بـ الى حـ كنسبة مربع تم الى مربع ع لتشابه مثلثي حـ ذ
ن م ع وخط حـ ك مثل خط د ى وخط م ع مثل خط م ت فنسبة
دة الى حـ كنسبة مربع الى مربع تس والزاويتان اللتان عند نقطتي
زح متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين

ط اذا اخرجنا الخطوط من القطع المكافى او الزائد وكانت اعمدة
على السهم فان القطعتين اللتين يفصلهما كل عمودين منها من الجانبين
معا ~~متساويه~~ متشابهة ووضعها متساوية واما القطع الباقية
فهي غير متشابهة لها فليكن قطع مكافى او زائد على سهمه آ ك
ولنخرج في القطع خطان يكونان عمودين على السهم عليهما ب ط د ك
وليفصلا من القطع قطعتي ب د ط ك وليكن قطعتا د ة ط ك قطعتين
لا يفصلهما اعمدة باعيانها فاقول ان قطعتي ب د ط ك متشابهتان
وان قطعتي د ة ط ك غير متشابهتين واما ان قطعتي ب د ط ك فهما ...ان
متوازيتان لان كل واحدة منهما تنطبق على الاخرى كما تبين في الشكل
تم من هذه المقالة واما ان قطعتي د ة ط ك غير متشابهتين فانه
يتبين هكذا ان امكن فليكن قطعتا د ة ط ك متشابهتين ونصل
خطي د ة د ب ونبعدهما الى نقطتي ز ح فقطعتا د ة ط ك متشابهتان
وقطعة ط ك تنطبق على قطعة ب د كما تبين في الشكل تم من هذه
المقالة فقطعة د ة شبيهة بقطعة ب د فخطا د ب د ة اذا انعطفا
على استقامة لقيا السهم على زوايا متشابهة من اجل ما قد
تبين في الشكلين اللذين قبل هذا فخطا د ب د ة متوازيان ونخرج
خط م س قاطعا لخطي د ب د ة بنصفين بنصفين ونخرج من نقطة م

252

خطا موازيا للخط د ة ز عليه م ى فخط م س قطر للقطع لما تبين
في الشكل كج من المقالة ب وخط م ى مواز للخطوط المرتبة
الواقعة عليه وهو مماس للقطع وقطعتا د ب د ة متساويتان
فنسبة م ى
الى م س كنسبة
م ى الى م ت
كما تبين في
الشكلين
اللذين قبل
هذا وذلك
خلف

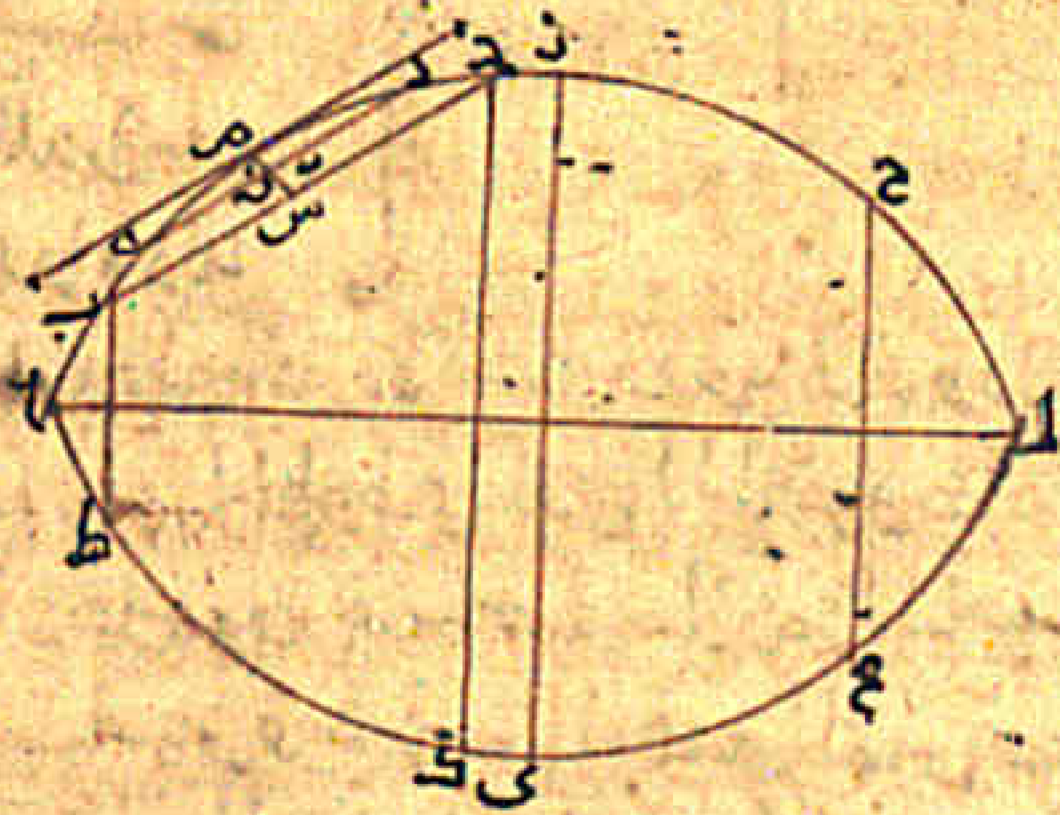


فقطعة د م ة لا تشبه قطعة ط ك وذلك ما اردنا ان نبين

ى اذا اخرجنا الخطوط في القطع الناقص وكانت اعمدة على سهمه
فان كل عمودين منهما يفصلان من الجانبين جميعا قطعتين
متساويتين ومتشابهتين والقطعتين اللتين يفصلهما الاعمدة التي
بعدهما من المركز كبعد ذينك العمودين ووضع هذه القطع
الاربع وضع متساوية وليس تشبه قطعة اخرى من القطع
فليكن قطع ناقص على سهمه آ ك وليكن فيه خطان اخران
يقطعان السهم على زوايا قائمة و يكون بعدهما من المركز
كبعد هذين فاقول ان قطع ب د ط ك ز ح ى ع متساوية
نح وانه لا تشبهها قطعة اخرى من القطع فاما ان قطع ب د ة
ى ع متساوية ووضعها وضع متساوية فانه من اجل ان هذه
القطع تنطبق بعضها على بعض كما تبين في الشكل ح من هذه

عليها آ ب كـ د ك ولنخرج خطان اخران يقطعان السهم على زوايا قائمة او يكون

المقالة واما انه لا تشبهها قطعة اخرى فانه تبين هكذا ان لم يكن
فلتشبه قطعة د ه هذه القطع ونصل خطي د ه د ب فاذا العمودا
فانه لن يلقى احدهما السهم لقيه الاخر على مثل الزاوية التي لقيه عليها
الاول كما تبين في الشكل يح من هذه المقالة فخطا د ه د ب متوازيان
فنقسمهما بنصفين ونخرج على نقطتي التنصيف خط ن ر س فخط ن ر س
قطر للقطعتين كما تبين في الشكل كح من المقالة ب ولان قطعتي د ه
د ب متشابهتان تكون نسبة د ب الى ن ر م كنسبة د ه الى م ن وهذا



خلف لا يكون اذا
وصلنا خطي د ب
م د ولم نخرجهما
لم يمر بنقطتي د ه
فقطعة لا تشبه
قطعة ح ت =
وذلك ما اردنا
ان نبين ه

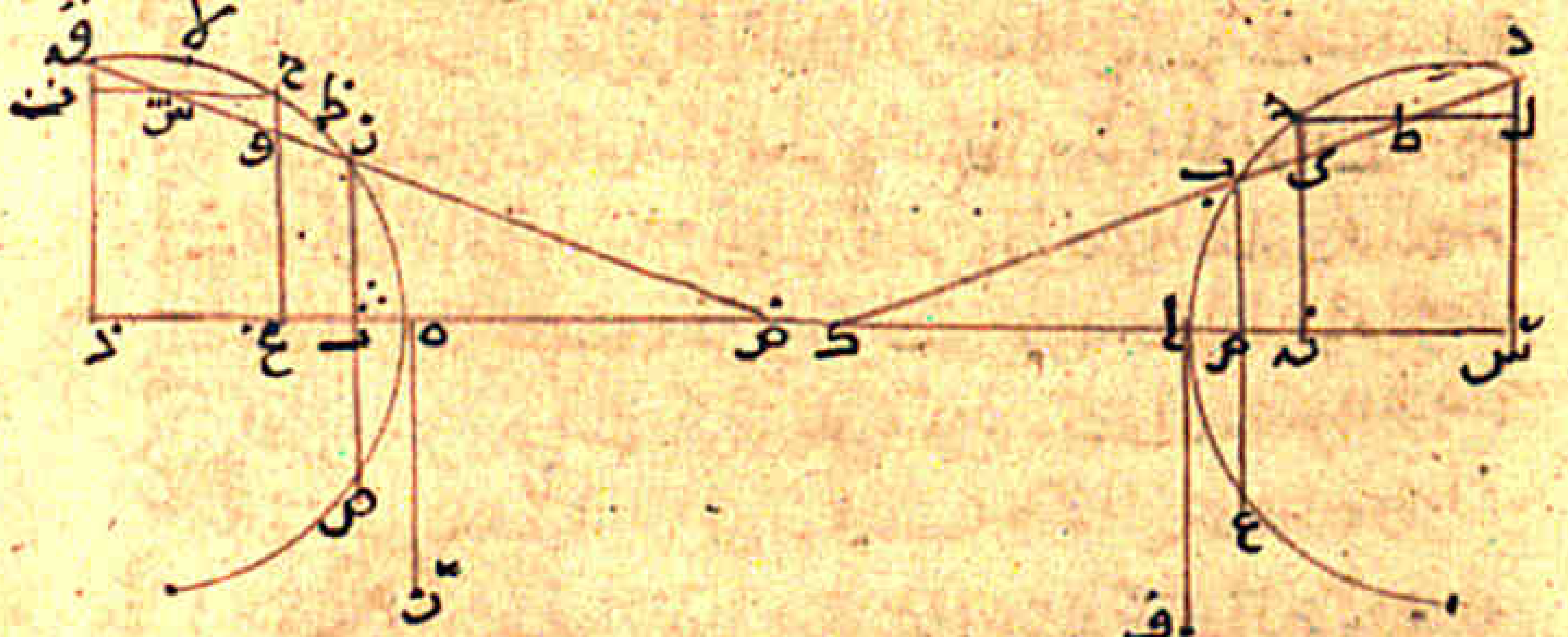
اذا اخرجت في القطوع المكافية خطوط فكانت اعمدة على السهام كا
ووقعت من السهام مما يلي رؤوس القطوع قطعا نسبها الى الاضلاع
القائمة في جميع القطع نسب متساوية فان القطع التي تفصلها
تلك الاعمدة من احد القطوع تشبه القطع التي تفصلها الاعمدة
الاخر من القطوع الاخر ومعها وضع متشابه وليس يشبه
غيرها من القطع المأخوذة من تلك القطوع فلنكن قطعان مكافئان
عليهما ا ب ه ن و على سهميهما ا س و ك ولنكن ضلعاهما القائمان

253

ا ق ه ر و ح ح في احد القطعين عمودي ت م د س وفي القطع الاخر
عمودي ر ت ق ر ولتكن نسبة ا م الى ا ق كنسبة ه ت الى ه ر ونسبة
س ا الى ا ق كنسبة ه ك الى ه ر فاقول ان قطعة ب ا ع تشبه ر ه ص
وقطعة د ا تشبه قطعة ق ه و قطعة د ب تشبه قطعة ر ق
فاما ان قطعة ب ا ع تشبه قطعة ر ه ص فانه تبين كما تبين في
الشكل يا من هذه المقالة فنصل خطي د ب ق ر ونخرجهما على
استقامة فيلقيان السهمين على نقطتي ك ض ونقسم خطي د ب ق ر
بنصفين على نقطتي ط ش ونخرج عليهما خطين موازيين =
للسهمين عليهما ا ط ل ح ش ت ونخرج من نقطتي د ح عمودين على
السهمين عليهما د ت ح ع فنسبة ا ق الى ركل واحد من اش الى م نسبة
ه ر الى كل واحد من ه ت ه ذ فتبين من ذلك كما تبين في الشكل با
من هذه المقالة ان نسبة مربع د س الى مربع ب م كنسبة
مربع ق د الى مربع ر ت فنسبة د س الى ب م كنسبة ق د الى ر ت
ويكون لذلك نسبة س ك الى ك م كنسبة ض د الى ض ت واما ان
نسبة مربع د س الى مربع ب م كنسبة مربع ق د الى مربع ر ت
فنسبة س ا الى ا م كنسبة ذ ه الى ه ت للذي تبين في الشكل ك
من المقالة ا واذا فلما صارت نسبة اس الى س م كنسبة
ه ذ الى ذ ت وركبنا صارت نسبة ك س الى س م كنسبة ض د
الى ذ ت فنسبة ك س الى س ا كنسبة ض د الى ذ ه ونسبة س ا
الى س د كنسبة ه ذ الى ذ ق فنسبة ك س الى س د كنسبة ض د
الى ذ ق والزاويتان اللتان عند نقطتي س ذ قائمتان فمثلثا
د ك س ض د ق متشابهان والزاويتان اللتان عند نقطتي ك ض

متساويان ونسبة دك الى دب كنسبة قز الى ضز واذا
فلما صارت نسبة كد الى دب كنسبة ضق الى قز وقد
قسم دب بنصفين على نقطة ط وقسم قز بنصفين على ش ونسبة
كد الى دط كنسبة ضق الى قش ويكون لذلك نسبة شد
الى شل كنسبة ذق الى ذت وخط لش مساوي لخط ح ز وخط
ذ ز مساوي لخط ح ع فنسبة دش الى ح ز كنسبة قد الى ح ع
ويكون لذلك نسبة شا الى از كنسبة ذه الى ه ع كما بين في الشكل
ك من المقالة آ واذ قلنا كانت نسبة اش الى ش ز كنسبة ه ذ
الى ذ ع وقد كنا بينا ان نسبة كش الى شا كنسبة ضذ الى ذه
فنسبة كش الى ش ز كنسبة ضذ الى ذ ع ويكون لذلك نسبة
كد الى دى كنسبة ضق الى قو ولذلك فصلنا كانت نسبة
كى الى ى د كنسبة ضو الى وق وقد كانت نسبة كط الى
ط د كنسبة ضش الى شق فنسبة كط الى ط ى كنسبة ضش
الى شو ونسبة ى ط الى ط د كنسبة وش الى شح لان مثلثي
ك ط د و ض ش ح متشابهان فنسبة ك ط الى ط د كنسبة ضش
الى شح ولكن خط ك ط مساوي للخط المماس الذي يخرج من د الى السهم
لانه موازي لخط د ك ومماس من خطين متوازيين وكذلك ايضا
يكون خط ض ش مساويا للخط المماس الذي يخرج من نقطة ح الى
السهم فنسبة الخط المماس الذي يخرج من نقطة د الى ح ط كنسبة
الخط المماس الذي يخرج من نقطة ح الى ح ش وقد بين في الشكل
ي من هذه المقالة انه اذا كان كذلك وكانت الزاويتان
اللتان يحيط بهما الخطان المماسان مع السهمين متساويتين

فان القطع التي عليها الخطوط المماسة من د و ح متشابهة
فقطعتا د ح ب ق ح ز متساويتان ووضعهما واحد متشابهة
وايضا فانا نجعل قطعة ظ ك ل قطعة لا يفصلها الاعمدة التي ذكرنا
فاقول انها لا تشبه قطعة د ح ب وذلك ان قطعة د ح ب تشبه
قطعة ق ح ز وقطعة ق ح ز لا تشبه قطعة ظ ك ل كما بين في
الشكل كط من هذه المقالة لانه لا يفصلها عمود فاذا
فقطعة ظ ك ل لا تشبه قطعة د ح ب وذلك ما اردنا ان نبين



كب القطوع الزائدة والناقصة المتشابهة تعرض فيها مثل الذي بينا في
الشكل الذي قبل هذا انه يعرض في المكافية فلنكن ما ذكرنا في القطع
المكافي باقيا على حاله ولنبيه وقطرا ح ط ح ش الى مركزي ل ت
ويخرج من نقطتي د ح خطين مماسين للقطعين عليهما د ح ظ ح مهما
موازيان لخطي د ك ق ض فنسبة ام الى الضلع القائم كنسبة
ه ت الى الضلع القائم كنسبة ه ب للقطع الآخر فاذا كان القطعان
متشابهين فان شكليهما ايضا متشابهان كما بين في الشكل ب من
هذه المقالة فنسبة القطر المجانب لاحد القطعين الى ضلعه القائم

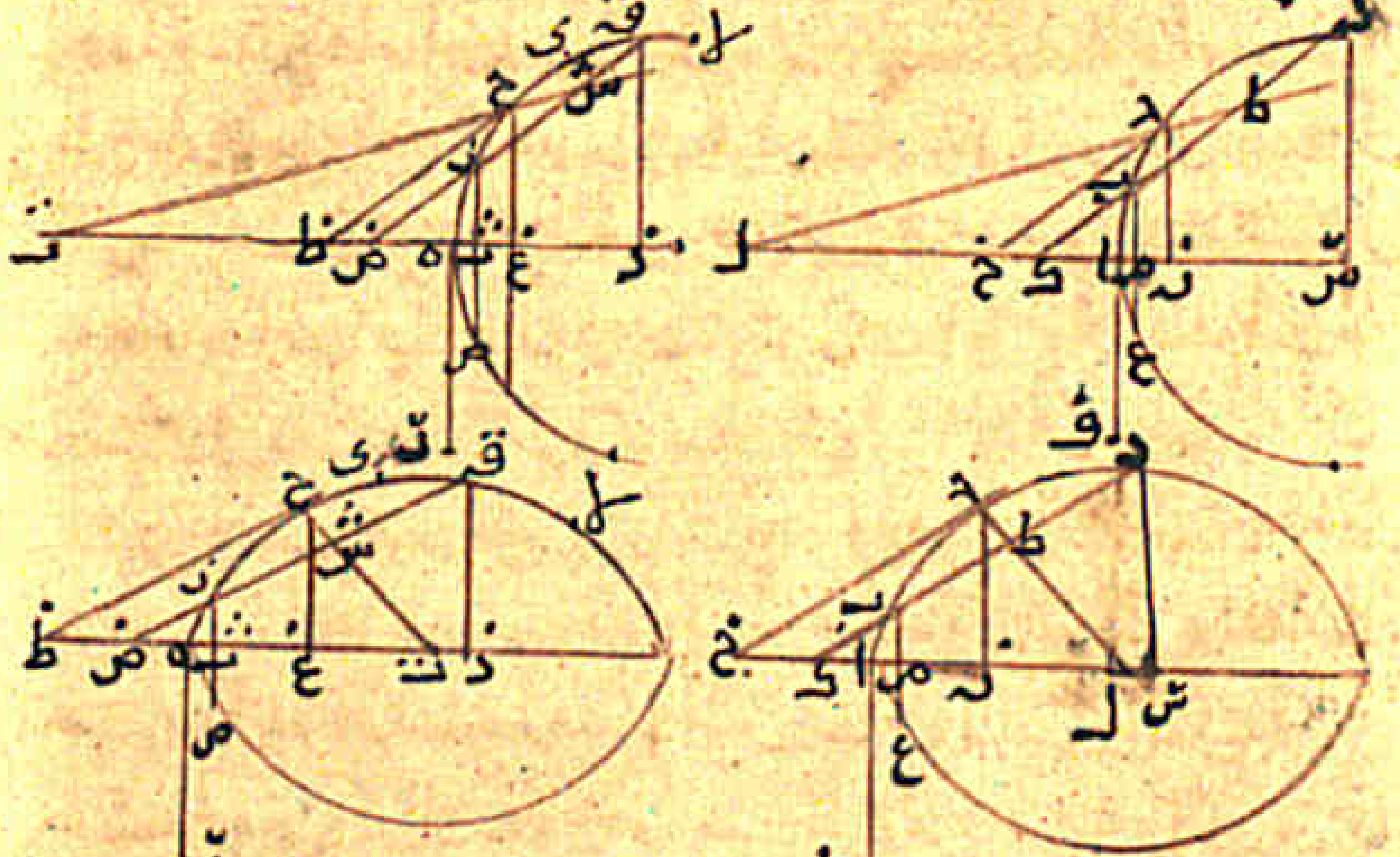
كنسبة القطر المجانس من القطع الاول الى ضلعه القائم وكنسبة الضلعين
الى خطي ا م ه ت ن ق ر كما جعلناهما متساويين فاذا كان ذلك كذلك
وكان شكلا القطعين متساويين فانه يتبين بما بينا في الشكل ... من
هذه المقالة انه يخرج في قطعة ب ا ع خطوط موازية لخط ب ع وفي قطعة
ز ه ص خطوط موازية لخط ن ص ويكون عدد الخطوط المخرجة في
قطعة ب ا ع كعدد الخطوط المخرجة في قطعة ز ه ص ويكون نسبتها
وخط ن ص الى ما يفصل من السهم مما يلي نقطة ا ويكون نسب القطع
التي يفصل من سهم ا م الى القطع التي يفصل من سهم ه ت متساوية
فقطعتا ب ا ع ز ه ص متشابهتان ولان نسبة ا م الى ا ف الذي هو
الضلع القائم كنسبة ه ت الى ه ر الذي هو الضلع القائم ونسبة ا ش
لها الى ا ف كنسبة ه ذ الى ه ر فيكون نسبة خطي د ش ش م الى خطي
ا ش ا م كنسبة خطي ق ذ ذ ت الى ه ذ ه ت ونسبة ش ا الى ا ذ نسبة
ا م الى ه ت ونسبة ا م الى م ب كنسبة ه ت الى ت ن فنسبة د ش الى
ب م كنسبة ق ذ الى ن ت ونحو ذلك نسبة ش ك الى ك م كنسبة
ذ ض الى ض ت واذا فصلنا كانت نسبة ك ش الى ش م كنسبة ق ذ
الى ذ ت ونسبة ش م الى ش ا كنسبة ذ ت الى ذ ه لان نسبة ش ا الى
ا م كنسبة ذ ه الى ه ت فنسبة ك ش الى ش ا كنسبة ض ذ الى ذ ه
ونسبة ش ا الى ش د كنسبة ه ذ الى ذ ق فنسبة ك ش الى ش د كنسبة
ض ذ الى ذ ق والزوايا التي عند نقطتي ش ذ قائمتان فالزاويتان
اللتان عند نقطتي ك ض متساويتان ولذلك تكون الزاويتان
اللتان عند نقطتي خ ظ متساويتين والقطعان متشابهان فكلاهما
متساويان وخطا ح خ ظ متساويان فنسبة سطح ل ت ه ر الى ن خ الى مربع

مما يلي نقطة ه نسبة الخطوط المخرجة في قطعة ب ا ع وخط ب ج الى ما يفصل من السهم

ح ن كنسبة سطح ن خ ع في ظ ع الى مربع ح ع للذي بين في الشكل ... من المقالة
ا من المقالة ا ونسبة مربع ح ن الى مربع ن خ كنسبة مربع ح ع الى
مربع ع ظ لتشابه مثلثي ن خ ح ع ظ فنسبة سطح ل ن في ن خ الى
مربع ن خ كنسبة سطح ن ع في ظ ع الى مربع ظ ع ويكون لذلك نسبة
ل ن الى ن خ كنسبة ن ع الى ظ ع ونسبة خ ن الى ن ح كنسبة ظ ع
الى ع ح لتشابه المثلثين فنسبة ل ن الى ح ن كنسبة ن ع الى ح ع
وزاويتا ن ع متساويتان فاما ... ل ن ح ن ع ح متساويان والزاويتان
اللتان عند نقطتي خ ظ متساويتان فنسبة خ ل الى ل ح كنسبة ظ ت
الى ت ح فنسبة خ ك الى ح ك كنسبة ظ ض الى ح ض لان خط ح خ موازي
لخط ط ك وخط ح ظ موازي لخط ت ر ض وايضا فان شكلي القطعين
متساويان فنسبة ا م الى م ب كنسبة ه ت الى ت ن ونسبة م ب
الى م ك كنسبة ت ن الى ت ض فنسبة ا م الى م ك كنسبة ه ت الى ت ض
واذا فصلنا كانت نسبة ا م الى ا ك كنسبة ه ت الى ه ض وايضا فان
نسبة ا ك الى ا م كنسبة ه ض الى ه ت فنسبة ا ك الى ا ك كنسبة
ن ه الى ه ض ولذلك تكون نسبة ا ك الى ك كنسبة ه ت الى ت ض
وايضا فان نسبة ل ن الى ن خ كنسبة ن ع الى ع ظ لتشابه المثلثات
فنسبة خ ل الى ل ح كنسبة ع ت وكنسبة ظ ت الى ت ح كنسبة
مربع ا ك الى مربع ل خ للذي بين في الشكل ... من المقالة ا ولذلك يكون
نسبة ع ت الى ت ظ كنسبة مربع ه ت الى مربع ت ظ فنسبة مربع
ا ك الى مربع ل خ كنسبة مربع ه ت الى مربع ت ظ ونسبة ا ك
الى ل خ كنسبة ه ت الى ت ظ وقد كنا بينا ان نسبة ا ك الى ك
كنسبة ه ت الى ت ض فنسبة ل خ الى ك كنسبة ت ظ الى ت ض

الى ت ظ

ولذلك تكون نسبة لخ الى خى كنسبة تظ الى ظض ونسبة دخ
الى خى كنسبة حظ الى ظت لتشابه مثلثي دخ ل حظ ت فنسبة
دخ الى خى كنسبة حظ الى ظض وقد كان ايضا ان نسبة خ ك
الى خط كنسبة ظض الى حش فنسبة دخ الى خط كنسبة حظ الى
حش والزاويتان اللتان عند نقطتي خ ظ متساويتان فقطعتا دب
قح متساويتان ووضعهما وضع متشابه كما تبين في الشكل كح

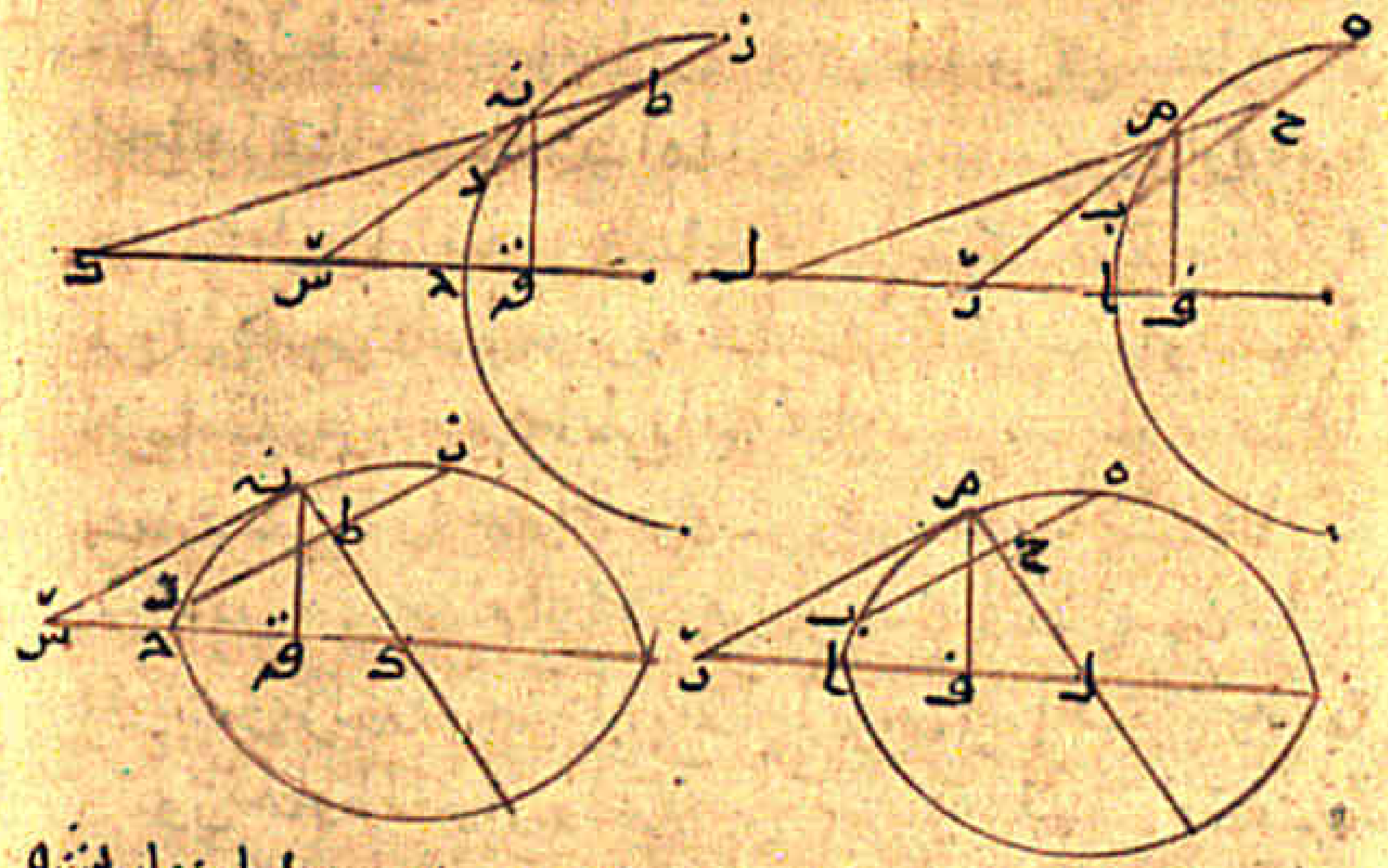


من هذه المقالة وايضا فانا نجعل قطعة ى كل تفصلها الاعمدة التي ذكرنا
ولا تفصلها ايضا في القطع الناقص اعمدة بعدها من المركز كبعد الاعمدة
الاخر فاقول انها لا تشبه قطعة دح ب فان امكن فلتكن شبيهة
بها وقطعة دح ب تشبه قطعة قن فقطعة ى كل تشبه قطعة قن
وليس تفصلها اعمدة باعيانها ولا اعمدة بعدها من المركز كبعدها
هذا خلف كما تبين في الشكل كح من هذه المقالة فليس تشبه
قطعة ى كل قطعة قن ولا قطعة دح ب وذلك ما اردنا ان نبين

كط القطوع التي ليست متشابهة لا يشبه قطعة من احدها قطعة من الآخر
فليكن قطعان غير متشابهين عليهما اب جد ولتكونا اولا مكافئين
او زائدين او ناقصين فاقول انه لا يشبه قطعة من اب قطعة من جد فان
امكن ذلك فلتشبه قطعة به قطعة دن ونصل خطي به دن ونصفهما
بنصفين على نقطتي ح ط وليكن مركز القطعين نقطتي ك ل ونصل
خطي حم لط نن وهما قطران للقطعين كما تبين في الشكل [illegible] من
المقالة [illegible] خطا حم لط نن اما ان يكونا سهمين واما الا يكونا
كذلك فان كانا سهمين وكانت قطعتا به دن متشابهتين فانه
تخرج الى السهم خطوط موازية لخط به تكون نسبتها ونسبة الخطوط
التي تفصل من السهم بها ما يلي راس القطع كنسبة خطوط عددها
كعددها تخرج الى السهم الآخر وتكون موازية لخط دن وخط دن
التي تفصل من سهم القطع الآخر مما يلي راسه وتكون نسبة القطع
التي تفصل من احد السهمين الى القطع التي تفصل من السهم الآخر مساوية
وتكون الخطوط الموازية اعمدة على السهمين فقطعا اب جد متشابهان
وقد كنا جعلناهما غير متشابهين هذا خلف وان لم يكن قطرا حم
ط ن سهمين فانا نخرج السهمين [illegible] ونخرج من نقطتي م ن عمودين على
السهمين عليهما م ف ن ق ونخرج منهما ايضا خطين مماسين للقطعين
عليهما مر نش فلان قطعتي به دن متشابهتان [illegible]
خطان مماسان لهما عليهما مر نش فانه يتبين من ذلك كما تبين في
الشكل كح من هذه المقالة ان مثلثي مر نش متساويان وخطا
مف نق عمودان فنسبة سطح [illegible] الى مربع مف كنسبة
سطح [illegible] الى مربع نق كما تبين في المقدمات التي [illegible] هذا

مرة

الكافي ولكن نسبة سطح ل ق في ق ز الى المربع من ق ك كنسبة القطر المجانب
الى الضلع القائم لقطع ا ب كما تبين في الشكل لز من المقالة آ ولذلك يكون
نسبة سطح ك ق في ق س الى المربع من ق ه كنسبة القطر المجانب لقطع
د ه الى الضلع القائم له فشكلا قطعي ا ب ح د متشابهان ولو كان
ذلك كذلك كان القطعان متشابهين كما تبين من هذه المقالة فقطعا وبين

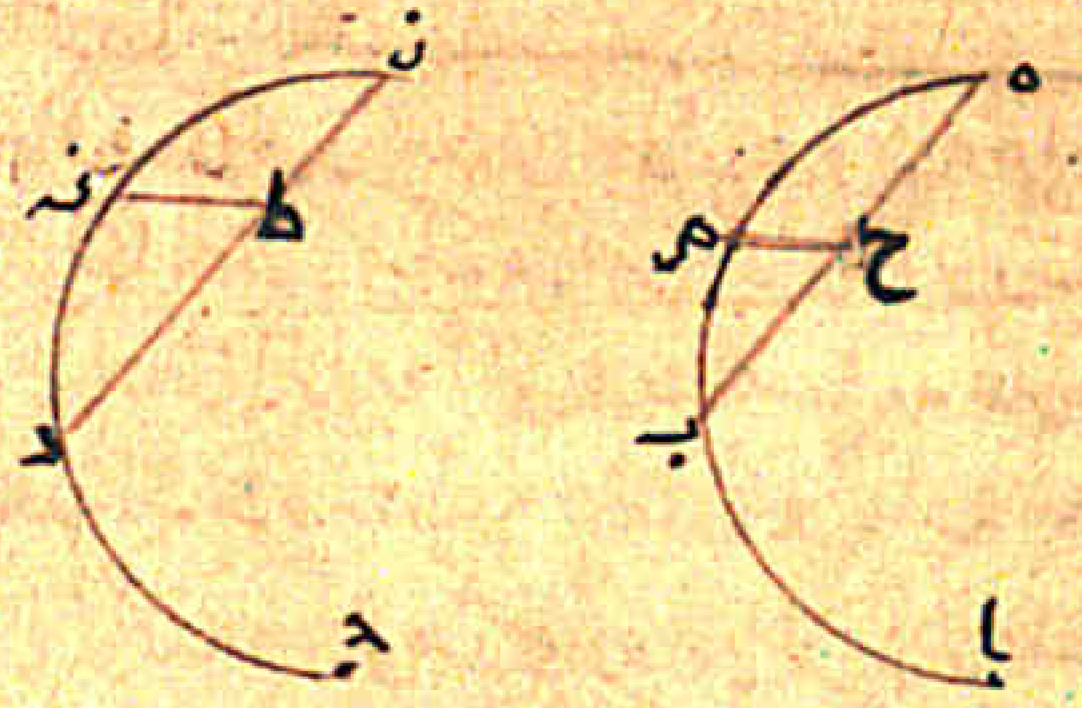


ا ب ج د متشابهان وقد كنا جعلناهما غير متشابهين هذا خلف فليس شبه
قطعة ب ه قطعة د ز ن

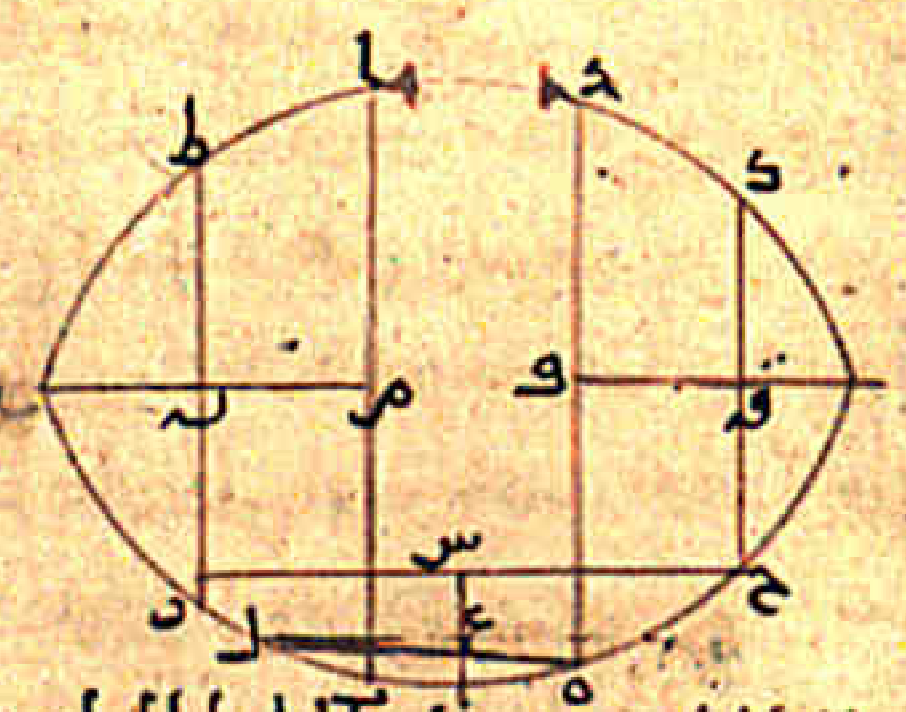
كد وايضا فانا نجعل قطع ا ب مكافيا او قطع ج د زائدا او ناقصا وهو مثل ان
القطع لا يشبه القطع الذي مثلنا في الشكل ... من هذه المقالة فاقول
ان قطعتي ب ه د ز غير متشابهتين فان كانتا متشابهتين فعند ذلك يخرج
فيهما خطوط مساوية العدد موازية لخطي ب ه د ز تكون نسبتها
الى ما تفصل من احد القطرين مما يلي رأس القطع الذي هو نقطة ... نسبة
الخطوط التي تفصل القطر الآخر الى ما تفصل منه مما يلي رأس القطعة

الذي هو ز ... ونسبة القاعدة ايضا الى القطر كنسبة القاعدة الى القطر
ونسبة اقسام احد القطرين الى اقسام القطر الآخر متساوية فيتبين
ان ذلك من المحال كما تبين في القطوع باجمعها في الشكل ... من هذه المقالة
فان كان احد القطعين زائدا والآخر ناقصا فانه يتبين استحالة ذلك
كما تبين في الشكل ... من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبين

كه قطوع المخروطات
التي لا يمكن ان
يكون جزء من احدها
قوسا من دائرة
فان كان ممكنا فليكن
ا ب ج د قوسا من



دائرة فليكن قطع عليه ا ب ج د فاقول انه لا يمكن ان يكون جزء منه قوسا
من دائرة فان كان ممكنا فليكن ا ب ج د قوسا من دائرة ونخرج فيها خطين
غير متوازيين وعليهما ا ب ج د ونخرج فيها ايضا خط ز ح غير موازٍ لهما
ونخرج خط ز ط موازيا لخط ا ب وخط ح ك موازيا لخط ج د ونخرج ... لخط ز ح ونقسم
الخطوط التي اخرجنا
بنصفين بنصفين على
نقط م ن س ع
ف ق ونصل
خطوط م ن س ع

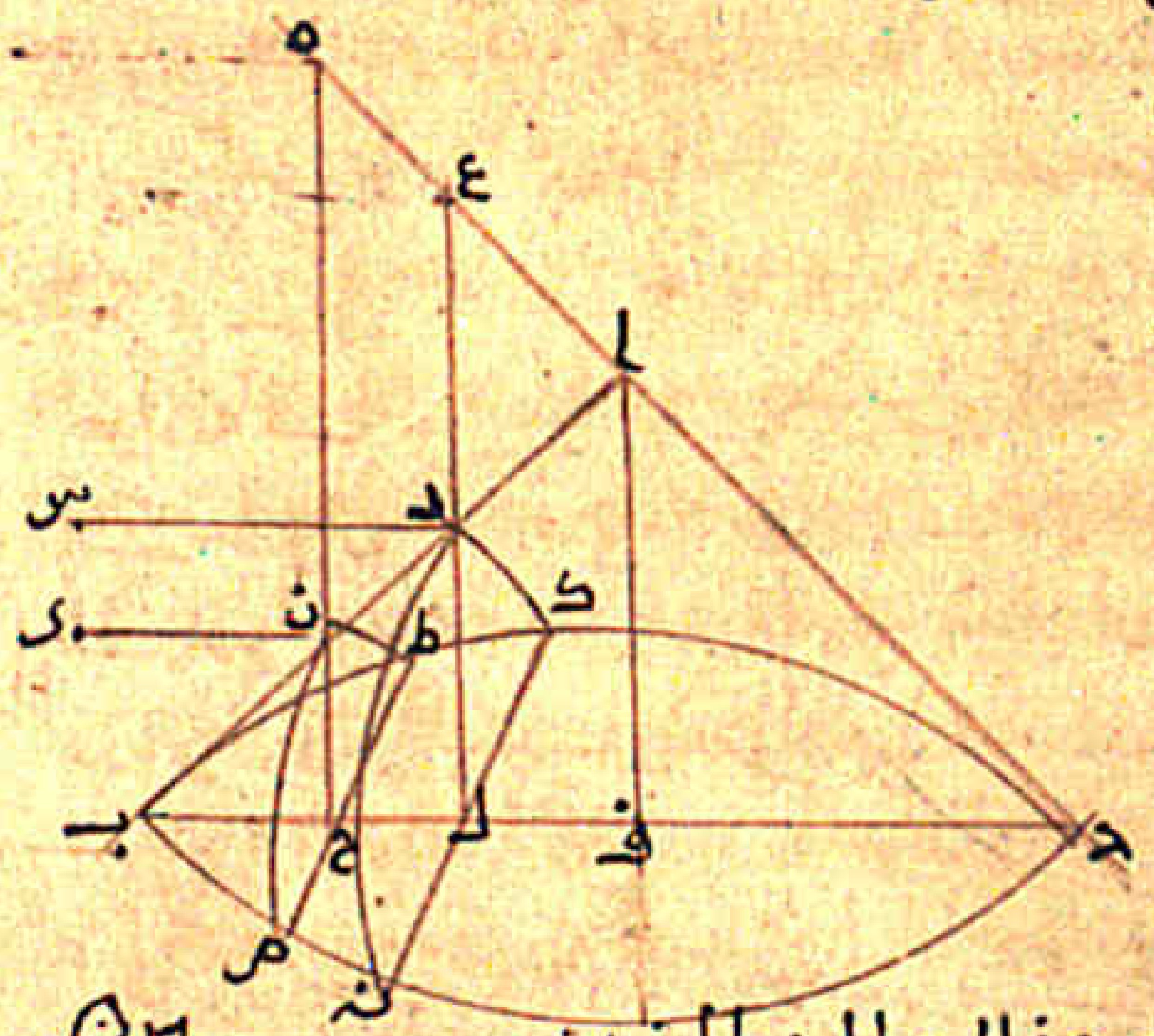


ف ق فهذه الخطوط اقطار الدائرة وهي تقسم الخطوط التي اخرجنا

سمعين بمعين وهي اعمدة عليها وهي انصاف اقطار للقطع للذين في
الشكل مح من المقالة ب مخطوط م ز ن شرع ف ق سهام للقطع ونسبتها
ما سمي بصاحبه على استقامة لان الخطوط الاول غير متوازية هي اخلف
لانه لا يكون لشيء من القطوع اكثر من سهمين مماسين في الشكل كح من المقالة
ب فليس يمكن ان يكون خط من احد القطوع قوسا من دائرة وذلك
ما اردنا ان نبين

كو اذا قطع المخروط سطوح متوازية في جهة واحدة وكانت السطوح
التي اذا اخرجت من ناحية راس المخروط او ترت الزاوية الخارجة
فان القطوع الزائدة التي تحدث متشابهة غير متساوية فليكن مخروط
عليه ا ب ج د ولنقطعه سطحان متوازيان ولتكن فصولهما المشتركات
مع القاعدة خطي ك ز ط م و ح ج من مركز قاعدة المخروط الذي هو
الخط عمود لقاعدة بل ا ح د ونقطع المخروط بسطح يمر بخط ب د
وبسهم المخروط وليفصل هذا السطح بسطح المخروط على خطي ا ب ا د
ولتكن الفصلان المشتركان لهذا السطح وللسطحين المتوازيين خطي
د ل ن ح ونسميهما التي يقطع ع ة فاقول ان قطع ط ن نسبته قطع
ك د وهو غير مساو له برهان ذلك انا نخرج من نقطة ا خطا موازيا
لخطي د ل ن ح عليه ا ق ونجعل نسبة ع د الى د س كنسبة مربع
ا ق الى السطح الذي يكون من ضرب ب ق في ق د ونجعل ايضا نسبة
ة ن الى ن ي كنسبة مربع ا ق الى السطح الذي يكون من ضرب ب ق
في ق ج فاذا كان خط ب ل عمودا على ك ز فان الخطوط التي تخرج في قطع
ك د ز الى ان الخط د ك ويكون موازية لخط د ك يقوى على السطوح
التي تضاف الى د س الذي هو الضلع القائم ويزيد على تمامه سطحا

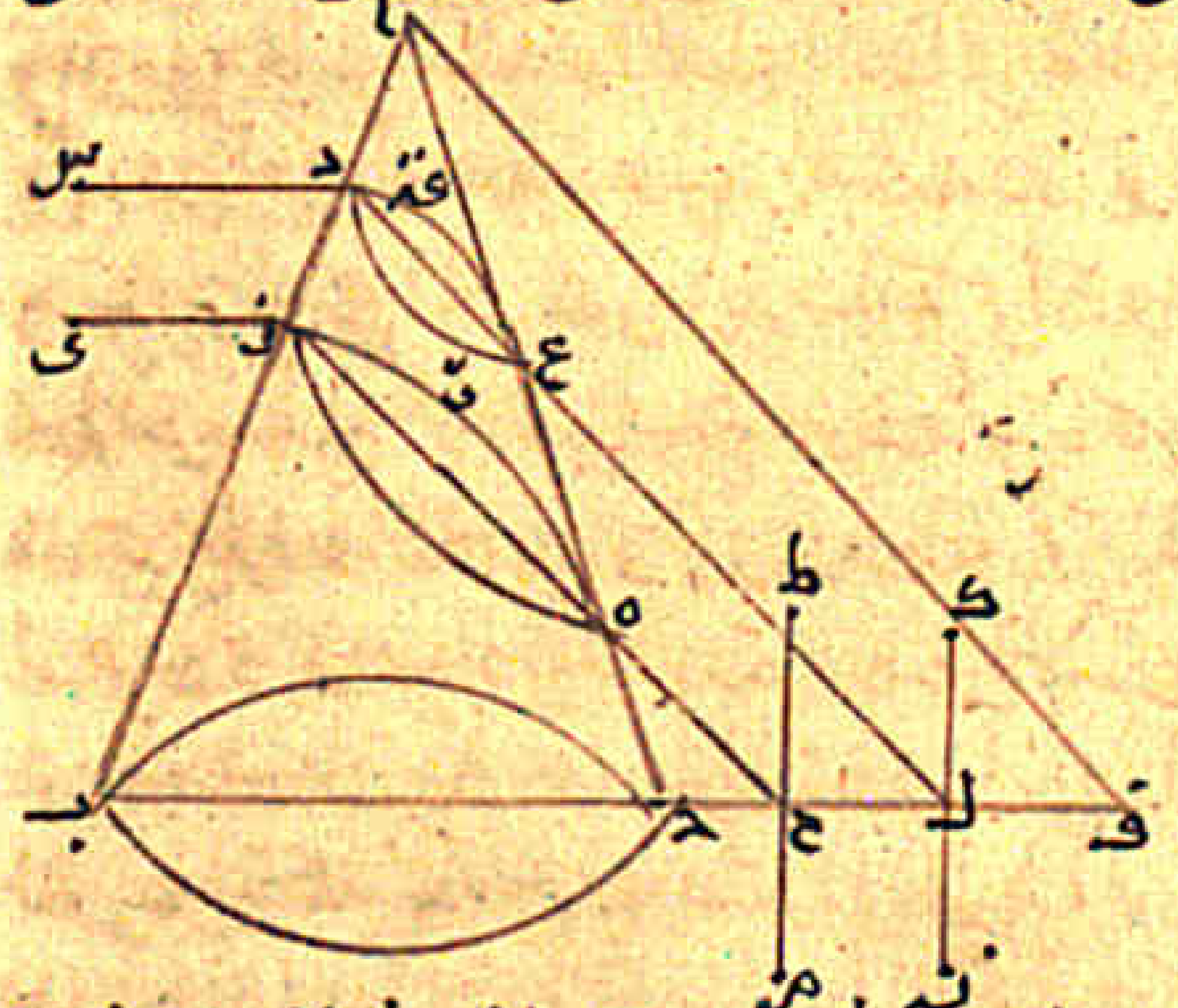
شبيها بالسطح الذي يحيط به خطا ع د س د كما تبين في الشكل يب من
المقالة ا وكذلك ايضا تقوى الخطوط التي تخرج في قطع ط ن الزائد الى
خط ن ح ويكون موازية لخط ط م على السطوح التي تضاف الى ن ي وتقوى
موازية لخط ط م على السطوح التي تضاف الى ن ي الذي هو الضلع القائم
ويزيد على تمامه سطحا شبيها بالسطح الذي يحيط به خطا ة ن ن ي والزوايا
التي يحيط بها خطا ك ز مع خط د ل مساوية للزوايا التي يحيط بها خطا
ط م مع خط ن ح لانهما متوازيان لما قد قطعا متشابهان كما تبين



في الشكل يب من
هذه المقالة
وسطح ع د و د س
اعظم من سطح
ة ن و ن ي فقطعا
ط ن م ك د ل
غير مساويين
للذين في
الشكل الثاني
من هذه المقالة فذلك ما اردنا ان نبين

كز اذا قطع المخروط سطوح متوازية ولقيت ضلعي المثلث الذي يمر
بسهمه ولم تكن موازية لقاعدة المخروط ولا مخالفة لها فان القطوع
الناقصة التي تحدث متشابهة غير متساوية فليقطع مخروط ا ب ج
سطحان متوازيان ولتكن الفصل المشترك لهما مع سطح قاعدة المخروط
خطي ط م ك ز وخرج على مركز قاعدة المخروط خطا يكون عمودا على

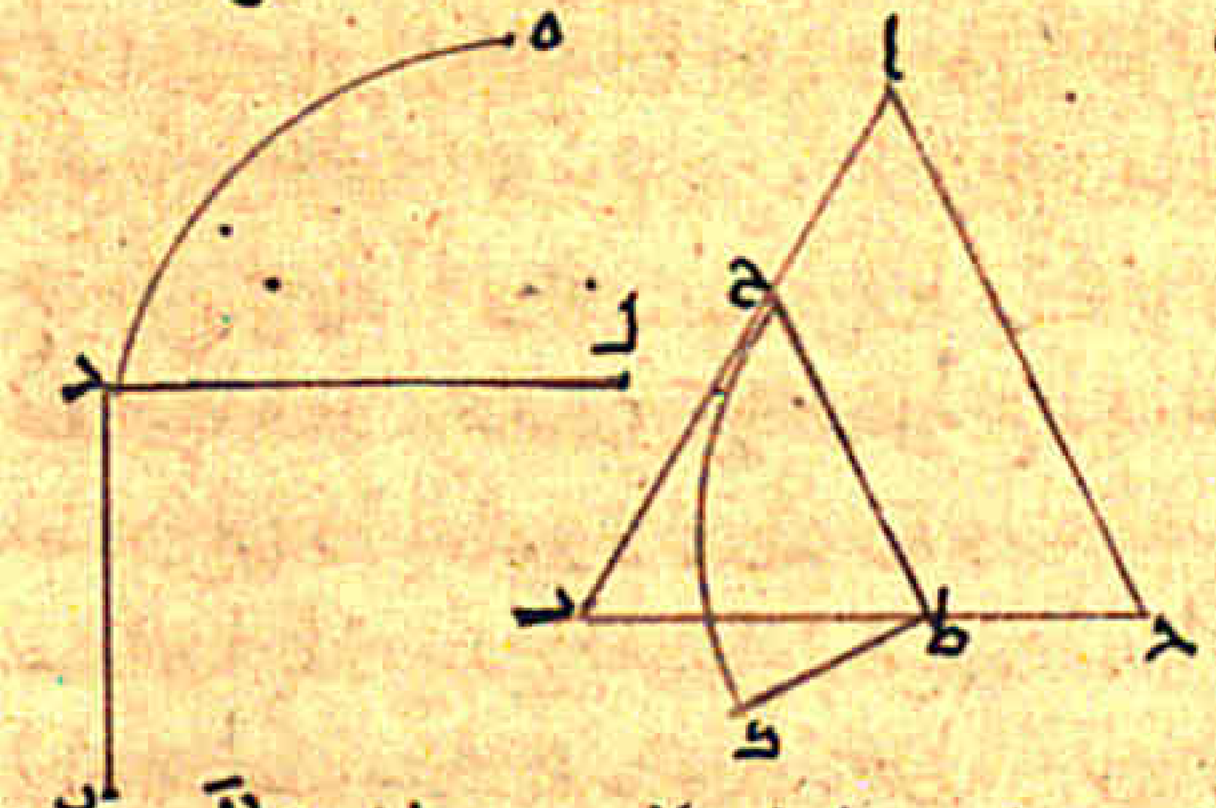
خطي ط م ك ن عليه ب ح خ ل وليقطع المخروط سطح يمر بهما الخط ويسمى
القطع وليكن الفصل المشترك لهذا السطح وللسطح الموازي
خطي ز ه خ د ع ل فاقول ان قطعي ز ن ه د ق ع متشابهان غير
متساويين برهان ذلك انا نخرج من نقطة آ خطا موازيا لخطي ز ع
د ل عليه ا ق ولتكن نسبة ع د الى د س ونسبة ه ن الى ن ي كل
واحدة منهما كنسبة مربع ا ق الى السطح الذي يكون من ضرب ب ق
في ق د فاذا كان خط ب د ل عمودا على ك ن فان الخطوط التي تخرج



في قطع د ق ع
الى القاعدة الى خط
د ع ويكون
موازية لخط
ك ن يقوى على
السطوح التي
تضاف الى د س
التي هو الضلع
القائم وينقص عن تمامه سطوحا شبيهة بالسطح الذي يحيط به
خطا د س د ع كما تبين في الشكل يج من المقالة الاولى وكذلك ايضا يقوى
الخطوط التي تخرج من قطع ز ن ه الى القاعدة الى خط ز ه ويكون موازية
لخط ط م على السطوح التي تضاف الى ن ي الذي هو الضلع القائم وينقص
عن تمامه سطوحا شبيهة بالسطح الذي يحيط به خطا ز ه ز ي وزاوية
د ل ك مساوية لزاوية ط ح ز لان خطي ك ل د موازيان لخطي
ط ح ز والسطح الذي يحيط به خطا د ع د س شبيه بالسطح الذي

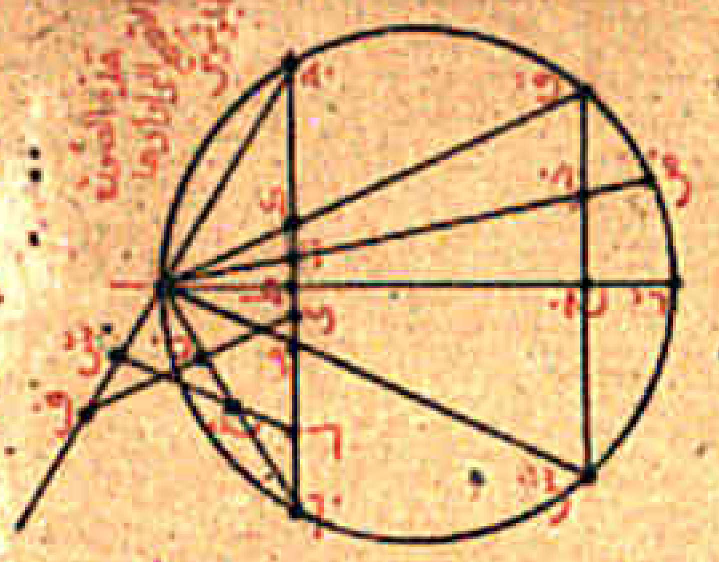
يحيط به خطا ز ه ز ي واذا كان ذلك كذلك فان القطعين متشابهان
كما تبين في الشكل يب من هذه المقالة فقطعا د ق ع ز ن ه متشابهان
وهما غير متساويين لان سطح ز ن ه في ز ي اعظم من سطح ع د في د س وقد
بين في الشكل ب من هذه المقالة ان ذلك اذا كان كذلك فان القطعين
غير متساويين وذلك ما اردنا ان نبين
نريد ان نبين كيف نجد في مخروط قائم معلوم قطعا مساويا كح
لقطع مكافئ معلوم فليكن المخروط القائم المعلوم مخروطا سهمه
مثلث ا ب د والقطع المكافئ المعلوم قطع د ه وسهمه
د ك وضلعه القائم د ن ولتكن نسبة د ن الى ا ح كنسبة مربع
د ب الى السطح الذي يكون من ضرب ا ب في ا د ونخرج خط ح ط موازيا
لخط ا د ونقطع المخروط بسطح يمر بخط ح ط ويكون قائما على سطح
ا ب د على زوايا قائمة وليحدث قطع ك ح الذي سهمه ح ط فاقول
ان قطع ك ح مساو لقطع د ه برهان ذلك ان الاعمدة التي تخرج
في قطع ك ح الى خط ح ط يقوى على السطوح التي تضاف الى خط نسبته
الى خط ا ح كنسبة مربع ب د الى السطح الذي يكون من ضرب ا ب
في ا د كما تبين في الشكل يا من المقالة آ ونسبة د ن الى ا ح كنسبة
المربع الذي يكون من ب د الى السطح الذي يكون من ضرب ا ب في ا د
فخط د ن مساو للضلع القائم لقطع ك ح وقد تبين في الشكل آ
من هذه المقالة ان ذلك اذا كان كذلك فان القطعين متساويان
فقطع د ه مساو لقطع ح ك فاقول انه لا يوجد في المخروط
قطع يكون نقطة راسه التي هي طرف السهم على خط ا ب ويكون
مساويا لقطع د ه سوى هذا القطع فان امكن ان يوجد قطع اخر

مكافي مساوي لقطع ده فان سطحه تقطع سطح المثلث الذي يمر
بسهم المخروط على زوايا قائمة ويكون سهم القطع في مثلث
ابج لان المخروط مخروط قائم وكذلك سهم كل قطع يكون   قائم
في مخروط فان امكن ان يكون قطع اخر راسه على خط اب مساوي
لقطع ده فان سهمه يكون موازيا لخط لك ونقطة راسه غير نقطة
ح ونسبة ضلعه القائم الى الخط الذي يفصله ذلك القطع من خط
اب مما يلي نقطة ا كنسبة مربع خط بج الى سطح اب في اج

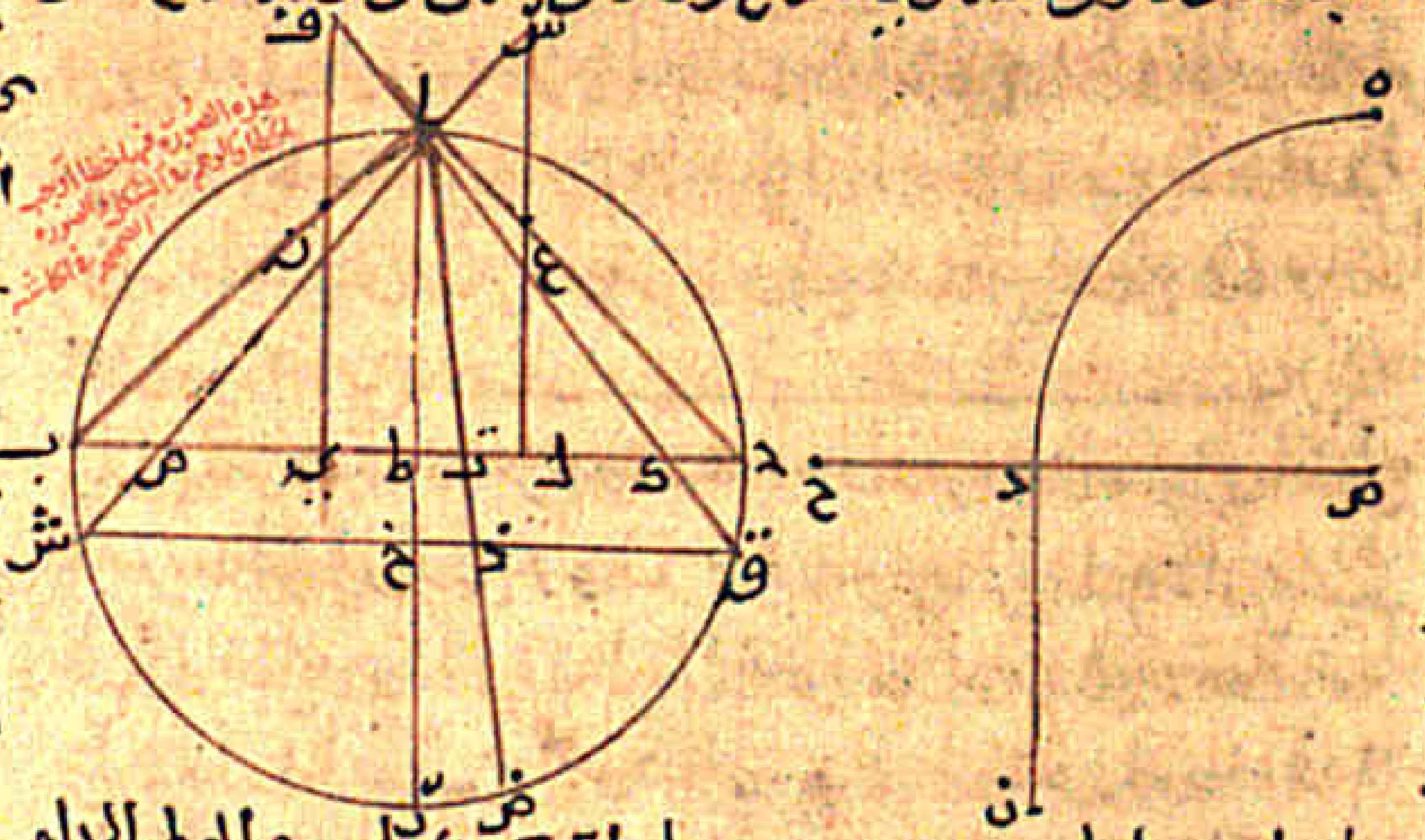


وهذه النسبة
كنسبة خط
دن الى خط لح
فخط دن ليس
مساوي للضلع
القائم لذلك
القطر الاخر
والقطعان نفسيهما ما قد احاط للذي بين في الشكل آ من هذه
المقالة فليس يوجد على خط اب راس قطع اخر مساوي لقطع
ده وذلك ما اردنا ان نبين   ٥
نريد ان نبين كيف نجد في مخروط قائم معلوم قطعا مساويا لقطع   كط
زائد معلوم اذا كانت نسبة مربع سهم المخروط الى مربع نصف   نصف
القاعدة ليست باعظم من نسبة القطر المجانب الذي هو سهم القطع
المعلوم الى الضلع القائم له فليكن المخروط القائم المعلوم
المخروط الذي على مثلثه الذي يمر بسهمه اب ج وسهمه اط

وليكن القطع الزائد المعلوم ده وسهمه دز وشكله السطح
الذي يحيط به خطا ح د د ز وليكن اولا نسبة مربع اط الى مربع
ط ب كنسبة ح د الى د ز ونخرج من زاوية ب ا خطا موازيا
لخط لك ومساويا لخط د ح وليكن ف ن ونخرج على خط ف ن سطحا
يكون قائما على سطح مثلث اب ج على زوايا قائمة وليكن قطع
المخروط ويكون قطعه قطعا زائدا وسهمه ي ن ولان ا ط
موازي لخط ف ن يكون نسبة ف ن الذي هو القطر المجانب الى
الضلع القائم للقطع كنسبة مربع اط الى السطح الذي يكون
من ضرب ب ط في ط ج كما بين في الشكل من المقالة آ ونسبة
ح د الى د ز وخط ف ن مساوي لخط ح د فخط د ز مساوي للضلع
القائم للقطع الذي سهمه ي ن فشكل القطع الذي سهمه ي ن
مساوي لشكل قطع ده فقطع ده والقطع الذي سهمه ي ن
متساويان للذي بين في الشكل ب من هذه المقالة وليس يوجد
قطع اخر مساوي لقطع ده يكون نقطة راس سهمه على خط اب فان
امكن ذلك فانه يكون سهم ذلك القطع في سطح مثلث اب ج كما
بين في الشكل الذي قبل هذا او يكون مثلث اب ج قائما على السطح
الذي فيه ذلك القطع الاخر على زوايا قائمة لان ذلك القطع
زائد وهو مساوي لقطع ده فان سهمه يلقى اج خارجا عن نقطة
آ ويكون ما يخرج من السهم عن المثلث الى ان يلقى اج مساويا
لخط د ح كما بين في ب من هذه المقالة وليس خط ف ن ولا
موازيا له لانه لو كان موازيا له لكان غير مساوي له وكذا
كان ذلك كذلك فانه اذا اخرج من نقطة آ خط موازي لذلك السهم



القطع الذي سهمه ع ل الى الضلع القائم كما بين في الشكل ىت
من المقالة الاولى فليكن القطع د ة والقطع الذي سهمه ع ل متساويان
والقطع الذي سهمه ل ع متساويان وقد بين في الشكل ىب من هذه
المقالة ان ذلك اذا كان كذلك فان قطع د ة للقطع الذي سهمه
ىخ ن وليس يوجد قطع اخر بالتي يكون اسهمه على احد خطي
ا ب ا ه ويكون مساويا للقطع د ة فان امكن ان يوجد قطع اخر



على ما ذكرنا فان سهمه يكون في سطح ا ب ج د كما بين في القطع المكافي
فوضع خط ا ت موازيا لذلك السهم فبين كما بينا انفا ان خط
ا ت لا يقع على ا ك ولا على ا م وان نسبة د ح الى د ن كنسبة مربع
ا ت الى السطح الذي يكون من ضرب ب ت في ت د وكنسبة مربع
ا ت الى السطح ا ت في ت ض لان هذا السطح مساوي لسطح ب ت في
ت ج ونسبة مربع ا ت الى سطح ا ت في ت ض كنسبة ا ت الى
ت ض فنسبة د ح الى د ن كنسبة ا ت الى ت ض فنسبة د ح هذا
خلف لان نسبة د ح الى د ن كنسبة ا ط الى ط خ التي هي كنسبة

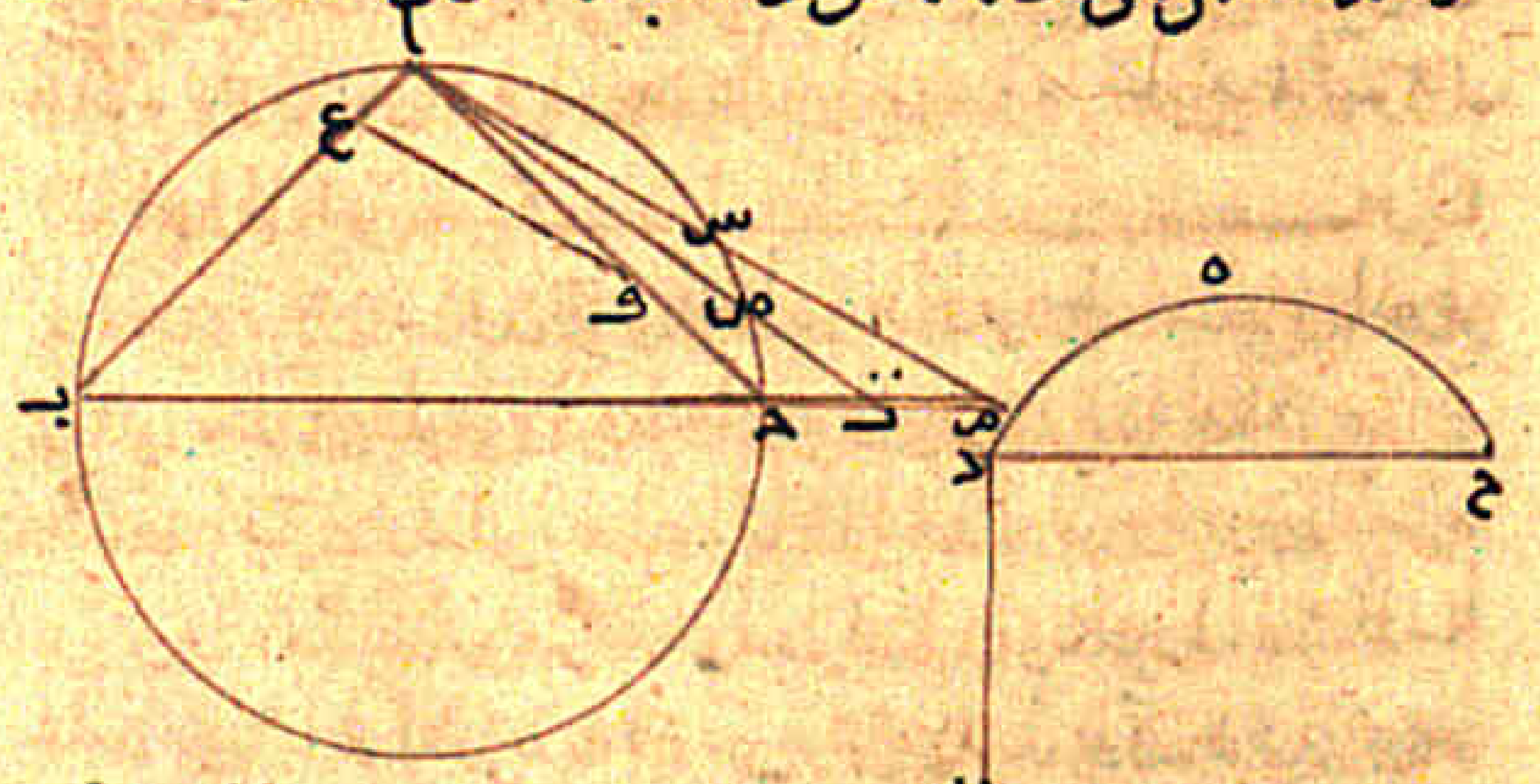
والقطع الذي سهمه ل ع مساو وان وضع لذلك المماس ان يمر ... ة مساوي للقطع

ووضع فيما بين ا ك و ا د او فيما بين ا ط و ا ب فليكن الخط الموازي له خط
ا م فيكون نسبة مربع ا م الى السطح ب م في م د كنسبة د ح الى د ن
كما بين في الشكل ىت من المقالة الاولى والشكل ىت من هذه المقالة
ونسبة د ح الى د ن كنسبة مربع ا ط الى الذي يكون من ضرب ب ط في
ط ج فنسبة مربع ا م الى سطح ب م في م د كنسبة مربع ا ط الى
الذي يكون من ضرب ب ط في ط ج وهذا خلف لان مربع ا م اعظم
من مربع ا ط والذي يكون من ضرب ب م في م د اقل من الذي يكون
من ب ط في ط د وهذا خلف لان مربع ا م اعظم من مربع ا ط والذي يكون
من ضرب ب م في م د اقل من الذي يكون من ب ط في ط د وايضا فانا
نجعل نسبة مربع ا ط الى مربع ط ب اقل من نسبة ح د الى د ن ونخط
على مثلث ا ب د دائرة يحيط به عليها ا ب ج د ونخرج خط ا ط الى ن
فنسبة ا ط الى ط ن اقل من نسبة ح د الى د ن فلتكن نسبة ا ط الى
ط خ كنسبة ح د الى د ن فلتكن نسبة ا ط الى ط خ كنسبة ح د الى
د ن ولنخرج خط ق ش موازيا لخط ب ج ويمر خطي ا م ش ا ك ق ولنبن
كل واحد من خطي ق ث ش ع مساويا للخط د ح ولنخرج خط ش ع موازيا
لخط ا م وخط ق ث موازيا للخط ا ك ونعمل على خطي ق ث ش ع
سطحين يكونان قائمين على سطح ا ب ج د على زوايا قائمة ويحدثان في المخروط
قطعين ... على سهميهما ش ع ق ث فنسبة ح د الى د ن كنسبة ا ط
الى ط خ وكنسبة ا م الى م ش وكنسبة مربع ا م الى السطح الذي
يكون من ضرب ا م في م ش والذي يكون من ضرب ا م في م ش مساوي
للذي يكون من ضرب ب م في م ج ونسبة مربع ا م الى السطح الذي يكون
من ضرب ب م في م ج كنسبة ش ع الى الذي هو القطر المماس من شكل

نسبة د ح الى د ن كنسبة مربع ا م الى السطح الذي يكون من ضرب ب م في م ج

ان الى ز ذ وجعل النسبة آط الى طب اعظم من نسبة دح
الى دز فاقول انه لا يوجد في المخروط قطع مساوي لقطع ده فان
كان ممكنا فاخرج خط ام موازيا لقطر ذلك فتكون نسبة مربع ام
الى الذي يكون من ضرب بم في مج كنسبة دح الى دز ونسبة
مربع اط الى الذي يكون من ضرب بط في طج اعظم من نسبة
دح الى دز فتكون نسبة مربع ام الى السطح الذي يكون من ضرب بم
في مج اقل من نسبة مربع اط الى سطح بط في طج ومربع ام اعظم
من مربع اط فسطح بم في مج اقل من سطح بط في طج هذا
خلف فليس يوجد في المخروط قطع مساوي لقطع ده وذلك
ما اردنا ان نبين ه

نريد ان نبين كيف نجد في مخروط قائم معلوم قطعا مساويا للقطع
الناقص معلوم فليكن مخروط قائم معلوم على مثلثه الذي يمر
بسهمه ابج وليكن القطع الناقص المعلوم قطع ده وسهمه
دح وضلعه القائم دز ونعمل على مثلث ابج دائرة تحيط به
عليها ابجد ونجعل نسبة ام الى مس كنسبة دح الى دز وهو
بين ان ذلك ممكن سهل ونخرج في مثلث ابج خط عق موازيا لخط
ام مساويا لخط دح ونخرج على خط عق سطحا يقطع المخروط
ويكون قائما على سطح مثلث ابج على زوايا قائمة فيحدث في
المخروط قطعا ناقصا ويكون سهمه خط عق ويكون نسبة
عق الى ضلعه القائم كنسبة مربع ام الى سطح بم في مج
كما بين في الشكل الخامس من المقالة آ والذي يكون من ضرب بم في
مج مساوي للذي يكون من ضرب ام في مس فنسبة عق الى الذي
هو مقعر مخالف الى ضلعه القائم لهذا القطع كنسبة مربع ام
الى السطح لم في مس ونسبة مربع لم الى سطح لم في مس هي نسبة
لم الى مس ونسبة لم الى مس كنسبة دح الى دز فنسبة عق
الى الضلع القائم للقطع الذي سهمه عق كنسبة دح الى دز
فشكلا قطع ده والقطع الذي سهمه عق متشابهان ومساويان
فالقطعان انفسهما متساويان كما بين في الشكل ب من هذه
المقالة واقول انه لا يوجد في هذا المخروط قطع اخر يكون
راسه الذي يلي نقطة آ على خط اب ويكون مساويا للقطع

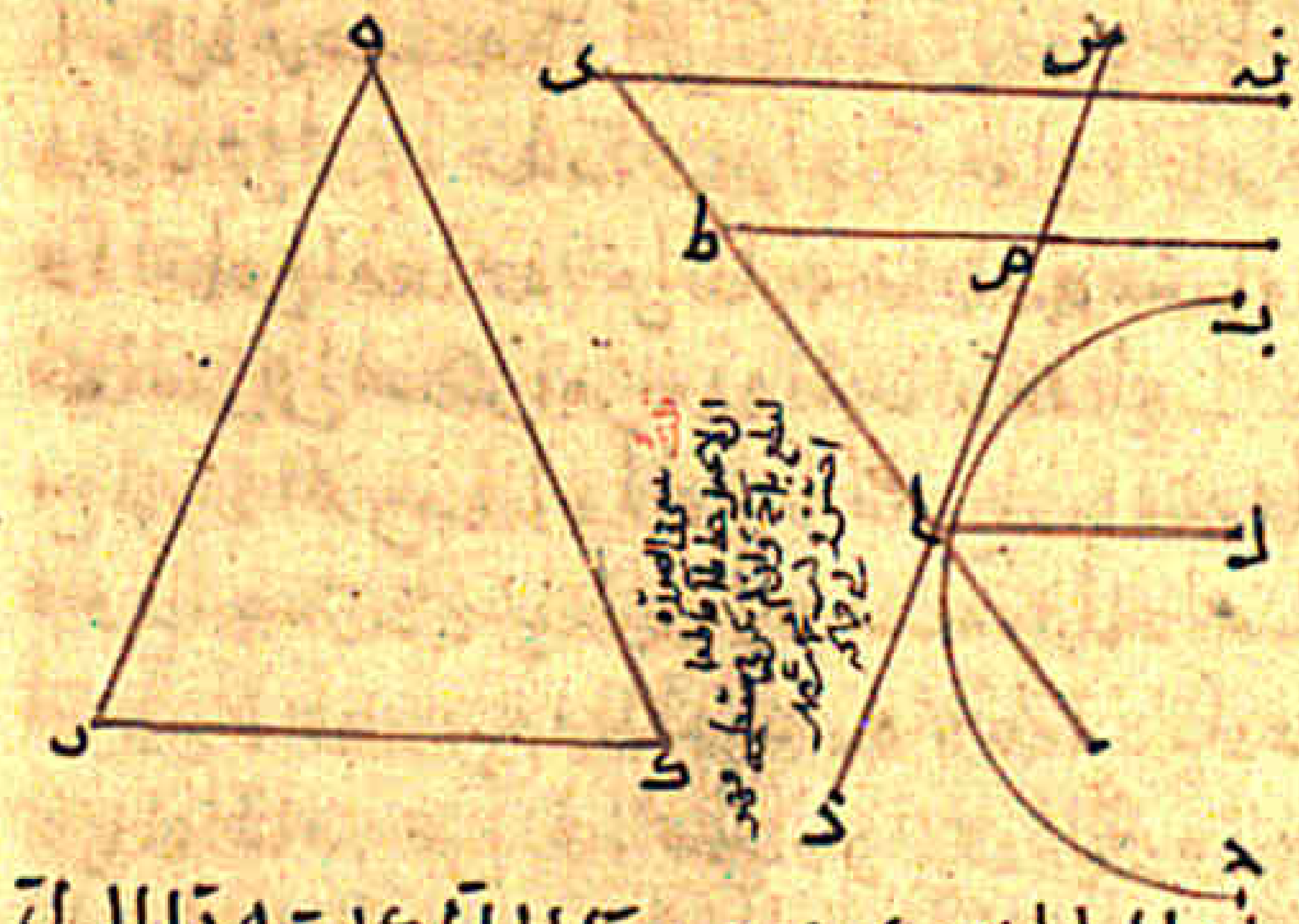


ده فان امكن ذلك فانا نبين كما بينا في الشكل ح من هذه المقالة ان
سهمه في سطح مثلث ابج وان سطحه قائم على سطح ابج على زوايا
قائمة واذا كان ذلك القطع قطعا ناقصا فان سهمه يلقى خط بج
واذا كان مساويا لقطع ده فان سهمه مساوي لخط دح كما
بين في الشكل ب من هذه المقالة وراسه الذي يلي نقطة آ هو على
خط اب فليس سهمه يقع على عق ولا يوازيه واذا اخرجنا
من نقطة آ خطا موازيا لذلك السهم لم يقع على خط ام فليكن مثل خط

اب مع خط اب يقطع قوس اد لانه غير موازي لخط بجد ويكون نسبة
وطر القطع المجانب الى الضلع القائم كنسبة مربع ت الى سطح ب ت ن
ون د مماس في الشكل ح من المقالة آ وهو ايضا كنسبة دح
الى دة ولكن سطح بت في ت ج مساوي لسطح ات في ت ر فنسبة
مربع ات الى سطح ات في ت ر كنسبة دح الى دة واما نسبة مربع
ات الى سطح ات في ت ر فهي كنسبة ات الى ت ر واما نسبة
دح الى دة فهي كنسبة لم الى م س فنسبة ات الى ت ر كنسبة لم الى
م س وهذا غير ممكن فليس يوجد غير هذا المخروط قطع مساو لـ
لقطع دة يكون نقطة راسه التي هي نقطة ا على خط اب سوى
القطع الذي سميناه ع ق وذلك ما اردنا ان نبين ه
نريد ان نبين كيف نجد مخروطا قائما يقطع مكافئ معلوم ا
ويكون نسبته مخروط قائم معلوم فليكن القطع المكافئ اح
وسهمه اك والضلع القائم لهذا القطع اد والمخروط القائم
ه ر ك والمثلث الذي يمر بسهمه ه ر ك ونخرج على خط اك سطحا
قائما على السطح الذي فيه قطع اح وهو سطح ط ا ك ونخرج في هذا
السطح خط ا م ونجعله يحيط مع خط اك بزاوية مساوية
لزاوية ه ر ك ونجعل نسبة د ا الى ا م كنسبة ك ر الى ر ه ونعمل
على ا م مثلثا شبيها بمثلث ه ر ك عليه ا ط م ونخرج خطي ط ا ط م
من نقطتي ا م ونعمل مخروطا يكون راسه نقطة ط وقاعدته الدائرة
التي تعمل على خط ا م ويكون هذا الخط قطرها ويكون قائمة
على سطح ا ط م على زوايا قائمة فزاوية ه ر ك مساوية لزاوية
ه ر ك وزاوية ه ر ك مساوية لزاوية ط م ا وزاوية م ا ك

مساوية لزاوية ط م ا كما تبين فيكون خط اك موازيا لخط ط م
الذي هو ضلع المثلث الذي يمر بالسهم فالسطح الذي فيه
القطع المعلوم يحدث في المخروط قطعا مكافئا وسهمه
ك ا ولان نسبة د ا الى ا م كنسبة ك ر الى ر ه فنسبة ا م الى م ط فيكون
نسبة د ا الى ا م كنسبة ا م الى ا ط لان مثلث ا م ط فنسبة
مربع م ا الى مربع ا ط كنسبة ا د الى ا ط ومربع ا ط مساوي
لسطح ا ط في ط م فنسبة مربع م ا الى السطح الذي يكون من ضرب
ا ط في ط م كنسبة د ا الى ا ط فيكون ا د الضلع القائم للقطع الذي
يحدث في المخروط خط د ا وهو ايضا الضلع القائم لقطع اح
والقطوع المكافئة التي اضلاعها القائمة متساوية هي متساو بيه
كما تبين في الشكل آ من هذه المقالة فقطع اح موضوع
في المخروط الذي عملنا والمخروط الذي عملنا شبيه المخروط
الذي عليه ه ر ك لان مثلث ه ر ك شبيه بمثلث ا م ط فاقول ان
القطع لا يوجد في مخروط اخر شبيه بمخروط ه ر ك ويكون راسه
في هذه الناحية من سطح القطع سوى هذا المخروط فان كان يمكن
فليكن مخروط اخر يحيط بهذا القطع ولكن شبيها بمخروط ه ر ك
وهو المخروط الذي راسه نقطة ي ولنمر بسهم المخروط سطحا قائما
على السطح الذي فيه القطع المعلوم فقطعه فيكون موضع
قطعه لهذا السطح لذلك السطح سهما للقطع وخط اك سهم للقطع
فخط اك هو الفصل المشترك للسطحين وسطح ط ا ك قائم على السطح
الذي فيه القطع على زوايا قائمة وهو مار بخط اك فنقطة ي هي
في سطح ط ا ك ولنخرج خطي ي ن ي ا ضلعين للمخروط فخط ي ن هو كبر

لخط اك وزاوية ره ك مساوية لزاوية اى ن ولزاوية اكم نخط
اى على استقامة خط اط ونخرج خط ام الى نقطة س ونقطع ب اه هو
من الخطوط التي ذكرناه نقطة ى ولنجعل نسبة خطي ما الى اى
كنسبة مربع اس الى السطح الذي يحيط به خطا اى ى س فان ذلك الخط
يكون ضلعا قائما للقطع ب اه وخط اه هو الضلع القائم لقطع ب اه
فنسبة مربع اس الى السطح الذي يكون من ضرب اى في ى س كنسبة
دا الى اى ونسبة مربع ام الى السطح الذي يكون من ضرب اط في طم



وكانت نه
كنسبة
دا الى ب
اه ونسبة
مربع اس
الى السطح
الذي يحيط
به خطا
اى ى س لتشابه المثلثات فيكون نسبة دا الى اط كنسبة دا الى اى
هذا خلف فليس يوجد مخروط آخر يخط به القطع ويكون نقطة رأسه
في هذه الجهة على السطح الذي فيه القطع ويكون سهمه مخروط زك
وذلك ما اردنا ان نبين

لب

نريد ان نبين كيف نعمل مخروطا قائما يخط بقطع زائد معلوم ويكون
سهامه وطه قائم معلوم ونسعى ان يكون نسبة مربع سهم ذلك
المخروط الى مربع نصف قطر قاعدته لنسبة اعظم من نسبة القطر

264

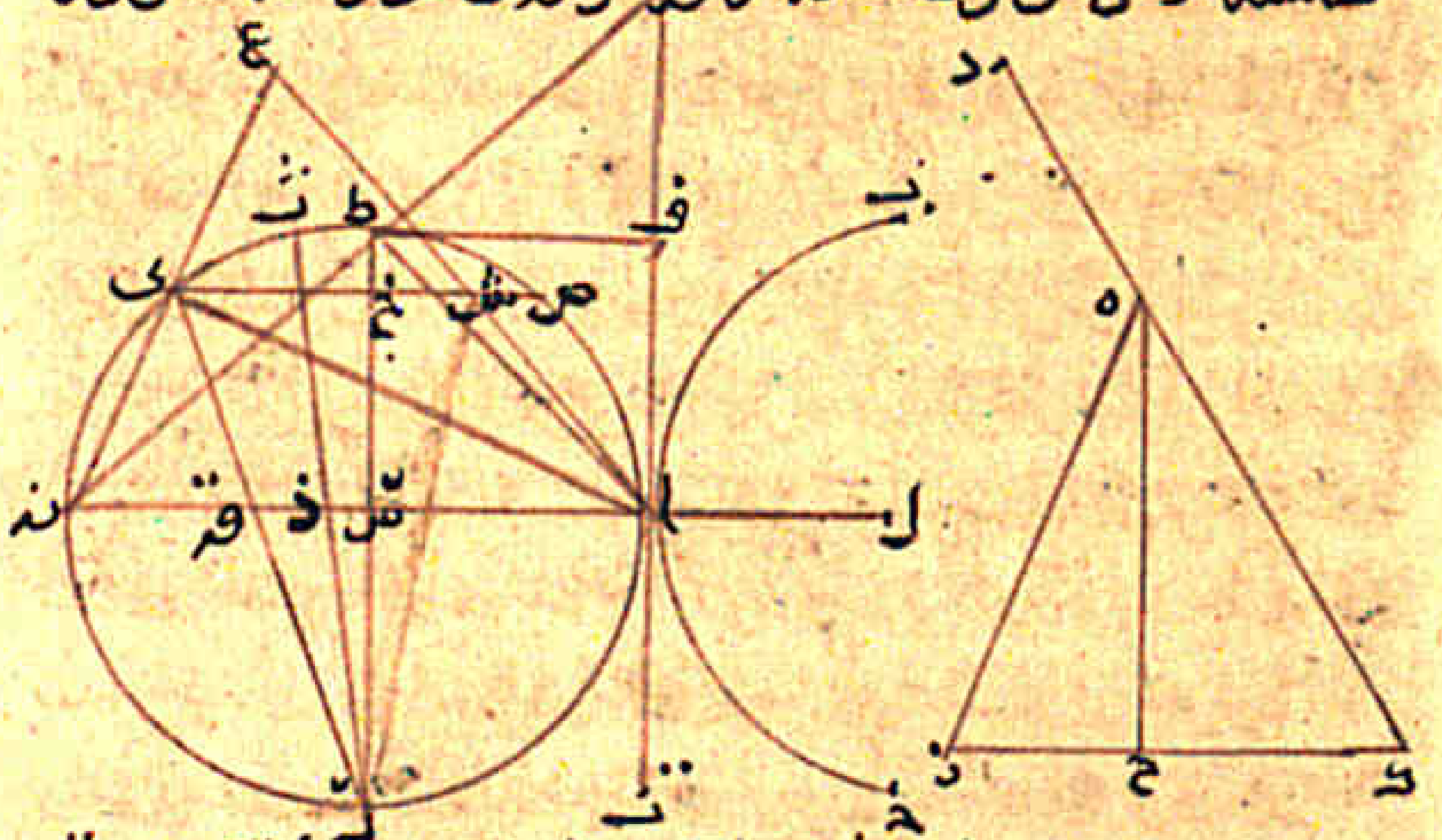
المجانب من شكل القطع الذي نعمل على سهمه الى الضلع القائم فليكن
قطع زائد معلوم عليه ب ا ه وسهمه ا ك وقطره المجانب ا ن وشكل
سهم هذا القطع الشكل الذي يحيط به خطا ا ن ا ل والخطوط التي
مثلثه الذي سهمه ه ر ك ونخرج خط ك ه الى د ونخرج على خط ا ل سطحا
يكون قائما على السطح الذي فيه القطع على زوايا قائمة وهو سطح
م ل ونخط في هذا السطح على خط ن ا قطعة من دائرة عليها تقبل
زاوية مساوية لزاوية ده ن ونتمم الدائرة ونقسم قوس ن ط ا بنصفين
على نقطة ط ونخرج من نقطة ط عمودا على ا ن عليه ط س ولتكن نسبة
مربع ه ح الذي هو السهم الى مربع ن ح كنسبة ن ا الى ا ل ونخرج
خط ن ط من نقطة ط على استقامة كخط ن م ونخرج خط ل م موازيا
لخط ط ن ولان قوس ن ط مساوية لقوس ط ا تكون زاوية ن ا ط
مساوية لزاوية ن ط ا وزاوية م ل ط مساوية لزاوية ط م ل فنعمل
مخروطا مستوي الساقين رأسه نقطة ط وقاعدته دائرة قطرها
ل م وسطحها قائم على سطح ط ا ل على زوايا قائمة فاذا كان ذلك كذلك
فان السطح الذي فيه القطع المعلوم يحدث في المخروط قطعا زائدا
يكون سهمه ا ه ويكون قطره المجانب ا ن وزاوية ا ط م مساوية
لزاوية ده ك لان قطعة ا ط ن تقبل زاوية مساوية لزاوية ده د
وخطا ا ط ا م متساويان وخطا ده ه ك متساويان ونخرج عمود
ط ق فيكون نسبة مربع ه ح الى سطح ك ح في ح د كنسبة مربع
ط ق الى سطح م ق في ق ا ونسبة مربع ه ح الى سطح ك ح في ح د
كنسبة ن ا الى ا ل فنسبة مربع ط ق الى سطح م ق في ق ا كنسبة
ن ا الى ا ل فنسبة مربع ط ق الى السطح المحيط الذي ... الواقعة

من القطع الحادث على خط اك يقوى على السطوح التي يضاف الى ات
ويزيد على تمامه سطحا شبيها بالسطح الذي يحيط به خطا تا ات كما
بين في الشكل يب من المقالة آ والاعمدة الواقعة من قطع ب اد على
اك يقوى على السطوح التي يضاف الى خط ات ويزيد على تمامه سطحا شبيها
بالسطح الذي يحيط به خطا تا ات فقطع ب اد مساوي للقطع الحادث
في المخروط الذي راسه نقطة ط وقاعدته الدائرة التي قطرها ام كما
بين في الشكل ب من هذه المقالة فهو في سطحه وسهمه واقع على
سهمه فالمخروط الذي راسه نقطة ط يحيط بقطع ب اد وهو شبيه
بمخروط ر ك لان نسبة ط ق الى ق م كنسبة ه ح الى ح ر وذلك لانه
لا يحيط بهذا القطع مخروط شبيه بمخروط ر ك ويكون نقطة راسه
في الجهة التي فيها نقطة ط غير السطح الذي فيه قطع ب اد سوى المخروط
الذي عملنا فان كان يمكن فليحط به مخروط اخر وهو الذي راسه
نقطة ي فيمر كما بين في الشكل الذي قبل هذا ان نقطة ي في سطح
ط ك فليكن ضلعا المخروط خطا ي ع ا ي فهذا المخروط شبيه
بمخروط ر ك فزاوية ا ي ع مساوية لزاوية ر ه ك فزاوية
ر ه ك لزاوية ا ي ت فنقطة ي على قوس ا ط ت ونخرج ي ل اذا
امتد وقع على نقطة ت فنصل خط ي ت ونخرج من نقطة ا خطا
موازيا له عليه ا ع ومن نقطة ي خطا موازيا لخط ت ا عليه
ي س فقطع ب اد والمخروط الذي راسه نقطة ي وحد ابعاد
سهم ا ل الى نقطة ت فنسبة مربع ي س الى السطح ا س في س ع كنسبة
ت ا الذي هو القطر المجانب الى ا ت الذي هو الضلع القائم ونسبة
ت ا الى ا ت كنسبة مربع ه ح الى السطح ر ح في ح ك وزاويتا ر ك

فنسبة مربع ي س الى سطح ع س في س ا كنسبة مربع ه ح الى السطح
ر ح في ح ك وزاويتا ر ت ق ر متساويتان ومساويتان
لزاويتي ا ع ا ي ع فزاويتا ا ع ي متساويتان وزاوية ا ي ع
مساوية لزاوية ر ه ك فمثلثا ا ي ع ر ه ك متشابهان وقد كنا
بينا ان نسبة مربع ي س الى سطح ع س في س ا كنسبة مربع ه ح الى
سطح ر ح في ح ك وخط ر ح مساو لخط ح ك فخط ا س مساو لخط
س ع ونسبته اليه كنسبة ي ر الى ر ع التي هي كنسبة ر ق
الى ق ا فخط ر ق مساو لخط ق ا فهذا خلف لان خط ط ر قطر
الدائرة وقد قطع خط ت ا على زوايا قائمة على نقطة ر فليس يوجد
مخروط شبيه بمخروط ر ك يحيط بقطع ب اد سوى المخروط الذي
عملنا وايضا فانا نجعل نسبة مربع ه ح الى مربع ر ح اول من نسبة
ت ا الى ا ت ونعمل كما عملنا انفا فيكون نسبة مربع ه ح الى السطح
ر ح في ح ك كنسبة مربع ط ق الى السطح م ق في ق ا لتشابه
المثلثين وسطح م ق في ق ا مساو لمربع ق ا الذي هو مثل
مربع ط س ومربع ط ق مساو لمربع ا س فنسبة مربع ه ح
الى السطح ر ح في ح ك كنسبة مربع ا س الى مربع ط س ومربع ا س
مساو لسطح ر س في س ط فنسبة مربع ه ح الى السطح ر ح في ح ك
الذي هو مثل مربع ر ح كنسبة سطح ر س في س ط الى مربع س ط
التي هي كنسبة ر س الى س ط ونسبة مربع ه ح الى مربع ر ح
اول من نسبة ت ا الى ا ت فنسبة ر س الى س ط اول من نسبة ت ا
الى ا ت فنجعل نسبة ر س الى س خ كنسبة ت ا الى ا ت ونخرج على
نقطة خ خطا موازيا لخط ت ا عليه خ ش ص ونصل خطوط

ح ب ن ى ن ى ا وخرج من نقطة آ خطا موازيا لخط ى د عليه ا ع فيتبين
كما بينا فيما تقدم أن مثلثي ع ى ا ز ه د متساويا الساقين متشابهان
فإن جعلنا مخروطا يكون رأسه نقطة ح وقاعدته دائرة قطرها
ا ع وسطحها قائم على سطح ط ا ل على زوايا قائمة فإن السطح الذي فيه
قطع ب ا د يقطع هذا المخروط ويكون من قطعه إياه قطع زائد
ويكون سهم ذلك القطع خط ا ل وقطره المجانب ا ن ويبين
ن ا الى ا ت كنسبة د س ا الى س خ التي هي كنسبة د ق الى ق ى ونسبة
د ق الى ق ى كنسبة سطح د ق في ق ى الى مربع ق ى وسطح د ق في
ق ى مساوي لسطح ن ق في ق ا فنسبة سطح ن ق في ق ا الى مربع
ى ق كنسبة ن ا الى ا ت ونسبة ن ق في ق ا الى مربع ى ق كنسبة سطح
مربع ى ش الى سطح ع ش في ش ا لان سطح ا ش في ش ع مساوي الاضلاع
فنسبة ن ا الى ا ت كنسبة مربع ى ش الى سطح ا ش في ش ع فخط
ا ت هو الضلع القائم للقطع الذي يحدث في المخروط الذي عليه ا ح ع
فيتبين من ذلك كما بينا فيما تقدم من هذا الشكل أن المخروط الذي
رأسه نقطة ح يحيط بقطع ب ا د ويحيط به أيضا مخروط آخر شبيه
بهذا المخروط ويكون رأسه نقطة ص إذا وصل خطا ن ص ا ص وأنفذ
خط ن ص ا ص وأنفذ وهذان المخروطان شبيهان بمخروط ه ز ك فأقول
إنه لا يحيط به مخروط غيرهما شبيه بمخروط ه ز ك ويكون رأسه في
الجهة التي فيها نقطة ى من السطح الذي فيه قطع ب ا د وذلك أن نقطة
رأسه تكون على قوس ا ى ن كما بينا فيما تقدم فلتكن نقطة ت
ونصل خطي ن ت ت ا فنبين بعكس البرهان الذي قلناه قبل أن نسبة
ن ا الى ا ت كنسبة ن ت الى ت ا وهذا خلف لأنها قد كانت كنسبة

د س ا الى س خ فليس يحيط بهذا القطع مخروط شبيه بمخروط ه ز ك
فإن كانت نسبة مربع ه ح الى مربع ز ح أعظم من نسبة ن ا الى ا ت
فإنه لا يمكن أن يكون مخروط شبيها بمخروط ه ز ك يحيط بقطع ب ا د
فإن كان يمكن فليحط به المخروط الذي رأسه نقطة ى فيتبين مثل
البرهان المتقدم أن نسبة د ق الى ق ى كنسبة ن ا الى ا ت ونسبة
ن ا الى ا ت أقل من نسبة مربع ه ح الى مربع ح ز الى ... أيضا
كنسبة د س الى س ط ونسبة د ق الى ق ى أقل من نسبة د س الى س ط



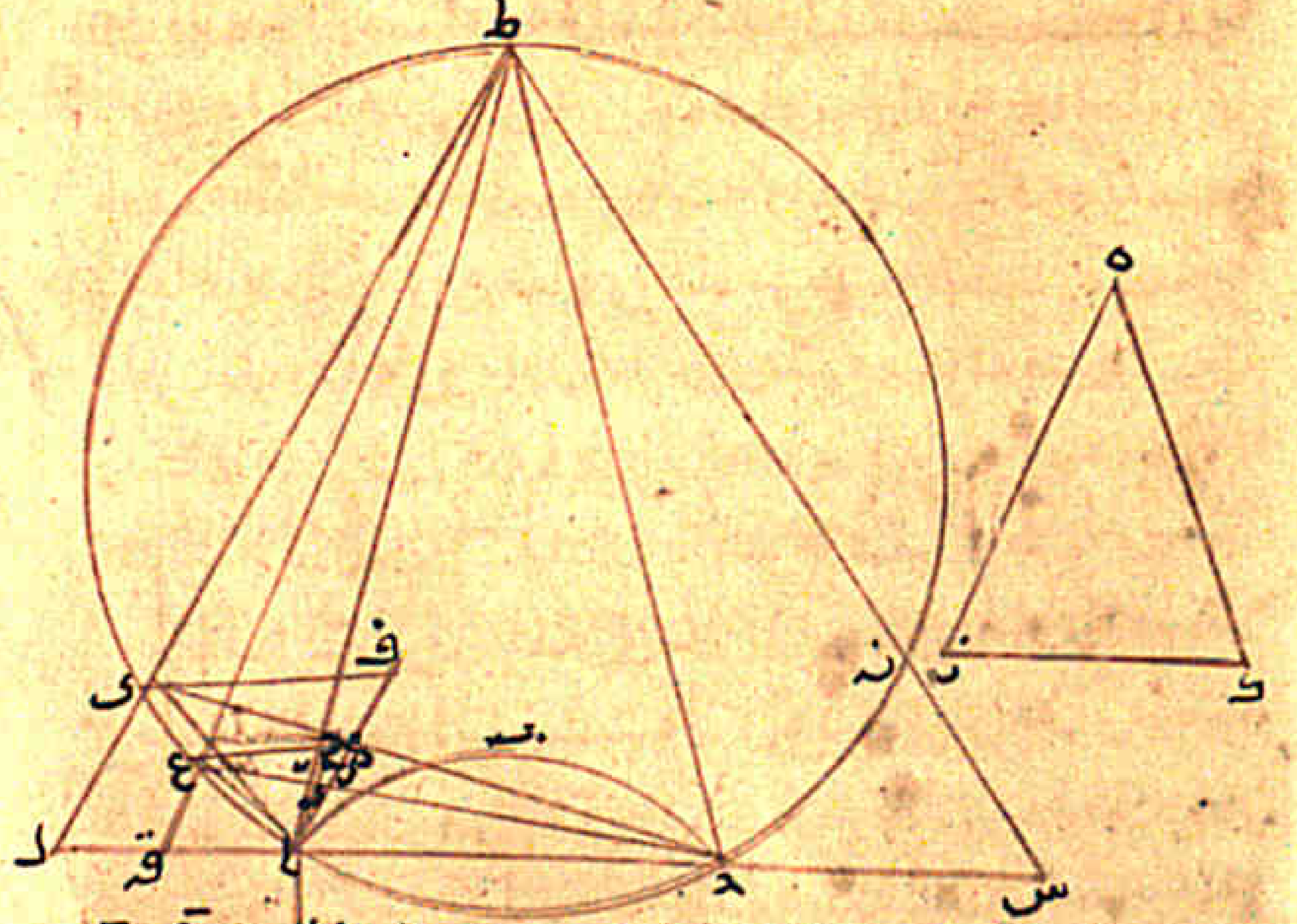
هذا خلف فليس يحيط بقطع ب ا د مخروط شبيه بمخروط ه ز ك وذلك
ما أردنا أن نبين ٥

لا

نريد أن نبين كيف نعمل مخروطا قائما شبيها بمخروط قائم معلوم يحيط
بقطع ناقص معلوم فليكن القطع الناقص المعلوم ا ب د وسهمه
الأطول ا د وضلعه القائم ا ت والمخروط القائم مخروط ه ك ز
ونخرج على خط ا د سطحا قائما على السطح الذي فيه قطع ا ب د على زوايا
قائمة ونخط فيه على خط ا د قوسا تقبل زاوية مساوية لزاوية

ز ه ك علينا ا ط د ونقسم د ا بنصفين على نقطة ط ونخرج من نقطة ط خط
ط ل اخراجا يكون نسبة ط ل منه الى ل ي كنسبة د ا الى ا د وذلك
ممكن ونخرج خط ط س اخراجا نقسمه على هذه النسبة ونصل خطوط ا د
ا ي د ي ونخرج خط ي ف موازيا لخط ا د وخط ا ف موازيا لخط ط ل
ونعمل مخروطا يكون راسه نقطة ي وقاعدته الدائرة التي قطرها ا م
فاقول ان هذا المخروط شبيه بمخروط ه ز ك وانه يخط بقطع ا ب د
برهان ذلك ان زاوية ط ي د مساوية لزاوية ط ا د لانهما في قوس
واحدة وهي ايضا مساوية لزاوية ي م ا لان خطي ي ط ا م متوازيان
وزاوية ط ا د مساوية لزاوية ا م ي وزاوية م ي ا مساوية
لزاوية ا ط د فتبقى زاوية ي ا م مساوية لزاوية ط د ا فمثلثا ا م ي
ا ط د متشابهان ومثلث ا ط د شبيه بمثلث ز ه ك وهما متساويا
الساقين فمثلث ا م ي متساوي الساقين شبيه بمثلث ز ه ك فالمخروط
الذي راسه نقطة ي وقاعدته الدائرة التي قطرها ا م شبيه بمخروط
ز ه ك والسطح الذي فيه قطع ا ب د حدث في هذا المخروط قطعا ناقصا
يكون سهمه الاطول ا د ونسبة د ا الى ا د كنسبة ط ل الى ل ي وكنسبة
سطح ط ل في ل ي الى مربع ل ي وسطح ط ل في ل ي مساوي لسطح د ل
في ا ل فنسبة د ا الى ا د كنسبة د ل في ا ل الى مربع ل ي ونسبة
سطح د ل في ا ل الى مربع ل ي كنسبة مربع ف ي الى سطح ا ف في ف م سطح مع
لان سطح ف ا الذي موازي الاضلاع فنسبة د ا الى ا د كنسبة مربع
ف ي الى سطح ا ف في ف م وخط ا د هو القطر المجانب فخط ا د هو الضلع
القائم للقطع الحادث في المخروط وهو ايضا الضلع القائم لقطع ا ب د
فقطع ا ب د يخط به المخروط الذي عملنا الذي بين في الشكل ي من

هذه المقالة وكذلك ايضا تبين انه يخط به مخروط اخر راسه
نقطة ي اذا ما اخرج خط ا ز ي ه وليس يخط بهذا القطع مخروط
اخر بالث شبيه بمخروط ه ز ك يكون نقطة راسه في هذه الجهة
عن السطح فان امكن ان يخط به مخروط ما اخر فليكن راسه نقطة ما
والشكل الذي قبل هذا انه ان اخرج على سهمه سطح قائم على السطح
الذي فيه القطع على زوايا قائمة فان الفصل المشترك لهذين
السطحين هو السهم الاطول من سهمي القطع وتبين ايضا كما
بين في القطع الرابع والشكل الذي قبل هذا ان نقطة راس المخروط



تكون على قوس ا ط د فلتكن نقطة ع ولتكن ضلعا المخروط ا ع د
ونخرج على نقطتي ط ع خط ط ع ق ونخرج ا ح موازيا لخط ط ق وخط
ع ح موازيا لخط ا د فيكون مثلث ع ا ح متساوي الساقين ويكون

نسبة مربع ع ح الى سطح اح في تح كنسبة دا الى اد ونسبة مربع
ع ح الى سطح اح في تح كنسبة سطح ج ق في قا الى مربع ع ق لان
سطح ع ح اق متوازي الاضلاع وسطح ج ق في قا مساوي لسطح سطح ع
ط ق في قع فنسبة دا الى اد كنسبة ط ق في قع الى مربع قع
وهذه النسبة هي كنسبة ط ق الى قع فنسبة اد الى اد
كنسبة ط ق الى قع وقد كانت ايضا كنسبة ط ل الى ل ع
فنسبة ط ق الى قع كنسبة ط ل الى ل ع وهذا غير ممكن فليس
يمكن ان يكون نحو ط ما التي تحيط بهذا القطع وسهمه محدوده تك
وذلك ما اردنا ان بينه

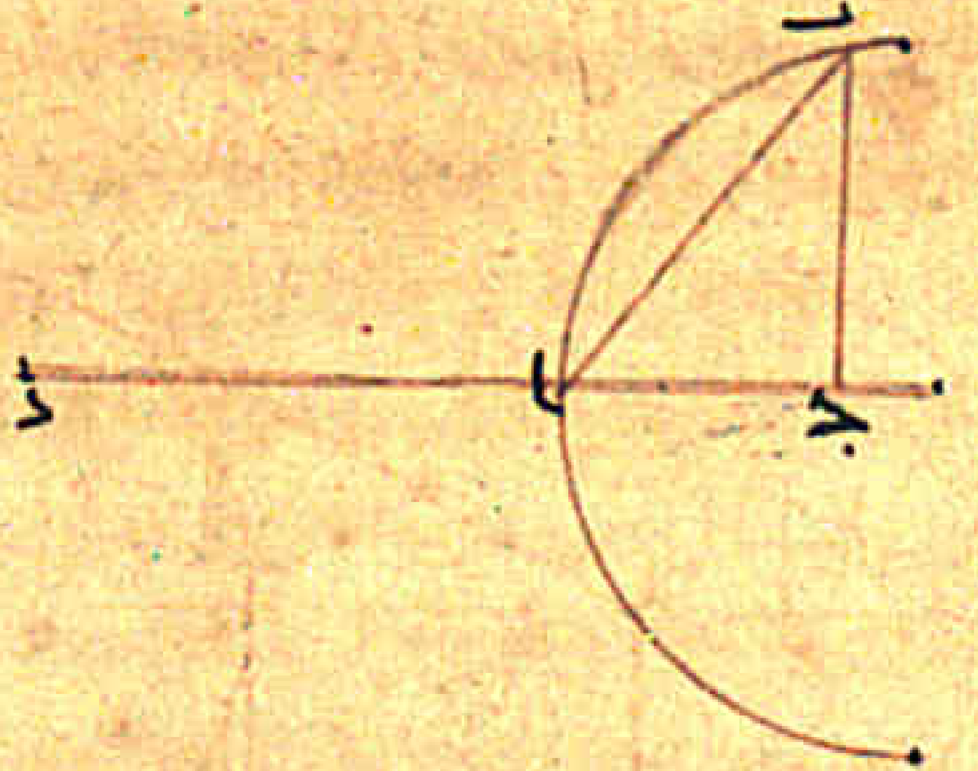
تمت المقالة السادسة من كتاب ابلونيوس في المخروطات
والحمد لله رب العالمين وصلى الله على محمد وآله اجمعين

بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة السابعة من كتاب
ابلونيوس في المخروطات

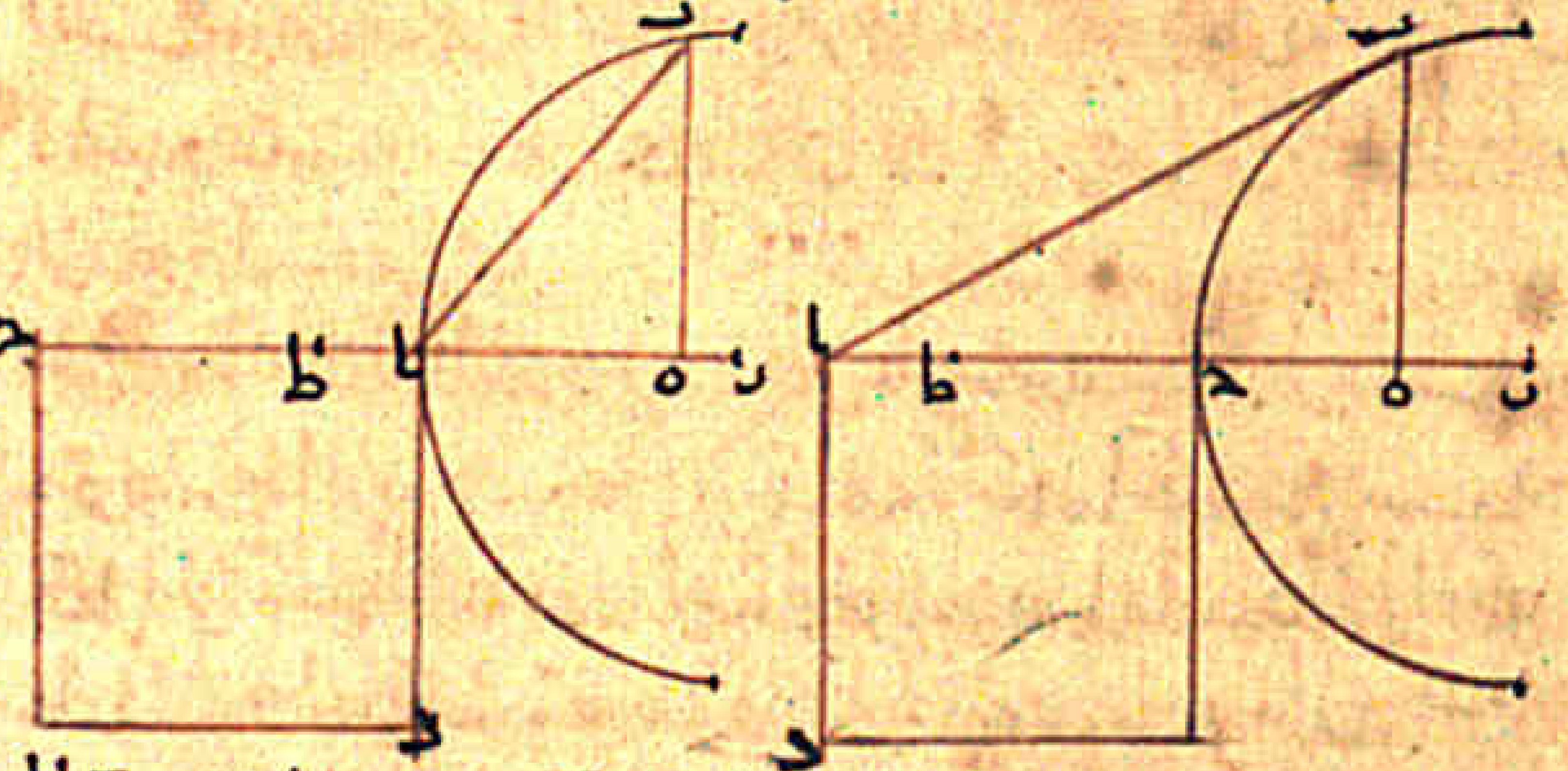
من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك قد وجهت اليك المقالة السابعة
من كتاب المخروطات مع كتابي هذا وفي هذه المقالة اشياء كثيرة عجيبة
حسنة في امر الاقطار والاشكال التي تعمل عليها مفصلة وجميع ذلك
عظيم المنفعة في اجناس كثيرة من المسائل والحاجة اليه شديدة
فيما يقع من المسائل في قطوع المخروطات التي ذكرناها مما نحن ذاكره
وثابته في المقالة الثامنة من هذا الكتاب وساحرص على تعجيلها اليك والسلام
اذا اخرج سهم القطع المكافئ على استقامة خارج القطع الى نقطة حتى ١
يكون ما يقع منه خارج القطع مساويا لضلعه القائم واخرج ايضا
من راس القطع الى القطع خط كيفما وقع واخرج من منتهاه
عمود على السهم فان الخط المخرج يقوى على السطح الذي يحيط به
الخط الذي فيما بين مسقط العمود وراس القطع والخط الذي فيما
بين مسقط العمود والنقطة التي اخرج اليها السهم فليكن قطع مكافئ
عليه اب وسهمه اج ونخرج خط اج الى د وليكن اد مساويا
للضلع القائم ونخرج من نقطة ا خط اب كيفما وقع ونخرج خط
ب ج عمودا على اج فاقول ان مربع اب مساو للسطح الذي يكون
من ضرب د ج في ج ا برهان ذلك ان خط اج سهم القطع وخط ب ج عمود

علىه وخط اد مساوى لضلعه القائم فمربع ب د مساوى لسطح
د ا فى ا د فهما متساويان والشكل ... من المقالة آ فجعل مربع ا د مشتركا
فيكون مربعا ا ح د ب اذا جمعا مثل سطح د ا فى ا د مع مربع ا د
فاما مربعا ا ح د ب فهما مثل مربع ا ب واما سطح د ا فى ا د مع
مربع ا د فهما مثل سطح د د فى د ا فمربع ا ب مساوى لسطح د د



فى د ا وذلك
ما اردنا ان
نبين ٥
اذا اخرج سهم
القطع الزائد
على استقامته
حتى يصير ما
يقع منه خارج القطع هو القطر المجانب وفصل بما بين اخط فى القطر
المجانب خطا فانقسم القطر المجانب بقسمين نسبة احدهما الى الاخر
كنسبة القطر المجانب الى الضلع القائم وكان الخط الذى فصل نظير
الضلع القائم واخرج من طرف القطر المجانب الذى هو طرف الخط
الذى فصل خط الى القطع كيفما وقع واخرج من منتهاه عمود
على السهم فان نسبة مربع الخط المخرج من طرف القطر المجانب
الى السطح الذى يحيط به الخطان اللذان فيما بين مسقط العمود
وطرفى الخط الذى فصل كنسبة القطر المجانب الى زيادته على
الخط الذى فصل الشبيه بالنسبة فليكن القطع الزائد القطع الذى
سهمه المخرج ا ح ه وسهم القطع ح د ولنفصل من خط ا ح خط

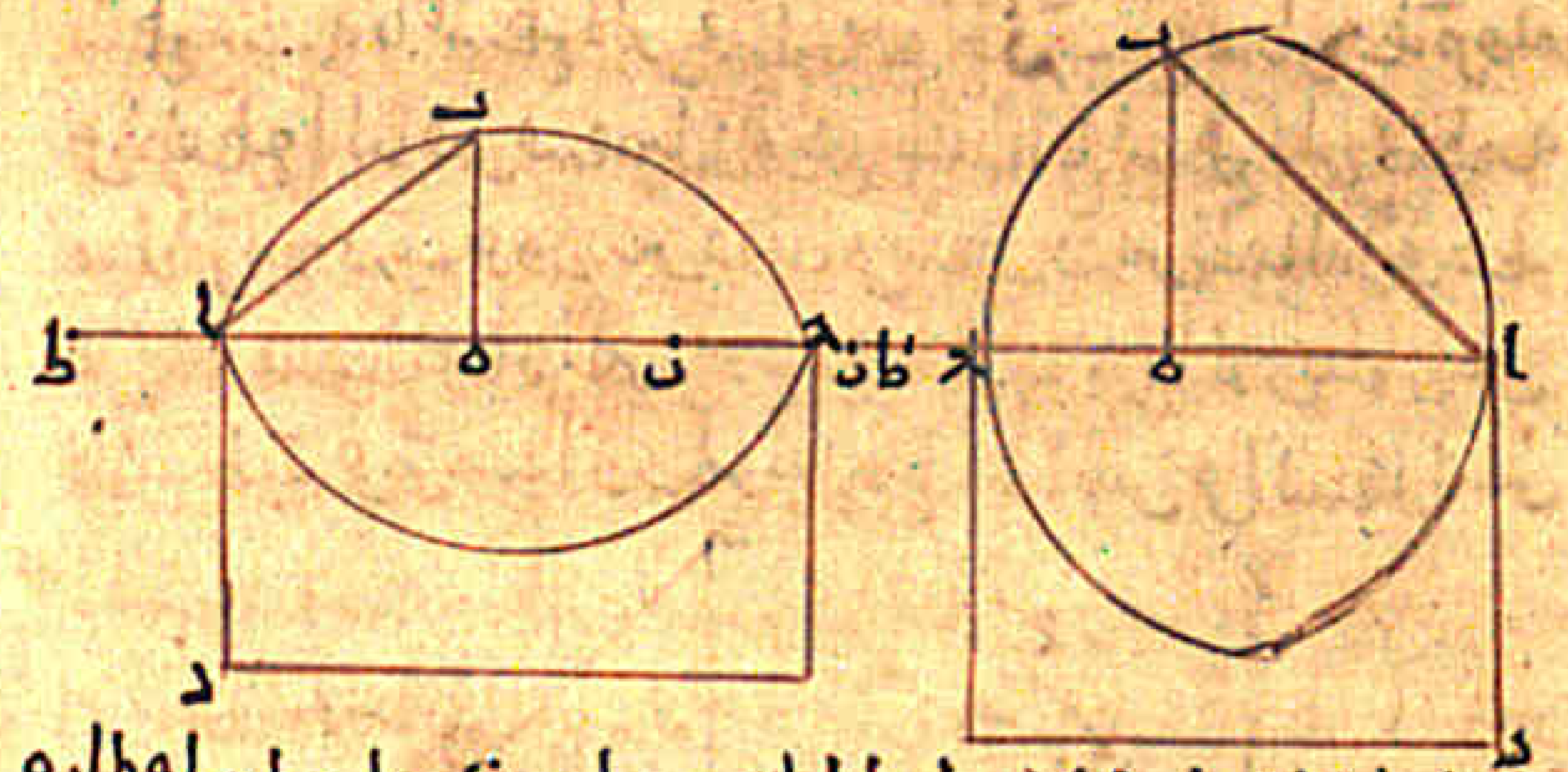
ا ط ولتكن نسبة ح ط الى ط ا كنسبة ح ا الى ا ك الذى هو الضلع
القائم ونخرج من نقطة ا خطا الى القطع كيفما خرج عليه ا ب
ونخرج خط ب ه عمودا على السهم فاقول ان نسبة مربع ا ب الى
سطح ط ه فى ه ا كنسبة ا ح الى ح ط برهان ذلك انا نجعل سطح ل ه
فى ه ح مساويا لمربع ب ه فنسبة سطح ا ه فى ه ح الى سطح ل ه فى ه ح
كنسبة مربع ب ه الى سطح ا ه فى ه ح ونسبة مربع ب ه الى السطح
ا ه فى ه ح كنسبة الضلع القائم الذى هو ا ك الى القطر المجانب الذى



هو ا ح فيما بين والشكل ... من المقالة آ فنسبة سطح ا ه فى ه ح الى
سطح ا ه فى ه ح كنسبة ك ا الى ا ح وكنسبة ح ه الى ه ح وكنسبة
ا ط الى ط ح فنسبة ح ه الى ه ح كنسبة ا ط الى ط ح ولذلك يكون
نسبة ح ح الى ح ه كنسبة ا ح الى ح ط ولذلك تكون نسبة ح ل
الى ط ه ... فاذا جعلنا ا ه ارتفاعا مشتركا كانت نسبة سطح ح ل
فى ا ه الى سطح ه ط فى ه ا كنسبة ا ح الى ح ط كنسبة سطح ح ا فى
ا ه الى سطح ا ه فى ه ط وسطح ح ا فى ا ه مساو لمربع ا ب فنسبة
مربع ا ب الى سطح ا ه فى ه ط كنسبة ا ح الى ح ط وذلك ما اردنا ان نبين ٥

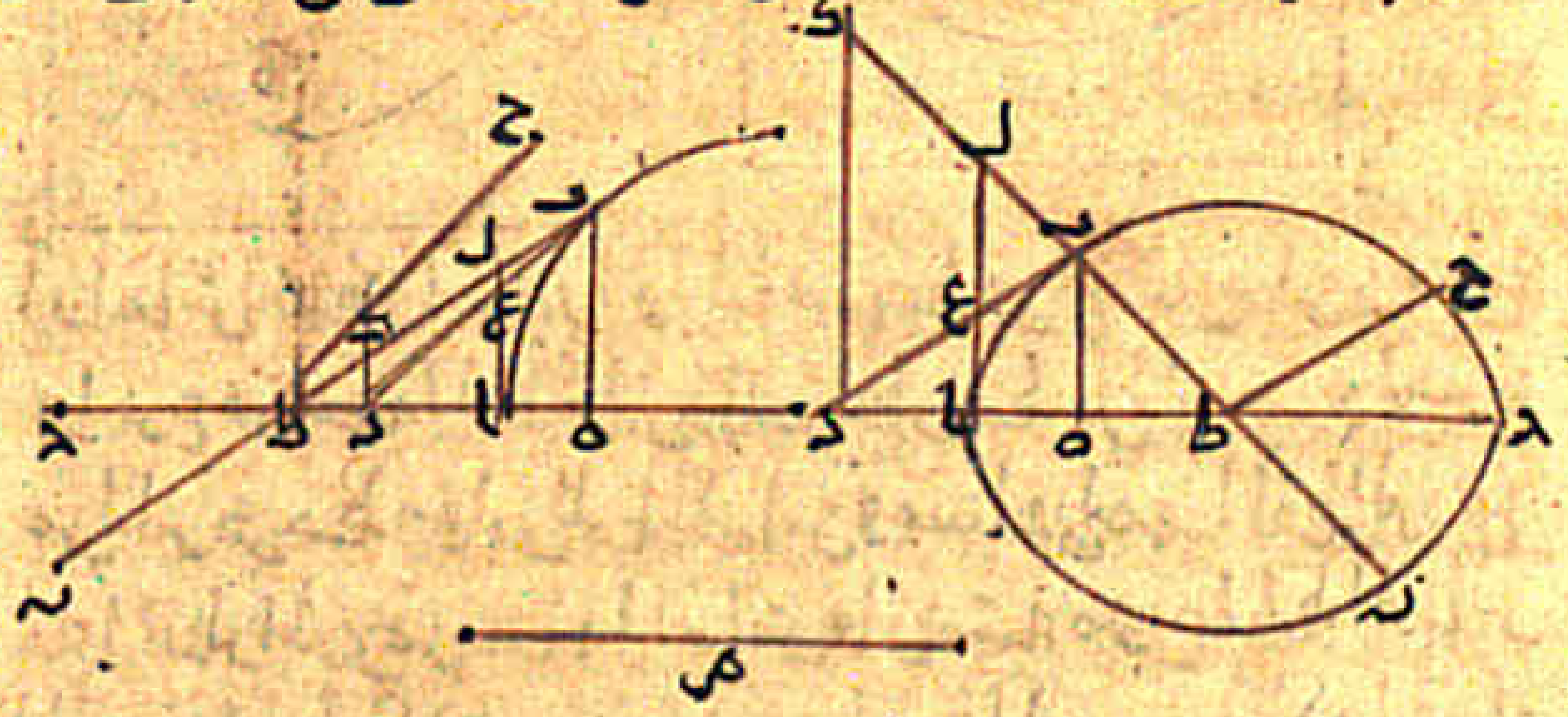
ح اذا ركب على استقامة احد سهمي القطع الناقص سهم كان خط
وكان احد طرفيه هو احد طرفي القطر المجانب وكان طرفه الآخر
خارج القطع وكانت نسبته الى الخط الذي بين طرفه الآخر والطرف
الباقي من طرفي القطر كنسبة الضلع القائم الى القطر المجانب
واخرج من الطرف المشترك للقطر وللخط الذي ركب على السهم
خط الى القطع كيفما وقع واخرج من منتهاه عمود الى السهم
فان نسبة مربع الخط الذي اخرج الى السطح الذي يحيط به الخطان
اللذان يماسان مسقط العمود وطرفي الخط الذي كان ركب على
السهم كنسبة القطر المجانب الى الخط الذي فيما بين الطرفين المتباينين
من اطراف القطر المجانب والخط الذي ركب فليكن الخط الذي ركب
بالنسبة التي ذكرنا على قطع ناقص على سهمه اج وعلى شكله
دز والخط الذي ركب على استقامة السهم اط ولتكن نسبة
جط الى اط كنسبة دز الى از ولنخرج من نقطة ا خطا الى القطع
عليه اب ولنخرج خط به عمودا على السهم فاقول ان نسبة
مربع اب الى سطح طه في هز كنسبة اد الى دط برهان ذلك انا
نجعل سطح اه في هز مساويا لمربع به فنسبة سطح اه في هد الى
سطح اه في هز كنسبة مربع به الى سطح اه في هز ونسبة
مربع به الى سطح اه في هد كنسبة الضلع القائم الذي هو از
الى القطر المجانب الذي هو اد كما تبين في الشكل كا من المقالة
آ فنسبة سطح اه في هز الى سطح اه في هد كنسبة دز الى اد
وكنسبة زه الى هد وكنسبة اط الى طد ولذلك تكون نسبة
زط الى طه كنسبة اد الى دط ونسبة دا الى طه اذا جعلنا

اه اربعا امثال كنسبة سطح زا في اه الى سطح اه في هط
وسطح زا في اه مساوي لمربع اب فنسبة مربع اب الى سطح
اه في هط كنسبة اد الى دط وذلك ما اردنا ان نبين



ط اذا ماس القطع الزائد او الناقص خط فوقع على قطر من اقطاره
ولنخرج من نقطة التماس الى ذلك القطر خط على الترتيب ولنخرج
من المركز خط موازي للخط المماس ومساوي لنصف القطر المزدوج
مع القطر الذي يمر بنقطة التماس فان نسبة مربع الخط المماس
الى مربع الخط الموازي له كنسبة الخط الذي بين نقطة ملتقاء
الخط المماس والقطر وبين مسقط العمود الى الخط الذي فيما بين
مسقط العمود والمركز فليكن قطر القطع القطع الزائد او الناقص
اد ومركزه ط والخط المماس للقطع بد ولنخرج خط به
خط ترتيب على دا ولنخرج خط طح موازيا لخط بد وليكن طح
مساويا لنصف القطر المزدوج مع القطر الذي يمر بنقطة ب فاقول
ان نسبة مربع دب الى مربع طح كنسبة ده الى هط برهان
ذلك انا نخرج من نقطة ب وطرف ك نقطة ل خطا الى كل د ك

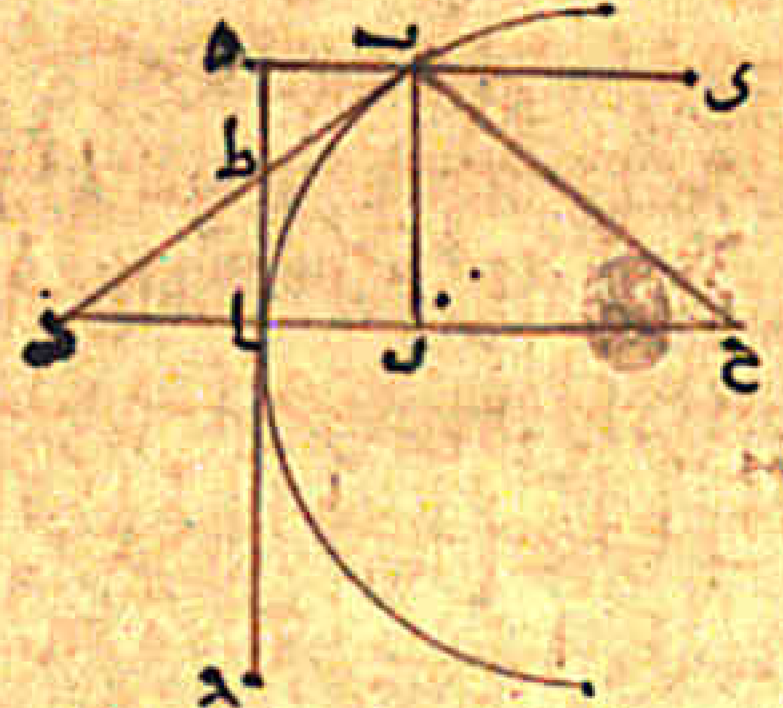
موازٍ لخط ب ه ولتكن نسبة خط م الى خط ب د كنسبة ع ب
الى ب ل فخط م هو ضعف الخط الذي يقوى خطوط الترتيب الواقعة
على ب ط على السطوح التي تضاف اليه اما في القطع الزائد فزائدة
سطحا شبيها بالسطح الذي يحيط به خطا ز ب مع مثل خط م واما
في القطع الناقص فنقصان سطح شبيه بالسطح الذي يحيط به
مثلا م مع ز ب وقد بين ذلك في شكل ب من المقالة ا وخط
ط ح هو نصف القطر المزدوج مع قطر ب ز فلذلك يكون من
ضرب ط ب في م مساوي لمربع ط ح كما بين في الشكل ا من



المقالة ب وللشكل الثامن منها ونسبة ع ب الى ب ل كنسبة م الى
ب د ونسبة د ب الى ب ك فسطح م في ب ك مساوي لمربع ب د
ونسبة السطح الذي يكون من ضرب م في ب ك الى السطح الذي يكون
من ضرب م في ب ط كنسبة ب ك الى ب ط فنسبة مربع ب د الى
سطح ب ط في م كنسبة ب ك الى ب ط واما نسبة ب ك الى ب ط
فهي كنسبة ه د الى ه ط واما سطح ب ط في م فقد بينا انه
مساوٍ لمربع ط ح فنسبة مربع ب د الى مربع ط ح كنسبة

ه د الى ه ط وذلك ما اردنا ان نبين ٥
٥ اذا كان قطع مكافئ واخرج فيه قطر من اقطاره واخرج من راس
ذلك القطر عمود على السهم فان الخط الذي يقوى على السطوح
التي تضاف اليه الخطوط التي تخرج من القطع الى القطر موازية
للخط المماس الذي يخرج من راس القطر فهو ضلعه القائم
مساوي للضلع القائم للسهم مزيدا عليه اربعة امثال ما يفصله
العمود من السهم مما يلي راس القطع فليكن قطع مكافئ على
سهمه ا ح وعلى قطر من اقطاره ب ي والخط الذي يقوى على السطوح
المضافة اليه الاعمدة الواقعة على ا ح خط ا د وهو الضلع
القائم للسهم ونخرج من نقطة ب عمودا على السهم عليه ب ن
فاقول ان الخطوط التي تخرج من القطع الى ب ي وتكون موازية
للخط المماس الذي يخرج من نقطة ب وهو ب د تقوى على السطح
الذي يضاف الى خط مساوي لخط ا د مزيدا عليه اربعة امثال
ا ن فيكون ذلك الخط هو الضلع القائم لقطر ب ي برهان ذلك انا نخرج
خط ه ا عمودا على السهم ونخرج خط ب ت الى ه وخط ب د مماسا
للقطع على نقطة ب وعلى خط ب ح حتى يحيط مع ب د بزاوية
قائمة فيكون مثلث ب د ح شبيها بمثلث ب ط ه فنسبة ط ب
الى ب ه كنسبة د ح الى ب د فخط د ح مساوي لنصف الضلع
القائم لقطر ب ي كما بين في الشكل مط من المقالة ا والذي يكون
من ضرب د ن في ن ح مساوي لمربع ب ن لان زاوية د ب ح
قائمة وخط ب ن عمود ومربع ب ن مساوي لسطح ا د في ا ن
فسطح د ن في ن ح مساوي لسطح ا د في ا ن وخط د ن مثل خط

ان كماسن في السكل له من المقاله آ خط اد مثلا خط زح وايضه
امثال ان مثلا د ن خط اج مع اربعه امثال ان مساوي لمثلي
دح ومثلا خط دح عرضنا انه الضلع القايم لقطر ب ى والضلع



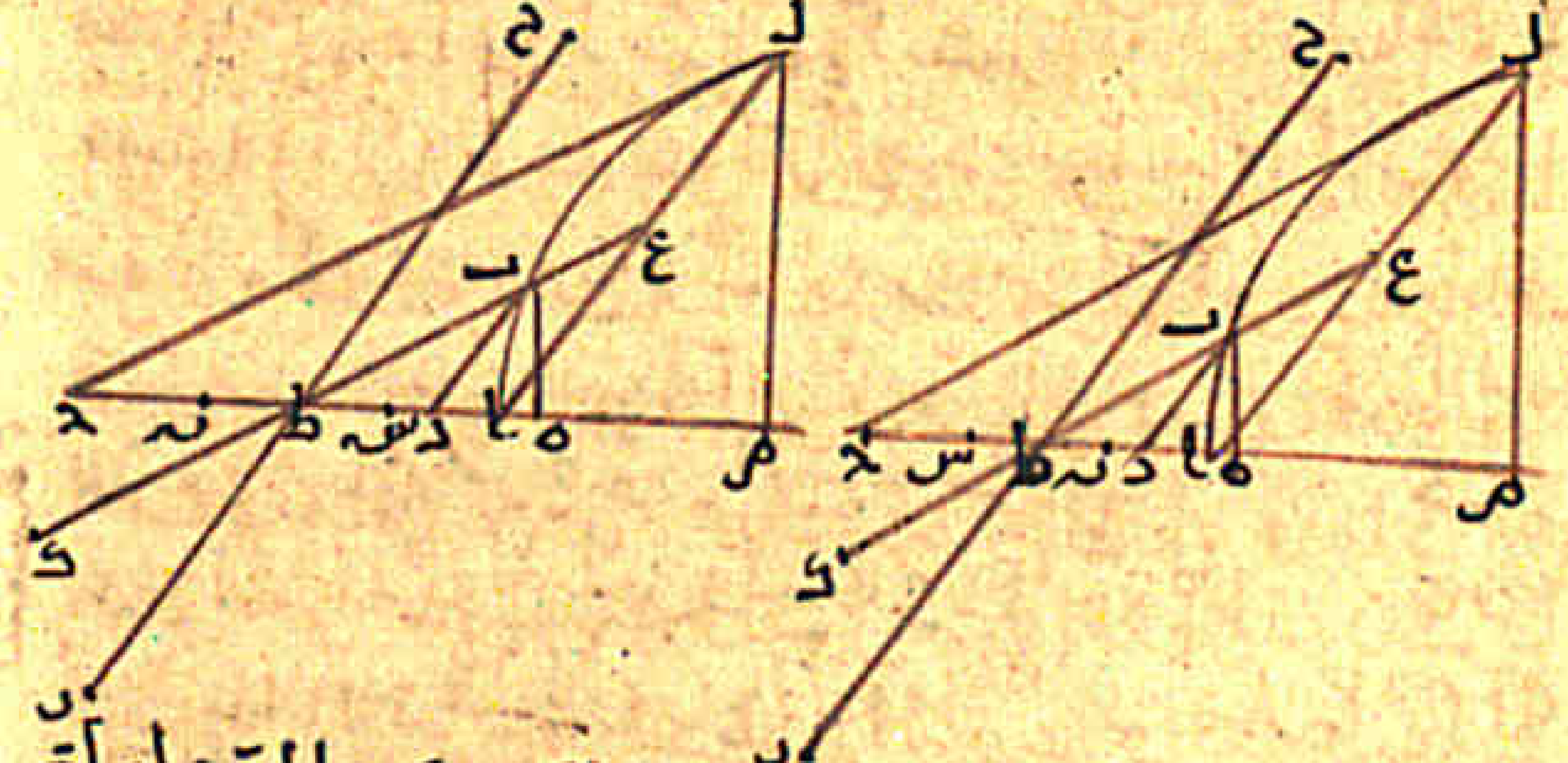
القايم لقطر ب ى
مساوي لخط اج
مع اربعه امثال
ان وذلك ما
اردنا ان نبينه
اذا كان على ق
استقامه سهم القطع الزايد خطان مما يلي طرفي السهم الذي هو قطر
محانب وكان كل واحد منهما مساويا للخط الذي نسميناه
للنسبه ووضعنا كموضعه واخرج قطر من دوخان
من اقطار القطع واخرج من راس القطع خط موازي للقطر القايم
منهما نقطع القطع واخرج من موضع قطعه له عمود على السهم
فان نسبة القطر المحانب من المردوحين الى القطر القايم
القوه كنسبة الخط الذي بين مسقط العمود وبين طرف الخط
الابعد من الخطين المسمى للنسبه الى الخط الذي بين مسقط العمود
وبين طرف الخط الاقرب من الخطين المسمى للنسبه ونسبة القطر
المحانب الى الضلع الذي يقوى عليه الخطوط التي تخرج اليه ويكون
موازيه للقطر المحذ الذي هو الضلع القايم له في القوه كنسبة
الخطين اللذين ذكرنا احدهما الى الاخر في الطول فليكن قطع
زايد على سهمه ه كر وعلى القطر المحانب المتصل بالسهم ا د وعلى

المركز ط ولتكن كل واحد من خطي ا ن د س مساويا للخط المسمى للنسبه
السبه ولنمر بنقطه ط قطران مردوحان عليهما رح ب ى وليخرج
خط آ ك موازيا لخط رح وليخرج الى خط ام عمود ل م فاقول ان
نسبة المربع الذي يكون من قطر ب ط المحانب الى المربع الذي يكون
من خط طح القايم كنسبة س م الى م ن برهان ذلك انا نخرج خط
د ل ونخرج من نقطه ب عمود ب ه ونخرج منها ايضا خطا موازيا لخط
رح عليه ب د فيكون هذا الخط مماسا للقطع ولان خط د ط
مساو لخط ط ا وخط ل ع لخط ع ا يكون خط د ل موازيا لخط ب ط
فنسبة د ه الى ه ط كنسبة لم الى م د لتشابه المثلثات ونسبة
د ه الى ه ط كنسبة مربع د ب الى مربع ط ح كما بين في الشكل
د من هذه المقاله فنسبة ام الى م د كنسبة مربع د ب الى مربع
ط ح ولان نسبة مربع ط ب الى مربع ب د كنسبة مربع ح ل الى
مربع ا ك لتشابه المثلثين ونسبة مربع ب د الى مربع ط ح مؤلفه
من نسبة مربع د ل الى مربع ا ك ومن ام الى م د ونسبة مربع
د ل الى مربع ا ك مؤلفه من نسبة مربع د ل الى سطح ح م في م س
ومن نسبة سطح ح م في م س الى سطح ام في م ن ومن نسبة سطح
ام في م ن الى مربع ا ك فنسبة مربع ط ب الى مربع ط ح مؤلفه
من نسبة مربع د ل الى سطح ح م في م س ومن نسبة سطح ح م
في م س الى سطح ام في م ن ومن نسبة سطح ام في م ن الى مربع
ا ك ومن نسبة ام الى م د فاما نسبة مربع د ل الى سطح ح م
في م س فهي كنسبة ا د الى ا س كما بين في الشكل ب من هذه
المقاله واما نسبة سطح ام في م ن الى مربع ا ك فهي كنسبة

فنسبة

كنسبة ام الى مد يكون نسبة مربع ط ب الى مربع ط ح

د ه الى ا د كما تبيّن ايضا في الشكل ب من هذه المقالة واما نسبة سطح ح م في م س الى سطح ا م في م ه فهي مؤلفة من نسبة ح م الى ا م ومن نسبة م س الى م ه فنسبة مربع ط ب الى مربع ط ح مؤلفة من نسبة ا ح الى ا س ومن نسبة ح ه الى ا د ومن نسبة ح م الى ا م ومن نسبة م س الى م ه ومن نسبة ا م الى م د والنسبة المؤلفة من هذه النسب التي ذكرنا مساوية لنسبة م س الى م ه ولا نسبة ح ه منها الى ا د ا د



القسم مع نسبة ا د الى ا س كنسبة ح ه الى ا س وح ه مثل ا س واما نسبة ح م منها الى ا م فانها اذا الفت مع نسبة ا م الى ح م كانت كنسبة ح م الى نفسه فتكون النسبة المؤلفة من هذه النسب كالنسبة الباقية التي هي نسبة م س الى م ه فنسبة مربع ب ط الى مربع ط ح كنسبة س م الى م ه ونسبة مربع ب ك الى مربع ب ح كنسبة م س الى م ه ولهذا فان نسبة مربع ب ك الى مربع ب ح كنسبة ك ب الى الخط الذي يقوى عليه الخطوط التي تخرج من القطع الى ك ب موازية لخط ب ح كما تبين من السلا

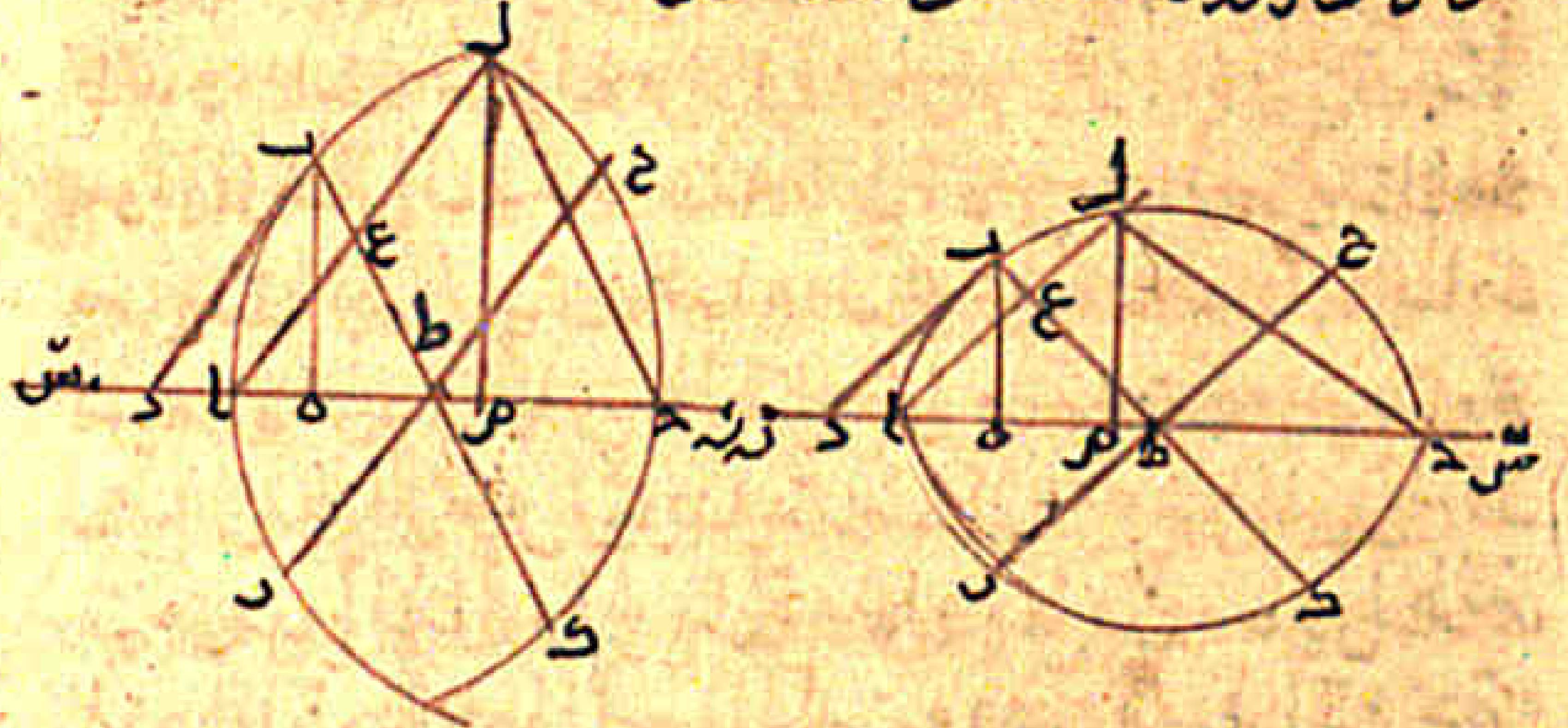
من المقالة ب مع كما بيناها فنسبة خط ب د الى الخط الذي يقوى عليه خطوط الترتيب الواقعة عليه كنسبة م س الى م ه وذلك ما اردنا ان نبين

ب لذا ركب على استقامة سهم القطع الناقص خطان عند طرفيه وكان كل واحد منهما مساويا للخط الشبيه بالنسبة واخرج في القطع قطرا ان مزدوجان واخرج من راس القطع خط موازٍ لاحد القطرين المزدوجين فانتهى الى القطع واخرج من منتهاه عمود الى السهم فان نسبة القطر الذي ليس بموازٍ للخط المخرج الى القطر الاخر في القوة كنسبة قسمي الخط الذي فيما بين طرفي الخطين الشبيهين بالنسبة اللذين ليسا طرفي القطر اللذين قسمه بهما العمود احدهما الى الاخر على ان يوجد الخطان الشبيها بالنسبة اما في السهم الاطول فمن خارج القطع واما في السهم الاقصر فعلى السهم نفسه ويكون نسبة القطر الذي ذكرنا الى الخط الذي يقوى عليه خطوط الترتيب الواقعة عليه التي هي موازية للقطر الاخر كالنسبة التي ذكرنا فليكن قطع ناقص على سهمه ا د ولنكن الخطان الشبيها بالنسبة ا ز د س وليكن قطرا ب ك ب ح مزدوجين كيفما وقعا واخرج ا ل موازيا لقطر ب ح واخرج من نقطة ل عمودا على السهم عليه ل م فاقول ان نسبة مربع ك ب الى مربع ب ح كنسبة م س الى م ه وان نسبته الى الخط الذي يقوى عليه الخطوط التي تخرج اليه في القطع موازية لخط ب ح وهو الضلع القائم كنسبة م س ايضا الى م ه برهان ذلك انا نصل خط د ل ونخرج من نقطة ب عمود د

ب ه وخرج منها الى الخط خطا موازيا للخط د ح عليه ب د فيكون هذا
الخط مماسا للقطع ولان خط د ط مساو لخط ط ا وخط ل ع الخط
ع ا يكون خط د ل موازيا للخط ب ط فنسبة د ه الى ه ط كنسبة
ا م الى م د لتشابه المثلثات ونسبة د ه الى ه ط كنسبة مربع د ب
الى مربع ط ح للذي بين في الشكل د من هذه المقالة فنسبة ا م
الى م د كنسبة مربع د ب الى مربع ط ح ولان نسبة مربع ط ب
الى مربع ب د كنسبة مربع د ل الى مربع ا ك لتشابه المثلثين
ونسبة مربع ب د الى مربع ط ح كنسبة ا م الى م د تكون نسبة
مربع ط ب الى مربع ط ح مؤلفة من نسبة مربع د ل الى مربع ل ك
ومن نسبة ا م الى م د ونسبة مربع د ل الى مربع ا ك مؤلفة
من نسبة مربع د ل الى السطح د م في م س ومن نسبة سطح د م في
م س الى سطح ا م في م د ومن نسبة سطح ا م في م د الى مربع ا ك
فنسبة مربع ط ب الى مربع ط ح مؤلفة من نسبة مربع د ل الى
سطح د م في م س ومن نسبة سطح د م في م س الى سطح ا م في م د
ومن نسبة سطح ا م في م د الى مربع ا ك ومن نسبة ا م الى م د
واما نسبة مربع د ل الى السطح د م في م س فهي كنسبة ا د الى ا س
كما بين في الشكل ح من هذه المقالة واما نسبة سطح ا م في
م د الى مربع ا ك فهي كنسبة د ه الى ا ه كما بين ايضا في الشكل
ح من هذه المقالة واما نسبة سطح د م في م س الى سطح ا م في
م د فهي مؤلفة من نسبة د م الى ا م ومن نسبة م س الى م د ونسبة
مربع ط ب الى مربع ط ح مؤلفة من نسبة د ه الى ا ه ومن نسبة
ا د الى ا س ومن نسبة م س الى م د ومن نسبة ا م الى م د وهو النسبة

د ه الى ا ه ومن نسبة

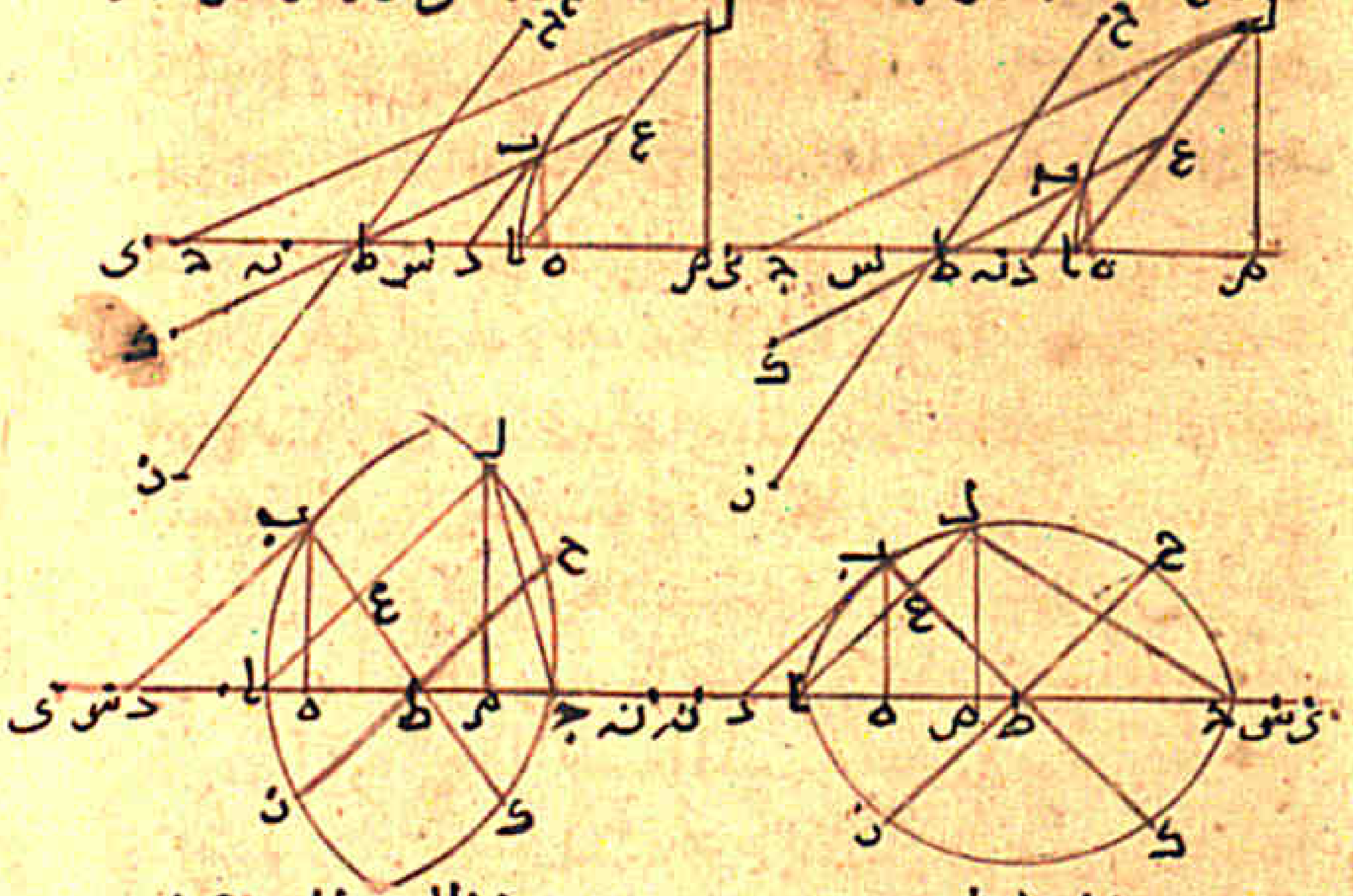
المؤلفة من هذه النسب التي ذكرنا مساوية لنسبة م س الى م ه
لان نسبة ه د منها الى ا ه اذا الفت مع نسبة ا د الى ا س نسبة
د ه الى ا س وقد توصل ا س ولما نسبة د م منها الى ا م فانها
اذا الفت مع نسبة ا م الى د م كانت كنسبة د م الى نفسه
فيكون النسبة المؤلفة من هذه النسب كالنسبة الباقية التي
هي نسبة م س الى م ه فنسبة مربع ب ط الى مربع ط ح كنسبة
س م الى م ه وايضا فان نسبة مربع ب ك الى مربع د ح كنسبة



ك ه الى الخط الذي يقوى عليه الخطوط التي تخرج من القطع الى ك ه
موازية لخط د ح فنسبة خط ب ك الى الخط الذي يقوى عليه خطوط
الترتيب الواقعة عليه كنسبة م س الى م ه ومن ذلك تبين انه
ان مر العمود الواقع من نقطة ك على السهم بمركز فان قطر
ك ه مساو لقطر د ح لان م س يكون مثل م ه وذلك ما اردنا بيانه
ح وايضا فانا نبين الصورة على حالها في القطع الزائد وفي الناقص
كما كانت في الشكل ق والشكل ن من هذه المقالة فاقول
ان نسبة مربع ا د وهو القطر المجانب الى المربع الكائن من ب ك

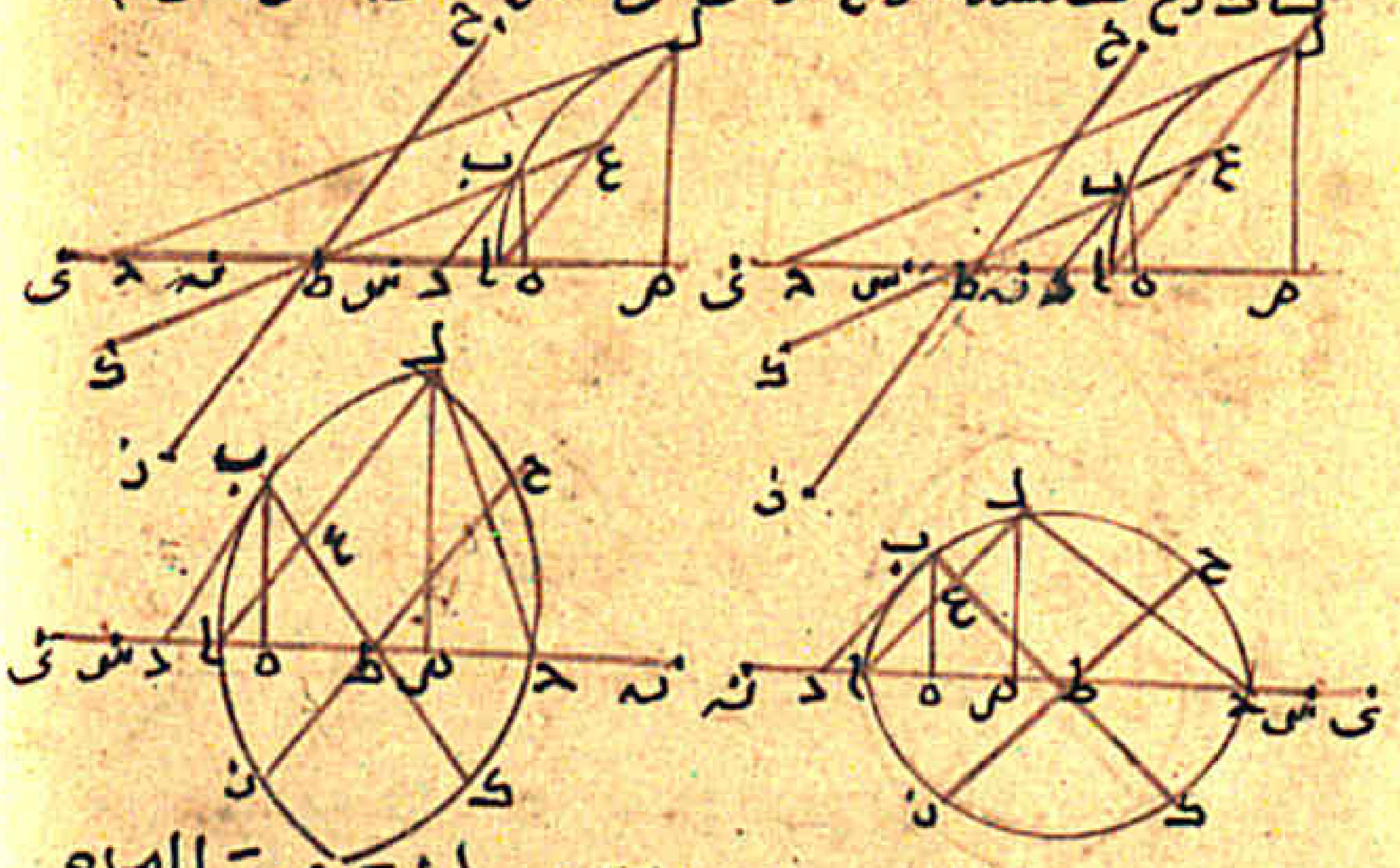
نح المربع وحين اذا اتصلا جميعا على استقامة كنسبة سطح ن د
في م س الى المربع الذي يكون من خط مساوي لخط م س مع الخط الذي يقوى
على السطح الذي يحيط به خطا ن م م س برهان ذلك انا نجعل خط س ى
وسطا فيما بين خطي ن م م س على نسبة فنسبة مربع ا د الى المربع
ب ى كنسبة مربع ل ط الى مربع ط ب ومربع ل ط مساوي لسطح
د ط في ط ه كما بين في الشكل لز من المقالة او في الشكل لح منها
فنسبة مربع ا د الى مربع ب ى كنسبة سطح د ط في ط ه الى المربع
ط ب وكنسبة سطح ل ه في ح م الى المربع د ل لان خطي د ب ب ط
موازيان لخطي ل ك ك د فنسبة سطح ا د في ح م الى المربع د ل كنسبة
مربع ا د الى مربع ب ى واذا جعلنا ح م ارتفاعا مشتركا كانت
نسبة د ل الى د ز كنسبة ا د في ح م الى ح م في د ز ونسبة مربع
د ل الى سطح س م في م د كنسبة ا د الى ا س كما بين في الشكل
ب من هذه المقالة والشكل جـ منها وخط د ز مساوي لخط س
لان خطي ا ن د س هما النسبة المشتبهة فنسبة سطح ا د في ح م
الى سطح د م في د ز كنسبة مربع د ل الى سطح س م في م د واذا
دللنا كان نسبة سطح ا د في ح م الى المربع د ل كنسبة سطح ح م
في د ز الى سطح س م في م د وقد كنا بينا ان نسبة سطح ا د في ح م
الى المربع د ل كنسبة مربع ا د الى مربع ب ى فنسبة مربع ا د
الى مربع ب ى كنسبة سطح ن د في ح م الى سطح س م في م د
التي هي كنسبة ن د الى س م ونسبة ن د الى س م كنسبة
سطح ن د في س م الى المربع م س وايضا فان نسبة مربع ب ى
الى المربع ن ح كنسبة س م الى م ن كما بين في الشكلين اللذين

فلهذا فنسبة ب ى الى ن ح كنسبة م س الى س ى لان س ى مماسة
لخطي س م م ن فيما بينهما ويكون لذلك نسبة ب ى الى ب ى ن ح مجموعين
كنسبة م س الى م ى فنسبة مربع ب ى الى المربع الذي يكون من ب ى
ن ح مجموعين كنسبة مربع م س الى مربع م ى وقد كنا بينا ان نسبة
مربع ا د الى مربع ب ى كنسبة سطح ن د في س م الى مربع س م

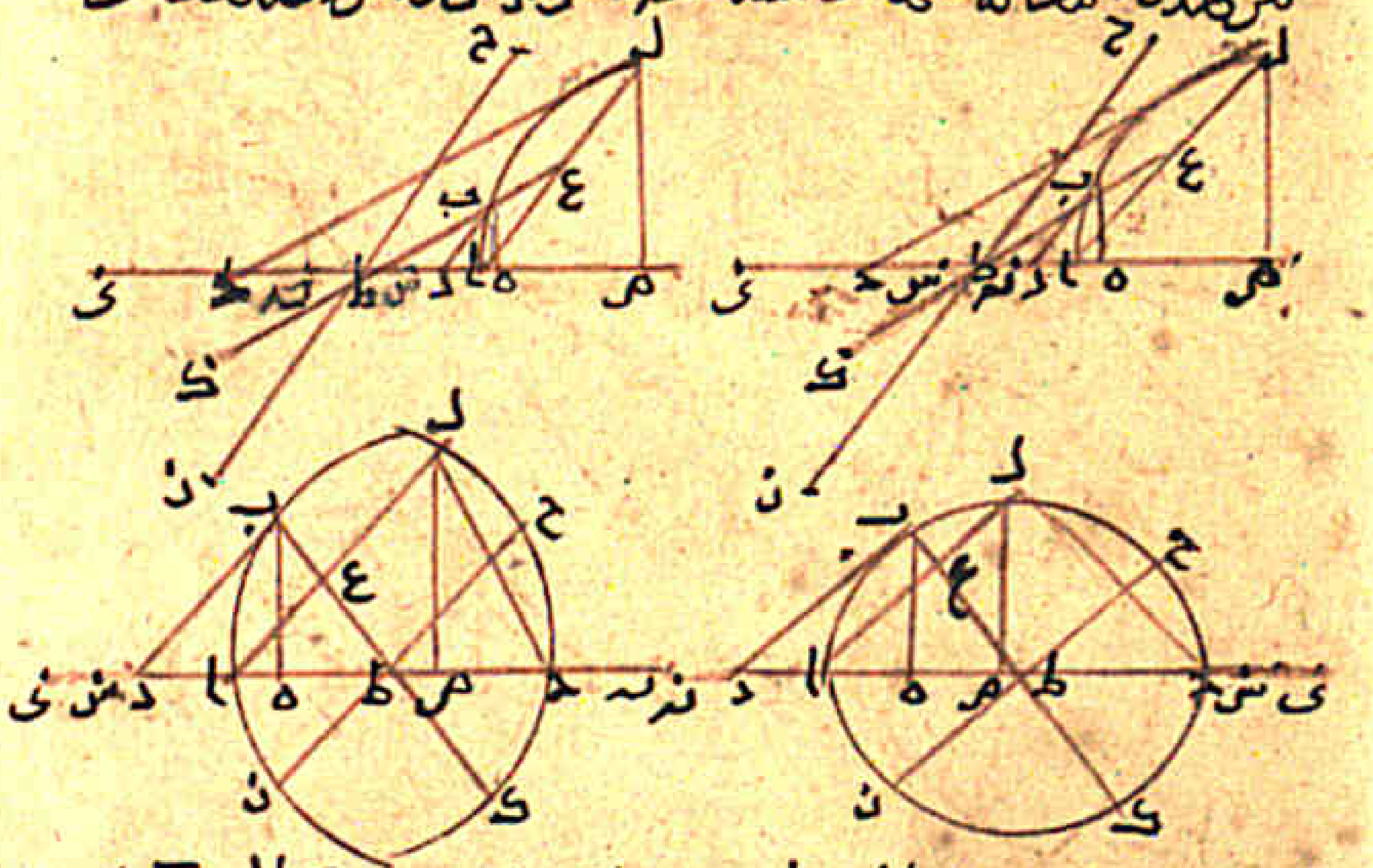


في نسبة المساواة يكون نسبة مربع ا د الى المربع الذي يكون من
ب ى ن ح مجموعين كنسبة سطح د ن في س م الى مربع م ى وخط
م ى مساوي لخط م س مع الخط الذي يقوى على سطح ن م في م س
فنسبة مربع ا د الى المربع الكائن من خطي ب ى ن ح مجموعين
كنسبة سطح ن د في م س الى المربع الكائن من خط م ى الذي هو
مساوي لخط م س مع الخط الذي يقوى على سطح ن م في م س وذلك
ما اردنا ان نبين

وايضا فانا نبين ما ذكرنا على حاله في الشكل السادس والشكل ط
السابع من هذه المقالة فاقول ان نسبة مربع اح الى المربع فضل
ما بين ب د ن ج كنسبة سطح ن د ه ومربع س الى المربع فضل ما بين مربع س
والخط الذي يقوى على سطح ن د م ومربع س الذي هو س ى برهان ذلك ان
نسبة د ب الى ن ج كنسبة مربع س الى س ى كما بين في برهان
الشكل الذي قبل هذا فنسبة مربع ب د الى المربع فضل ما بين
ب د ن ج كنسبة مربع س الى المربع فضل ما بين مربع س و س ى

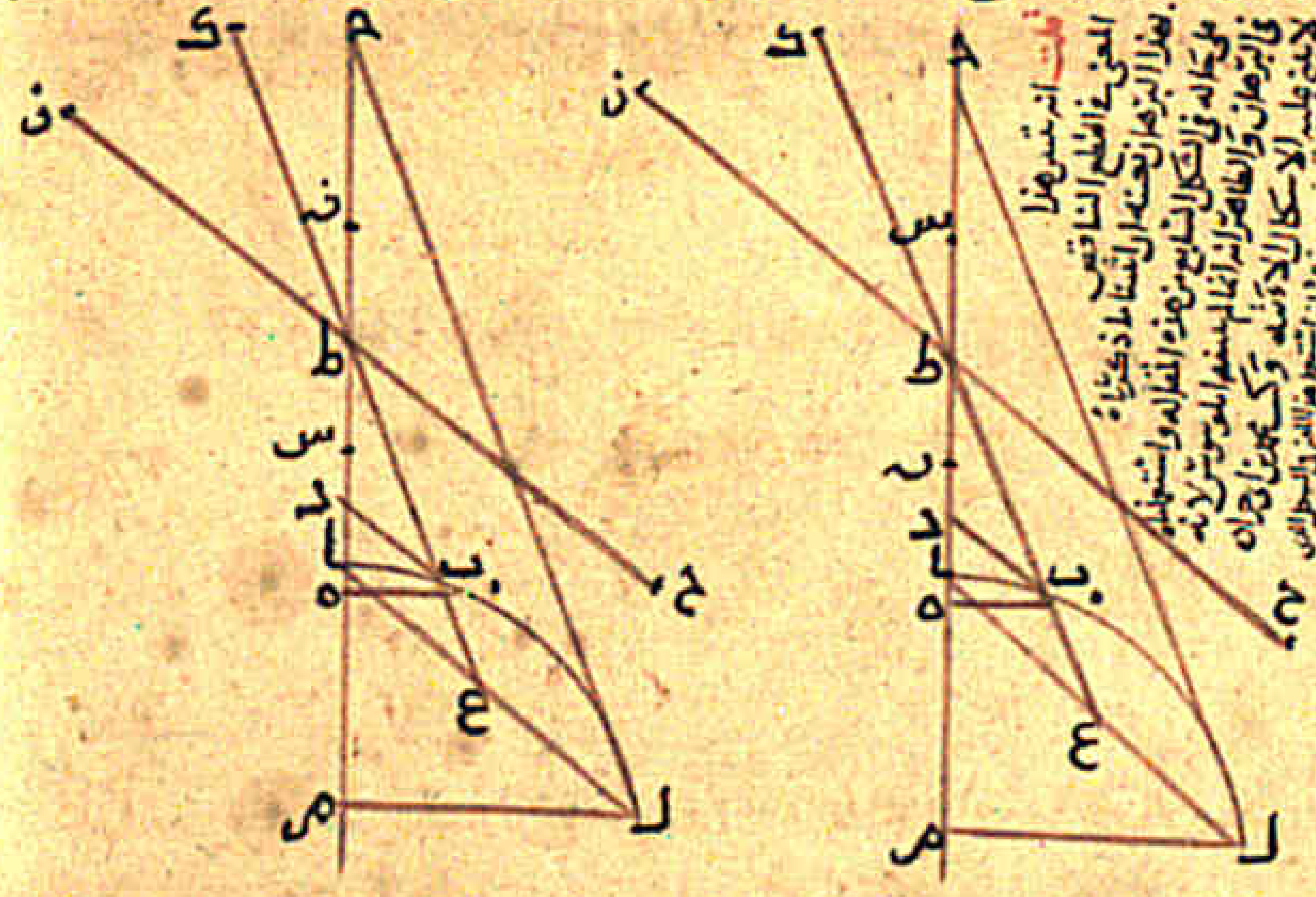


ونسبة مربع اح الى المربع ب د كنسبة سطح ن د ح ومربع س الى المربع
مربع س كما بين في برهان الشكل الذي قبل هذا ففي نسبة المساواة
تكون نسبة مربع اح الى المربع فضل ما بين ب د ن ج كنسبة
سطح ن د ح ومربع س الى المربع الكائن من فضل ما بين خط م س و س ى
وخط س ى يقوى على سطح ن د م ومربع س فنسبة مربع اح الى المربع
فضل ما بين ب د ن ج كنسبة سطح ن د ح ومربع س الى المربع فضل ما
بين مربع س والخط الذي يقوى على سطح ن د م ومربع س الذي هو س ى وذلك
ما أردنا أن نبين
ونبين ايضا على حالها الصورة في الشكل السادس والسابع ى
من هذه المقالة فاقول ان نسبة مربع اح الى السطح ب د في ن ج
كنسبة ن د ح الى الخط الذي يقوى على سطح ن د م ومربع س برهان ذلك
ان نسبة مربع اح الى مربع ب د قد بين في برهان الشكل ح
من هذه المقالة انها كنسبة ن د ح الى مربع س وبين ايضا هنالك



ان نسبة مربع ب د الى السطح ب د في ن ج كنسبة مربع س الى س ى
لانها كنسبة د ب الى ن ج فنسبة مربع اح الى السطح ب د في ن ج
كنسبة ن د ح الى س ى وخط س ى يقوى على سطح ن د م ومربع س
فنسبة مربع اح الى السطح ب د في ن ج كنسبة ن د ح الى الخط
الذي يقوى على سطح ن د م ومربع س وذلك ما أردنا أن نبين
ونبين ايضا ما ذكرنا في القطع الزائد على حاله في الشكل يا

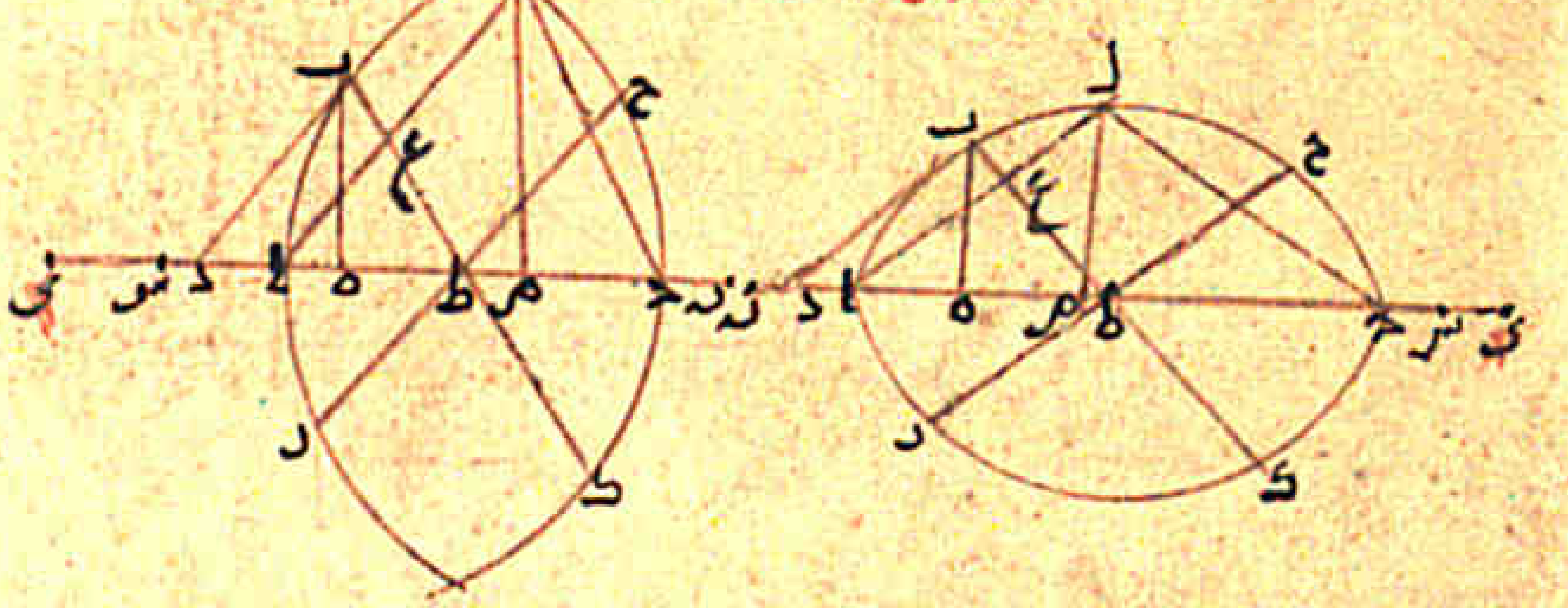
السادس من هذه المقالة فاقول ان نسبة مربع اج الى مربعي بد
زح كنسبة خط دب الى خطي س م م ن مجموعين برهان ذلك ان نسبة
مربع اد الى مربع بد كنسبة دب الى م س كما تبين في برهان
الشكل ح من هذه المقالة ونسبة مربع بد الى مربعي بد زح
كنسبة م س الى م س ن م مجموعين لانه قد تبين في الشكل … من
هذه المقالة ان نسبة مربع بد الى مربع زح كنسبة م س الى



م ن فعلى نسبة المساواة يكون نسبة مربع اد الى مربعي بد
زح كنسبة دب الى خطي س م م ن مجموعين وذلك ما اردنا ان نبين ٥
كل قطع ناقص فان مربعي كل قطرين من اقطاره اي قطرين كانا مساويان
لمربعي سهميه فليكن صورة القطع الناقص على حالها والشكل ا من
هذه المقالة فيكون السهم اد والقطر المردوف له خطا زب دنح وخطان
الشبيها النسبة ا ز دس ويكون نسبة مربع اد الى مربع السهم

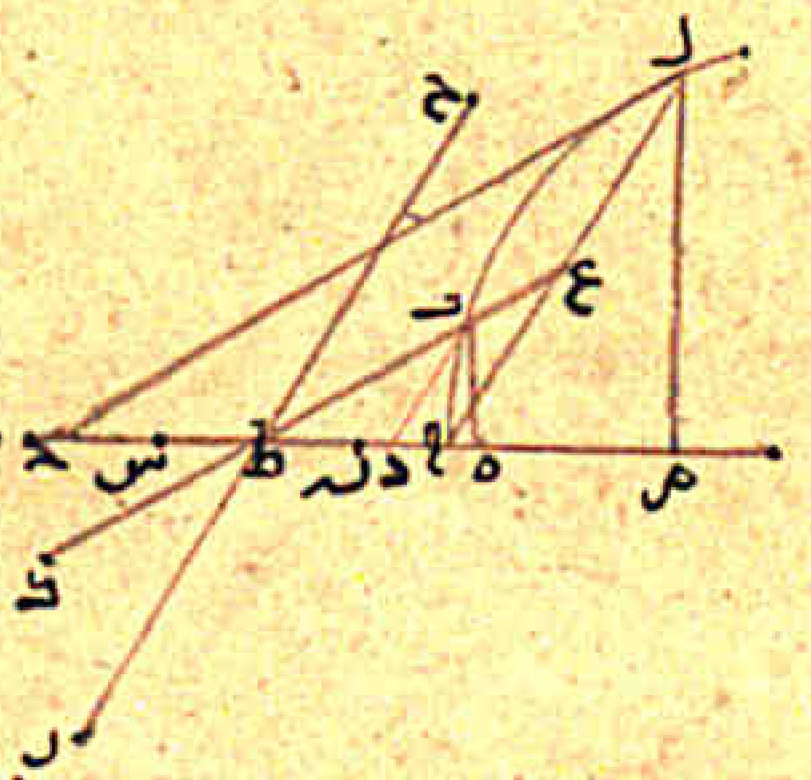
الآخر من سهمي القطع كنسبة اد الذي هو القطر المجانب الى الضلع القائم
له كما تبين في الشكل … من المقالة آ ونسبة اد الى الضلع القائم
كنسبة در الى اس لان خط ا ز هو الشبيه النسبة وخط ا ر مساوي
لخط دس فنسبة مربع اد الى مربع السهم الآخر من سهمي القطع
كنسبة رد الى دس ومن اجل ذلك يكون نسبة مربع اد الى
مربع اد مع مربع السهم الآخر من سهمي القطع كنسبة ند الى
دس ولما ان نسبة مربع اد الى مربع بد كنسبة ند الى م س

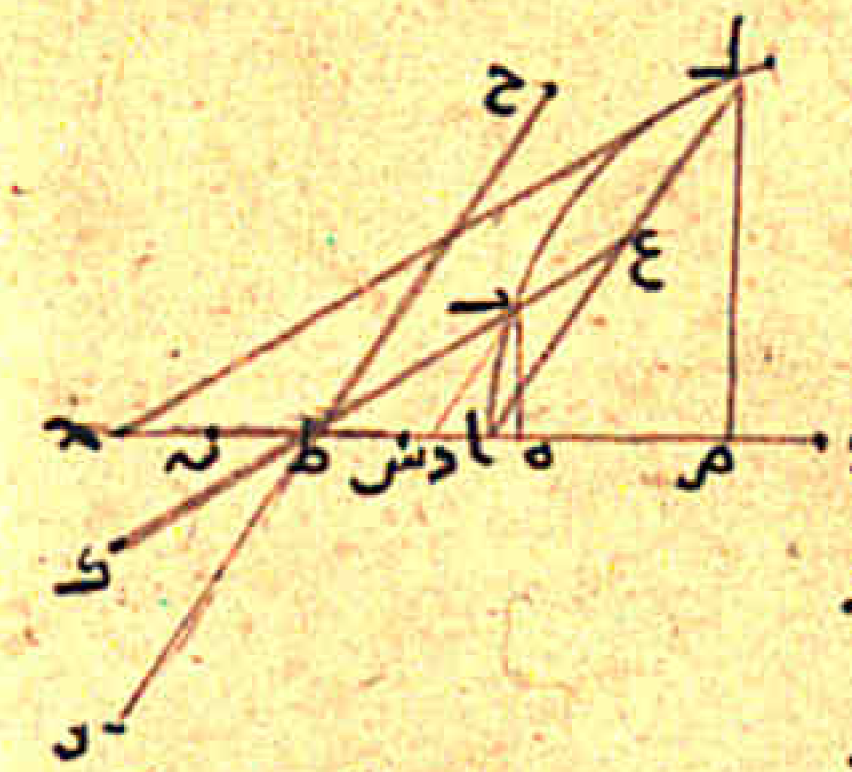
لا حاجة في هذا الشكل الا ملاسق



كما تبين في برهان الشكل ح من هذه المقالة ونسبة مربع بد الى
مربعي بد زح كنسبة م س الى م س ن م مجموعين لانه قد تبين
في الشكل ز من هذه المقالة ان نسبة مربع بد الى مربع زح كنسبة
م س الى م ن وخط ام س م مثل خط س ن فنسبة مربع اد الى مربعي
بد زح كنسبة مربع اد الى مربعي السهمين فمربعا السهمين
مساويان لمربعي بد زح وذلك ما اردنا ان نبين ٥
كل قطع زائد فان فضل ما بين مربعي سهميه مساوي لفضل ما بين مربعي
كل قطرين مزدوجين من اقطاره الزائد اي قطرين كانا فليكن صورة

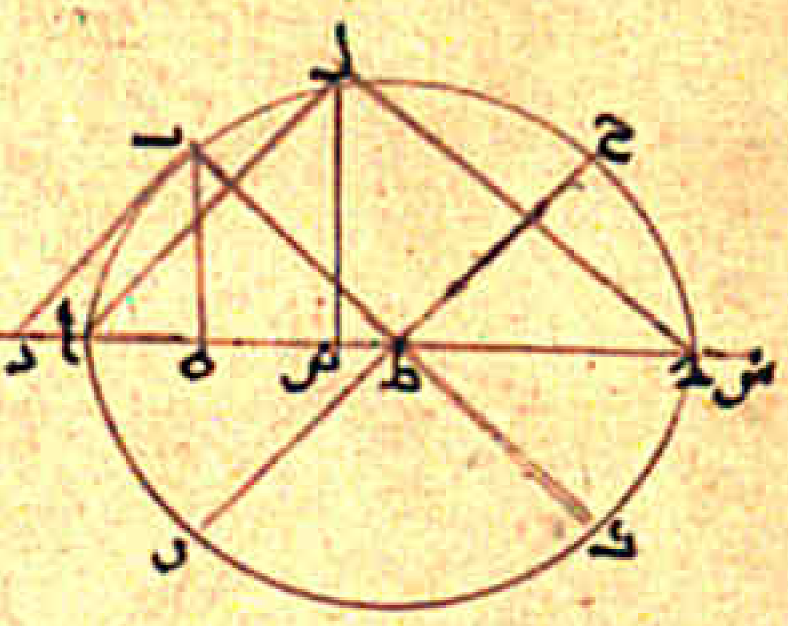
القطع الزائد على حالها في الشكل ق من هذه المقالة فيكون نسبة مربع
اح الذي هو احد السهمين الى مربع السهم الاخر من سهمي القطع كنسبة
اح الى ضلعه القائم كما بين في الشكل يو من المقالة آ ونسبة اح الى
ضلعه القائم كنسبة حز الى زا لان خط ار هو النسبه النسبه
وخط ار مساوي لخط دس فنسبة مربع اد الى المربع الذي من مربع
السهم الاخر من سهمي القطع كنسبة زد الى دس ويكون لذلك نسبة
مربع اد الى فضل ما بينه وبين مربع السهم الاخر من سهمي القطع

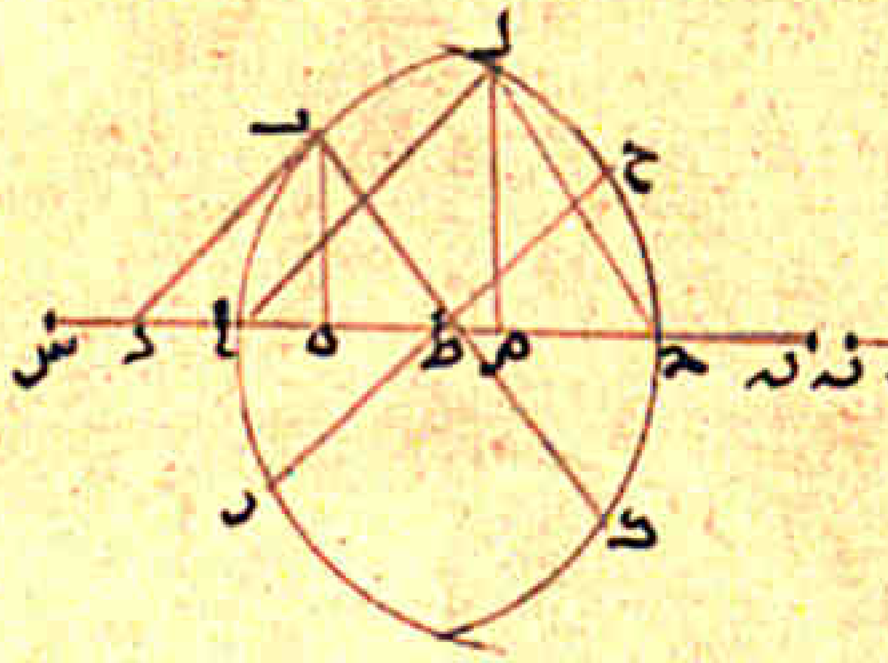




كنسبة زد الى زس والما فان نسبة مربع اد الى مربع ب ك
كنسبة زد الى مس كما بين في برهان الشكل ح من هذه المقالة
ونسبة مربع ب د الى فضل ما بين مربعي ب د زح كنسبة مس الى
زس لانه قد بين في الشكل ق من هذه المقالة ان نسبة مربع ب ك
الى مربع زح كنسبة مز الى ... فهي نسبة المساواة يكون نسبة
مربع اد الى فضل ما بين مربعي ك ب زح كنسبة زد الى زس
وقد كنا بينا ان نسبة مربع اد الى فضل ما بينه وبين مربع السهم
الاخر من سهمي القطع كهذه النسبة التي لخط زد الى خط زس

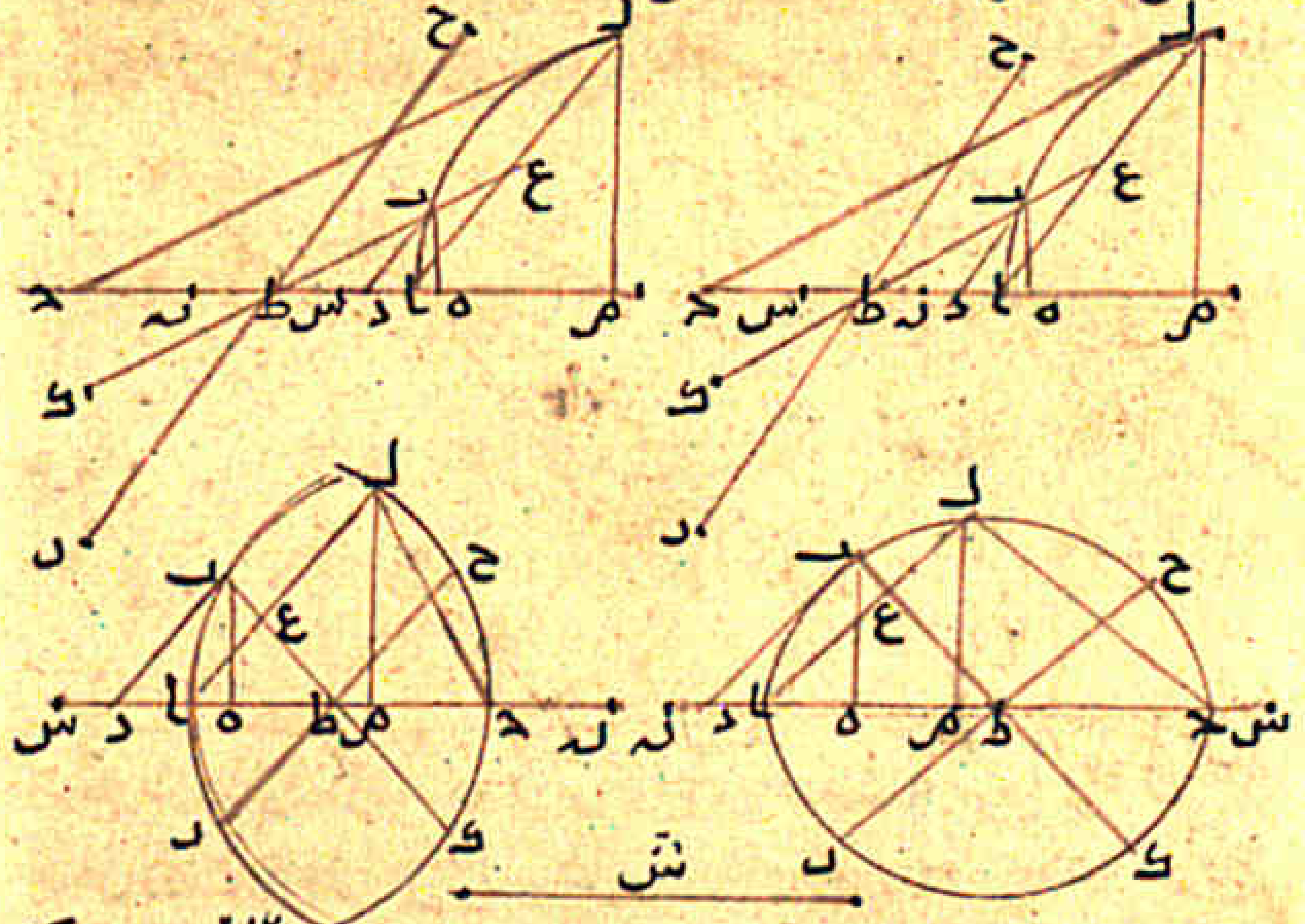
فضل ما بين مربع اد وبين مربع السهم الاخر من سهمي القطع هو مساوي
لفضل ما بين مربع اد وبين مربعي ب ك زح وذلك ما اردنا ان نبين ٥
لد واما فانا نبين صورة القطع الناقص على حالها كما مثلنا في الشكل
ز من هذه المقالة فاقول ان نسبة مربع اد الى فضل ما بين مربعي ب ك
زح كنسبة زد الى مثلي مط لذا كان آل مواريا لقطر زح وكان لم
عمودا على السهم برهان ذلك ان نسبة مربع اد الى مربع ب ك هي نسبة
زد الى مس كما بين في برهان الشكل ح من هذه المقالة ونسبة





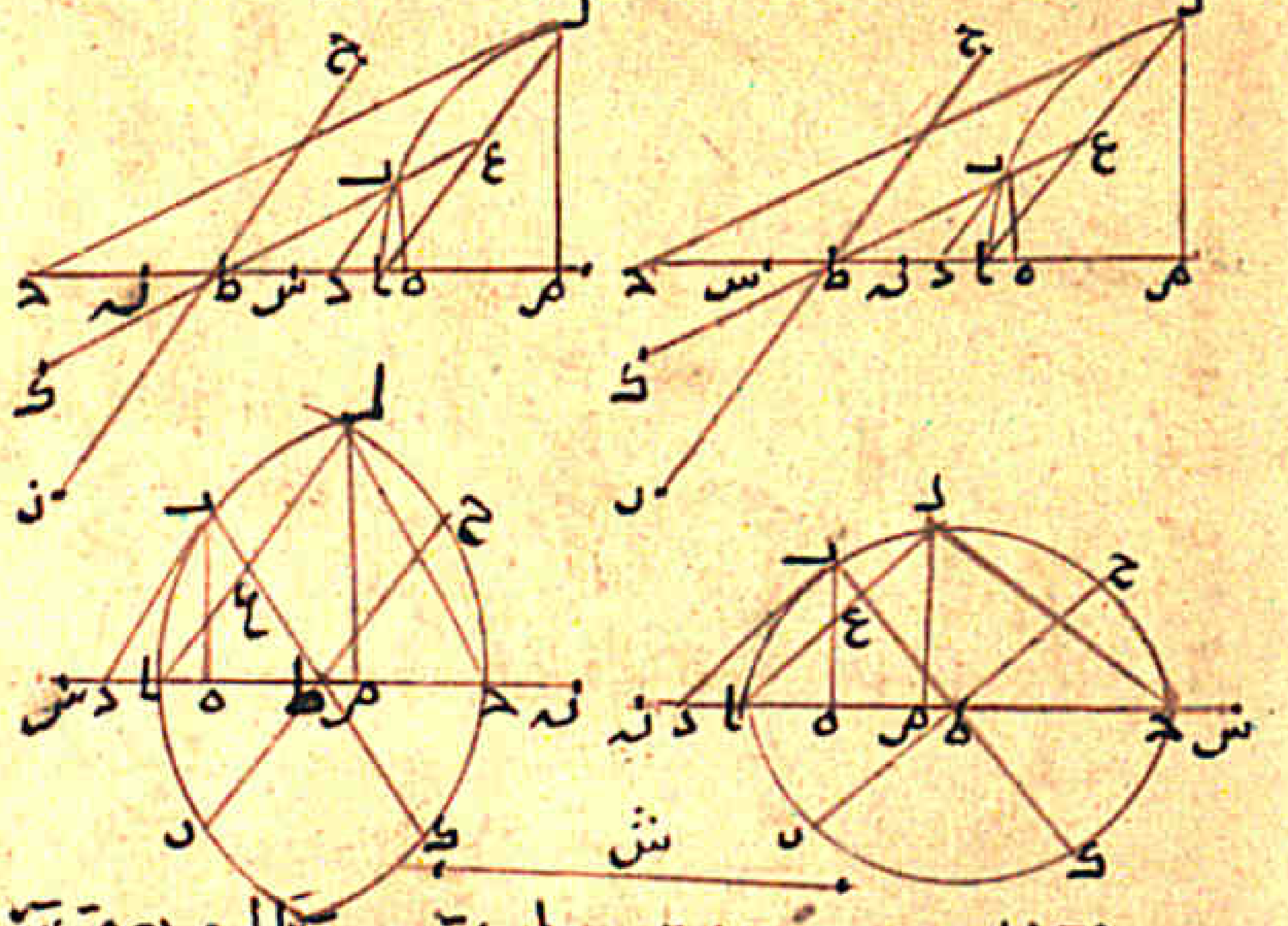
مربع ب ك الى فضل ما بينه وبين مربع زح كنسبة مس الى فضل ما بينه
وبين مز لانه قد بين في الشكل ز من هذه المقالة ان نسبة مربع
ب ك الى مربع زح كنسبة مس الى مز وفضل ما بين مس وبين مز ته
مساوي لمثلي خط مط فنسبة مربع اد الى فضل ما بين مربعي ب ك زح
كنسبة زد الى مثلي خط طم وذلك ما اردنا ان نبين ٥
له واما فانا نبين صورة القطع الزائد وصورة القطع الناقص على حالهما
كما مثلنا في الشكل ق والشكل ز من هذه المقالة فاقول ان نسبة
مربع اد الى مربع الخط الذي يخط مع قطر ب ك شكل القطع

الذي هو الضلع القائم لقطر ب د كنسبة ن د في م س الى مربع
م ن برهان ذلك انا نجعل نسبة ب ذ الى ش كنسبة م س الى م ن ونسبة
م س الى م ن كنسبة ذ ب الى ضلعه القائم كما بين في الشكل ق من
هذه المقالة وفي الشكل ? منها ان خط ط ش يحيط مع خط ب ذ بشكل
القطع ونسبة مربع اذ الى مربع ب ذ كنسبة سطح ن د في
م س الى مربع م ن كما بين في برهان الشكل ح من هذه المقالة



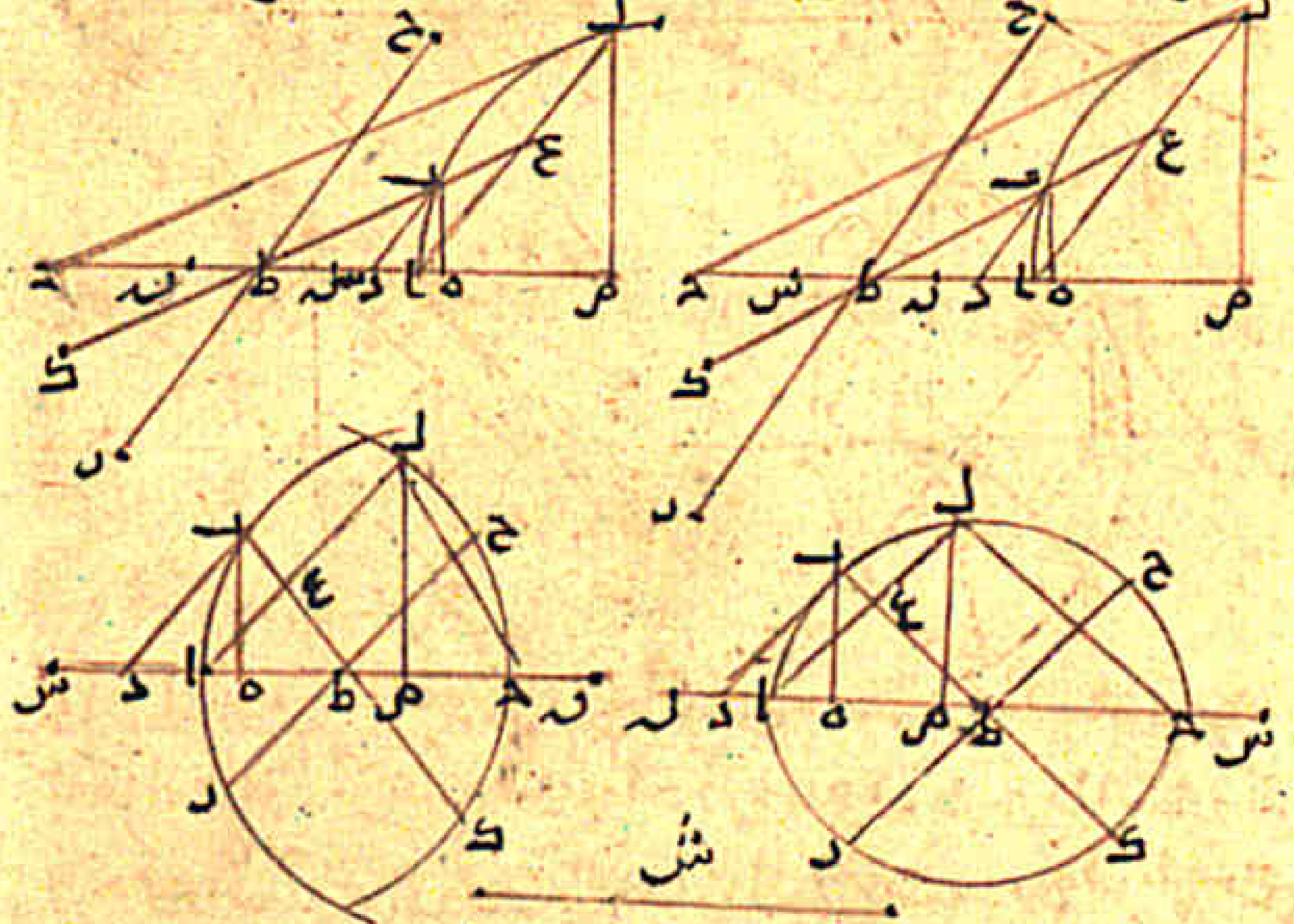
ونسبة مربع ب ذ الى مربع ش كنسبة مربع م س الى مربع م ن
كما بين في الشكل ق من هذه المقالة وفي الشكل ? منها فنسبة
مربع اذ الى مربع ش كنسبة سطح ن د في م س الى مربع م ن
وذلك ما اردنا ان نبين
وايضا فانا نثبت الصورة على حالها والشكل ق من هذه المقالة نو
وفي ? منها ولكن الضلع القائم لـ ب ذ ش فاقول ان نسبة مربع

اذ الى مربع فضل ما بين خطي ب ذ ش كنسبة سطح ن د في م س الى
مربع فضل ما بين خطي م س م ن برهان ذلك ان نسبة ب ذ الى فضل
ما بين ب ذ ش كنسبة م س الى فضل ما بينه وبين م ن لانه قد بين
في الشكل ق من هذه المقالة وفي الشكل ? منها ان نسبة ب ذ
الى ش كنسبة م س الى م ن فنسبة مربع ب ذ الى مربع فضل ما بين
ب ذ ش كنسبة مربع م س الى مربع فضل ما بين م س و م ن ونسبة



مربع اذ الى مربع ب ذ كنسبة سطح ن د في م س الى مربع م س
كما بين في برهان الشكل ح من هذه المقالة فنسبة مربع اذ الى
مربع فضل ما بين خطي ب ذ ش كنسبة سطح ن د في م س الى مربع
فضل ما بين خطي م س م ن وذلك ما اردنا ان نبين
وايضا فانا نثبت الصورة على حالها والشكل ق والشكل ? من هذه نز
المقالة فاقول ان نسبة مربع اذ الى مربع خطي ب ذ ش مجموعين

كنسبة سطح ن ح في مثل الربع خط م س في م ن مجموعين برهان ذلك
ان نسبة ت ك الى س ك كنسبة م س الى م ن كما تبين في الشكل ق من هذه
المقالة وفي الشكل د منها فنسبة مربع ت ك الى مربع خطي ت ك س ش
مجموعين كنسبة مربع م س الى مربع خطي م س م ن مجموعين ونسبة
مربع اح الى مربع ت ك كنسبة سطح ن ح في مثل الربع م س فنسبة
مربع اح الى مربع خطي ت ك س ش مجموعين كنسبة سطح ن ح في م س

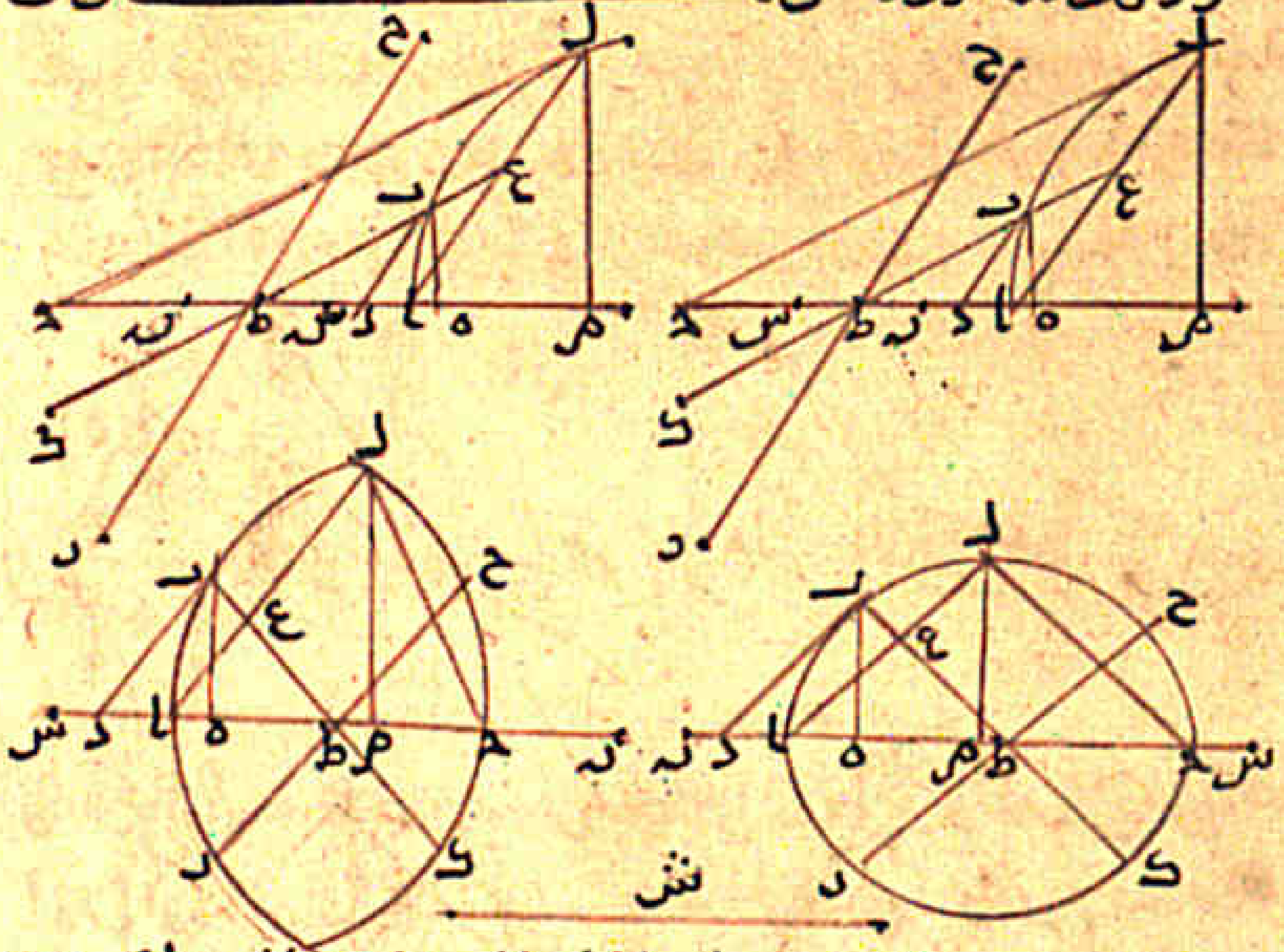


الى مربع خطي م س م ن مجموعين وذلك ما اردنا ان نبين ٥

يح

واما فانا نبين الصورة على حالها في الشكل ق والشكل د من هذه
المقالة فاقول ان نسبة مربع اح الى سطح ت ك في س ش كنسبة
ن ح ... برهان ذلك ان نسبة مربع اح الى مربع ت ك كنسبة ن ح — الى نقطة؟
الى م س كما تبين في برهان الشكل ح من هذه المقالة ونسبة مربع
ت ك الى سطح ت ك في س ش كنسبة ت ك الى س ش

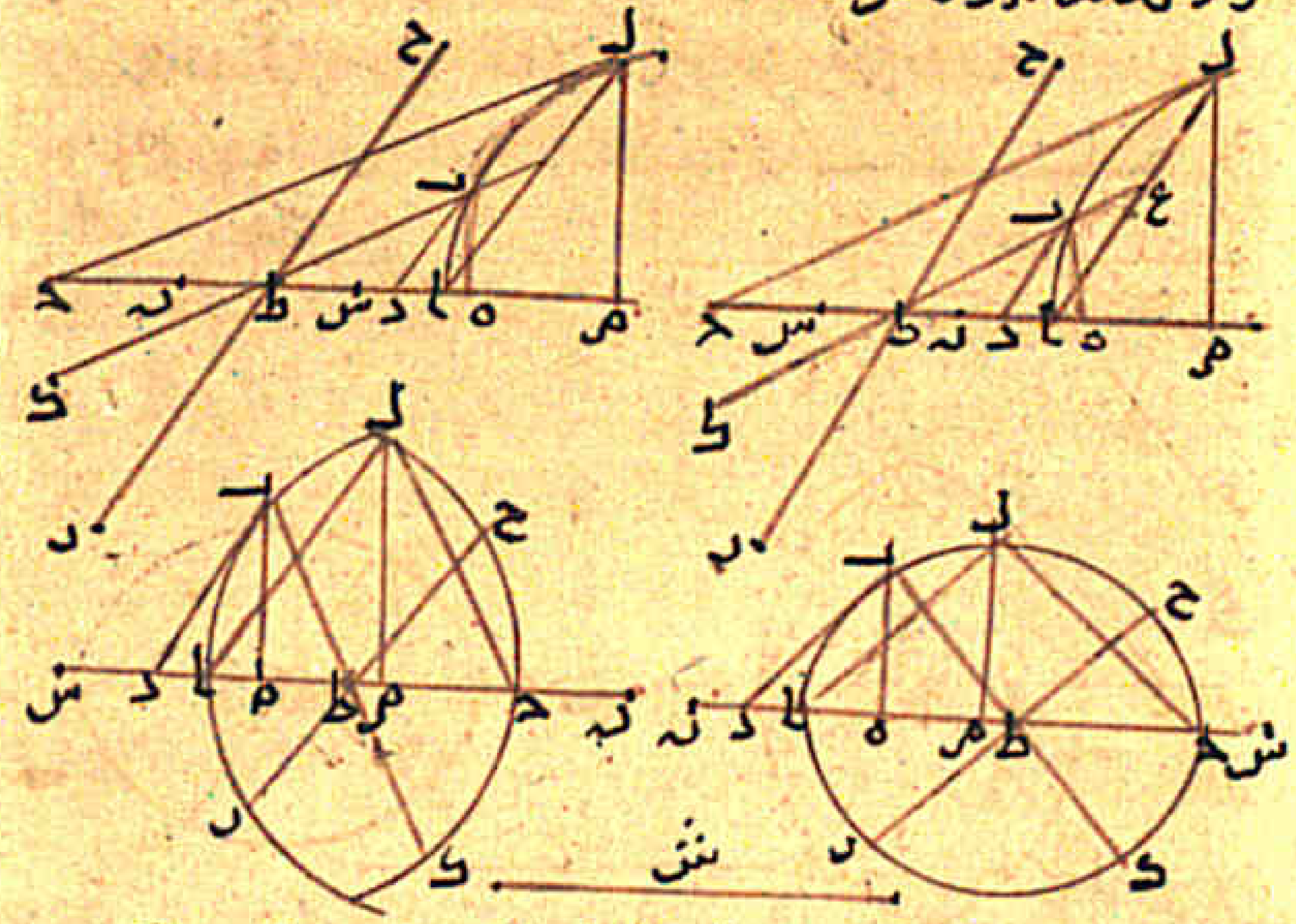
كنسبة م س الى م ن كما تبين في الشكل ق من هذه المقالة وفي الشكل
د منها فنسبة مربع اح الى سطح ت ك في س ش كنسبة ن ح الى م ن
وذلك ما اردنا ان نبين ٥



يط

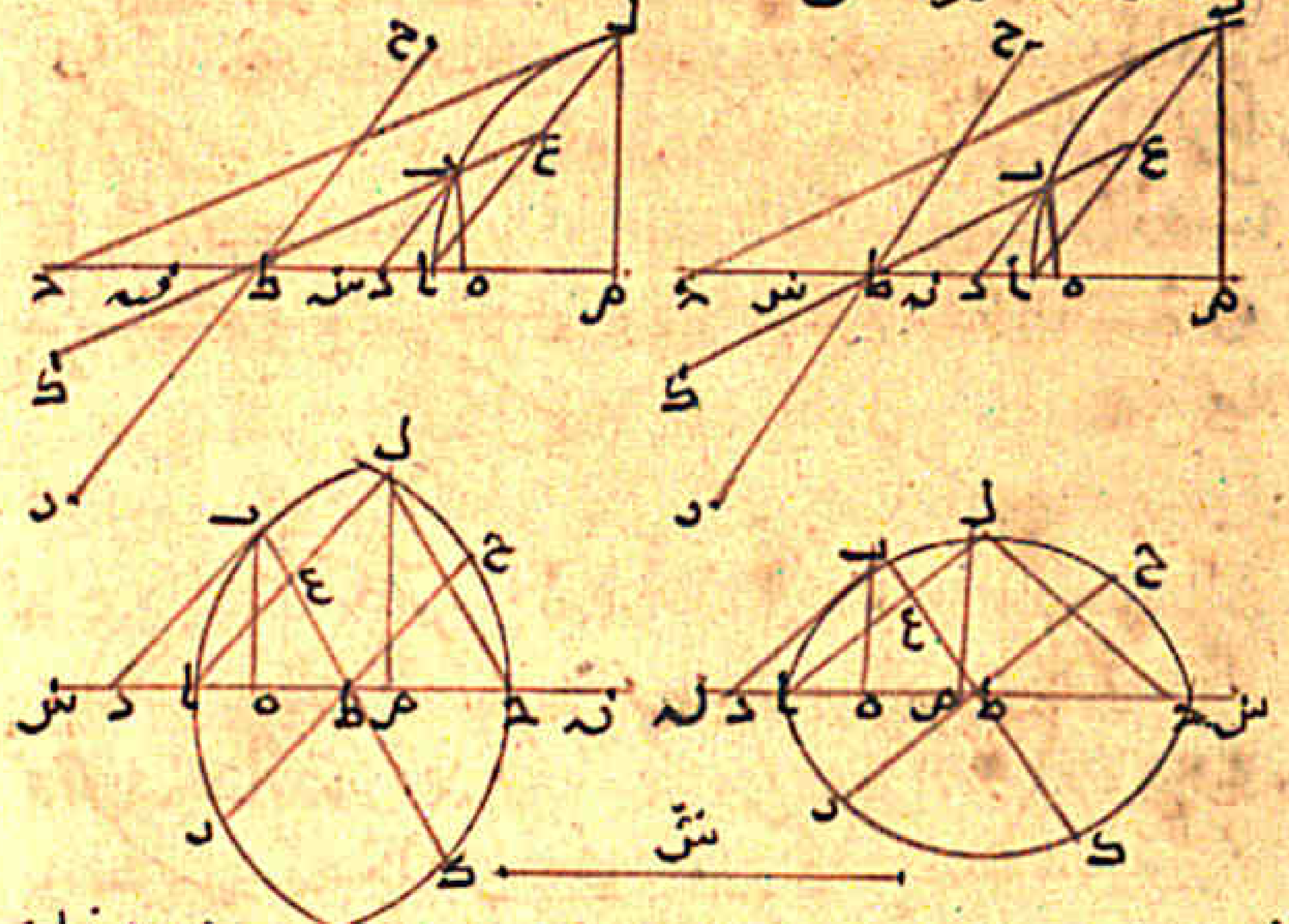
واما فانا نبين الصورة على حالها في الشكل ق والشكل د من هذه
المقالة فاقول ان نسبة مربع اح الى مربعي ت ك س ش كنسبة سطح
ن ح في م س الى مربعي م ن م س برهان ذلك ان نسبة مربع اح الى مربع
ت ك كنسبة سطح ن ح في م س الى مربع م س كما تبين في برهان
الشكل ح من هذه المقالة ونسبة مربع ت ك الى مربعي ت ك
س ش كنسبة مربع م س الى مربعي م س م ن لانه قد تبين في برهان
الشكل ق من هذه المقالة والشكل د منها ان نسبة ت ك الى
س ش كنسبة م س الى م ن فنسبة مربع اح الى مربعي ت ك س ش
كنسبة سطح ن ح في م س الى مربعي م ن م س وذلك

وذلك ما اردنا ان نبين



كـ وايضا فانا نثبت الصورة على حالها في الشكل ق والشكل ي من هذه
المقالة فاقول ان نسبة مربع اح الى فضل ما بين مربع ب د
ومربع ش ك كنسبة سطح ن ح د في م ش الى فضل ما بين مربعي
ش م م ن برهان ذلك ان نسبة مربع اح الى مربع ب د
كنسبة سطح ن ح د في م ش الى مربع م ش كما بين في برهان
الشكل ح من هذه المقالة ونسبة مربع ب د الى فضل ما بين
مربع ب د ومربع ش ك كنسبة مربع م ش الى فضل ما بين مربع
م ش ومربع م ن لانه قد تبين في الشكل ق من هذه المقالة وفي
الشكل ي منها ان نسبة ب د الى ش ك كنسبة م ش الى م ن
فنسبة مربع اح الى فضل ما بين مربع ب د ومربع ش ك كنسبة
سطح ن ح د في م ش الى فضل ما بين مربع م ش ومربع م ن

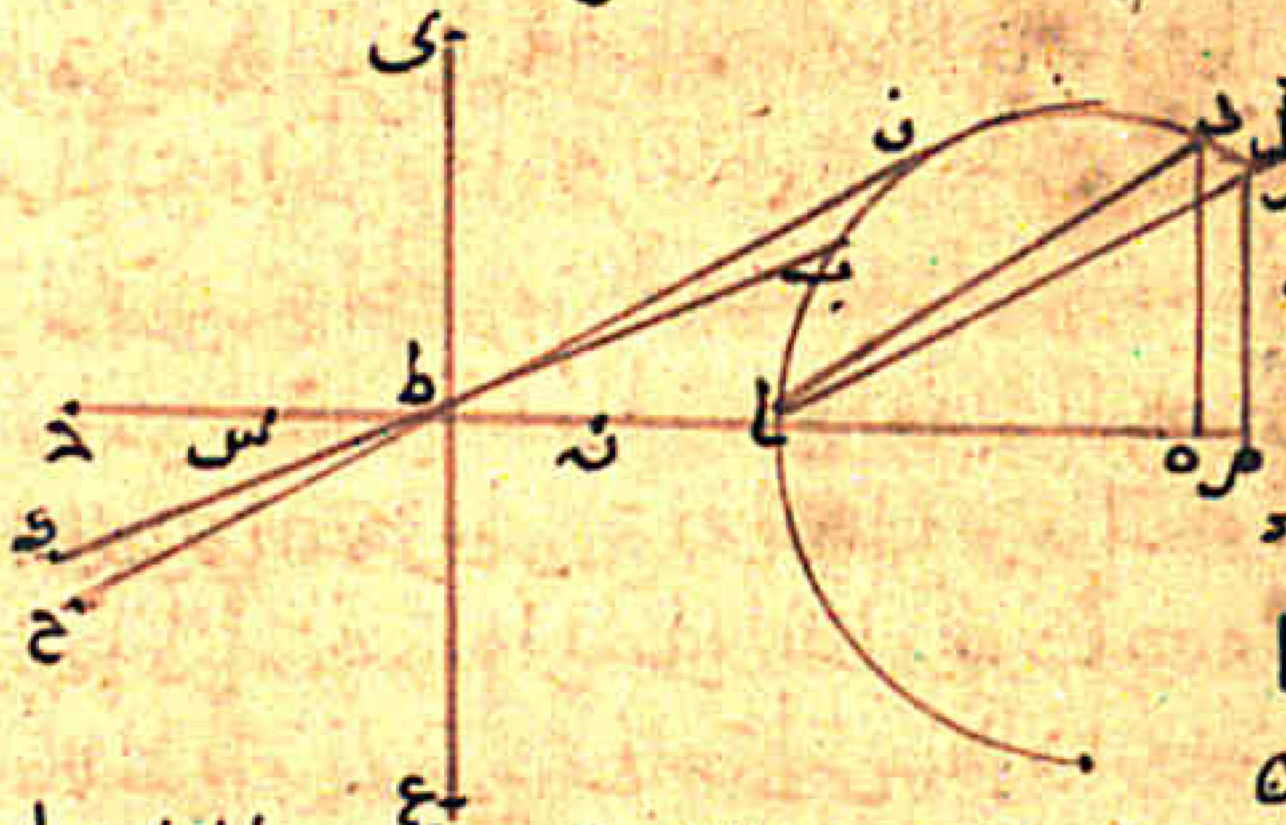
وذلك ما اردنا ان نبين



كا اذا كان قطع زائد وكان سهمه المجانب اعظم من سهمه القائم فان
القطر المجانب من كل قطرين مزدوجين من اقطاره الباقية اعظم من
القطر القائم منهما ونسبة السهم الاطول الى السهم الاقصر اعظم من
نسبة القطر المجانب من الاقطار المزدوجة الباقية الى القطر القائم
منها ونسبة القطر المجانب الاقرب من السهم الاطول الى القطر المزدوج
معه اعظم من نسبة القطر المجانب الابعد الى القطر القائم المزدوج
معه فليكن قطع زائد سهماه اح ب د وليكن قطران اخران مجانبان
عليهما ه ز ح ط وليكن اح اعظم من ب د فاقول ان ه ز اعظم من
القطر القائم المزدوج معه وقطر ح ط ايضا اعظم من القطر القائم
المزدوج معه وان نسبة اح الى ب د اعظم من نسبة ه ز الى
القطر القائم المزدوج معه برهان ذلك انا نجعل كل واحد من

نسبتي هـ د الى ىد واس الى س د كنسبة د ا الى الضلع القائم فيكون
خطا ا ز د س من الخطوط التي تسمى المتشابهة النسبة فنخرج خط ا ك موازيا
للخط الذي يماس القطع على نقطة ب ونخرج خط ا ل موازيا للخط الذي يماس
القطع على نقطة ز ونخرج الى السهم الاطول عمودي ر ذ ه ل م فنسبة
مربع ب ك الى مربع القطر القائم المزدوج معه كنسبة س ه
الى ه ز بما تبين في الشكل ق من هذه المقالة ولذلك تكون نسبة
مربع ز ح الى مربع القطر القائم المزدوج معه كنسبة س م الى
م ز فخط ب ك اعظم من القطر القائم المزدوج معه ولذلك
انما يكون قطر ز ح اعظم من القطر القائم المزدوج معه
ولذلك انما يكون قطر ز ح اعظم من القطر القائم المزدوج معه
وانما كان نسبة د ا الى الضلع القائم له كنسبة د ز الى ا ن
وكنسبة اس الى س د فخطا د ن ا س متساويان ونسبة كل واحد
منهما الى ا ن واحدة فنسبة س ا الى ح س اعظم من نسبة
س ه الى ه ز وكذلك ايضا تبين ان نسبة س ا الى ح س اعظم من
نسبة س م الى م ز ونسبة س ا الى ح س كنسبة مربع ا د الى
مربع ى ع لان كل واحد من هاتين النسبتين مساوية لنسبة
ا د الى الضلع القائم له كما تبين في الشكل من المقالة الاولى
مربع ا د الى مربع ى ع اعظم من كل واحدة من نسبتي س ه الى ه ز
وس م الى م ز ونسبة س ه الى ه ز كنسبة مربع ب ك الى مربع
القطر القائم المزدوج معه ونسبة س م الى م ز كنسبة
مربع ز ح الى مربع القطر القائم المزدوج معه فنسبة مربع
ا د الى مربع ى ع اعظم من نسبة مربع ب ك الى مربع القطر

القائم المزدوج معه واعظم من نسبة مربع ز ح الى مربع القطر
القائم المزدوج معه فنسبة ا د الى ى ع اعظم من نسبة ب ك الى
القطر القائم المزدوج معه واعظم من نسبة س م الى م ز التي هي
كنسبة مربع ز ح الى مربع القطر القائم المزدوج معه
فنسبة ب ك الى القطر القائم المزدوج معه اعظم من نسبة ز ح
الى القطر القائم المزدوج معه وذلك ما اردنا ان نبينه



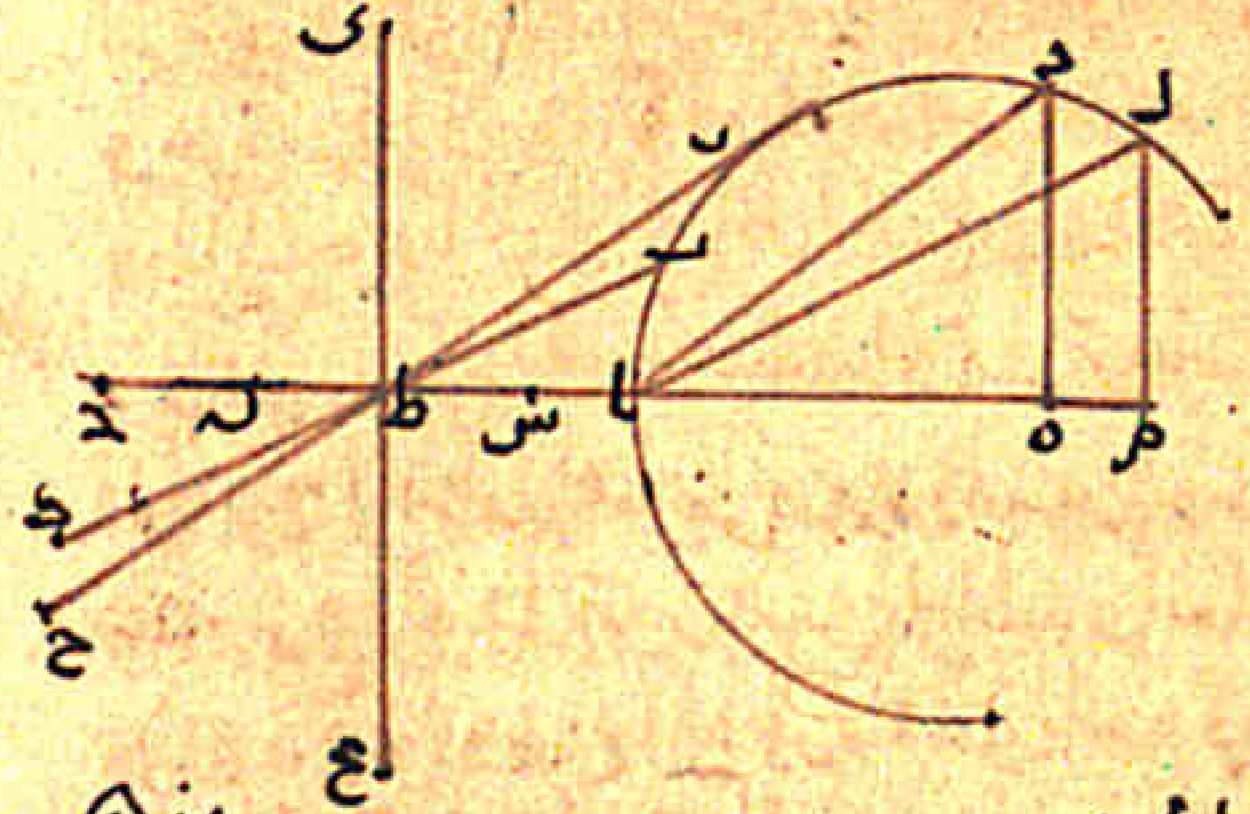
كد

اذا كان قطع زائد وكان سهمه المجانب اعظم من سهمه القائم فان
القطر المجانب من كل قطرين من الاقطار المترافقة المزدوجة اعظم من القطر
القائم منهما ونسبة السهم الاقصر الى السهم الاطول اقل من نسبة
كل قطر مجانب من الاقطار الباقية الى القطر القائم المزدوج معه
ونسبة ما قرب من الاقطار المجانبة من السهم الاقصر الى القطر
القائم المزدوج معه اقل من نسبة ما بعد الى القطر المزدوج معه
فليكن قطع زائد على سهمه ا د ى ع وعلى مركزه ط وعليه
قطران من اقطاره ب ك ز ح وليكن ا د اعظم من ى ع فاقول ان
كل واحد من ب ك ز ح اعظم من القطر القائم المزدوج معه
وان نسبة ا د الى ى ع اقل من نسبة ب ك الى القطر القائم

اصغر من الفضل الذي للاعظم المزدوج معه وقطر دح اصغر

المزدوج معه ومن نسبة دح الى القطر القائم المزدوج معه
ولان نسبة بك الى القطر القائم المزدوج معه اقل من نسبة
دح الى القطر القائم المزدوج معه برهان ذلك ان نجعل نسبة
حب الى بر كنسبة قطر اك الى الضلع القائم وكنسبة اس
الى سد ونكون خطا سه دا ز من الخطوط التي نسميها المشبهة بالنسبة
ونخرج خط اد موازيا للخط المماس الذي يمر بنقطة ب ونخرج
خط ال موازيا للخط المماس الذي يمر بنقطة د ونخرج من نقطتي
د ل عمودين على السهم عليهما ده لم فنسبة مربع قطر بك
الى مربع القطر القائم المزدوج معه كنسبة سه الى ه ت
كما بين في الشكل [illegible] من هذه المقالة ولذلك يكون نسبة
مربع دح الى مربع القطر القائم المزدوج معه كنسبة
سم الى مت وقطر بك اعظم من القطر القائم المزدوج
معه وايضا فان نسبة حد الى ضلعه القائم كنسبة حت
الى تا وكنسبة اس الى سد فخط حت مساو لخط اس ونسبة
كل واحد منهما الى تا واحده ونسبة سه الى هت اعظم من نسبة
سم الى مت فنسبة سه الى هت اعظم من نسبة حت الى تا
نسبة سه الى ه ت هي كنسبة مربع بك الى مربع القطر القائم
المزدوج معه كما بين في الشكل [illegible] من هذه المقالة ولما
نسبة حت الى تا هي كنسبة مربع اد الى مربع السهم
القائم كما بين في الشكل [illegible] من المقالة ا فنسبة اد الى السهم
القائم المزدوج معه اقل من نسبة بك الى القطر القائم
المزدوج معه وكذلك نبين انها اقل من نسبة دح

الى القطر القائم المزدوج معه وايضا فان نسبة سه الى ه ت
اقل من نسبة سم الى مت ونسبة سه الى ه ت كنسبة
مربع بك الى مربع القطر القائم المزدوج معه ونسبة
سم الى مت كنسبة مربع دح الى مربع القطر القائم المزدوج

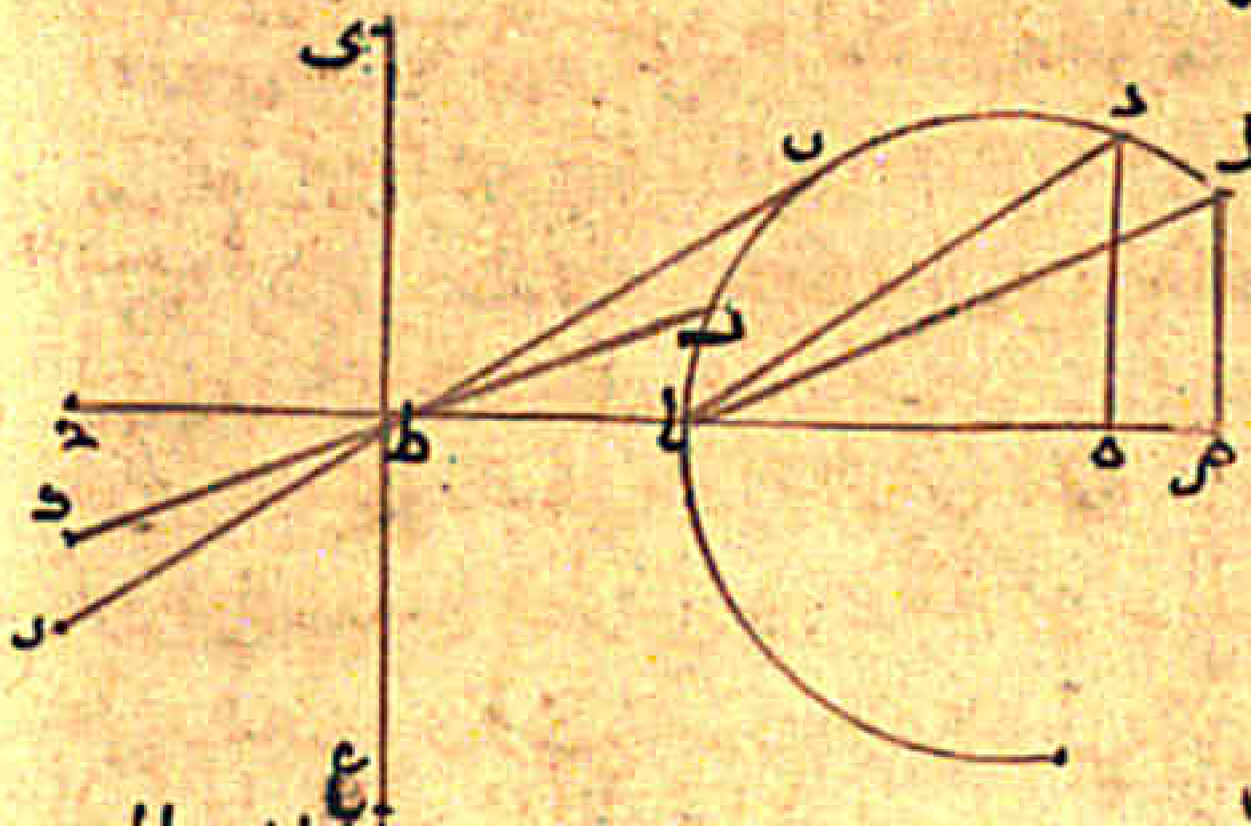


معه فنسبة
بك الى القطر
القائم المزدوج
معه اقل من
نسبة دح الى
القطر القائم
المزدوج معه
وذلك ما اردنا ان نبين ٥

كه اذا كان سهما القطع الزائد متساويين فان كل قطرين مزدوجين
من اقطاره متساويان وذلك انا نبين الصورة على حالها في الشكل
[illegible] من هذه المقالة فيكون خط اد مساويا للخط ى ع ويكون
لذلك خط اد مساويا لضلعه القائم لذي [illegible] في الشكل
[illegible] من المقالة ا ولكن خط اط مساو لخط طد فكل واحد
منهما نسبته النسبة لان نسبة كل واحد منهما الى الاخر
كنسبة القطر المجانب الذي عليه اد الى ضلعه القائم ونسبة
مربع بك الى مربع القطر القائم المزدوج معه كنسبة
طه الى ه [illegible] ونسبة مربع دح الى مربع القطر القائم
المزدوج معه كنسبة طم الى [illegible] فكل واحد من

فطري ت ك ر ح مساوي لضلعه القائم وذلك ما اردنا ان نبين

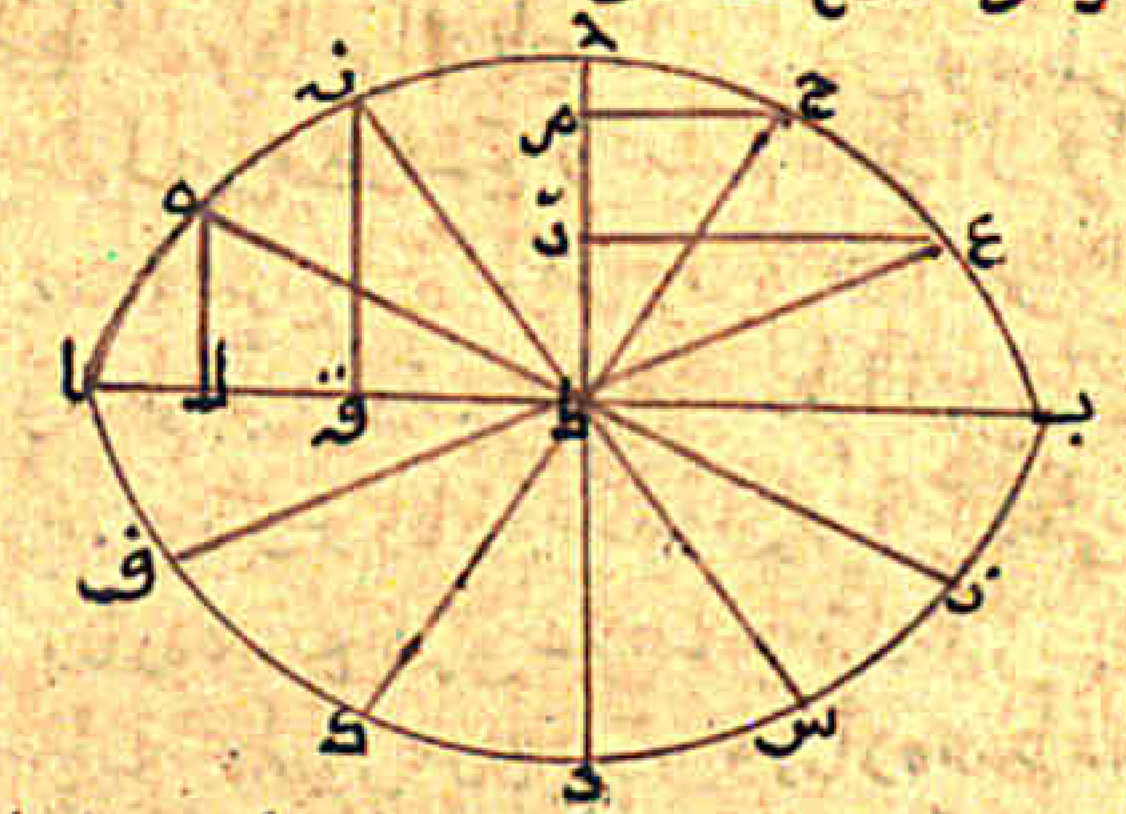
كد



اذا كان قطع
ناقص واخرج
فيه اقطار
مزدوجة فان
نسبة القطر
الاعظم من كل
قطرين مزدوجين من
اقطاره الى الآخر اقل من نسبة السهم الاطول الى السهم الاقصر
ونسبة القطر الاعظم الاقرب من السهم الاطول من كل قطرين
مزدوجين من اقطاره الى الآخر المزدوج معه اعظم من نسبة
القطر الاعظم البعيد من السهم الاطول من كل قطرين مزدوجين
بعيدين من السهم الاطول الى القطر المزدوج معه فليكن
السهم الاعظم من سهمي القطع الناقص اب وسهمه الاصغر
حد واقطار من اقطاره المزدوجة عليها ه ز ح ك س ع ف
ولنكن ه ز اعظم من ح ك المزدوج معه ولكن س اعظم من ع ف
المزدوج معه ونخرج من نقطتي ه ش عمودين على سهم اب عليهما
ه ل ن ق ونخرج من نقطتي ح ع عمودين على حد عليهما ح م ع ذ
فنسبة سطح ا ل في ل ب الى مربع ل ه كنسبة ا ل في ل ب الى سطح
مربع ن ش كما بين ولسكلكا من المقالة الاولى وسطح ا ط في ط ب
اعظم من مربع ط ح فسطح ا ل في ل ب اعظم من مربع
ل ه ولذلك يكون ا ط اعظم من ط ه ويكون ا ب اعظم من ه ز

والما فان نسبة سطح ح ط في ط د الى مربع ط ب كنسبة
سطح ح م في م د الى مربع م ح وسطح ح ط في ط د اقل من مربع
ط ب فسطح ح م في م د اقل من مربع م ح ولذلك يكون خط ط د
اقل من خط ط ح ويكون ح د اقل من ك ح وقد كان ا ب اعظم
من ه ز فنسبة ا ب الى ح د اعظم من نسبة ه ز الى ك ح وقطر
ه ز مزدوج مع قطر ك ح وخط ك ح موازٍ للخط الذي يماس القطع
على نقطة ه وقطر ق ع مزدوج مع قطر س ز فهو موازٍ
للخط الذي يماس القطع على نقطة ز وخط ع ق اقرب الى السهم
الاطول من قطر ك ح ونسبة سطح ا ل في ل ب الى سطح ا ق في ق ب
كنسبة مربع ل ه الى مربع ن ق كما بين ولسكلكا من المقالة
الاولى وسطح ا ق في ق ب اعظم من سطح ا ل في ل ب فمربع ن ق اعظم
من مربع ه ل وزيادة سطح ا ق في ق ب على سطح ا ل في ل ب اعظم
من زيادة مربع ن ق على مربع ه ل لان سطح ا ق في ق ب فضله
بيانه اعظم من مربع ن ق وزيادة سطح ا ق في ق ب على سطح
ا ل في ل ب مساوية لزيادة مربع ط ل على مربع ط ق وزيادة
مربع ط ل على مربع ط ق اعظم من زيادة مربع ن ق على مربع
ه ل فيكون مربعا ط ل ل ه اعظم من مربعي ط ق ق ن ويكون
لذلك خط ط ه اطول من خط ط ن ويكون قطر ه ز اعظم من قطر
ن س واما فان نسبة سطح ح ذ في ذ د الى سطح ح م في م د كنسبة
مربع ع ذ الى مربع م ح كما بين ولسكلكا من المقالة الاولى وسطح
ح ذ في ذ د اقل من مربع ع ذ وسطح ح م في م د اقل من مربع
م ح فيكون زيادة سطح ح ذ في ذ د على سطح ح م في م د اقل من

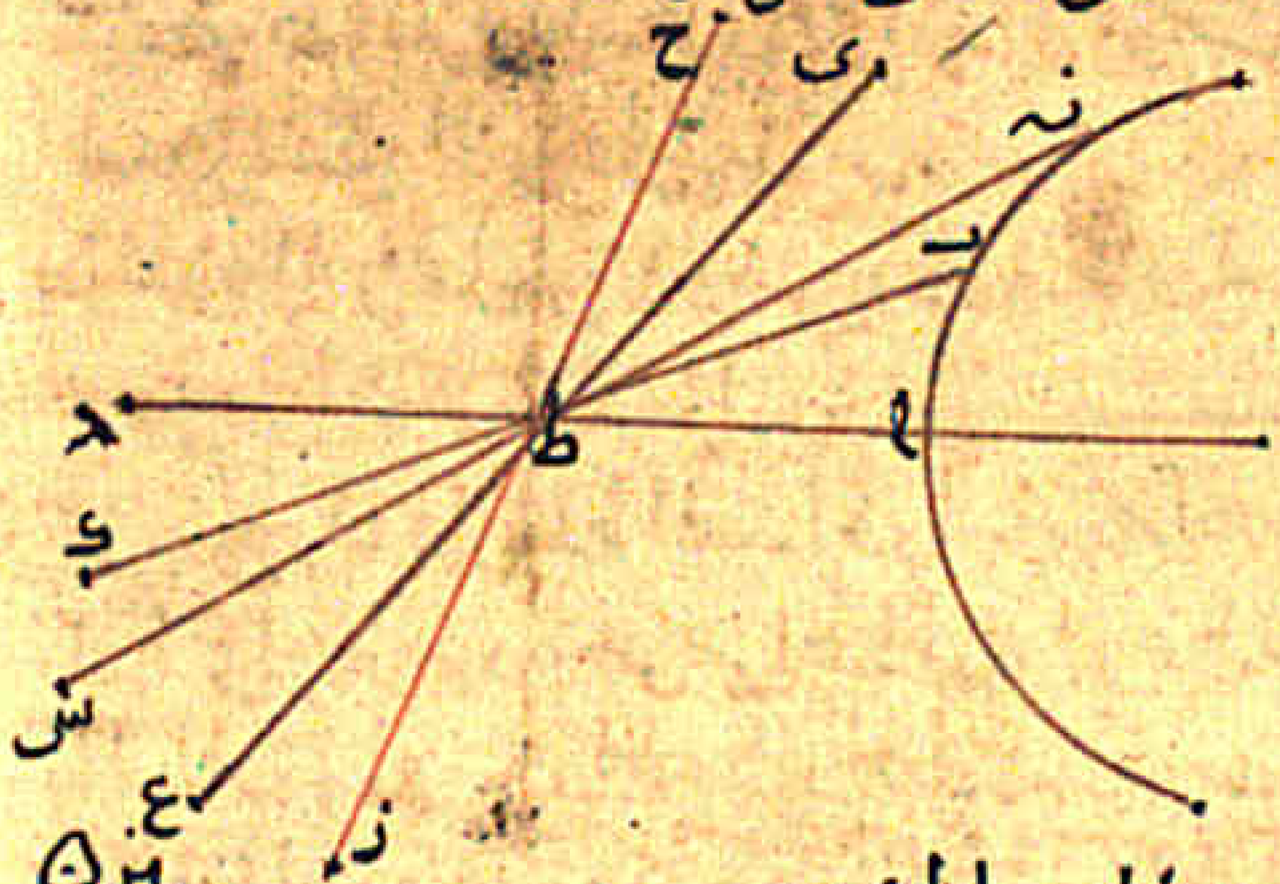
زيادة مربع ع ت على مربع م ح وزيادة سطح ح ن في ن د على سطح
ح م في م د مساوية لزيادة مربع ط م على مربع ط ن وزيادة
مربع ط م على مربع ط ن أقل من زيادة مربع ع ت على مربع
م ح فمجموعا ط م م ح أقل من مجموعي ط ن ن ع فخطا ط ح أصغر
من خطا ط ع وقطر ح ك أصغر من قطر ع ق وإذا كان قطر
ه ن المزدوج مع ح ك أعظم من قطر ن س المزدوج مع ع ق
وقطر ح ك أصغر من قطر ع ق فإن نسبة ه ن إلى ح ك المزدوج



معه أعظم من
نسبة س ن إلى
ع ق المزدوج
معه فلذلك
استبان أن زيادة
خط ا ب على
خط ح د أكثر
من زيادة ه ن على ح ك وأن زيادة ه ن على ح ك أعظم من زيادة
س ن على ع ق وأن زيادة مربع ا ب على مربع د ك أعظم من زيادة
مربع ه ن على مربع ح ك ومن زيادة مربع س ن على مربع ع ق
فأقول إن الخط الذي يخط مع خط ا ب شكل القطع أصغر
من الخط الذي يخط مع خط ه ن شكل القطع وأن الذي يخط
مع ه ن شكل القطع أصغر من الذي يخط مع ن س شكل القطع
والذي يخط مع س ن شكل القطع أصغر من الذي يخط مع ح د
شكل القطع وذلك أن خط ا ب أعظم من خطي ع ق و~~خط~~

وخطي ع ق من خطي ح ك وخطي ح ك من خطي د ك وخط د ك أصغر
من خط ن س وخط ن س من خط ه ن وخط ه ن من خط ا ب ومربع
ا ب مساوٍ لسطح د ك في الخط الذي يخط مع خط د ك شكل
القطع كما تبين في الشكل الأول من المقالة الأولى ومربع ع ق مساوٍ
لشكل القطع الذي يعمل على ن س ومربع ح ك مساوٍ لشكل
القطع الذي يعمل على ه ن ومربع د ك مساوٍ لشكل القطع الذي
يعمل على ا ب وذلك ما أردنا أن نبين
كه كل قطع زائد فإن الخط المساوي لسهمه أصغر من الخط المساوي
لقطرين آخرين مزدوجين من أقطاره أي قطرين كانا والخط
المساوي لما قرب من الأقطار المجانبة من السهم الأطول مع
القطر المزدوج معه أصغر من الخط المساوي لما بعد من الأقطار
المجانبة عن السهم الأطول مع القطر المزدوج معه فليكن
قطع زائد على سهمه ا ح وعلى مركزه ط وعلى بعض أقطاره
المزدوجة د ك ب ح ن ه س ن ع فسهم ا ح إما أن يكون مساوياً
للسهم الآخر من سهمي القطع وإما أن يكون غير مساوٍ له
فإن كان مساوياً له فإن قطري د ك ب ن ح متساويان كما
تبين في الشكل كج من هذه المقالة ولذلك يكون قطرا ن س
متساويين لقطري ع ق وقطر د ك ب أعظم من سهم ا ح أو قطر
ن س من قطر د ك ب فيكون قد تبين ما أردنا وأما إن كان
سهم ا ح غير مساوٍ للسهم الآخر من سهمي القطع فيكون فضل
ما بين مربع ا ح ومربع السهم الآخر مساوياً لفضل ما بين مربع
د ك ب ومربع ن ح كما تبين في الشكل كج من هذه المقالة

والخط المساوي للسهمين اعظم من الخط المساوي للسهمين اعني
من الخط المساوي لقطري ب ك ح ز ولان فضل ما بين مربع ن ك
ومربع ن ح مساوي للفضل الذي بين مربع ن س ومربع ع

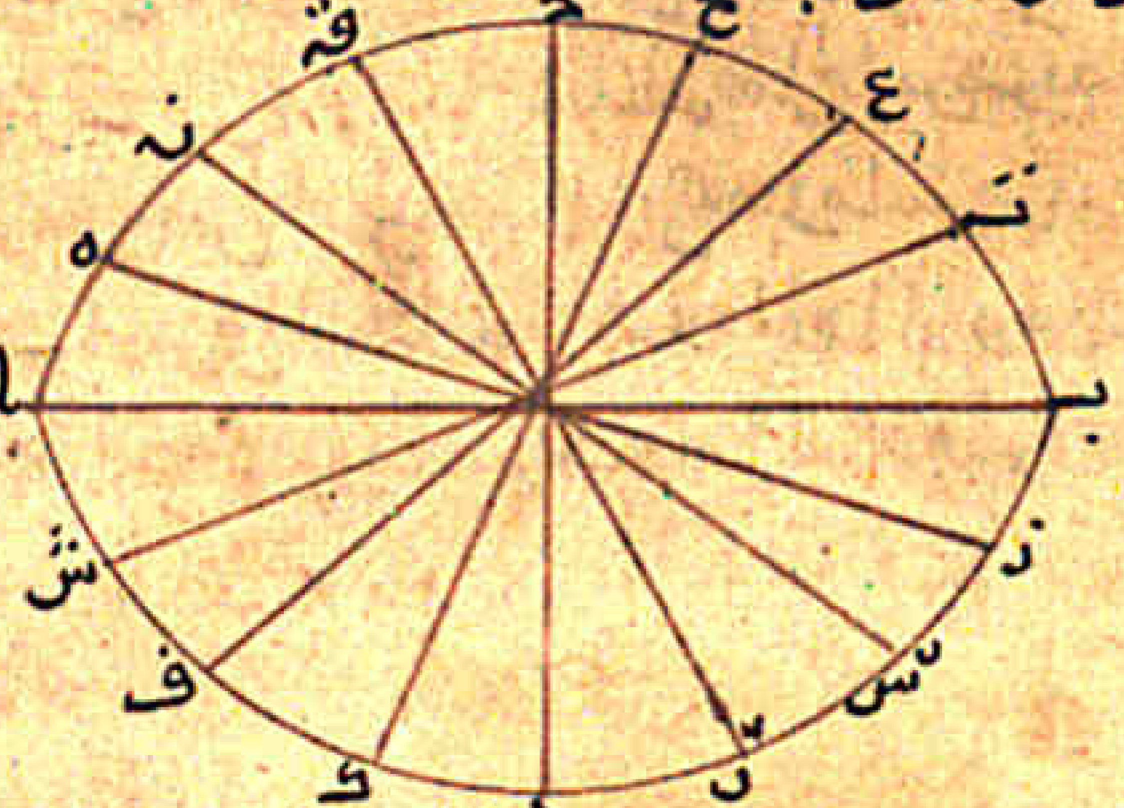


يكون الخط المساوي لقطري ب ك ن ح اعظم من الخط المساوي لقطري ن س
ع وذلك ما اردنا ان نبين ٥
كل قطع ناقص فان سهميه اذا جمعا اعظم من كل قطرين مزدوجين
من اقطاره وكل قطرين مزدوجين من اقطاره التي هي اقرب الى
السهمين اذا جمعا اعظم من كل قطرين مزدوجين من اقطاره البعيدة
من السهمين اذا جمعا والقطران المزدوجان المتساويان من اقطاره
اذا جمعا اعظم من كل قطرين مزدوجين من اقطاره فليكن
قطع ناقص على سهمه الاطول اب وعلى سهمه الاقصر جد وعلى
اقطار مزدوجة من اقطاره ه ن ك ح ز س ع ق ت ش
ق ت ولنكن ه ن اعظم من ك ح و ش ت من ع ق ولنكن ق ت
مساويا لقطر ت ش فاقول ان الخط المساوي لسهمي اب جد
اعظم من الخط المساوي لقطريه ن ك ح ومن المساوي لقطري
ز س ع ق وان اعظمها هو الخط المساوي لقطري ق ت

كو

286

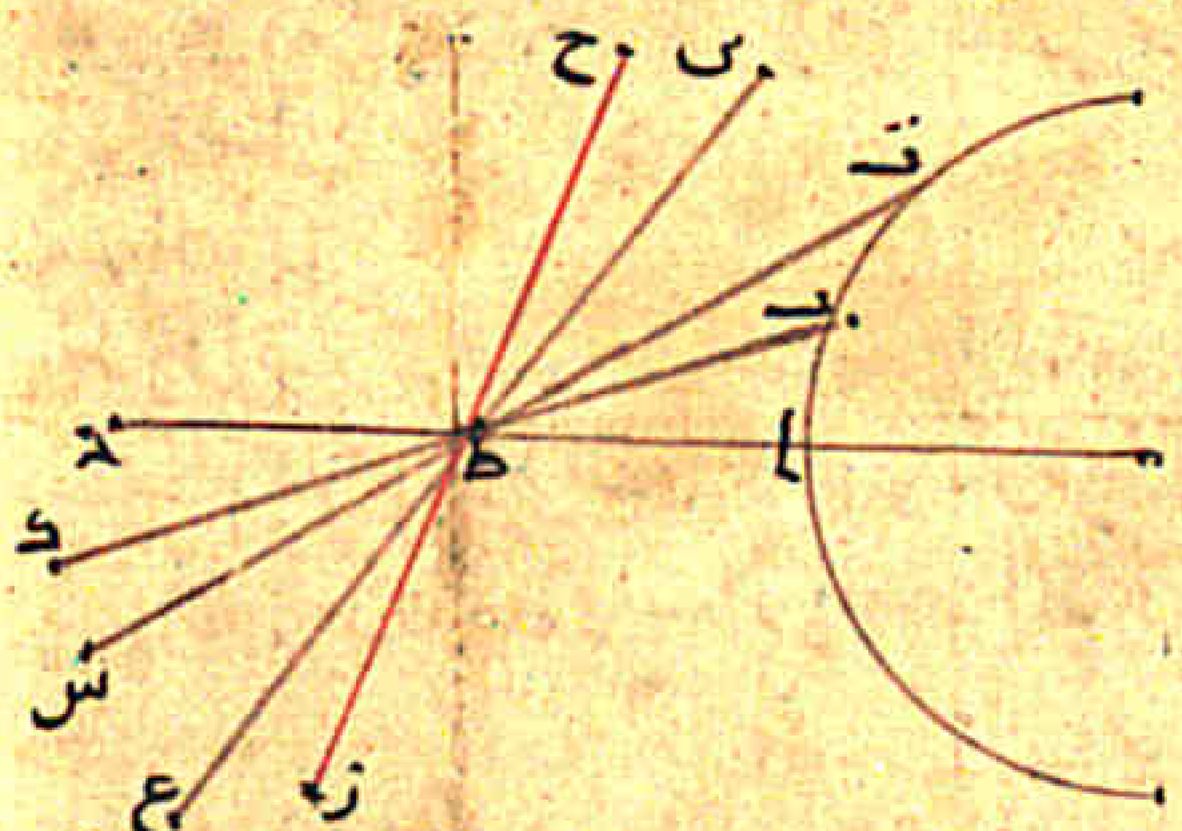
فنثبت برهان ذلك ان نسبة اب الى جد اعظم من نسبة ه ن الى ك ح
كما تبين في الشكل كد من هذه المقالة فنسبة مربع خطي اب
جد مجموعين الى مربعي اب جد مجموعين اقل من نسبة مربع خطي



ه ن ك ح الى مربعي ه ن ك ح مجموعين ومربعا ك ح ه ن اذا جمعا مساويان
لمربعي اب جد مجموعين كما تبين في الشكل يب من هذه
المقالة فمربع خطي اب جد مجموعين اقل من مربع خطي ه ن
ك ح مجموعين فالخط المساوي لسهمي اب جد اذا جمعا اعظم
من الخط المساوي لقطريه ن ك ح اذا جمعا وكذلك ايضا
تبين ان الخط المساوي لخطي ه ن ك ح اعظم من الخط المساوي
لقطري ق ت ت ش وذلك ما اردنا ان نبين ٥
كو
كل قطع ناقص او زائد الا الذي سهماه متساويان فان زيادة
سهمه الاطول على الاقصر اعظم من زيادة كل قطرين مزدوجين من
اقطاره على القطر المزدوج معه وزيادة ما قرب منها
من السهم الاطول على القطر المزدوج معه اعظم من زيادة ما
بعد على القطر المزدوج معه وقد تبين ان ذلك في القطع الناقص
على ما قلنا في الشكل كد من هذه المقالة واما في القطع

اعظم من زيادة الاطول
من كل قطرين مزدوجين
وجد بعد ذلك في النسخة
اعظم من زيادة كل قطر مزدوج
من اقطاره على القطر المزدوج معه

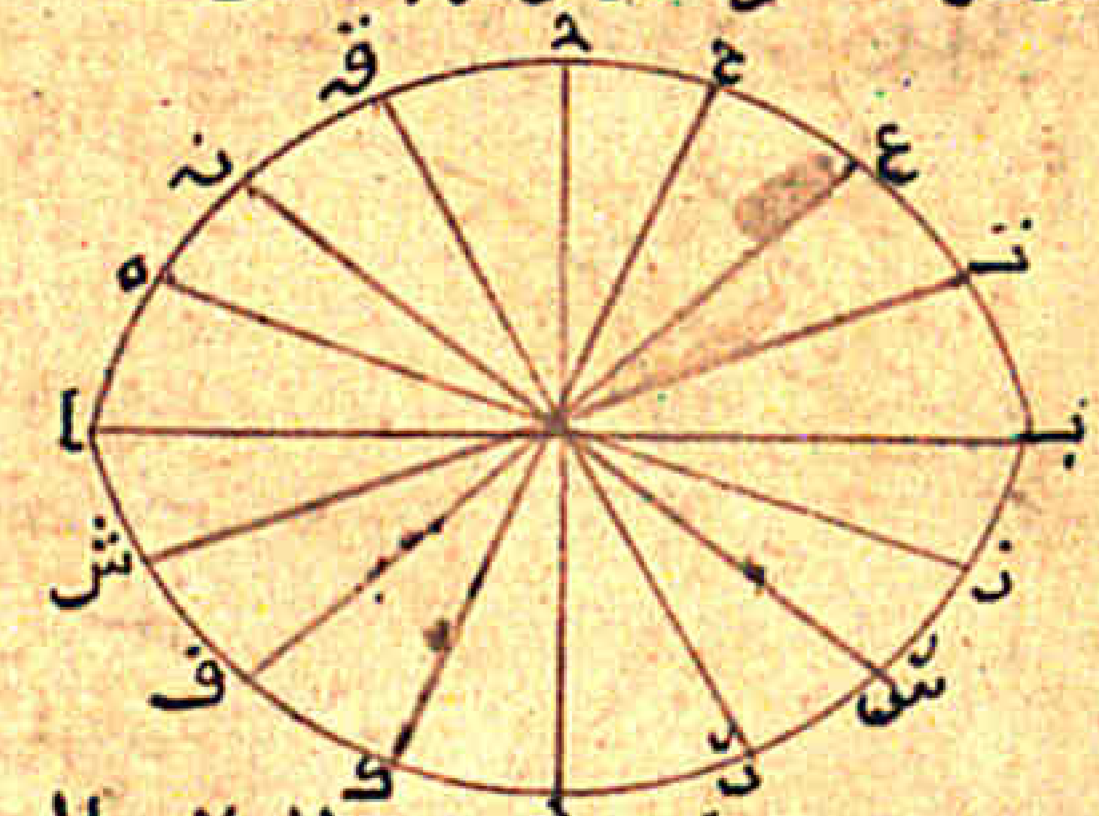
الزائد فانه يبين هكذا لنجعل سهم القطع الزائد اد ولتكن
اقطار مزدوجة من اقطاره عليها كب دح وبر تت يع
فاقول ان فضل ما بين اد وبين السهم الآخر اعظم من فضل ما
بين بر تت وبين يع برهان ذلك ان فضل ما بين مربع اد ومربع السهم
الآخر من سهمي القطع مساو لفضل ما بين مربع بك ومربع
دح كما بين في الشكل ... من هذه المقالة وقطر بك اعظم
من سهم اد ففضل ما بين اد وبين السهم المزدوج معه اعظم
من فضل ما بين
كب و دح
وكذلك ايضا
يبين ان فضل ما
بين كب و دح
اعظم من فضل
ما بين بر تت



ويع وذلك ما اردنا ان نبين ٥
لكل قطع زائد او ناقص فان السطح الذي يكون من ضرب سهميه
احدهما في الآخر اعظم من السطح الذي يكون من ضرب قطرين
مزدوجين من اقطاره احدهما في الآخر وقطرين كانا وما
قرب من الاقطار الطوال من الاقطار المزدوجة من السهم
الاطول فان الذي يكون من ضربه في القطر المزدوج معه اعظم
من ضرب ما بعد منها في القطر المزدوج معه واما في القطع
الزائد فان ذلك يبين مما قلنا فيما تقدم وذلك ان كل واحد

بك ودح وان فضل ما بين كب ودح اعظم من فضل ما بين بر تت

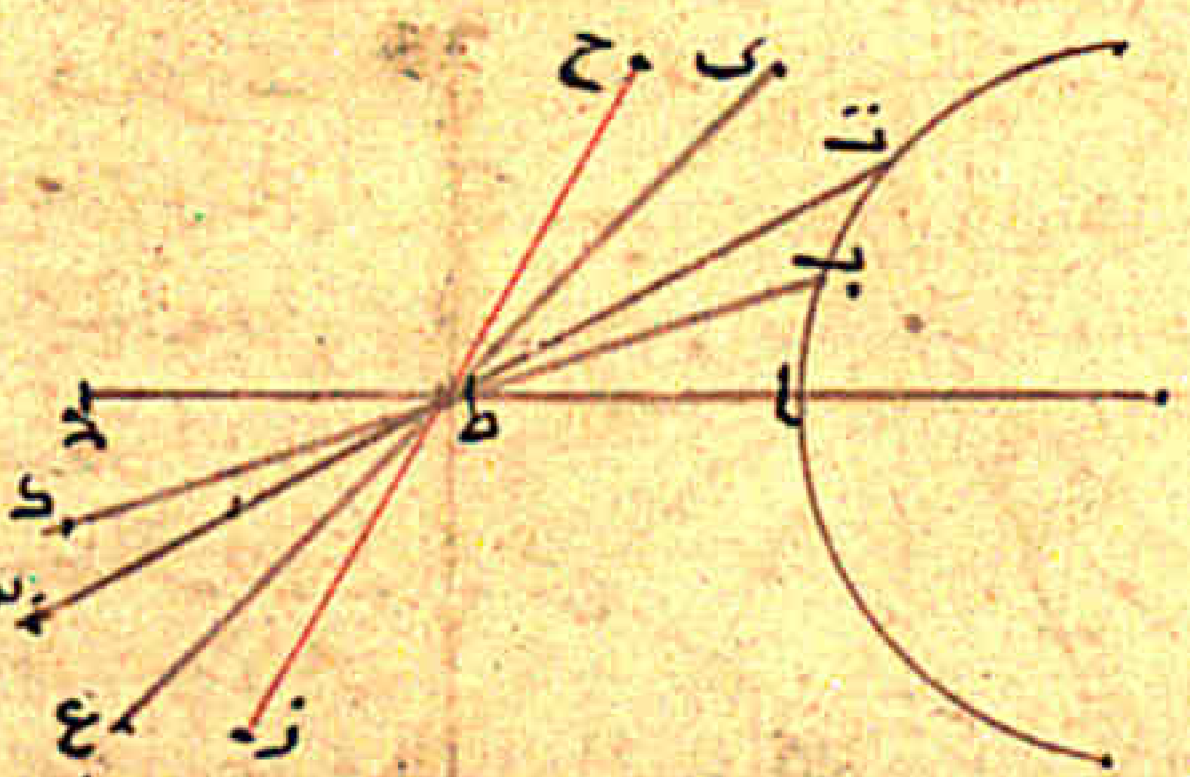
من السهمين اعظم من القطر الذي يليه من كل قطرين مزدوجين وما
قرب منها من السهمين اعظم مما بعد واما في القطع الناقص فانا
نجعل سهمه الاطول اب والاقصر حد ولتكن اقطار مزدوجة
من اقطاره عليها هز كح ونس عق وبش قد فاقول ان
الذي يكون من ضرب اب في حد اقل من الذي يكون من ضرب هز
في كح وان الذي يكون من ضرب هز في كح اقل من الذي يكون
من ضرب نس في عق والذي يكون من ضرب بش في قد اقل من
الذي يكون من
ضرب بش
في قد برهان
ذلك ان سهمي
اب حد اذا
جمعا اقل من
قطري هز



كح اذا جمعا كما بين في الشكل ... من هذه المقالة والمربع
الذي يكون من سهمي اب حد اذا جمعا اقل من المربع الذي يكون
من قطري هز كح اذا جمعا ومربعا اب حد اذا جمعا مساويا
لمربعي هز كح اذا جمعا كما بين في الشكل ... من هذه
فسطح اب في حد مرتين اقل من سطح هز في كح مرتين
ولذلك يكون سطح اب في حد اقل من سطح هز في كح وكذلك
ايضا يبين ان سطح هز في كح اقل من سطح نس في عق وسطح
نس في عق اقل من سطح بش في قد وذلك ما اردنا ان نبين ٥

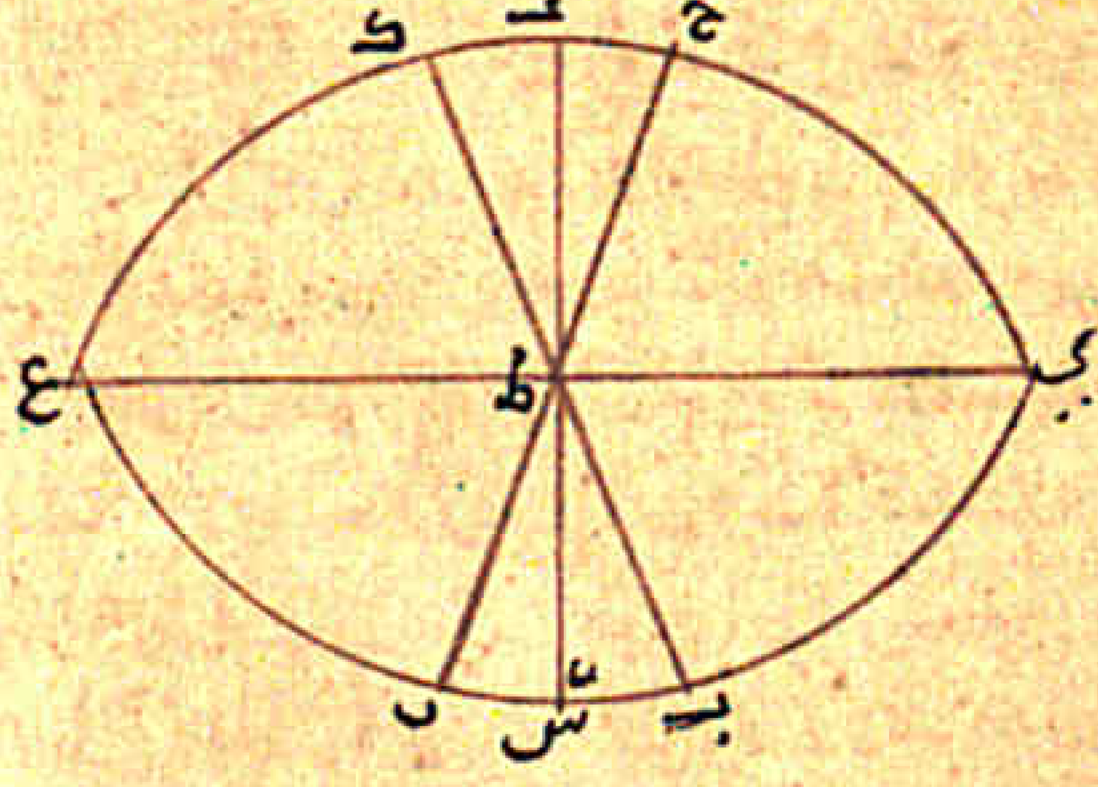
وبان
المقالة

كط فضول ما بين الاشكال المعمولة على اقطار كل قطع زايد وبين مربعات
تلك الاقطار متساوية فليكن قطع زايد على سهمه اد وعلى مركزه ط
ولنخرج اقطار مزدوجة من اقطاره عليها ب ك د ح س ن ى ع واقول
ان فضل ما بين شكل القطع المعمول على اد وبين مربع اد مساوى
لفضل ما بين شكل القطع المعمول على ن س وبين مربع ن س برهان
ذلك ان فضل ما بين مربع اد ومربع السهم الاخر من سهمي القطع
مساوى لفضل ما بين مربع ب ك ومربع د ح ولفضل ما بين مربع ن س
ومربع ى ع كما بين في الشكل ىح من هذه المقالة فاما شكل
القطع المعمول
على اد فهو
مساوى لمربع
السهم الاخر
من سهمي
القطع كما
تبين في الشكل



يو من المقالة ا واما شكل القطع المعمول على ب ك فهو مساوى لمربع
د ح واما شكل القطع المعمول على س ن فهو مساوى لمربع ى ع
ففضل ما بين شكل القطع المعمول على اد وبين مربع اد مساوى
لفضل ما بين شكل القطع المعمول على ب ك وبين مربع ب ك ولفضل
ما بين شكل القطع المعمول على س ن وبين مربع س ن وذلك
ما اردنا ان نبين
ل اذا انه على الاشكال التي تعمل على كل قطر من اقطار القطع الناقص

مربع ذلك القطر صارت متساوية فليكن مركز القطع الناقص ط
واقطار مزدوجة من اقطاره عليها اب ك د ح س ن ى ع واقول ان
شكل القطع المعمول على ب ك مع مربع ب ك مساوى لشكل
القطع المعمول على س ن مع مربع س ن برهان ذلك ان مربع
ب ك مع مربع د ح مساوى لمربع س ن مع مربع ى ع كما بين في
الشكل يب من هذه المقالة واما شكل القطع المعمول على ب ك
فهو مساوى لمربع د ح واما مربع ى ع فهو مساوى لشكل
القطع المعمول على س ن كما بين في الشكل يه من المقالة ا
شكل القطع
المعمول على
ب ك مع مربع
ب ك مساوى
لشكل القطع
المعمول على
س ن مع مربع



س ن وذلك ما اردنا ان نبين
لا اذا اخرج قطران مزدوجان في القطع الناقص او في قطعين من القطوع
المتقابلة المزدوجة فان السطح المتوازي الاضلاع الذي يحيط به
ذانك القطران وتكون زواياه مساوية للزوايا التي يحيط بها
القطران عند المركز مساوى للسطح القائم الزوايا الذي يحيط
به [illegible] ان فليكن قطع ناقص او قطوع متقابلة مزدوجة على
مركزها ط وعلى السهمين اب د ك وعلى قطرين من الاقطار ز

المربع وحه ز ك ز ش ولتمر بنقطة ز ك ش ز خطوط مماسة عليها
ح ق ز ك م ح ك م فيكون خطا ح ق ز ك م موازيين لقطر ش ز ويكون
خطا ح ك ق م موازيين لـ ز ك كما تبين في الشكل من هذه المقالة لقطر ش ز
ب و و ك منها فسطح ح م متوازي الاضلاع وزواياه متساوية
للزوايا التي يحيط بها قطرا ز ك ش ز عند مركز ط فاقول ان سطح
م ح مساو للسطح القائم الزوايا الذي يحيط به سهما ا ب ح د
برهان ذلك انا نخرج من نقطة ز عمودا على ا ط ب عليه ز ق ونخرج
ح ط ق ع مماسا للقطع ق ف ط فيما سلف فنسبة مربع ا ط
الى مربع ط د كنسبة سطح ط ق في ق ه الى مربع ز ق كما تبين
من الشكل من المقالة ا وسطح ط ق في ق ه مساو لمربع ا ط
ق ع فنسبة مربع الى مربع ط د كنسبة مربع ق ع الى مربع
ز ق ولذلك تكون نسبة ا ط الى ط د كنسبة ق ع الى ز ق وتكون
نسبة مربع ا ط الى سطح ا ط في ط د كنسبة سطح ع ق في ط ه
واذا بدلنا كانت نسبة مربع ا ط الى سطح ع ق في ط ه كنسبة
سطح ا ط في ط د الى سطح ز ق في ط ه ومربع ا ط مساو لسطح
ه ط في ط ف كما تبين في الشكل من المقالة ا فنسبة سطح ه ط
في ط ف الى سطح ع ق في ط ه كنسبة سطح ا ط في ط د الى سطح ز ق في
ط ه وخط ط ش مواز لخط ز ه فنسبة مربع ز ه الى مربع ط ش
كنسبة ه ق الى ق ط كما تبين في الشكل من هذه المقالة ونسبة
مثلث ط ز ه الى المثلث ش ط ش كنسبة مربع ز ه الى مربع ط ش
لان المثلثين متشابهان فنسبة مثلث ط ز ه الى المثلث كنسبة
ه ق الى ق ط ونسبة ضعف مثلث ط ز ه الى ضعف مثلث

٢٨٧
289

ش ط ش كنسبة ه ق الى ق ط وسطح ش ط ز ح مساو لمثلث
ط ز ه ومثل مثلث ش ط ش فيما سلف وكذلك الخط ع ق مماس
للقطع ق ف ط فيما سلف وعند الخط ع ق مماس للقطع وقطع
فيما سلف فنسبة مثل مثلث ط ز ه الى سطح ط ح المتوازي الاضلاع
كنسبة ع ق الى ق ط ونسبة ع ق الى ق ط كنسبة سطح ع ق في
ط ه الى سطح ق ط في ط ه فنسبة مثل مثلث ط ز ه الى سطح ط ح
كنسبة ع ق في ط ه الى سطح ق ط في ط ه وقد كنا بينا ان نسبة سطح م

سطح ع ق في ط ه الى سطح ق ط في ط ه كنسبة سطح ز ق في ط ه الى
سطح ا ط في ط د فنسبة مثل مثلث ط ز ه الى سطح ط ح كنسبة
سطح ز ق في ط ه الى سطح ا ط في ط د ومثلا مثلث ط ز ه مساو
لسطح ز ق في ط ه فسطح ط ح اذا مساو لسطح ا ط في ط د واربعة
امثال سطح ط ح الذي هو سطح ح م مساو لاربعة امثال سطح
ا ط في ط د الذي هو مثل السطح القائم الزوايا الذي يحيط به
سهما ا ب ح د فسطح م ح مساو للسطح القائم الزوايا الذي يحيط

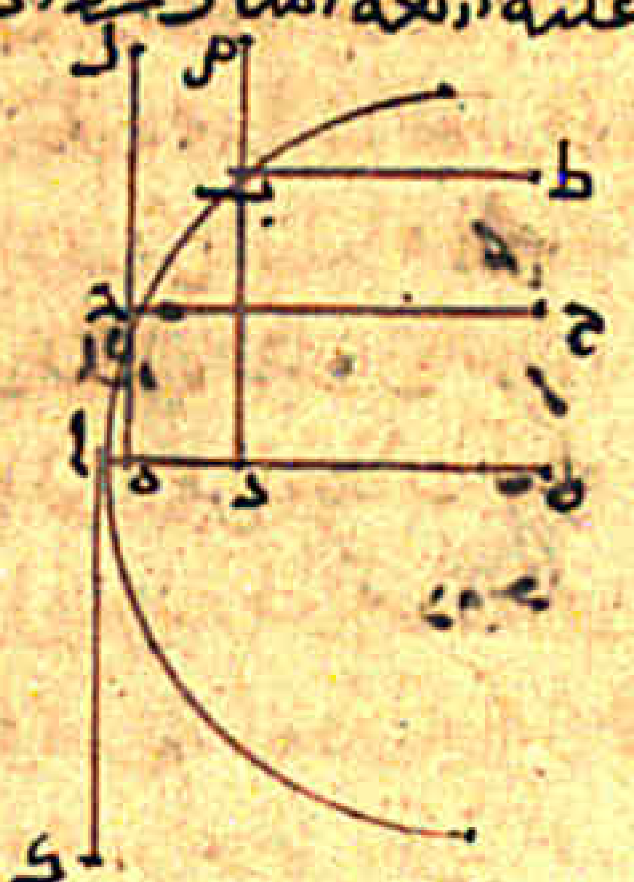
به سهما اب جد وذلك ما اردنا ان نبين ○

فقد تبين مما تقدم من الاشكال ان كل قطع زائد فان مربعي سهميه اذا
جمعا اقل من مربعي كل قطرين مزدوجين من اقطاره اي قطرين كانا وان
مربعي القطرين المزدوجين القريبين من السهمين اقل من مربعي القطرين المزدوجين
البعيدين من السهمين وان كل قطع ناقص فان فضل ما بين مربعي سهميه
اعظم من فضل ما بين مربعي كل قطرين مزدوجين من اقطاره اي قطرين كانا
وفضل ما بين مربعي كل قطرين مما قرب من السهمين من الاقطار المزدوجة
اعظم من فضل ما بين مربعي ما بعد من السهمين من الاقطار المزدوجة وانه
اذا كان قطع زائد وكان القطر المجانب من ضلعي شكل القطع المعمول على
السهم اعظم من الضلع القائم فان القطر المجانب من اشكال القطع المعمولة
على سائر الاقطار اعظم من الضلع القائم منها ونسبة القطر المجانب من
الشكل المعمول على ذلك السهم الى الضلع القائم اعظم من نسبة كل قطر
مجانب الى الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وهذه النسبة في الاشكال
المعمولة على ما قرب من السهم من الاقطار المجانبة اعظم منها فيما عمل على
ما بعد من السهم وان كان القطر المجانب من الشكل المعمول على سهم القطع
اصغر من الضلع القائم فان سائر الاقطار المجانبة من الاشكال الباقية
اصغر من اضلاعها القائمة ونسبة القطر المجانب من الشكل المعمول على
ذلك السهم الى الضلع القائم منه اصغر من نسبة كل قطر مجانب الى الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه وهذه النسبة في الاشكال المعمولة على ما علته ؟
قرب من السهم من الاقطار المجانبة اصغر منها فيما عمل على ما بعد من
السهم وان كان شكل القطع المعمول على السهم متساوي الاضلاع فان
اشكال القطع المعمولة على الاقطار الباقية متساوية الاضلاع

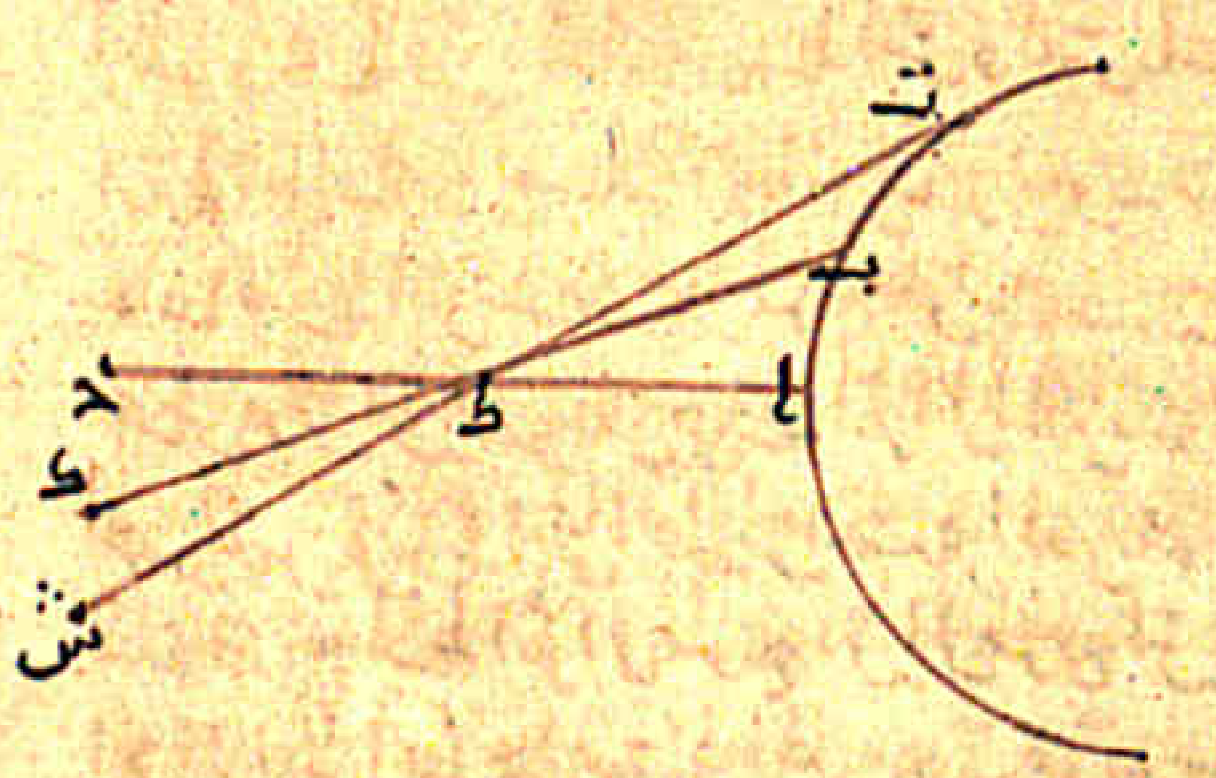
وتبين ايضا ان كل قطع ناقص فان القطر المجانب من اشكال القطع المعمولة
على الاقطار الخارجة فيما بين السهم الاطول وبين القطرين المزدوجين
المتساويين اعظم من الضلع القائم منها ونسبته اليه في الاشكال المعمولة
على ما قرب من هذه الاقطار من السهم الاطول اعظم منها فيما عمل على ما بعد
واما القطر المجانب من اشكال القطع المعمولة على الاقطار التي فيما بين
السهم الاصغر وبين القطرين المزدوجين المتساويين فهو اصغر من الضلع
القائم منها ونسبته اليه فيما عمل من الاشكال على ما قرب من هذه
الاقطار من السهم الاصغر اقل منها فيما عمل على ما بعد وهذه لمواد
تبين مما قد بيناه من امر الاقطار واشكال القطوع واضلاعها ونسب
الاقطار المزدوجة والاضلاع القائمة ○

لب

كل قطع مكافئ فان الخط القائم الذي يقوى عليه خطوط الترتيب الواقعة على
السهم هو اصغر الخطوط القائمة التي يقوى عليها خطوط الترتيب الواقعة
على السهم هو اصغر الخطوط القائمة التي يقوى عليها خطوط الترتيب
الواقعة على الاقطار الباقية وما قرب من هذه الاقطار من السهم
فان الخطوط القائمة التي يقوى عليها خطوط الترتيب الواقعة عليه
اصغر من الخط القائم الذي يقوى عليه خطوط الترتيب الواقعة على ما
بعد فليكن قطع مكافئ عليه اب وعلى سهمه اد وعلى قطرين من اقطاره
احدهما ب ط د ح ولتكن الخطوط القائمة التي يقوى عليها خطوط الترتيب
اك د ل ب م فاقول ان خط اك اصغر من خط د ل وان خط د ل اصغر
من خط ب م برهان ذلك انا نخرج من نقطتي ب د عمودين على السهم
عليه ... فخط د ل مساو لخط اك مع مثل ما عليه اربعة امثال
خط ... في الشكل ... من هذه المقالة وكذلك يكون خط م

بم مساويا لخط اك مربعا عليه اربعة امثال خط اد فخط اك اذا


اعظم من خط ح ل
وخط ح ل اصغر
من خط ب م
وذلك ما اردنا
ان نبين ه
اذا كان قطع
زائد وكان
القطر المجانب من الشكل المعمول على السهم ليس باقل من ضلعه القائم لج
فان الضلع القائم من الشكل المعمول على السهم اصغر من الضلع القائم
من الاشكال المعمولة على سائر الاقطار والضلع القائم من الاشكال التي
على ما قرب من الاقطار من السهم اصغر من الضلع القائم من الاشكال
المعمولة على ما بعد من السهم فليكن قطع زائد على سهمه اد وعلى
مركزه ط وعلى قطرين من اقطاره د ب ت ش فاقول ان الضلع القائم
من شكل القطع المعمول على اد اصغر من الضلع القائم من شكل القطع المعمول
على د ب وان الضلع القائم من شكل القطع المعمول على د ب اصغر من الضلع
القائم من شكل القطع المعمول على ت ش برهان ذلك انا نجعل اولا سهم
اد مساويا للضلع القائم من الشكل المعمول عليه فيكون قطر د ب
مساويا للضلع القائم من الشكل المعمول عليه فيكون قطر د ب مساويا
للضلع القائم من الشكل المعمول عليه وذلك بين من الشكل ... من هذه
المقالة والشكل ... من المقالة آ وخط اد اصغر من خط د ب ... الضلع
القائم من الشكل المعمول على اد اصغر من الضلع القائم من الشكل

المعمول على د ب واما ان قطر ش ت مساوي للضلع القائم من شكل
القطع المعمول عليه وقطر د ب اصغر من قطر ش ت فالضلع القائم من
شكل القطع المعمول على د ب اصغر من الضلع القائم من الشكل المعمول
على ت ش ولنا ايضا ان نجعل سهم اد اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول
عليه ونسبة اد الى الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم من
نسبة د ب الى ضلعه القائم كما تبين من الشكل ... من هذه المقالة
و... من المقالة آ ولذلك تكون نسبة د ب الى ضلعه القائم اعظم من نسبة
ت ش الى ضلعه


القائم وقطر
اد اصغر من قطر
ب د وقطر ب د
اصغر من قطر
ت ش فالضلع
القائم لقطر
اد اصغر من الضلع القائم لقطر د ب والضلع القائم لقطر ب د اصغر من الضلع
القائم لقطر ت ش وذلك ما اردنا ان نبين ه
وايضا فانا نجعل خط اد اصغر من الضلع القائم من الشكل المعمول عليه لد
وليس باصغر من نصف الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فاقول ايضا
ان الضلع القائم من الشكل المعمول على اد اصغر من الضلع القائم من
الشكل المعمول على ب د وان الضلع القائم من الشكل المعمول على
ب د اصغر من الضلع القائم من الشكل المعمول على ش ت برهان ذلك
انا نجعل واحدة من ... الى ... الشكل ... كنسبة اد

الى الضلع القائم من الشكل المعمول عليه ونخرج من نقطة ح خطا
موازيا لخط ك ب عليه ح ل وخطا موازيا لخط ن ث عليه ح ذ ء
ونخرج من نقطتي ذ ل عمودين على السطح عليهما ذ ه ل م فاذا كان شكل
واحد من سطحي ح ك ل ا ن واس الرسم ح كنسبة ا ذ الى الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه فان خط ح ز يساوي لخط ا س وخط ح س لخط
ا ن فنسبة مربع ا ذ الى مربع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كنسبة سطح ه ن في اس الى مربع ا ن و[illegible] اذا اعظم من ضلعه
القائم فخط ا ن اعظم من خط اس وليس باعظم من مثليه وخطا
م ن ا ن اعظم من مثلي ا ن ع الذي يكون من ضرب خطي م ن ا ن اذا
جمعا وخط اس اعظم من مربع ا ن فنسبة الذي يكون من ضرب
خطي م ن ا ن مجموعين في خط ا م الى الذي يكون من ضرب م ن ا ن
مجموعين في خط اس اقل من نسبة الذي يكون من ضرب م ن ا ن
مجموعين في خط ا م الى مربع ا ن الى مربع ا ن ولذلك يكون نسبة
ا م الى اس اقل من نسبة الذي يكون من ضرب خطي م ن ا ن مجموعين
في ا م الى مربع ا ن ويكون نسبة م س الى اس اقل من نسبة
السطح الذي يكون من ضرب م ن ا ن مجموعين في ا م مع مربع ا ن
الى مربع ا ن وسطح م ن ا ن مجموعين في ا م مع مربع ا ن يساوي
لمربع م ن فنسبة م س الى اس اقل من نسبة مربع م ن الى مربع
ا ن ونسبة م س الى اس كنسبة سطح ح ن م س الى سطح ح ن في
اس فنسبة سطح ح ن م س الى سطح ح ن في اس اقل من نسبة
مربع م ن الى مربع ا ن واذا بدلنا كانت نسبة سطح ن ح م س
الى مربع م ن اقل من نسبة سطح ح ن في اس الى مربع ا ن واما نسبة

وليس باعظم من [illegible] الضلع القائم فخط

292

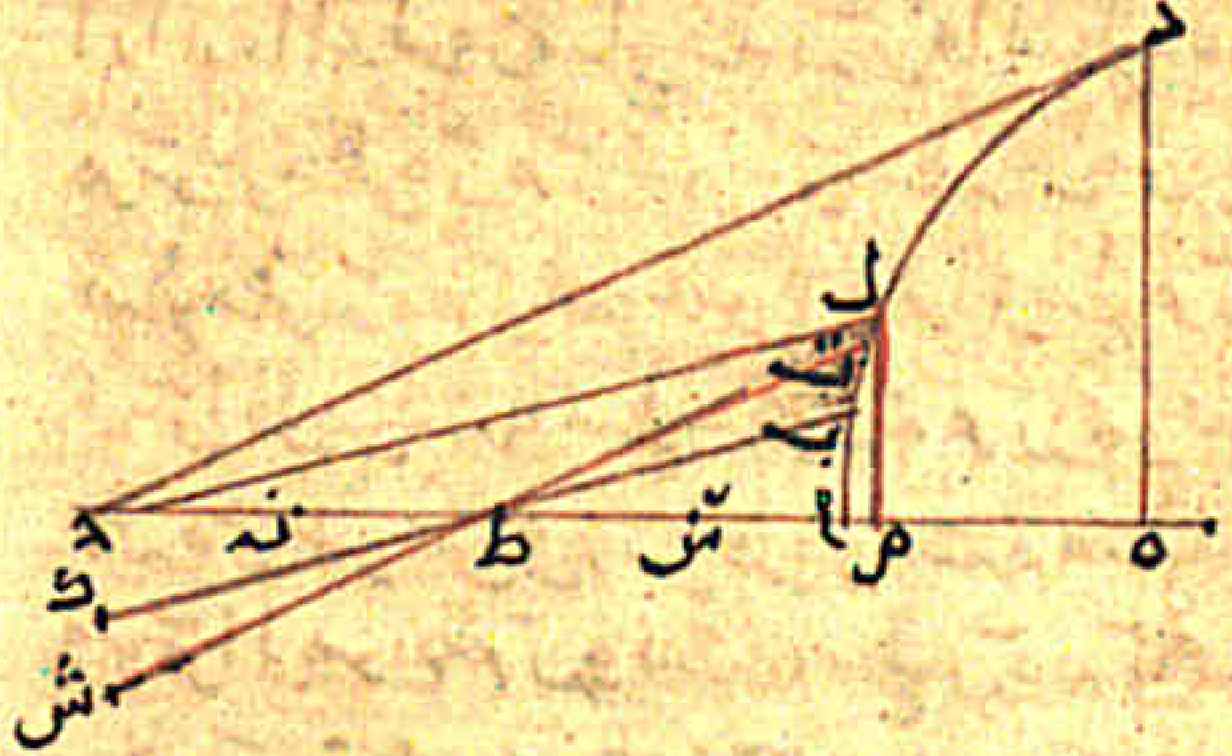
٢٩١

سطح د ن في س م الى مربع م ن فهي كنسبة مربع د ا الى مربع الضلع
القائم لقطر ك ب كما بين في الشكلية من هذه المقالة واما نسبة
سطح د ن في اس الى مربع ا ن فقد بينا انها كنسبة مربع ا د الى
مربع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فنسبة مربع
ا د الى مربع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فالضلع
القائم لقطر ا د اعظم من الضلع القائم لقطر ك ب ولان
ا ن ليس باعظم من مثلي اس فهو اقل من مثلي م س وخطا م ن ا ن
اذا جمعا اعظم من مثلي خط ن م فالسطح الذي يكون من ضرب
م س في خطي م ن ا ن مجموعين اعظم من مربع م ن فنسبة
سطح خطي م ن ا ن مجموعين في م س الى سطح م ن ا ن مجموعين في
م س اقل من نسبة سطح خطي م ن ا ن مجموعين في م س الى سطح
م ن ا ن مجموعين في م س اقل من نسبة سطح خطي م ن ا ن مجموعين
في م س الى مربع م ن ونسبة سطح م ن ا ن مجموعين في م س الى
سطح م ن ا ن مجموعين في م س كنسبة م س الى م س فنسبة م س الى
م س اقل من نسبة سطح م ن ا ن مجموعين في م س الى مربع م ن
ولذلك يكون نسبة م س الى م س اقل من نسبة سطح م ن ا ن
مجموعين في م س مع مربع م ن الى مربع م ن وسطح م ن ا ن مجموعين
في م س مع مربع م ن يساوي لمربع م ن فنسبة م س الى م س اقل من
نسبة مربع م ن الى مربع م ن ونسبة م س الى م س كنسبة سطح ح ن
م س الى سطح ح ن في م س فنسبة سطح ح ن م س الى سطح ح ن في م س
ح ن [illegible] اقل من نسبة مربع م ن الى مربع م ن ولذلك اذا بدلنا
كانت نسبة سطح ح ن م س الى مربع م ن اقل من نسبة سطح

فنسبة سطح [illegible] اقل من نسبة مربع ا د الى مربع الضلع القائم من الشكل

سطح ء

د ن في م ش الى مربع م ن فاما نسبة سطح د ن في ه ش الى مربع ه ن فهي كنسبة
مربع ا د الى مربع الضلع القائم لقطر ش ت كما تبين في الشكل ... من
هذه المقالة واما نسبة سطح د ن في م ش الى مربع م ن فهي كنسبة
مربع ا د الى مربع الضلع القائم لقطر ك ب كما تبين ايضا في الشكل ...
من هذه المقالة فنسبة مربع ا د الى مربع الضلع القائم لقطر ش ت
اعظم من نسبته الى مربع الضلع القائم لقطر ك ب فالضلع القائم لقطر
ك ب اعظم من الضلع القائم لقطر ش ت وقد كان الضلع القائم لقطر

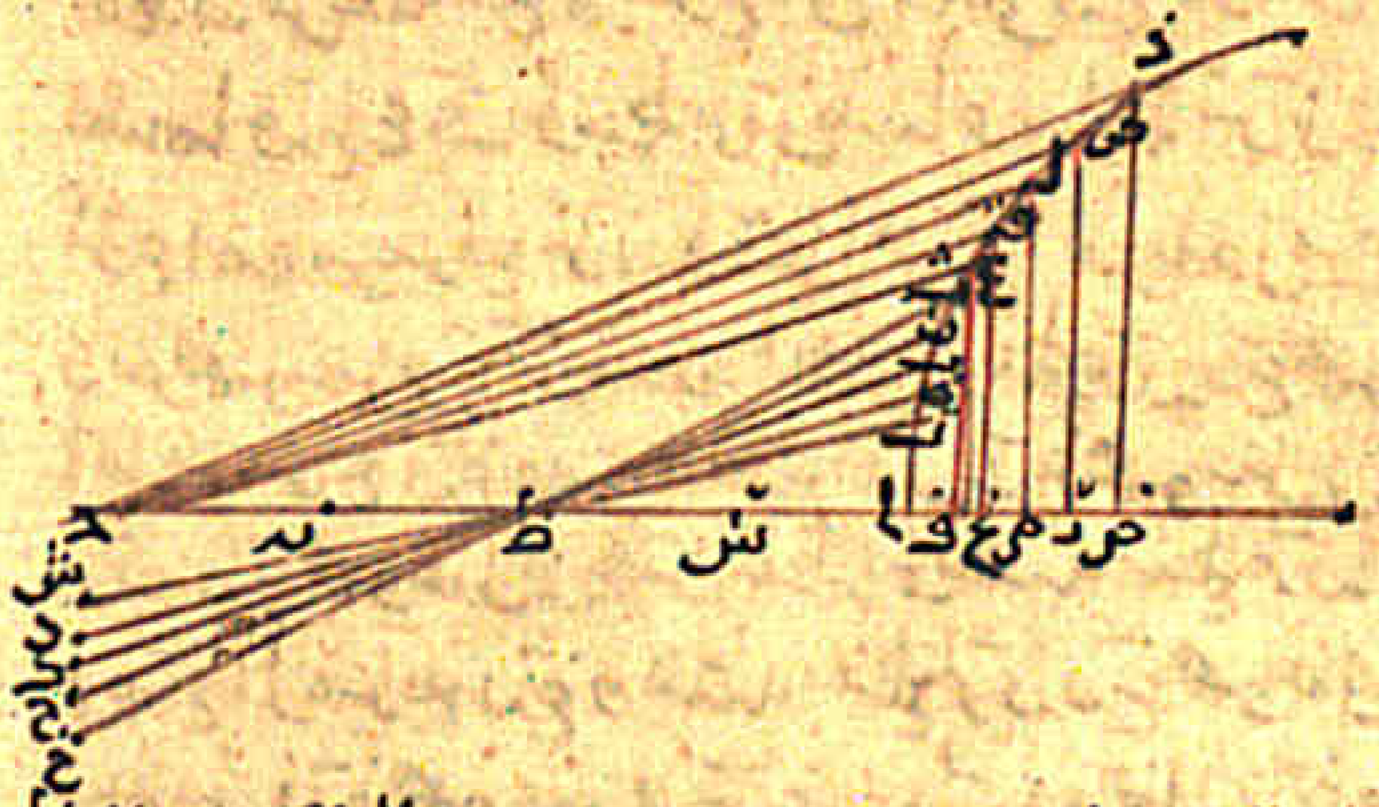


ا د اعظم من الضلع
القائم لقطر ك ب
وذلك ما اردنا
ان نبين
له
واما انا
نجعل ا د اعظم من
ضعف الضلع القائم
من شكل القطع المعمول عليه فاقول ان على حسب بعد السهم يكون
الضلع القائم من الشكل المعمول على كل واحد منهما مثليه وهو اعظم
من الضلع القائم من الشكل المعمول على غيره من الاقطار التي في تلك
الجهة والضلع القائم من الاشكال المعمولة على ما قرب من الاقطار
من ذلك القطر اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول على ما
بعد برهان ذلك ان خط ا د قد قسم بقسمين على نقطة ش وكانت
نسبة ا ش الى ش د كنسبة ا د الى ضلعه القائم وكذلك ...
د ن الى ن ا وخط ا د اعظم من ضعف ضلعه القائم فخط ن ... اعظم من
مثلي ا ش ويكون لذلك ن ش اعظم من ش ا فليخرج خط ش م مساويا

لخط ش ن ولنخرج خط م ل عمودا على السهم ينتهي الى القطع على نقطة
ل ونصل خط د ل ونخرج قطر ك ب موازيا لخط د ل فيكون نسبة
ش م الى م ن كنسبة ك ب الى الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كما تبين في الشكل ... من هذه المقالة فقطر ك ب هو نصف الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه فنخرج فيماس نقطتي ا ب وقطر ... ش ت (عليه)
ونخرج من نقطة ... خطا موازيا للقطر ... عليه ... وخطا موازيا
لقطر ش ت عليه ... ونخرج من نقطتي ... عمودين على السهم
عليهما ... وخط م ش مساوي لخط ش ن فسطح م ش في
ش ع اعظم من مربع ش ن ولنجعل السطح الذي يكون من ضرب خط ع ن
ن ش مجموعين في ع ش مشتركا فيكون سطح م ن في ن ع مجموعين في ع ش
اقل من مربع ن ع فنسبة سطح م ن في ن ع مجموعين في ع ش الى السطح
م ن في ن ع مجموعين في ع ش اعظم من نسبة سطح م ن في ن ع مجموعين
في م ع الى مربع ن ع ونسبة سطح م ن في ن ع مجموعين في م ع الى
سطح م ن في ن ع مجموعين في ش ع كنسبة م ع الى ش ع فنسبة م ع
الى ش ع اعظم من نسبة سطح م ن في ن ع في م ع الى مربع ن ع ولذلك
تكون نسبة م ش الى ش ع اعظم من نسبة سطح م ن في ن ع في م ع
مع مربع ن ع الى مربع ن ع وسطح م ن في ن ع في م ع مع مربع
ن ع مساوي لمربع م ن فنسبة م ش الى ش ع اعظم من نسبة مربع
م ن الى مربع ن ع ونسبة م ش الى ش ع كنسبة سطح د ن في م ش
الى سطح د ن في ش ع اعظم من نسبة مربع م ن الى مربع ن ع ولذا
يكون نسبة سطح د ن في م ش الى مربع م ن اعظم من نسبة
سطح د ن في ع ش الى مربع ن ع فاما نسبة سطح د ن في م ش الى المربع

فنسبة سطح د ن في م ش الى سطح د ن في ش ع اعظم

مربع م ن في كنسبة مربع اد الى مربع الضلع القائم من الشكل =
المعمول على بك كما بين في الشكل ... من هذه المقالة واما =
نسبة سطح ح د في غ س الى مربع ت غ فهي كنسبة مربع اد الى مربع
الضلع القائم من الشكل المعمول على ده كما بين ايضا في الشكل
... من هذه المقالة فنسبة مربع اد الى مربع الضلع القائم
من الشكل المعمول على كب اعظم من نسبة مربع اد الى مربع الضلع
القائم من الشكل المعمول على ده فالضلع القائم من الشكل المعمول



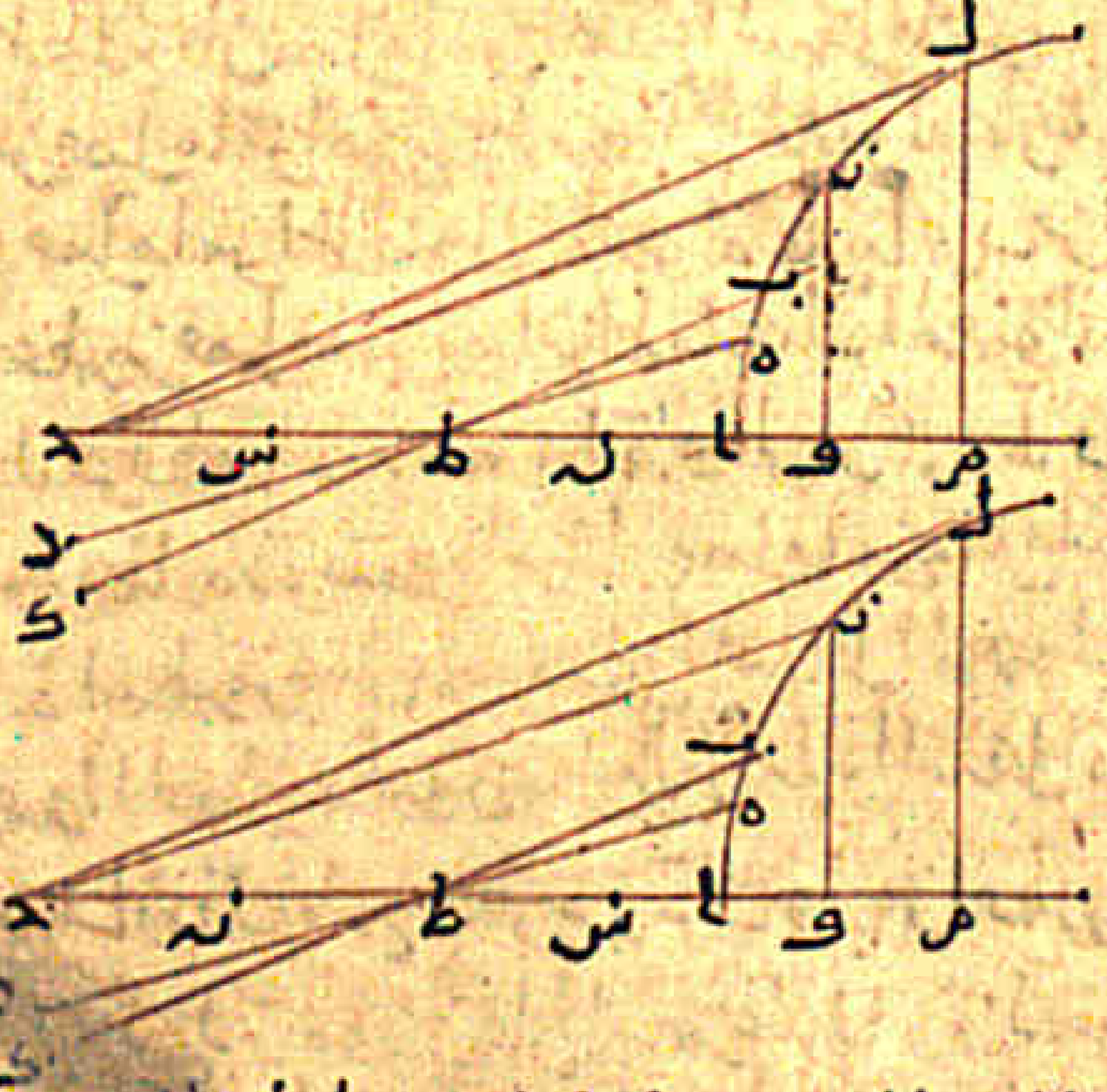
على كب اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول على ده = واما
فان سطح غ س في س ف اعظم من مربع ن س بين من ذلك كما بينا ايضا
ان الضلع القائم من الشكل المعمول على ده اعظم من الضلع القائم
من الشكل المعمول على ن ش وايضا فان سطح ف س في س ا اعظم من مربع
ن س فيكون الضلع القائم من الشكل المعمول على ن ش اعظم من
الضلع القائم من الشكل المعمول على اه وايضا نخرج قطرين اخرين
عن السهم من نقطتي ب ك عليهما زح نح فاقول ان الضلع القائم من
الشكل المعمول على بك اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول على
زح وان الضلع القائم من الشكل المعمول على زح اعظم من
الضلع القائم من الشكل المعمول على نح ونخرج من نقطة ج

خطين موازيين لخطي زح نح عليهما ج د ج ص ونخرج من نقطتي ص د
عمودين على السهم عليهما ذ ص ص ث فيكون سطح ذ س في س م اعظم
من مربع ن س فاذا ادرنا هذا السهم المقدم بين ان نسبة
سطح ح ث في ث ر الى مربع ن ر اعظم من نسبة سطح ن د في د س
الى مربع م د ويبين من ذلك ان الضلع القائم من الشكل المعمول
٦ على نح اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول على كب ولان
سطح ص ث في ث ر اعظم من مربع ن س يكون الضلع القائم من
الشكل المعمول على ث خ اعظم من الضلع القائم من الشكل
المعمول على نح وذلك ما اردنا ان نبين ٥
ولذلك كان قطع زائد وكان الشكل المعمول على سهمه غير متساوي لو
الاضلاع فان فصل ما بين اضلاع الشكل المعمول على السهم اعظم
من فصل ما بين اضلاع الاشكال المعمولة على سائر الاقطار
وفصل ما بين الاشكال المعمولة على ما قرب من الاقطار من السهم
اعظم من فصل ما بين اضلاع الاشكال المعمولة على ما بعد منه
فليكن قطع زائد على سهمه اد وعلى مركزه ط وعلى قطرين اخرين
من اقطاره ده بك فاقول ان فصل ما بين ضلعي الشكل المعمول على
اد اعظم من فصل ما بين ضلعي الشكل المعمول على ده ولان
هذا الفصل اعظم من فصل ما بين ضلعي الشكل المعمول على بك =
برهان ذلك انا نخرج خطي د ر د ل موازيين لقطري ده بك ونخرج
من نقطتي ل ر عمودين على السهم عليهما ر ق ل م ونجعل كل واحد
من نسبتي ... الى ... كنسبة اد الى الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه ولذلك يكون نسبة مربع اد الى مربع ...

لقطر ك ب وخط ل م عمود على السهم فنسبة سطح د ب في ب م الى مربع
فضل ما بين ب ك ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كما تبين في الشكل يو من هذه المقالة ونسبة سطح د ن في ن س
الى مربع س ن اعظم من نسبة د ب في ب ل الى مربع م ب فنسبة
مربع ا د الى مربع فضل ما بين ك ب ومن الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه اعظم من نسبة مربع ا د الى مربع فضل ما بين د ه
ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه ففضل ما بين د ه وبين
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم من فضل ما بين ب ك
ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وذلك ما اردنا ان نبين
لز كل قطع ناقص فان اشكال القطع المعمولة على اقطاره التي هي اعظم
من اطول الاقطار القائمة يكون فضل ما بين ضلعي الشكل منها المعمول
على السهم الاطول اعظم من فضل ما بين اضلاع الاشكال المعمولة
على باقيها وفضل ما بين اضلاع ما عمل منها على ما قرب من السهم
الاطول اعظم من فضل ما بين اضلاع ما عمل على ما بعد فاما الدايا ب
الاقطار من الاشكال المعمولة على الاقطار اعمر من الاضلاع القائمة
فان فضل ما بين ضلعي الشكل المعمول على السهم الاقصر اكبر من فضل
ما بين اضلاع سائر هذه الاشكال وفضل ما بين اضلاع ما عمل
منها على ما قرب من السهم الاقصر اكبر من فضل ما بين اضلاع ما
عمل على ما بعد منه وفضل ما بين ضلعي الشكل المعمول على السهم
الاطول اعظم من فضل ما بين ضلعي الشكل المعمول على السهم
الاقصر فليكن قطع ناقص على سهمه الاطول ا ح وعلى سهمه الاقصر
ه د وعلى قطرين من اقطاره ك ب د ح ولنكن كل واحد من ح

ومن ... فنسبة مربع ا د الى مربع فضل ما بين ب ك

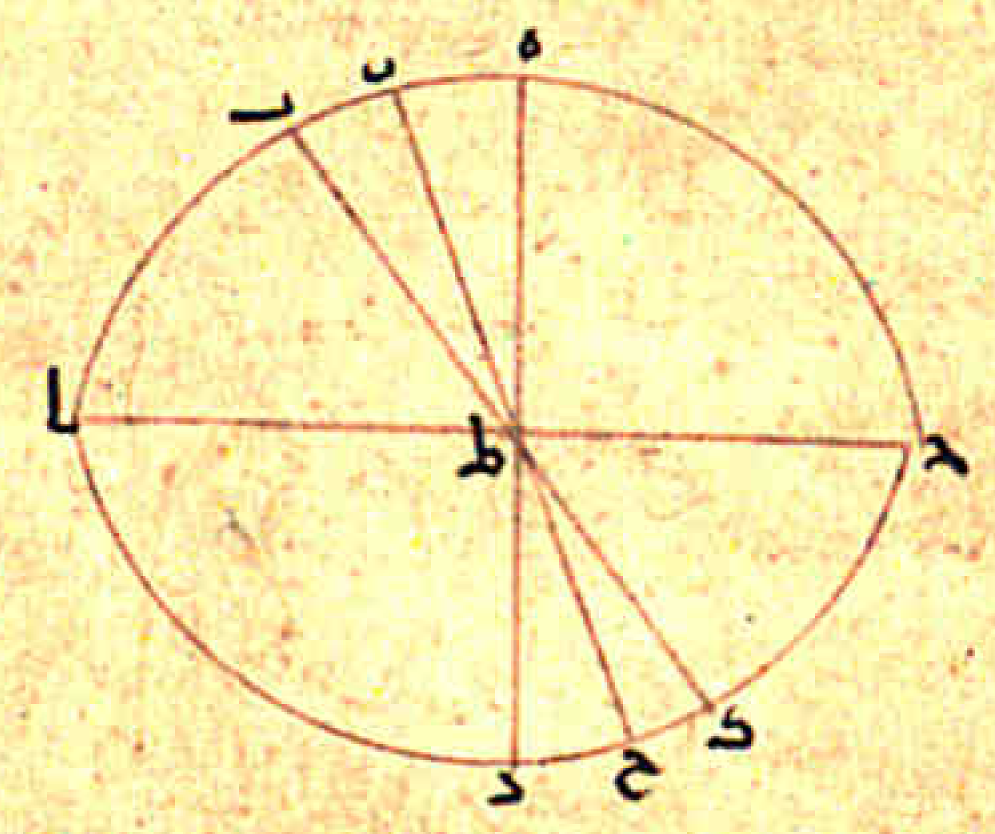
ما بينه ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه كنسبة سطح د ن
في ن س الى مربع ن س وخط ح ن موازي لقطر د ه وخط ن ق عمود على
السهم فنسبة سطح ح ق في ق ا الى مربع فضل ما بين خط ق س
وت كنسبة مربع ا د الى مربع فضل ما بين د ه وبين الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه كما بين في الشكل يو من هذه المقالة
وفضل ما بين خط ق س و ق ن هو خط س ن فنسبة مربع ا د الى
مربع فضل ما بين د ه وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كنسبة سطح ح ن في ن س الى مربع ن س ونسبة سطح ح ن في
س ق الى مربع ن س اعظم من نسبة سطح د ب في ا ب الى مربع
س ب فنسبة مربع ا د الى مربع فضل ما بين د ه ومن الضلع القائم



من الشكل
المعمول عليه
اعظم من نسبة
مربع ا د الى
مربع فضل
ما بينه وبين
الضلع القائم
من الشكل
المعمول عليه
ففضل ما بين
د ه وبين
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اقل من فضل ما بين ... وبين
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وايضا فان ل ح موازي ب

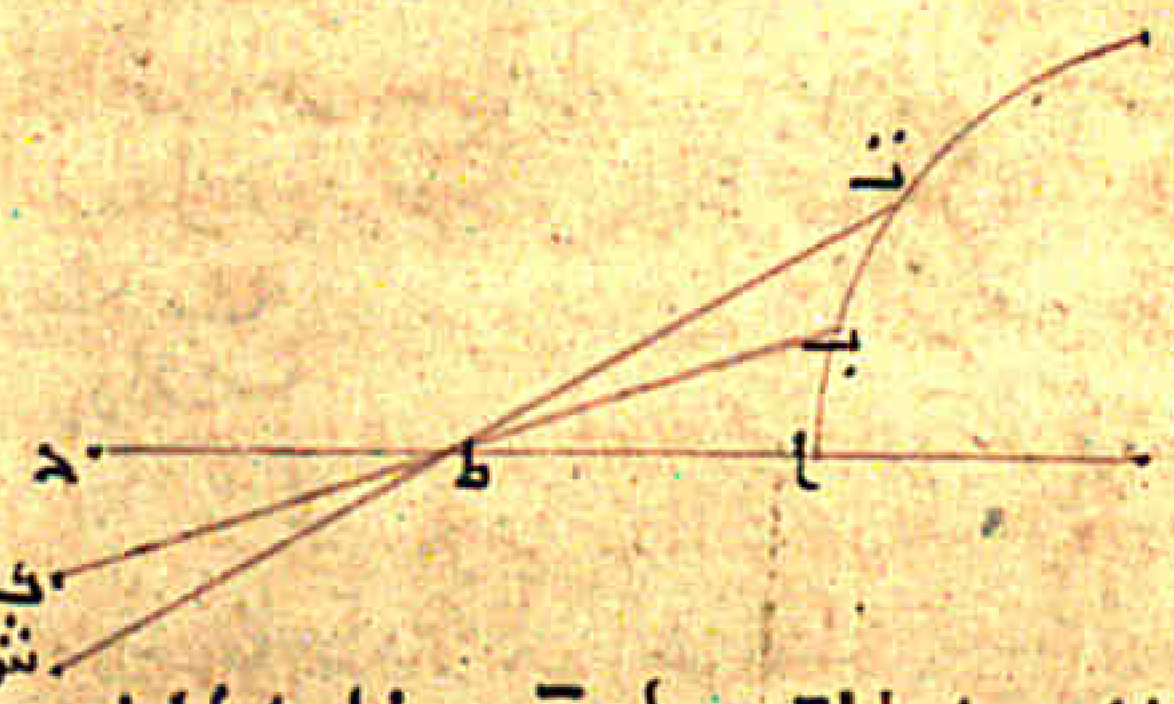
د ب اطول من الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فاقول ان فضل
ما بين ا د وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم من فضل ما
بين ب د ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وان فضل ما بين
د ب وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم من فضل ما بين
د ح ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه برهان ذلك ان
ا د اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وخط د ب
ايضا اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول عليه والضلع
القائم من الشكل المعمول على د ب اعظم من الضلع القائم من
الشكل المعمول على ا د كما بين في الشكل كد من هذه المقالة
ففضل ما بين ا د وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم
من فضل ما بين د ب ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وكذلك
ايضا تبين ان فضل ما بين د ب ومن الضلع القائم من الشكل المعمول
عليه اعظم من فضل ما بين د ح ومن الضلع القائم من الشكل المعمول
عليه وايضا فانا نجعل كل واحد من خطي د ك د ح اعظم من الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه فاقول ان فضل ما بين د ه وبين
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اكثر من فضل ما بين د ح
ومن الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وان فضل ما بين د ح ومن
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم من فضل ما بين د ك ومن
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه برهان ذلك ان د ه اعظم من د ح
والضلع القائم من الشكل المعمول على د ه اعظم من الضلع القائم
من الشكل المعمول على د ح كما بين من هذه المقالة ففضل ما بين
د ه وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه اعظم من فضل ما بين

د ح وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وكذلك ايضا
تبين ان فضل ما بين د ح وبين الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
اعظم من فضل ما بين د ك وبين الضلع القائم من الشكل القائم من
الشكل المعمول عليه وايضا فان نسبة الضلع القائم من الشكل
المعمول على د ه الى د ه كنسبة ا د الى الضلع القائم من الشكل
المعمول على ا د كما بين في الشكل يه من المقالة ا و الضلع
القائم من الشكل المعمول على د ه اعظم من ا د كما بين في الشكل
يه من المقالة ا ففضل ما بين د ه وبين الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه
اعظم من فضل
ما بين ا د وبين الضلع
القائم من
الشكل المعمول
عليه
وذلك ما
اردنا ان نبين



لح اذا كان قطع زائد وكان القطر المجانب من الشكل المعمول على السهم ليس
باعظم من الضلع القائم منه فان الخطوط المخرجة بكل واحد
من اشكاله المعمولة على اقطاره التي ليست سهاما اذا جمعت
اعظم من الخطوط المخرجة بالشكل المعمول على سهمه اذا جمعت
والخطوط المخرجة بالاشكال المعمولة على ما قرب من السهم اقل
من الخطوط المخرجة بالاشكال المعمولة على ما بعد عنه فليكن قطع

رابد على سهمه اه ولا يكون اه باقل من ثلث الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه ولنخرج قطر ازمن اقطاره عليهما ك ب
ن ت فاقول ان الاضلاع المحيطه بالشكل المعمول على اه اقل
من الاضلاع المحيطه بالشكل المعمول على اه اقل من الاضلاع
المحيطه بالشكل المعمول على ك ب وان الاضلاع المحيطه بالشكل
المعمول على ك ب اقل من الاضلاع المحيطه بالشكل المعمول على
ن ت برهان ذلك انا نجعل اولا سهم اه ليس باعظم من الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه فقطر ك ب اعظم من سهم اه وقطر ن ت
اعظم من قطر ك ب فالضلع القائم من الشكل المعمول على ن ت اعظم
من الضلع القائم من الشكل المعمول على ك ب كما تبين في الشكل الخمسين
من هذه المقاله



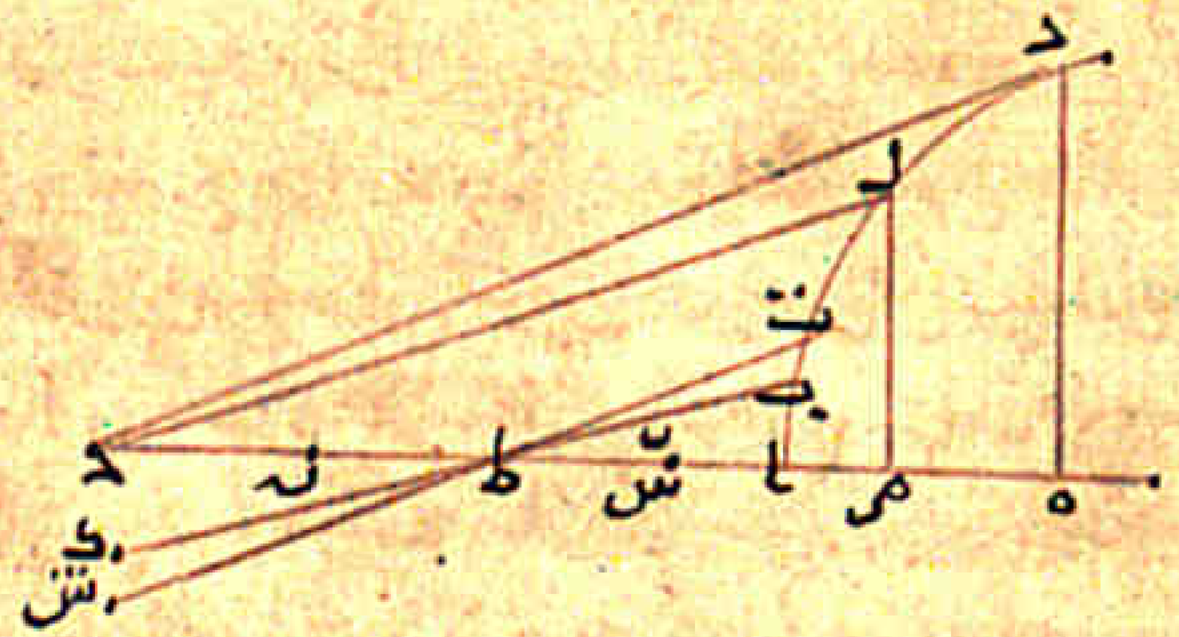
ولذلك ايضا
يكون الضلع
القائم من الشكل
المعمول على
ك ب اعظم
من الضلع
القائم من الشكل المعمول على اه فقطر ن ت مع الضلع القائم من
الشكل المعمول عليه اعظم من قطر ك ب مع الضلع القائم من
الشكل المعمول عليه وقطر ك ب مع الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه اعظم من قطر اه مع الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه فالاضلاع المحيطه بالشكل المعمول على ن ت اذا

جمعت اعظم من الاضلاع المحيطه بالشكل المعمول على ك ب اذا
جمعت وهذه الاضلاع اعظم من الاضلاع المحيطه بالشكل المعمول
على اه اذا جمعت

لط وايضا فانا نجعل اه اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
وليس باعظم من نصف الضلع القائم من الشكل المعمول عليه ولتكن
كل واحد من نسبتي ح ه الى ا ه وا ش الى ح ش كنسبته اه الى الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه ونخرج من نقطة ح خطا موازيا
لقطر ن ت ش ك ب عليهما ح د ك ل ونخرج من نقطتي د ك عمودين
على السهم عليهما د ه ل م فنسبه اه الى الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه كنسبته اش الى ش ح وليس اه باقل من نصف الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه فخط اش ليس باقل من ربع خطي
ه ا ش فالذي يكون من ضرب خطي ه ا ش مجموعين في اش اربع مرات
ليس باقل من مربع خطي ه ا ش مجموعين فنسبته اربعه امثال
السطح الذي يكون من ضرب خطي ه ا ش مجموعين واه الى اربعه
امثال السطح الذي يكون من ضرب خطي ه ا ش مجموعين واش ليست
باعظم من نسبته سطح خطي ه ا ش مجموعين واه الى مربع خطي ه ا
ش مجموعين ولذلك تكون نسبته اه الى اش ليست باعظم من نسبته
اربعه امثال سطح ه ا ش مجموعين واه الى مربع خطي ه ا ش
مجموعين واذا ركبنا كانت نسبته ه ش الى ش ا ليست باعظم من
نسبته اربعه امثال السطح ه ا ش مجموعين واه مع مربع
خطي ه ا ش مجموعين الى مربع خطي ه ا ش مجموعين واربعه
امثال سطح ه ا ش مجموعين واه مع مربع خطي ه ا ش مجموعين

اقل من نسبة مربع خطي م ز م س مجموعين الى مربع ع ونسبة م س الى
س ا اقل من نسبة مربع خطي م ت م س مجموعين الى مربع خطي ا ت ت ه
ا س مجموعين ونسبة م س الى ا س كنسبة سطح د ت ه م س الى سطح
د ت ه ا س فنسبة سطح د ت ه م س الى سطح د ت ه ا س اقل من نسبة
مربع خطي م ت م س مجموعين الى مربع خطي ا ت ا س مجموعين فاذا
بدلنا كانت نسبة سطح د ت ه م س الى مربع خطي م ت م س اقل من
نسبة سطح د ت ه ا س الى مربع خطي ا ت ا س مجموعين واما نسبة
سطح د ت ه م س الى مربع خطي م ت م س مجموعين فهي كنسبة مربع
ا د الى مربع قطر د ب مع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كما بين في الشكل من هذه المقالة واما نسبة سطح د ت ه ا س
الى مربع خطي ا ت ا س مجموعين فهي كنسبة مربع ا ج الى مربع قطر
ا ج مع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فنسبة مربع ا د الى
مربع ضلعي الشكل المعمول على د ب اقل من نسبة مربع ا ج الى
مربع ضلعي الشكل المعمول على ا ج فضلعا الشكل المعمول على د ب
اذا جمعا اعظم من ضلعي الشكل المعمول على ا ج ولذلك يكون الاضلاع
المحيطة بالشكل المعمول على د ب اذا جمعت اعظم من الاضلاع المحيطة
بالشكل المعمول على ا ج وايضا فان م س اعظم من مربع خطي م ت م س
مجموعين فالذي يكون من ضرب ت م م س مجموعين في م س اربع مرات
اعظم من مربع خطي م ت م س مجموعين فبين من ذلك كما بينا انها
ان نسبة سطح د ت ه في س ه الى مربع خطي ت ه ه س مجموعين اقل
من نسبة سطح د ت ه في س م الى مربع خطي ت م م س مجموعين فاما
نسبة سطح د ت ه في س ه الى مربع خطي ت ه ه س مجموعين فهي كنسبة

مربع ا د الى مربع ضلعي الشكل المعمول على ش ت كما بين في الشكل
من هذه المقالة ولذلك يكون نسبة سطح د ت ه في م س الى مربع
خطي م س م ت كنسبة مربع ا د الى مربع ضلعي الشكل المعمول على
د ب ونسبة مربع ا د الى مربع ضلعي الشكل المعمول على ش ت
اقل من نسبته الى مربع ضلعي الشكل المعمول على د ب فضلعا
الشكل المعمول على ش ت اذا جمعا اعظم من ضلعي الشكل المعمول
على د ب اذا جمعا ولذلك يكون اضلاع الشكل المعمول على ش ت
اذا جمعت اعظم
من اضلاع
الشكل المعمول
على د ب اذا
جمعت وذلك
ما اردنا ان
نبين ه



م اذا كان قطع زائد وكان قطره المجانب اقل من مثل ضلعه القائم فان
عن جنبتي سهمه قطرين كل واحد منهما مساوي لمثل ضلعه القائم
والاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على كل واحد منهما اذا
جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بكل واحد من الاشكال المعمولة
على الاقطار التي وجدته والاضلاع المحيطة بالاشكال المعمولة
على ما قرب منه اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بالاشكال المعمولة
على ما بعد فنجعل الصورة التي في الشكل له باقية على حالها فيكون ا س
اقل من مثل ا ب ويكون لذلك ا س اقل من نصف س ت فنجعل م س مساويا

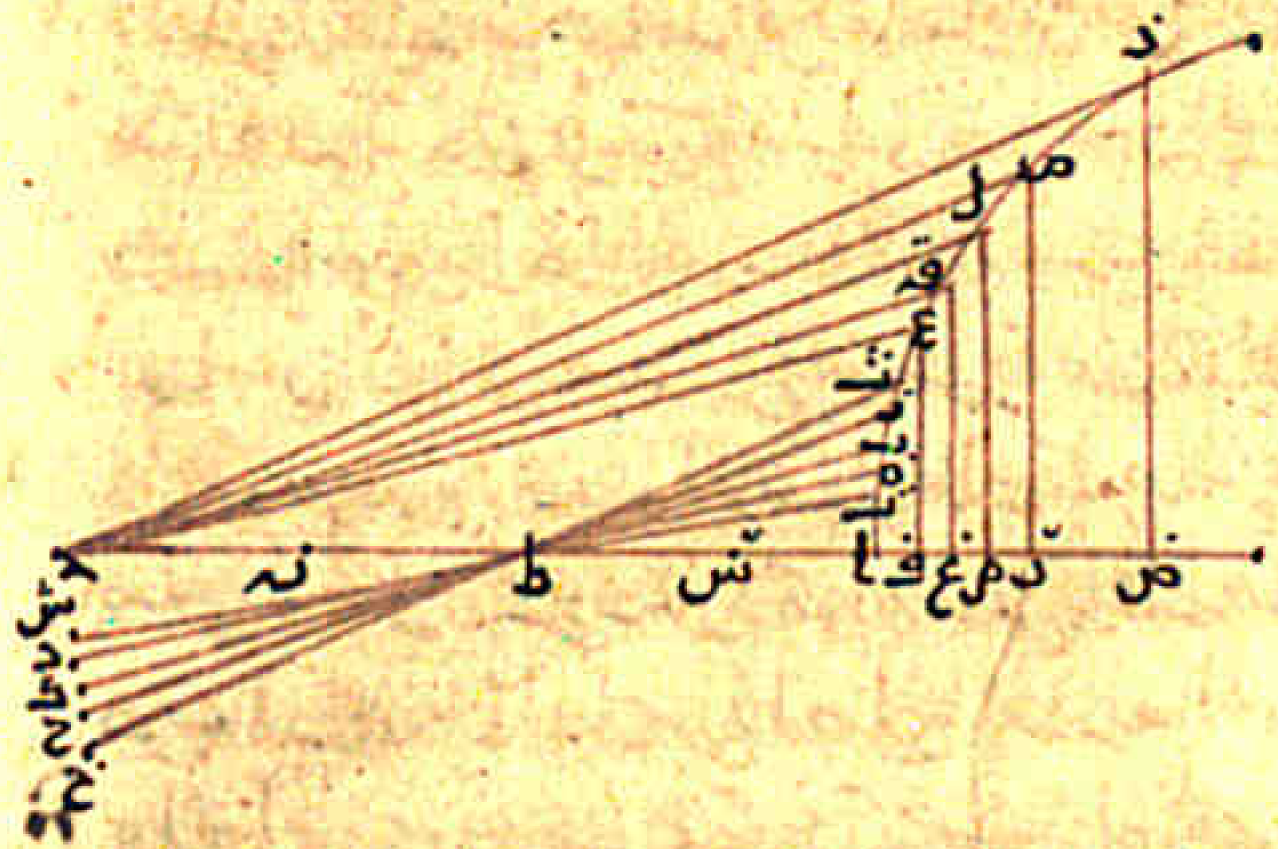
لنصف ب ن وتخرج من نقطة م عمود ا على السهم عليه م ل ونصل خط
د ل وتخرج قطر اه واب بالخط د ل عليه د ت فيكون نسبة ب م الى
م ن كنسبة د ت الى الضلع القائم من الشكل المعمول عليه كما
بين في الشكل ق من هذه المقالة و م ب مثل م ن فـ د ت مثل الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه فليقع فيما مر ب اه طرا ان على ما ده
ب ن ت كيف ما وقعا ونخرج خطي د ق ز ح ع موازيين لهما ونخرج خطي
ق ح ع ف عمودين على السهم فخط م ب ربع خطي م ب م ن فيكون
لذلك مربع خطي م ن م ب مجموعين اعظم من سطح خطي م ن ب غ
مجموعين و م ب اربع مرات فلهي سطح خطي ن م ب غ مجموعين
في م غ اربع مرات فهما جميعا مربع خطي ن غ ب مجموعين
اعظم من سطح خطي م ن ب غ مجموعين في ب غ اربع مرات فنسبة
سطح ن م ب غ مجموعين في م غ اربع مرات الى سطح ن م ب غ مجموعين
في ب غ اربع مرات اعظم من نسبته الى مربع خطي ن غ ب غ مجموعين
ونسبة سطح ن م ب غ مجموعين في م غ اربع مرات الى سطح ن م
ب غ مجموعين في ب غ اربع مرات كنسبة م غ الى ب غ فنسبة
م غ الى ب غ اعظم من نسبة سطح ن م ب غ مجموعين في م غ اربع
مرات الى مربع خطي ن غ ب مجموعين واذا كان كذلك كانت نسبة
م ب الى ب غ اعظم من نسبة سطح ن م ب غ مجموعين في م غ اربع
مرات مع مربع خطي ن غ ب مجموعين الى مربع خطي ن غ ب
مجموعين وسطح ن م ب غ مجموعين في م غ اربع مرات مع مربع خطي
ن غ ب مجموعين مساو لمربع خطي ن م م ب فنسبة م ب الى
ب غ اعظم من نسبة مربع خطي ن م م ب مجموعين الى مربع خطي

ن غ ب مجموعين ونسبة م ب الى ب غ كنسبة سطح د ت و م ب
الى سطح د ت في ب غ فنسبة سطح د ت و م ب الى سطح د ت في ب غ
اعظم من نسبة مربع خطي ن م م ب مجموعين الى مربع خطي ن غ
غ ب ولذلك لما كان نسبة سطح د ت في م ب الى مربع خطي ن م
م ب مجموعين اعظم من نسبة سطح د ت في ب غ الى مربع خطي ن غ
غ ب مجموعين واما نسبة سطح د ت في م ب الى مربع خطي ن م
م ب مجموعين فهي كنسبة مربع اه الى مربع ضلعي الشكل
المعمول على ك ب كما بين في الشكل ب من هذه المقالة واما
نسبة سطح د ت في ب غ الى مربع خطي ن غ غ ب مجموعين فهي
كنسبة مربع اه الى مربع ضلعي الشكل المعمول على ده مجموعين
كما بين ايضا في الشكل ب من هذه المقالة فنسبة مربع اه
الى مربع ضلعي الشكل المعمول على ك ب اعظم من نسبته الى مربع
ضلعي الشكل المعمول على ده فالاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على
ك ب اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على ده
وايضا فان مربع خطي غ ب غ ن مجموعين اعظم من سطح خطي غ ن ب ف
مجموعين في ب ف فتبين من ذلك كما بينا ان الخطوط المحيطة
بالشكل المعمول على ب ن ت اذا جمعت وايضا فان السطح الذي يكون من
ضرب ف ن ب ن مجموعين في ب ف اربع مرات اقل من مربع خطي ن ف
ف ب مجموعين فتبين من ذلك ايضا كما بينا ان الخطوط المحيطة بالشكل
المعمول على ب ن ت اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بالشكل المعمول
على اه اذا جمعت وايضا فانا نخرج قطري ز ح ت ح ونجعلهما البعد
عن اه من قطري ك ب ونخرج من نقطة ح خطين موازيين لهما على ما

قلت هذا الشك وهم وصوابه
ان يقول فان السطح الذي يكون
من ضرب ف ن ب ن مجموعين
في ف ب وسائر هذا الكتاب
الوهم الذي قبله وحكمه في جوابه

[illegible]

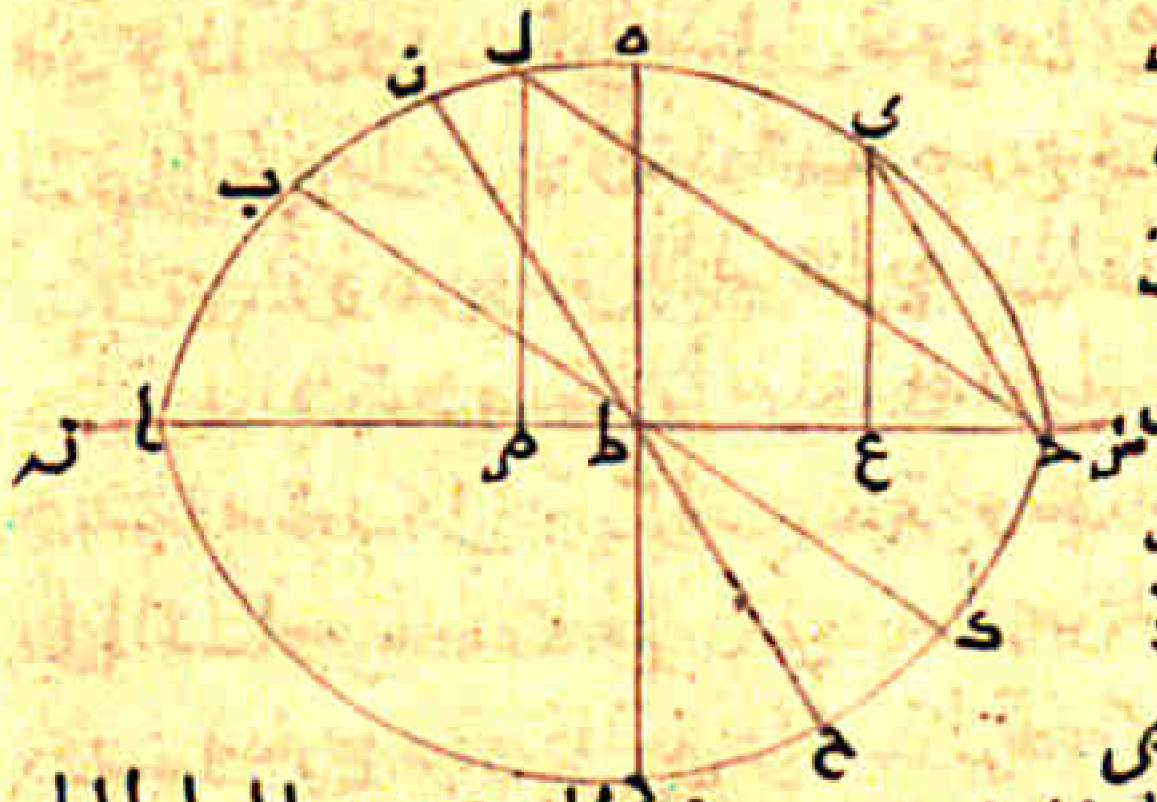
د ذ د ص ويخرج من نقطتي د ص عمودين على السهم عليهما د ح ص و ويخرج
من نقطتي ذ ص عمودين على السهم عليهما ذ ض ص ز فيكون سطح خطي ذ ز نه
مرتين مجموعين في مر ش اربع مرات اعظم من مربع خطي مر نه مر ش
مجموعين فاذا جعلنا سطح ذ م في خطي ذ نه مر ش مجموعين لربع
مرات مشتركا تبين من ذلك كما بينا انفا ان الخطوط المحيطة بالشكل
المعمول على ذ ح اذا جمعت اعظم من الخطوط المحيطة بالشكل المعمول
على ب ك اذا جمعت وايضا فان التي تكون من ضرب ض نه ذ ش مجموعين
في ذ ش اربع مرات
اعظم من مربع
خطي ذ نه ذ ش
مجموعين فتبين
من ذلك ايضا
ان الخطوط المحيطة
بالشكل المعمول
على ذ ح اذا



جمعت اعظم من الاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على ذ ح اذا جمعت
وذلك ما اردنا ان نبين ٥
وقد وضح مما ذكرنا ان الاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على سهمه الاطول
اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بكل شكل يعمل على غيره من اقطاره
والاضلاع المحيطة بالاشكال المعمولة على ما قرب من السهم
الاطول اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على
ما بعد والاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على السهم الاصغر

اذا جمعت اعظم من الاضلاع المحيطة بالاشكال المعمولة على
غيره من الاقطار ولتكن السهم الاطول من سهمي القطع الناقص اح
وسهمه الاقصر ذ ه ولتكن اقطار اخر من اقطاره عليها ك د ح
ولنخرج خطا ح ح موازيا لسهم القطرين ونخرج الى السهم
عمودا نعلمها ل م ح ع ولتكن نسبة د نه الى اذ كنسبة اح الى
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه وكذلك نجعل نسبة اس الى
س د فيكون نسبة مربع اد الى مربع الخط المساوي لقطر اد مع
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه كنسبة مربع نه د الى
مربع نه س وكنسبة سطح ن د في اس الى مربع نه س لان سطح
نه د في اس مثل مربع نه د ونسبة مربع اد الى مربع ه د كنسبة
نه د الى ش نه في س ش بالشكل الثالث من المقالة ا لان نسبة مربع
اد الى مربع ذ ه كنسبة اد الى ضلعه القائم ونسبة نه د الى ش
كنسبة سطح نه د في ش الى مربع د ش ونسبة مربع ذ ه الى مربع
الخط المساوي لخط ذ ه مع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كنسبة مربع د ش الى مربع نه ش لما بين في الشكل من
المقالة ا فنسبة مربع اد الى مربع الخط المساوي لقطر د ه مع
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه كنسبة سطح نه د في د ش
الى مربع نه ش وقد كانت نسبة سطح نه د في اس الى مربع س نه
كنسبة مربع اد الى مربع الخط المساوي لخط اد مع الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه فنسبة اد الى اد مع الضلع القائم له
اعظم من نسبة اد الى د ه مع ضلعه القائم والاضلاع المحيطة
بالشكل المعمول على اد اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بالشكل

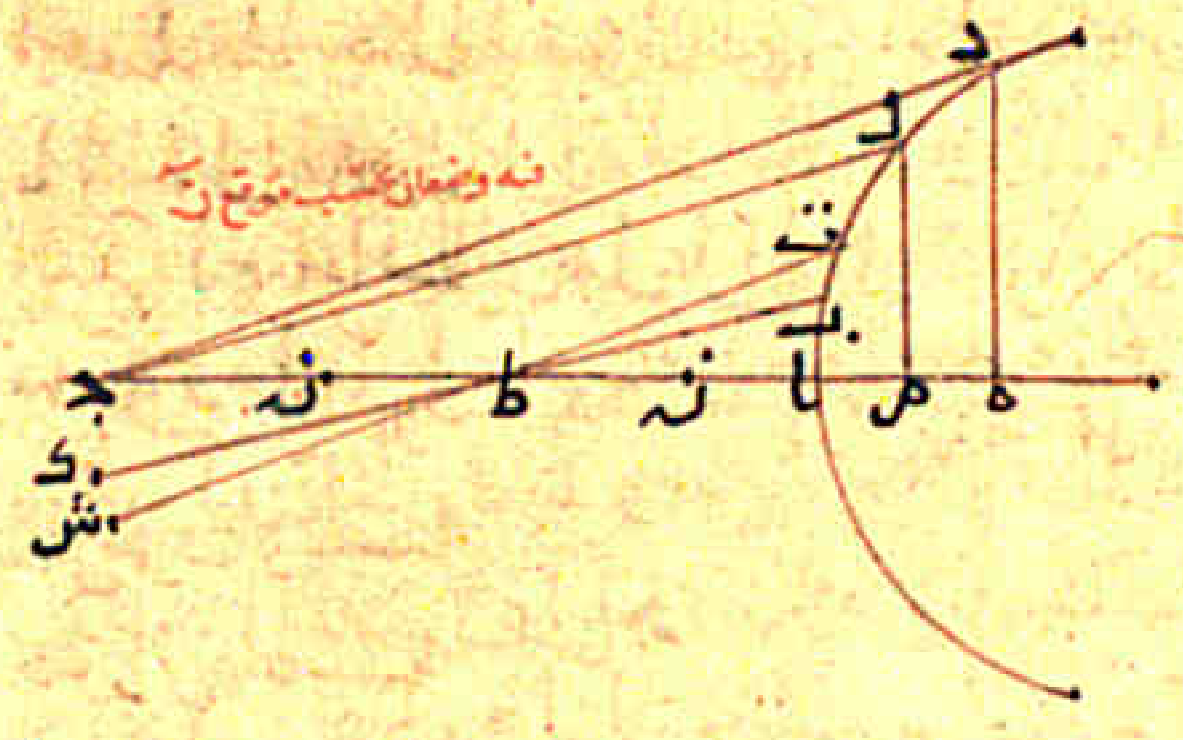
المعمول على ده اذا جمعت ونسبة سطح ند في مثل الى مربع دش
كنسبة مربع اد الى مربع الخط المساوي لقطر كب مع الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه كما تبين في الشكل يب من هذه المقالة
فنسبة اد الى دح مع الضلع القائم اعظم من نسبته الى كب مع
ضلعه القائم والاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على اد اذا جمعت
اقل من الاضلاع المحيطة بالشكل المعمول على كب واذا كان نسبة
سطح ند في مثل الى مربع دش كنسبة مربع اد الى مربع الخط
المساوي لقطر كب مع الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
كما تبين في الشكل
يب من هذه المقالة



ولذلك انما يكون
نسبة سطح ند في
ع س الى مربع دش
كنسبة مربع اد
الى مربع الخط المساوي
لقطر دح مع الضلع القائم فنسبة اد الى كب مع الضلع القائم
له اعظم من نسبته الى دح مع الضلع القائم له والاضلاع المحيطة
بالشكل المعمول على كب اذا جمعت اقل من الاضلاع المحيطة بالشكل
المعمول على دح اذا جمعت ولما كان نسبة دز في مثل الى مربع — سطح
دش كنسبة مربع اد الى مربع الخط المساوي لقطر دح مع
الضلع القائم له كما تبين في الشكل يب من هذه المقالة وقد
تبين ان نسبة سطح ند في مثل الى مربع دش كنسبة مربع

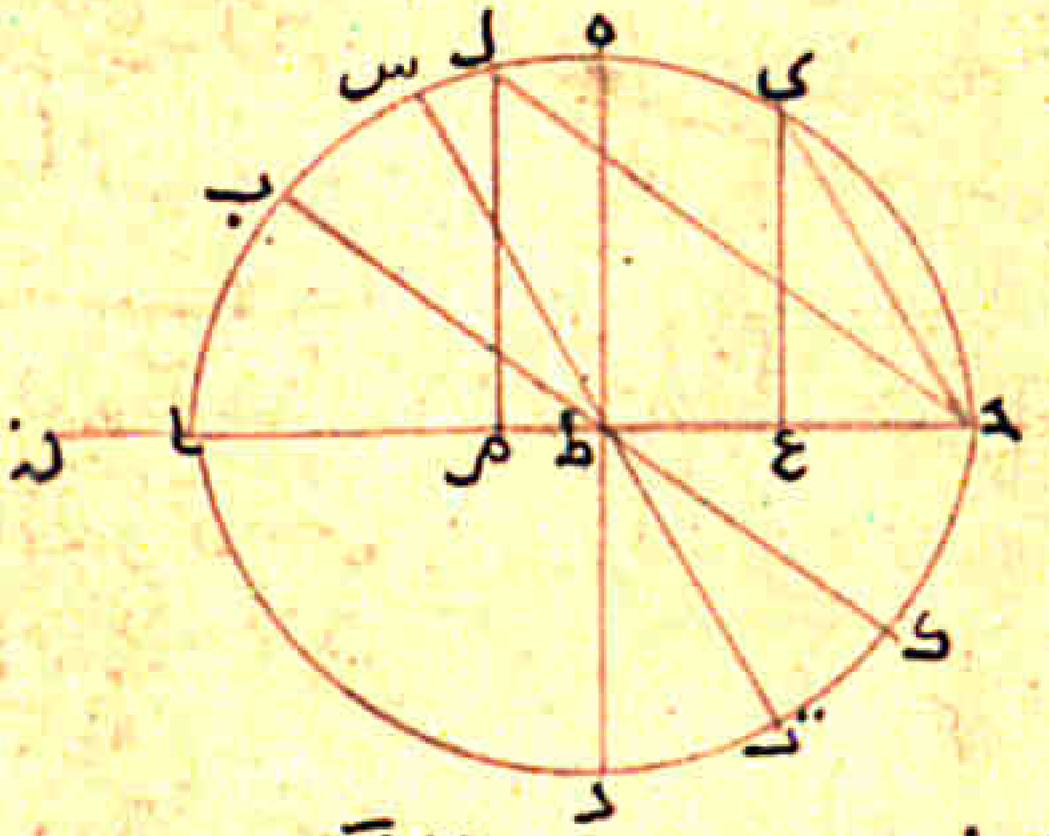
اد الى مربع ده مع الضلع القائم له فنسبة اد الى دح مع ضلعه
القائم اعظم من نسبته الى ده مع ضلعه القائم والاضلاع
اقل — المحيطة بالشكل المعمول على دح اذا جمعت من الاضلاع المحيطة
بالشكل المعمول على ده اذا جمعت وذلك ما اردنا ان نبين
مب — اعم الاشكال التي تعمل على اقطار القطع الزائد هو المعمول على
سهمه وما عمل على ما قرب من السهم اعم مما عمل على ما بعد فليكن
قطع زائد على سهمه اد وعلى قطرين من اقطاره كب شث فاقول
ان الشكل المعمول على اد اعم من الاشكال التي تعمل على غيره
من اقطار القطع وان الشكل المعمول على كب اعم من الشكل
المعمول على شث برهان ذلك انا نخرج خطي حل دم موازيين لقطري
كب شث ونخرج على السهم عمودي ده لم ونجعل نسبة
در الى ات كنسبة اد الى الضلع القائم من الشكل المعمول عليه
فيكون نسبة در الى را كنسبة مربع اد الى الشكل المعمول
على اد ونسبة ند الى رم كنسبة مربع اد الى الشكل
المعمول على كب كما تبين في الشكل يح من هذه المقالة ونسبة
در الى ان اعظم من نسبته الى رم ونسبة مربع اد الى الشكل
المعمول على اد اعظم من نسبته الى الشكل المعمول على كب فالشكل
المعمول على اد اصغر من الشكل المعمول على كب والشكل المعمول
ولما كان نسبة در الى نه كنسبة مربع اد الى الشكل المعمول
على شث كما تبين في الشكل يح من هذه المقالة ولذلك انما يكون
نسبة در الى رم كنسبة مربع اد الى الشكل المعمول على
كب ونسبة در الى رم اعظم من نسبته الى ره ونسبة مربع

اد الى الشكل المعمول على كب اعظم من نسبته الى الشكل المعمول
على شت فالشكل اذا المعمول على كب اصغر من الشكل المعمول
على شت وذلك



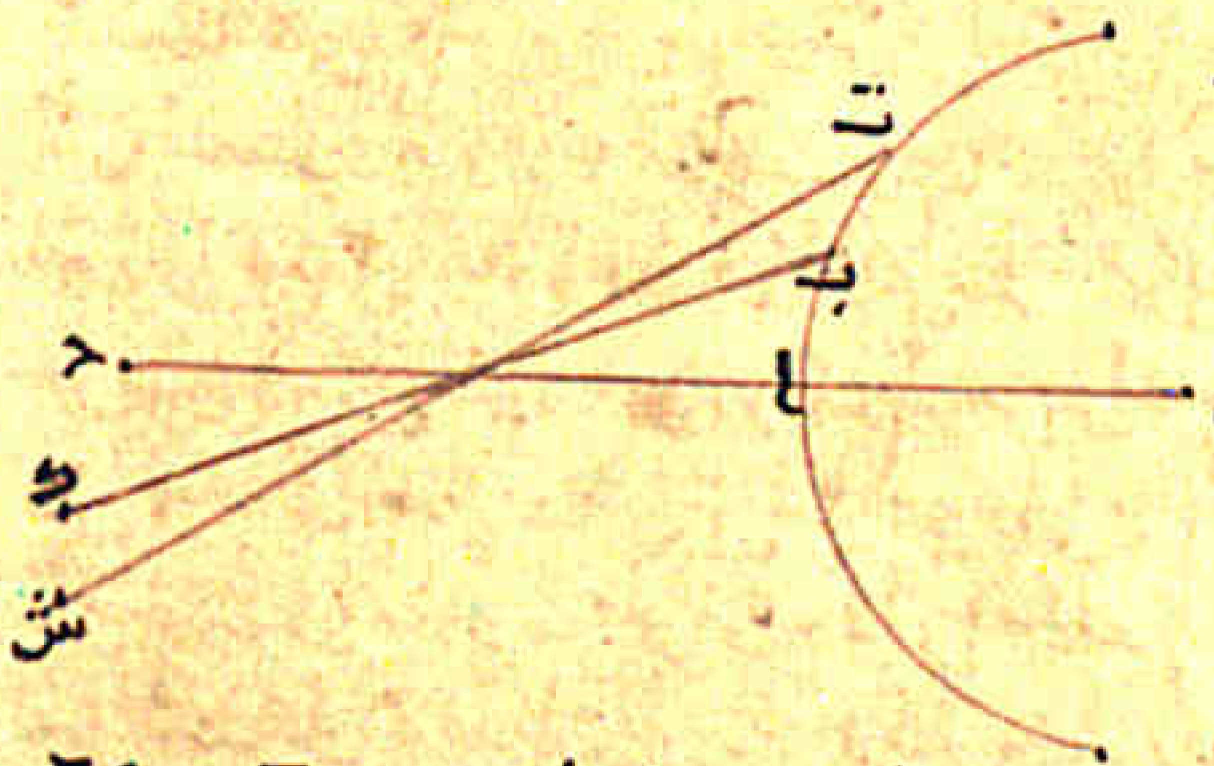
ما اردنا ان
نبين ه
مج اصغر الاشكال
المعمولة على
اقطار القطع
الناقص هو
الشكل المعمول على السهم الاطول واعظمها المعمول على
السهم الاصغر وما عمل على ما قرب من السهم الاطول اصغر مما
بعد فليكن قطع ناقص على سهمه الاطول اد وعلى سهمه الاقصر
ده وعلى قطرين اخرين من اقطاره كب شت فاقول ان الشكل
المعمول على اد اصغر من الشكل المعمول على كب وان الشكل
المعمول على كب اصغر من الشكل المعمول على شت وان الشكل
المعمول على شت اصغر من الشكل المعمول على ده برهان ذلك
انا نخرج خطي حل حتى موازيين لقطري كب شت ونخرج على السهم
عمودي لم تع ونجعل نسبة دن الى نا كنسبة اد الى
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فتكون نسبة مربع
اد الى الشكل المعمول على اد كنسبة نه الى نا ومربع
اد مساوي للشكل المعمول على ده كما تبين في الشكل ١٥ من
المقالة ٧ فالشكل المعمول على ده اعظم من الشكل المعمول

على اد ونسبة دن الى نم كنسبة مربع اد الى الشكل
المعمول على كب كما تبين في الشكل من هذه المقالة



ولذلك تكون نسبة
دن الى نع كنسبة
مربع اد الى الشكل
المعمول
على شت ونسبة
دن الى نه
كنسبة مربع اد
الى الشكل المعمول على ده ونسبة دن الى نز كنسبة مربع
اد الى الشكل المعمول على اد ونز اصغر من نم ونم اصغر
من نع ونع اصغر من نه فالشكل المعمول على اد اصغر
من الشكل المعمول على كب والشكل المعمول على كب اصغر
من الشكل المعمول على شت والشكل المعمول على شت اصغر
من الشكل المعمول على ده وذلك ما اردنا ان نبين ه
مد اذا كان قطع زائد وكان القطر المجانب من الشكل المعمول
على سهمه اما ان لا يكون اصغر من الضلع القائم منه واما
ان يكون اصغر منه وليس مربعه باصغر من نصف مربع فضل
ما بينه وبينه فان مربعي ضلعي الشكل المعمول على السهم اذا
جمعا اقل من مربعي ضلعي كل شكل معمول على قطر من اقطاره
الباقية فليكن قطع زائد على سهمه اد وعلى قطرين من اقطاره كب
شت ولكن اد اما غير ناقص عن الضلع القائم من الشكل

المعمول عليه واما ان يكون اعظم منه وليس مربعه اعظم من ضعف
مربع فضل ما بينه وبينه فاقول ان مربعي ضلعي الشكل المعمول
على اد اذا جمعا اقل من مربعي ضلعي الشكل المعمول على اد اذا
جمعا اقل من مربعي ضلعي الشكل المعمول على دب وان مربعي ضلعي
الشكل المعمول على دب اقل من مربعي ضلعي الشكل المعمول على
شزت برهان ذلك انا نجعل اولا اد ليس باعظم من الضلع القائم
من الشكل المعمول عليه فيكون الضلع القائم من الشكل المعمول
على دب اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول على اد كما



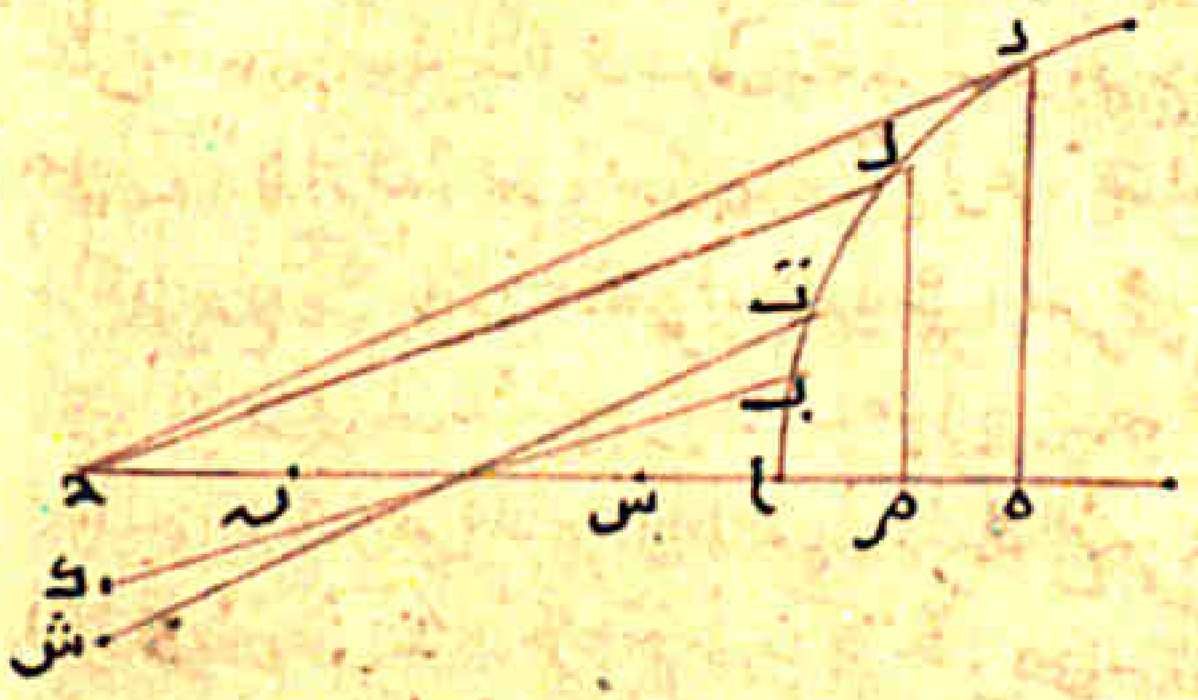
بين في الشكل
ك من هذه المقالة
ولذلك يكون
الضلع القائم
من الشكل =
المعمول على شزت
اعظم من الضلع
القائم من الشكل المعمول على دب ولد اعظم من دب ودب
اعظم من شزت فمربعا ضلعي الشكل المعمول على اد اعظم من مربعي
ضلعي الشكل المعمول على دب ومربعا ضلعي الشكل المعمول
على دب اعظم من مربعي ضلعي الشكل المعمول على شزت ٥
ولنا فانجعل اد اعظم من الضلع القائم من الشكل المعمول عليه ٥٨
وليس مربعه باعظم من ضعف مربع فضل ما بينه وبينه ونثبت
الصورة على ما كانت عليه في الشكل الذي قبل هذا ولنكن كل

303 ٢١١

واحد من نسبة ده الى اه واما الى ده فكنسبة اد الى الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه فمربعا فضلا مربع اه ليس باقل من
مربع ه د لان اه مثل ده ونسبة اد الى ضلعه القائم
كنسبة اه الى ه د ومربع اد ليس باقل من ضعف مربع فضل
ما بينه وبين ضلعه القائم ونخرج قطري دب شزت ونخرج خطي دكد
دل موازيين لهما ونخرج الى الاسهم عمودي ده لم فنسبة اد الى
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه كنسبة ده الى اه
وكنسبة اه الى ه د ومربع اه ليس باعظم من ضعف مربع
ه د فالذي يكون من ضرب ه م في اه مرتين اعظم من مربع
ه د فنجعل سطح ه د في اه مشتركا فيكون سطح خطي ه م اه
مجموعين في اه مرتين اعظم من الذي يكون من ضرب ه د في اه
مرتين مع مربع ه د وهو اذا اعظم من مربعي ه د اه ولذلك
يكون نسبة سطح خطي ه م اه مجموعين في ام مرتين الى سطح
خطي ه م اه مجموعين في اه مرتين اعظم من نسبته الى مربعي
اه ه د ونسبة سطح ه م اه الى اه كنسبة ام الى اه مجموعين
مجموعين في ام مرتين الى سطح ه م اه مجموعين في اه مرتين
كنسبة ام الى اه فنسبة ام الى اه اقل من نسبة ه م اه
مجموعين في ام مرتين الى مربعي اه ه د ومربعا ه م مثل
مربعي ه د اه مع سطح خطي ه م اه مجموعين في ام مرتين فنسبة
ه م الى اه اعظم من نسبة مربعي ه م الى مربعي اه ه د فنسبة
ه م الى اه كنسبة سطح ده في ه م الى سطح ده في اه فنسبة
سطح ده في ه م الى سطح ده في اه اقل من نسبة مربعي ه م ش

[illegible]

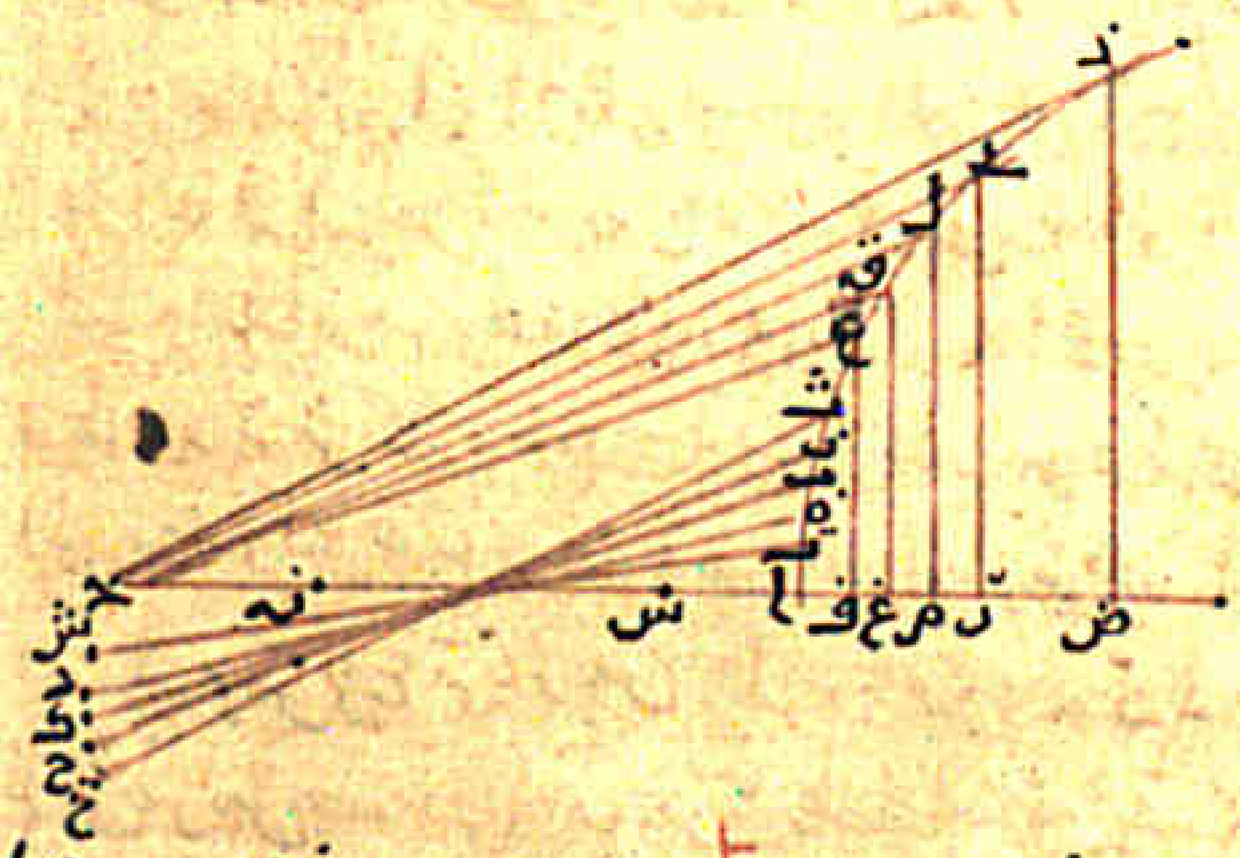
الى مربعى از اش واذا ذلك كانت نسبة سطح د ه في م ش الى مربعى
م ر م ش اقل من نسبة سطح ح ت ات الى مربعى از اش ونسبة سطح ٤٥
د ه في م ش الى مربعى ه م م ش كنسبة مربع اح الى مربعى ضلعى
الشكل المعمول على ك ب كما تبين في الشكل ي ط من هذه المقالة
ونسبة سطح د ه في اش الى مربعى از اش كنسبة مربع اح الى
مربعى ضلعى الشكل المعمول على اح كما تبين من الاشياء المتقدمة
وهذا الشكل فنسبة مربع اح الى مربعى ضلعى الشكل المعمول
على ك ب اقل من نسبته الى مربعى ضلعى الشكل المعمول على اح



فمربعا ضلعى الشكل المعمول على ك ب اعظم من مربعى ضلعى الشكل المعمول على اح واما فان مثلى مربع
م ش اعظم من مربع ه ش وسطح ه ش في م ش من م س اعظم من
مربع ه ش فمن كما بينا فيما تقدم ان مربعى ضلعى الشكل المعمول
على ش ت اعظم من مربعى ضلعى الشكل المعمول على ك ب وذلك
وذلك ما اردنا ان نبين
فان كان مربع القطر المجانب اقل من ضعف مربع مثل ما بينه وبين مو
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فانه على حسب السهم قطرين
مساوى مربع كل واحد منهما لضعف مربع مثل ما بينه وبين الضلع

القائم من الشكل المعمول عليه ومربعا ضلعى الشكل المعمول
عليه اذا جمعا اقل من مربعى ضلعى كل شكل يعمل على قطر من الاقطار
الاخر في جهته ومربعا ضلعى ما يعمل منها على ما قرب منه منها
في جهته اصغر من مربعى ضلعى ما يعمل على ما بعد فليكن السهم القطع
اح وليكن مربع اح اقل من ضعف مربع مثل ما بينه وبين الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه وليكن كل واحدة من نسبتى د ح ه
الى ح ا واش الى ح ش كنسبة اح الى الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه فيكون مثلا مربع اش اقل من مربع ش ح ه ونجعل
مثلى مربع م ش مساويا لمربع ش ح ه ونخرج من نقطة م عمودا
على السهم عليه ل م ونصل خط ح ل ونخرج من نقطة ل قطر ك ب
موازيا لخط ح ل فيكون نسبة م ش الى م ه كنسبة ك ب الى الضلع
القائم من الشكل المعمول عليه كما تبين في الشكل ى من هذه
المقالة ولذلك يكون مربع ك ب مثلى ضعف مربع مثل ما بينه وبين
الضلع القائم من الشكل المعمول عليه فنخرج فيما بين نقطتى ا ب
قطر ه د ه ش ت ونخرج خط ح ر ق ونخرج ع موازيين لهما ونخرج الى
السهم عمودى ق ق ع ع ق ومثلا مربع م ش مساوى لمربع ش ح ه
فسطح م ش في ع ش م س اقل من مربع ه ش ونجعل سطح ع ه في
ع ش م س مشتركا فيكون سطح ح م في ع ش مجموعين في ع ش
م س اقل من مربعى ه ع ع ش فبين من ذلك كما بين في الشكل
الذي قبل هذا ان مربعى ضلعى الشكل الذي قبل هذا ان مربعى ضلعى
الشكل المعمول على ك ب اقل من مربعى ضلعى الشكل المعمول
على د ه واما فان سطح غ ش في ش ق م س اقل من مربع ش ه

فيجعل سطح ه ق في ف س مثل سطح شرك فيكون سطح خط غ ه س ف
مجموعين في ش ق مثل ش اقل من مربع ضلعي ه ف في س وس
من ذلك ايضا كما تبين في الشكل الذي قبل هذا ان مربع ضلعي
الشكل المعمول على ده اقل من مربع ضلعي الشكل المعمول على
ش ن وايضا فان سطح ف س في ش ا مثل ش اقل من مربع ه س في س
من ذلك ايضا كما تبين ايضا ان مربع ضلعي الشكل المعمول على
ش ت اقل من مربع ضلعي الشكل المعمول على ا ح وايضا فانا نخرج
قطري ن ح ث ح ولتكن القاعدة على السهم من قطر ك ب ونخرج
خطي ح ك ح ز موازيين لهما ونخرج الى السهم عمودي ض ك ز ك فسطح
ه س في ش م اعظم من مربع ه س فتبين من ذلك كما تبين ايضا ان



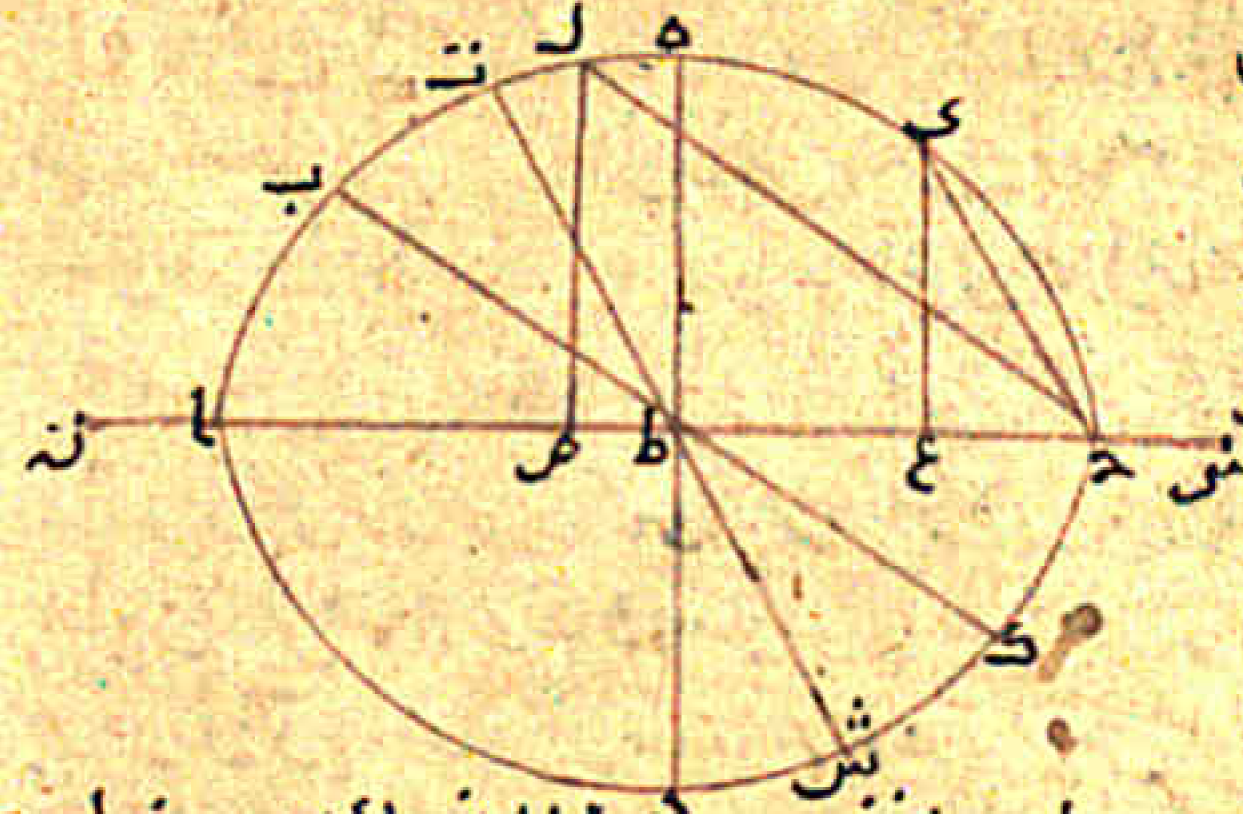
مربع ضلعي
الشكل
المعمول
على ن ح
اعظم من
مربع ضلعي
الشكل
المعمول على
ك ب وايضا فان سطح ض س في ش ز اعظم من مربع ش س فتبين كما
تبين ايضا ان مربع ضلعي الشكل المعمول على ث خ اعظم من مربع
ضلعي الشكل المعمول على ن ح وذلك ما اردنا ان نبين ٥
اذا كان قطع ناقص وكان مربع القطر المجانس من الشكل المعمول على

سهمه الاطول ليس باعظم من نصف مربع ضلعي الشكل المعمول
عليه اذا جمعا فان مربعي ضلعي الشكل المعمول على السهم الاطول اعظم
من مربعي ضلعي سائر الاشكال المعمولة على اقطاره ومربعا ضلعي
ما عمل على ما قرب منه اعظم من مربعي ضلعي ما عمل على ما بعد منه
واصغرها مربعا ضلعي الشكل المعمول على السهم الاقصر فليكن
قطع ناقص على سهمه الاطول ا د وعلى الاقصر ده ولتكن مربع
ا د ليس باعظم من نصف مربعي ضلعي الشكل المعمول عليه ولنخرج في
القطع قطران اخران عليهما ك ب ش ت ونخرج خطي ح ك ح ز موازيين
لهما ونخرج الى السهم عمودي ك م ز غ ونجعل كل واحد من نسبتي
د ت الى ا ت وا ش الى ش ح كنسبة ا د الى الضلع القائم من الشكل
المعمول عليه فيكون نسبة سطح ت د في ا ش الى مربعي ت د ح س
كنسبة مربع ا د الى مربعي ضلعي الشكل المعمول على ا د ونسبة
الضلع القائم من الشكل المعمول على ده الى ده كنسبة ت د
الى د س لان نسبة ت د الى د س كنسبة ا د الى ضلعه القائم ونسبة
ا د الى ضلعه القائم كنسبة الضلع القائم لقطر ده الى ده لما بين
في السابعة من المقالة ا ولذلك ايضا تكون نسبة الضلع القائم
من الشكل المعمول على ده الى مربع ا د ونسبة ت د الى د س لنسبة
سطح ت د في د س الى مربع د س ونسبة الضلع القائم من الشكل
المعمول على ده كنسبة سطح ت د في د س الى مربع د س وكنسبة الى ده
مربع الضلع القائم من الشكل المعمول على ده الى مربع ا د ونسبة
مربع ده الى مربعي ضلعي الشكل المعمول كنسبة مربع د س الى على ده
مربعي ت د د س ونسبة سطح ت د في د س الى مربعي ت د د س لنسبة

مربع اد الى مربعى ضلعى الشكل المعمول على ده وبسبة سطح
ند ح في اس الى مربع د ش كنسبة مربع اد الى مربع ضلعى
الشكل المعمول عليه ومربع اد ليس باعظم من نصف مربع ضلعى
الشكل المعمول على اد ح فالذي يكون من ضرب ند ح في اس من س
ليس باعظم من مربع د ش والذي يكون من ضرب ند ح في م ش من س
اقل من مربع د ش فبسط سطح ند م في م ش من س منهما جميعا
فهو سطح م ش في م ح من اقل من مربعى د م م ش فنسبة
سطح ا م في م ح من الى سطح م ش في م ح من س اعظم من نسبة
سطح ا م في م ح من س الى مربعى د م م ش فلذلك تكون نسبة
ا م الى م ش اعظم من نسبة سطح ا م في م ح من س الى مربعى م د م ش
وسطح ا م في م ح من س مع مربعى د م م ش مساوى لمربعى د ح
د ش لان ا د مثل د ش فاذا ركبنا كانت نسبة اش الى م ش اعظم
من نسبة مربعى د ح د ش الى مربعى د م م ش وبسبة اش الى م ش
كنسبة سطح ند ح في اش الى سطح ند ح في م ش فنسبة سطح ند ح
في اش الى ند ح في م ش اعظم من نسبة مربعى د ح د ش الى مربعى سطح
د م م ش ولذلك اذا بدلنا كانت نسبة سطح ند ح في اش الى مربعى د ح
د ش اعظم من نسبة سطح ند ح في م ش الى مربعى د م م ش واما
نسبة سطح ند ح في اش الى مربعى د ح د ش فقد بينا انها نسبة
مربع اد الى مربعى ضلعى الشكل المعمول عليه واما نسبة
سطح ند ح في م ش الى مربعى د م م ش فهي كنسبة مربع ا د الى
مربعى ضلعى الشكل المعمول على ك ب كما بين في الشكل ط
من هذه المقالة فنسبة مربع اد الى مربعى ضلعى الشكل المعمول

عليه اعظم من نسبة الى مربعى ضلعى الشكل المعمول على ك ب فمربعا
ضلعى الشكل المعمول على اد اقل من مربعى ضلعى الشكل المعمول على
ك ب وايضا فان خط م ر اما ان يكون اعظم من خط ع ش واما
ان لا يكون باعظم منه فليكن اولا اعظم منه فمربعا ر م م ش اعظم
من مربعى ع ش ر ع ومربعا ر ع ع ش اذا جمعا اعظم من سطح
ع ش في فضل ما بين ع ش م ر مرتين فنسبة السطح الذي يكون
من ضرب م ع في فضل ما بين م ر ع ش مرتين اعظم من نسبة م ع ع ش
مرتين الى سطح ع ش في فضل ما بين ع ش م ر مرتين اعظم من نسبة
الى مربعى ع ش ر ع ولذلك يكون نسبة م ع الى ع ش اعظم من
نسبة سطح م ع في فضل ما بين ع ش م ر مرتين الى مربعى ر ع ع ش
مجموعين والذي يكون من ضرب م ع في فضل ما بين ع ش م ر مرتين
مع مربعى ع ر ع ش مساوى لمربعى م ر م ش مجموعين لان فضل
ما بين مربعى م ر م ش مجموعين ومربعى ر ع ع ش مساوى لفضل
ما بين فضل مربع م ط وفضل مربع ط ع فيكون اذا ركبنا انه
م ش الى ش ع اعظم من نسبة مربعى م ر م ش الى مربعى ر ع ع ش
ونسبة م ش الى ش ع كنسبة سطح ند ح في م ش الى سطح ند ح
في ش ع فنسبة سطح ند ح في م ش الى سطح ند ح في ع ش اعظم
من نسبة مربعى م ر م ش الى مربعى ر ع ع ش مجموعين واذا
بدلنا كانت نسبة سطح ند ح في م ش الى مربعى م ر م ش مجموعين
اعظم من نسبة سطح ند ح في ش ع الى مربعى ر ع ع ش مجموعين
واما نسبة سطح ند ح في م ش الى مربعى م ر م ش مجموعين فهي
كنسبة مربع اد الى مربعى ضلعى الشكل المعمول على ك ب كما

[illegible]

سن و السكل يط من هذه المقاله واما نسبه سطح نه د فى شرع
الى مربع ه ز شرع مجموعين فى كل سته مربع لد ا لى مربع ضلعى
السكل المعمول على شز ت كما بين اما في السكل يط من هذه المقاله
فسته مربع لد ا لى مربع ضلعى السكل المعمول على د ب اعظم
من نسبه ذلك الى مربع ضلعى السكل المعمول على شز ت ولذلك
يكون مربعا ضلعى السكل المعمول على د ب اقل من مربعى ضلعى السكل
المعمول على شز ت ولما قلنا ان الخط م ز ليس بامعر من شرع مجموعا
م ز ه شرع ه اذا اجمعا السابا عظم من مربعى ه ع ع ش فيكون لذلك
نسبه نه د فى
م ش الى مربعى
ه م م ش اعظم
من نسبه سطح
نه د فى ش ع
الى مربعى ه ع

ش مجموعين ش
من ذلك اقا كما بينا فيما تقدم من هذا السكل انه مربعى ضلعى
السكل المعمول على د ب اقل من مربعى ضلعى السكل المعمول على شز ت
وقد تبين بما قلنا ان وقع العمود الذي ع من نقطه ك
فيما بين نقطتى م ط او على نقطه ط نفسها وذلك انه على جميع
الاحوال تبين لم ... مما يفصل العمود منه الى نقطه ... نسبه
سطح نه د فى ش الى مربعى ه د ش كل سته مربع لد ا الى مربعى
ضلعى السكل المعمول على ... ش وا ول هذا السكل ... سته

تمت من هذا الكتاب
المقالة الثامنة